ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOLUME TRENTAQUATTRESIMO
1898-99

TORINO
CARLO CLAUSEN
Libraio della R. Accademia delle Scienze
1898

ELENCO

DEGLI

ACCADEMICI RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI
STRANIERI E CORRISPONDENTI

AL 13 NOVEMBRE MDCCCXCVIII.

PRESIDENTE

CARLE (Giuseppe), Senatore del Regno, Dottore aggregato, Professore di Filosofia del Diritto nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, ✠, Comm. ✿.

VICE-PRESIDENTE

COSSA (Alfonso), Dottore in Medicina, Direttore della Regia Scuola d'Applicazione degli Ingegneri in Torino, Professore di Chimica docimastica nella medesima Scuola e di Chimica minerale presso il R. Museo Industriale Italiano, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna e della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Socio Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Berlino, Socio ordinario non residente dell'Istituto d'Incoraggiamento alle Scienze naturali di Napoli, Socio della Reale Accademia di Agricoltura di Torino e Socio dell'Accademia Gioenia di Catania, Socio onorario del l'Accademia Olimpica di Vicenza, Socio corrispondente della Società di scienze naturali di Cherbourg, Socio effettivo della Società Imperiale Mineralogica di Pietroburgo, Comm. ✠, ✿, e dell'O. d'Is. Catt. di Sp.

Tesoriere

D'Ovidio (Enrico), Dottore in Matematica, Professore ordinario di Algebra e Geometria analitica, incaricato di Analisi superiore e Preside della Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali nella R. Università di Torino; Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Napoli e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, onorario della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, Socio dell'Accademia Pontaniana, delle Società matematiche di Parigi e Praga, ecc., Uffiz. ✠, Comm. ✠.

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

Bizzozero (Giulio), Senatore del Regno, Professore e Direttore del Laboratorio di Patologia generale nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei e delle RR. Accademie di Medicina e di Agricoltura di Torino, Socio Straniero dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum,* Socio Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Membro del Consiglio Superiore di Sanità, ecc., Uffiz. ✠ e Gr. Uffiz. ✠.

Segretario

Naccari (Andrea), Dottore in Matematica, Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania e dell'Accademia Pontaniana, Uffiz. ✠, ✠.

ACCADEMICI RESIDENTI

Salvadori (Conte Tommaso), Dottore in Medicina e Chirurgia, Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università di Torino, Professore di Storia naturale nel R. Liceo *Cavour* di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, della Società Italiana di Scienze Naturali, dell'Accademia Gioenia di Catania, Membro Corrispondente della Società Zoologica di Londra, dell'Accademia delle Scienze di Nuova York, della Società dei Naturalisti in Modena, della Società Reale delle Scienze di Liegi, della Reale Società delle Scienze Naturali delle Indie Neerlandesi e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro effettivo della Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca, Socio Straniero della *British Ornithological Union,* Socio Straniero onorario del *Nuttall Ornithological Club,* Socio Straniero dell'*American Ornithologist's Union,* e Membro onorario della Società Ornitologica di Vienna, Membro ordinario della Società Ornitologica tedesca, Uffiz. ✠, Cav. dell'O. di S. Giacomo del merito scientifico, letterario ed artistico (Portogallo).

Cossa (Alfonso), *predetto.*

Berruti (Giacinto), Direttore del R. Museo Industriale Italiano e dell'Officina governativa delle Carte-Valori, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Gr. Uffiz. ✠; Comm. ✱, dell'O. di Francesco Giuseppe d'Austria, della L. d'O. di Francia, e della Repubblica di S. Marino.

D'Ovidio (Enrico), *predetto.*

Bizzozero (Giulio), *predetto.*

Naccari (Andrea), *predetto.*

Mosso (Angelo), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Fisiologia nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze), della R. Accademia di

Medicina di Torino, Uno dei XL della Società italiana delle Scienze, Socio onorario della R. Accademia medica di Roma, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania, della R. Accademia medica di Genova, Socio dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, della Società Reale di Scienze mediche e naturali di Bruxelles, della Società fisico-medica di Erlangen, Socio straniero della R. Accademia delle Scienze di Svezia, Socio corrispondente della Società Reale di Napoli, Socio corrispondente della Società di Biologia di Parigi, ecc. ecc., ✠, Comm. ✠.

Spezia (Giorgio), Ingegnere, Professore di Mineralogia e Direttore del Museo mineralogico della Regia Università di Torino, ✠.

Camerano (Lorenzo), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali, Professore di Anatomia comparata e di Zoologia e Direttore dei Musei relativi nella R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro della Società Zoologica di Francia, Membro corrispondente della Società Scientifica del Chilì e della Società Zoologica di Londra.

Segre (Corrado), Dottore in Matematica, Professore di Geometria superiore nella R. Università di Torino, Corrispondente della R. Accademia dei Lincei e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, ✠.

Peano (Giuseppe), Dottore in Matematica, Professore di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, Socio della " *Sociedad Cientifica* " del Messico, Socio del Circolo Matematico di Palermo.

Volterra (Vito), Dottore in Fisica, Professore di Meccanica razionale nella R. Università di Torino, ✠.

JADANZA (Nicodemo), Dottore in Matematica, Professore di Geodesia teoretica nella R. Università di Torino e di Geometria pratica nella R. Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri, Socio dell'Accademia Pontaniana di Napoli, ✠.

FOÀ (Pio), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Anatomia Patologica nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✠.

GUARESCHI (Icilio), Dottore in Scienze Naturali, Professore e Direttore dell'Istituto di Chimica Farmaceutica e Tossicologica nella R. Università di Torino, Direttore della Scuola di Farmacia, Socio della R. Accademia di Medicina di Torino, Socio della R. Accademia dei Fisiocritici di Siena, Membro della Società Chimica di Berlino, ecc., ✠.

GUIDI (Camillo), Ingegnere, Professore di Statica grafica e scienza delle costruzioni nella R. Scuola di Applicazione per gl'Ingegneri in Torino, ✠.

FILETI (Michele), Dottore in Chimica, Professore ordinario di Chimica generale nella R. Università di Torino, ✠.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Cannizzaro (Stanislao), Senatore del Regno, Professore di Chimica generale nella R. Università di Roma, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei e della Società Reale di Napoli, Socio Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Socio Corrispondente dell'Istituto di Francia, Socio Corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Berlino, di Vienna e di Pietroburgo, Socio Straniero della R. Accademia delle Scienze di Baviera, della Società Reale di Londra, della Società Reale di Edimburgo e della Società letteraria e filosofica di Manchester, Socio onorario della Società chimica tedesca, di Londra e Americana, Comm. ✠, Gr. Uffiz. ✪, ✿.

Schiaparelli (Giovanni), Direttore del R. Osservatorio astronomico di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia Reale di Napoli e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Astronomia), delle Accademie di Monaco, di Vienna, di Berlino, di Pietroburgo, di Stockolma, di Upsala, di Cracovia, della Società de' Naturalisti di Mosca, della Società Reale e della Società astronomica di Londra, Gr. Cord. ✪, Comm. ✠; ✿.

Siacci (Francesco), Senatore del Regno, Colonnello d'Artiglieria nella Riserva, Professore onorario della R. Università di Torino, Professore ordinario di Meccanica razionale ed Incaricato della Meccanica superiore nella R. Università di Napoli, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, e dell'Accademia Pontaniana, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Uff. ✠, Comm. ✪.

Cremona (Luigi), Senatore del Regno, Professore di Matematica superiore nella R. Università di Roma, Direttore della Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri, Membro del Consiglio superiore della Pubblica Istruzione, Presidente della Società Italiana delle Scienze (detta dei XL), Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio del R. Istituto Lombardo, del R. Istituto d'Incoraggiamento di Napoli, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, delle Società Reali di Londra, di Edimburgo, di Gottinga, di Praga, di Liegi e di Copenaghen, delle Società matematiche di Londra, di Praga e di Parigi, delle Reali Accademie di Napoli, di Dublino, di Amsterdam e di Monaco, Membro onorario dell'Insigne Accademia romana di Belle Arti detta di San Luca, della Società Fisico-medica di Erlangen, della Società Filosofica di Cambridge e dell'Associazione britannica pel progresso delle Scienze, Membro Straniero della Società delle Scienze di Harlem, Socio Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze), dell'Imperiale Accademia di Vienna, delle Reali Accademie di Berlino e di Lisbona, e dell'Accademia Pontaniana in Napoli, Dottore (LL. D.) dell'Università di Edimburgo, Dottore (D. Sc.) dell'Università di Dublino, Professore emerito nell'Università di Bologna, Gr. Uffiz. ✠, Gr. Cord. ✠, Cav. e Cons. ✠.

Beltrami (Eugenio), Professore di Fisica matematica nella R. Università di Roma, Presidente della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio effettivo del R. Istituto Lombardo e della R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna, Socio estero della R. Accademia di Gottinga, Socio Corrispondente della R. Accademia di Berlino, della Società Reale di Napoli, dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Meccanica), della Società Matematica di Londra, della Reale Accademia di Bruxelles, Gr. Uffiz. ✠; ✠, ✠.

Fergola (Emanuele), Professore di Astronomia nella R. Università di Napoli, Socio ordinario residente della R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli, Membro della Società italiana dei XL, Socio della R. Accademia dei Lincei, Socio residente dell'Accademia Pontaniana, Socio ordinario del

R. Istituto d'incoraggiamento alle Scienze naturali, Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto, Comm. ✻, ▬.

Felici (Riccardo), Professore Emerito della R. Università di Pisa, Socio ordinario della Società italiana delle Scienze detta dei XL e della R. Accademia dei Lincei, Presidente onorario della Società di Fisica Italiana, Socio Corrispondente della Società Fisico-medica di Würzburg, Socio onorario della Società Fisica di Londra, del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere in Milano, della R. Accademia Lucchese di scienze, lettere ed arti, della R. Accademia delle scienze dell'Istituto di Bologna, ✻, Gr. Uff. ▬, ✣.

Bianchi (Luigi), Professore di Geometria analitica nella R. Università di Pisa, Socio ordinario della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana delle Scienze, detta dei XL; Socio Corrispondente dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, ✻, ▬.

Dini (Ulisse), Senatore del Regno, Professore di Analisi Superiore nella R. Università di Pisa, Membro del Consiglio Superiore dell'Istruzione Pubblica, Socio della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana detta dei XL. Uff. ✻, Cav. ▬.

Golgi (Camillo), Professore di Patologia generale ed Istologia nella R. Università di Pavia, Membro effettivo del R. Istituto Lombardo e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Membro dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina,* Socio della R. Società delle Scienze di Gottinga, della Società Fisico-Medica di Würzburg, della Società Anatomica di Germania, dell'Accademia Medico-Fisica Fiorentina, Medico-Chirurgica di Bologna, della R. Accademia Medica di Roma, dell'Accademia Fisiocritica di Siena, dell'Accademia Medico-Chirurgica di Perugia, della *Societas medicorum Svecana* di Stoccolma; Membro onorario dell'*American Neurological Association* di New York e dell'Associazione Medico-Lombarda, Cav. ✻, Comm. ▬.

ACCADEMICI STRANIERI

Hermite (Carlo), Professore nella Facoltà di Scienze, Parigi.

Kelvin (Guglielmo Thomson, Lord), Professore nell'Università di Glasgow.

Gegenbaur (Carlo), Professore nell'Università di Heidelberg.

Virchow (Rodolfo), Professore nell'Università di Berlino.

Koelliker (Alberto von), Professore nell' Università di Würzburg.

Bertrand (Giuseppe Luigi), Professore nel Collegio di Francia, membro dell'Istituto, Parigi.

Klein (Felice), Professore nell'Università di Gottinga.

Bunsen (Roberto Guglielmo), Professore nella Università di Heidelberg.

Haeckel (Ernesto), Professore nella Università di Jena.

Berthelot (Marcellino), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto, Parigi.

CORRISPONDENTI

SEZIONE

DI MATEMATICHE PURE

TARDY (Placido), Professore emerito della R. Università di Genova	*Firenze*
CANTOR (Maurizio), Professore nell'Università di	*Heidelberg*
SCHWARZ (Ermanno A.), Professore nella Università di	*Berlino*
BERTINI (Eugenio), Professore nella Regia Università di	*Pisa*
DARBOUX (G. Gastone), dell'Istituto di Francia	*Parigi*
POINCARÉ (G. Enrico), dell'Istituto di Francia	*Parigi*
NOETHER (Massimiliano), Professore nell'Università di	*Erlangen*
LIE (Sophus), Professore nell'Università di	*Lipsia*
JORDAN (Camillo), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto	*Parigi*
MITTAG-LEFFLER (Gustavo), Professore a .	*Stoccolma*
PICARD (Emilio), Professore alla Sorbonne, Membro dell'Istituto di Francia	*Parigi*

Cesàro (Ernesto), Professore nella R. Università di . . . . *Napoli*

Castelnuovo (Guido), Professore nella R. Università di . . . . *Roma*

Veronese (Giuseppe), Professore nella Regia Università di . . . . *Padova*

SEZIONE

DI MATEMATICHE APPLICATE, ASTRONOMIA E SCIENZA DELL'INGEGNERE CIVILE E MILITARE

Tacchini (Pietro), Direttore dell'Osservatorio del Collegio Romano . . . . *Roma*

Fasella (Felice) . . . . *Torino*

Zeuner (Gustavo), Professore nel Politecnico di . . . . *Dresda*

Ewing (Giovanni Alfredo), Professore nell'Università di . . . . *Cambridge*

Lorenzoni (Giuseppe), Professore nella Regia Università di . . . . *Padova*

Celoria (Giovanni), Astronomo all'Osservatorio di . . . . *Milano*

Helmert (F. Roberto), Direttore del R. Istituto Geodetico di Prussia . . . . *Potsdam*

Fiorini (Matteo), Professore della R. Università di . . . . *Bologna*

Favero (Giambattista), Professore nella R. Scuola di Applicazione degli Ingegneri in . *Roma*

SEZIONE

DI FISICA GENERALE E SPERIMENTALE

BLASERNA (Pietro), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . . *Roma*

KOHLRAUSCH (Federico), Presidente dell'Istituto Fisico-Tecnico in . . . . *Charlottenburg*

CORNU (Maria Alfredo), dell'Istituto di Francia *Parigi*

VILLARI (Emilio), Professore nella R. Università di . . . . *Napoli*

ROITI (Antonio), Professore nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in *Firenze*

WIEDEMANN (Gustavo), Professore nell'Università di . . . . *Lipsia*

RIGHI (Augusto), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . . *Bologna*

LIPPMANN (Gabriele), dell'Istituto di Francia *Parigi*

RAYLEIGH (Lord Giovanni Guglielmo), Professore nella " *Royal Institution* „ di . . . . *Londra*

THOMSON (Giuseppe Giovanni), Professore nell'Università di . . . . *Cambridge*

BOLTZMANN (Luigi), Professore nell'Università di . . . . *Vienna*

MASCART (Eleuterio), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto . . . *Parigi*

PACINOTTI (Antonio), Professore nella Regia Università di . . . . *Pisa*

STOKES (Giorgio Gabriele), Professore nella Università di . . . . *Cambridge*

SEZIONE

DI CHIMICA GENERALE ED APPLICATA

PATERNÒ (Emanuele), Professore di Chimica applicata nella R. Università di . . . . . . *Roma*

KÖRNER (Guglielmo), Professore di Chimica organica nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in *Milano*

FRIEDEL (Carlo), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

BAEYER (Adolfo von), Professore nell'Università di . . . . *Monaco* (Baviera)

WILLIAMSON (Alessandro Guglielmo), della R. Società di . . . . *Londra*

THOMSEN (Giulio), Professore nell'Università di . . . . *Copenhagen*

LIEBEN (Adolfo), Professore nell'Università di *Vienna*

MENDELEJEFF (Demetrio), Professore nell'Università di . . . . *Pietroburgo*

HOFF (Giacomo Enrico van't), Professore nell'Università di . . . . *Berlino*

FISCHER (Emilio), Professore nell'Università di . . . . *Berlino*

RAMSAY (Guglielmo), Professore nell'Università di . . . . *Londra*

SEZIONE

DI MINERALOGIA, GEOLOGIA E PALEONTOLOGIA

Strüver (Giovanni), Professore di Mineralogia nella R. Università di . . . . *Roma*

Rosenbusch (Enrico), Professore nell'Università di . . . . *Heidelberg*

Nordenskiöld (Adolfo Enrico), della R. Accademia delle Scienze di . . . . *Stoccolma*

Zirkel (Ferdinando), Professore nell' Università di . . . . *Lipsia*

Capellini (Giovanni), Professore nella Regia Università di . . . . *Bologna*

Tschermak (Gustavo), Professore nell'Università di . . . . *Vienna*

Klein (Carlo), Professore nell'Università di *Berlino*

Geikie (Arcibaldo), Direttore del Museo di Geologia pratica . . . . *Londra*

Fouqué (Ferdinando Andrea), Professore nel Collegio di Francia, membro dell'Istituto . . *Parigi*

Rammelsberg (Carlo Federico), Professore nell'Università di . . . . *Berlino*

Damour (Agostino Alessio), Professore nella Scuola Nazionale Superiore delle Miniere, Membro dell'Istituto di Francia . . . . *Parigi*

Gemmellaro (Gaetano Giorgio), Professore nella R. Università di . . . . *Palermo*

Groth (Paolo Enrico), Professore nell'Università di . . . . *Monaco*

SEZIONE

DI BOTANICA E FISIOLOGIA VEGETALE

Caruel (Teodoro), Professore di Botanica *Firenze*

Ardissone (Francesco), Professore di Botanica nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in *Milano*

Saccardo (Andrea), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . *Padova*

Hooker (Giuseppe Dalton), Direttore del Giardino Reale di Kew . . . . *Londra*

Delpino (Federico), Professore nella R. Università di . . . . *Napoli*

Pirotta (Romualdo), Professore nella Regia Università di . . . . *Roma*

Strasburger (Edoardo), Professore nell'Università di . . . . *Bonn*

Mattirolo (Oreste), Professore di Botanica nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento . . . . *Firenze*

Goebel (Carlo), Professore nell'Università di *Monaco*

Penzig (Ottone), Professore nell'Università di *Genova*

Schwendener (Simone), Professore nell'Università di . . . . *Berlino*

SEZIONE

DI ZOOLOGIA, ANATOMIA E FISIOLOGIA COMPARATA

De Selys Longchamps (Edmondo) . . . *Liegi*

Philippi (Rodolfo Armando) . . . . . *Santiago* (Chili)

Sclater (Filippo Lutley), Segretario della Società Zoologica di . . . . *Londra*

Fatio (Vittore), Dottore . . . . *Ginevra*

Kovalewski (Alessandro), Professore nell'Università di . . . . *Pietroburgo*

Locard (Arnould), dell' Accademia delle Scienze di . . . . *Lione*

Chauveau (G. B. Augusto), Membro dell'Istituto di Francia, Professore alla Scuola di Medicina di . . . . *Parigi*

Foster (Michele), Professore nell'Università di . . . . *Cambridge*

Waldeyer (Guglielmo), Professore nell'Università di . . . . *Berlino*

Guenther (Alberto) . . . . *Londra*

Flower (Guglielmo Enrico), Direttore del Museo di Storia naturale . . . . *Londra*

Edwards (Alfonso Milne), Membro dell'Istituto di Francia . . . . *Parigi*

Roux (Guglielmo), Professore nella Università di . . . . *Monaco* (Baviera)

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore

Claretta (Barone Gaudenzio), Dottore in Leggi, Socio e Segretario della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Membro della Commissione conservatrice dei monumenti di antichità e belle arti della Provincia ecc., Comm. ✠, Gr. Uffiz. ☙.

Segretario

Nani (Cesare), Dottore aggregato, Professore ordinario di Storia del Diritto italiano e Rettore della R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia Patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Uff. ✠, Comm. ☙.

ACCADEMICI RESIDENTI

Peyron (Bernardino), Professore di Lettere, Bibliotecario Onorario della Biblioteca Nazionale di Torino, Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Gr. Uffiz. ✠, Uffiz. ☙.

Claretta (Barone Gaudenzio), *predetto.*

Rossi (Francesco), Dottore in Filosofia, Professore d'Egittologia nella R. Università di Torino, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei e della Società per gli Studi biblici in Roma, ☙.

Manno (Barone D. Antonio), Membro e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro del Consiglio degli Archivi, Commissario di S. M. presso la Consulta araldica, Dottore *honoris causa* della R. Università di Tübingen, Gr. Uffiz. ✠ e ♔, Cav. d'on. e devoz. del S. M. O. di Malta.

Bollati di Saint-Pierre (Barone Federigo Emanuele), Dottore in Leggi, Soprintendente agli Archivi Piemontesi e Direttore dell'Archivio di Stato in Torino, Membro del Consiglio d'Amministrazione presso il R. Economato generale delle antiche Provincie, Corrispondente della Consulta araldica, Vice-Presidente della Commissione araldica per il Piemonte, Membro della R. Deputazione sopra gli studi di storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia e della Società Accademica d'Aosta, Socio corrispondente della Società Ligure di Storia patria, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, della Società Colombaria Fiorentina, della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie della Romagna, della nuova Società per la Storia di Sicilia e della Società di Storia e di Archeologia di Ginevra, Membro onorario della Società di Storia della Svizzera Romanza, dell'Accademia del Chablais, e della Società Savoina di Storia e di Archeologia ecc., Uffiz. ✠, Comm. ♔.

Pezzi (Domenico), Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia, Professore di Storia comparata delle lingue classiche e neo-latine nella R. Università di Torino, ♔.

Ferrero (Ermanno), Dottore in Giurisprudenza, Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia e Professore di Archeologia nella R. Università di Torino, Professore di Storia militare nell'Accademia Militare, R. Ispettore per gli scavi e le scoperte di antichità nel Circondario di Torino, Consigliere della Giunta Superiore per la Storia e l'Archeologia, Membro della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le antiche Provincie e la Lombardia, Membro e Segretario della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Socio Corrispondente della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie di Romagna, dell'Imp. Instituto Archeologico Germanico

e dolla Società Nazionale degli Antiquarii di Francia, fregiato della Medaglia del merito civile di 1ª cl. della Repubblica di S. Marino, ✠, ⬬.

Carle (Giuseppe), *predetto*.

Nani (Cesare), *predetto*.

Cognetti De Martiis (Salvatore), Professore ordinario di Economia politica nella R. Università di Torino, Incaricato per l'Economia e Legislazione industriale nel Museo Industriale Italiano, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia dei Georgofili e della Società Reale di Napoli (Accademia di Scienze morali e politiche), ✠, Comm. ⬬.

Graf (Arturo), Professore di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Membro della Società romana di Storia patria, Uffiz. ✠ e ⬬.

Boselli (Paolo), Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza della R. Università di Genova, già Professore nella R. Università di Roma, Professore Onorario della R. Università di Bologna, Vice-Presidente della R. Deputazione di Storia Patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio Corrispondente dell'Accademia dei Georgofili, Presidente della Società di Storia patria di Savona, Socio onorario della Società Ligure di Storia Patria, Socio della R. Accademia di Agricoltura, Deputato al Parlamento nazionale, Presidente del Consiglio provinciale di Torino, Gr. Uffiz. ✠, Gr. Cord. ⬬, Gr. Cord. dell'Aquila Rossa di Prussia, dell'Ordine di Alberto di Sassonia, dell'Ord. di Bertoldo I di Zähringen (Baden), e dell'Ordine del Sole Levante del Giappone, Gr. Uffiz. O. di Leopoldo del Belgio, Uffiz. della Cor. di Pr., della L. d'O. di Francia, e C. O. della Concezione del Portogallo.

Cipolla (Conte Carlo), Dottore in Filosofia, Professore di Storia moderna nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio effettivo della R. Deputazione

Veneta di Storia patria, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio Corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Monaco (Baviera), e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Uffiz. ✠.

Brusa (Emilio), Dottore in Leggi, Professore di Diritto e Procedura Penale nella R. Università di Torino, Consigliere superiore della Pubblica Istruzione, Membro della Commissione per la Statistica giudiziaria e della Commissione per la riforma del Codice di procedura penale, Socio Corrispondente dell'Accademia di Legislazione di Tolosa (Francia), ed effettivo dell' Istituto di Diritto internazionale, Socio Onorario della Società dei Giuristi Svizzeri e Corrispondente della R. Accademia di Giurisprudenza e Legislazione di Madrid, di quella di Barcellona, della Società Generale delle Prigioni di Francia, di quella di Spagna, della R. Accademia Peloritana, della R. Accademia di Scienze Morali e Politiche di Napoli, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e di altre, Comm. ✠ e dell'Ordine di San Stanislao di Russia, *Officier d'Académie* della Repubblica francese, ✠.

Ferrero (Domenico), Dottore in Leggi, Membro della R. Deputazione sovra gli Studi di Storia Patria per le Antiche Provincie e la Lombardia.

Allievo (Giuseppe), Dottore in Filosofia, Professore di Pedagogia e Antropologia nella R. Università di Torino, Socio Onorario della R. Accademia delle Scienze di Palermo, della Accademia di S. Anselmo di Aosta, dell'Accademia dafnica di Acireale, della Regia Imperiale Accademia degli Agiati di Rovereto, dell'Arcadia, dell'Accademia degli Zelanti di Acireale e dell'Accademia cattolica panormitana, Comm. ✠, ✠.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Carutti di Cantogno (Barone Domenico), Senatore del Regno, Presidente della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e Lombardia, Socio Nazionale

della R. Accademia dei Lincei, Membro dell'Istituto Storico Italiano, Socio Straniero della R. Accademia delle Scienze Neerlandese, e della Savoia, Socio Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco in Baviera, ecc. ecc., Gr. Uffiz. ✠ e ●, Cav. e Cons. ✿, Gr. Cord. dell'O. del Leone Neerlandese e dell'O. d'Is. la Catt. di Spagna, ecc.

Reymond (Gian Giacomo), già Professore di Economia politica nella Regia Università di Torino, ✠.

Canonico (Tancredi), Senatore del Regno, Professore emerito, Presidente di Sezione della Corte di Cassazione di Roma, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Socio della R. Accad. delle Scienze del Belgio, di quella di Palermo, della Società Generale delle Carceri di Parigi, Consigliere del Contenzioso Diplomatico, Comm. ✠, e Gr. Croce ●, Cav. ✿, Comm. dell'Ord. di Carlo III di Spagna, Gr. Uffiz. dell'Ord. di Sant'Olaf di Norvegia, Gr. Cord. dell'O. di S. Stanislao di Russia.

Villari (Pasquale), Senatore del Regno, Vice Presidente del Consiglio superiore della Pubblica Istruzione, Professore di Storia moderna e Presidente della Sezione di Filosofia e Lettere nell'Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Socio residente della R. Accademia della Crusca, Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia di Napoli, della R. Accademia dei Georgofili, Vice-presidente della R. Deputazione di Storia Patria per la Toscana, l'Umbria e le Marche, Socio di quella per le provincie di Romagna, Socio Straordinario della R. Accademia di Baviera, Socio Straniero dell'Accademia di Scienze di Gottinga, della R. Accademia Ungherese, Dott. On. in Legge della Università di Edimburgo, di Halle, Dott. On. in Filosofia dell'Università di Budapest, Professore emerito della R. Università di Pisa, Gr. Uffiz. ✠ e ●, Cav. ✿, Cav. del Merito di Prussia, ecc.

Comparetti (Domenico), Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Pisa e dell'Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze di

Napoli, dell'Accademia della Crusca, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo e del R. Istituto Veneto, Membro della Società Reale pei testi di lingua, Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) e corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco, di Vienna, di Copenhagen, Uff. ✱, Comm. ▬, Cav. ✤.

D'Ancona (Alessandro), Professore di Letteratura italiana nella R. Università e Direttore della Scuola normale superiore in Pisa, Membro della Deputazione di Storia patria per la Toscana, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio della R. Accademia di Copenhagen; Socio corrispondente dell'Accademia della Crusca, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto e della R. Accademia di Lucca. Gr. Uff. ✱, Uff. ▬.

Ascoli (Graziadio), Senatore del Regno, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, della Società Reale di Napoli e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio straniero dell'Istituto di Francia e della Società Reale svedese di Scienze e Lettere in Gotemburgo, Accademico della Crusca, Membro d'onore dell'Accademia delle Scienze di Vienna, Membro corrispondente delle Accademie delle Scienze di Berlino, Budapest, Copenaga, Pietroburgo, della Società orientale americana ecc.; Socio onorario delle Accademie delle Scienze d'Irlanda e di Rumania, della Società asiatica italiana, dell'Ateneo di Brescia, dell'Accademia di Udine, della Lega nazionale per l'unità di cultura tra i Rumeni e dell'Associazione Americana per le lingue moderne; Dottore in filosofia per diploma d'onore dell'Università di Wirzburgo, Membro del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione, Professore ordinario di Storia comparata delle lingue classiche e neolatine nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano; Cav. dell'Ord. Civile di Savoia, Gr. Cord. ▬, Comm. della Legion d'Onore.

ACCADEMICI STRANIERI

Mommsen (Teodoro), Professore nella Regia Università di Berlino.

Müller (Massimiliano), Professore nell'Università di Oxford.

Meyer (Paolo), Professore nel Collegio di Francia, Direttore dell'*École des Chartes*, Parigi.

Paris (Gastone), Professore nel Collegio di Francia, Parigi.

Böhtlingk (Ottone), Professore nell'Università di Lipsia.

Tobler (Adolfo), Professore nell'Università di Berlino.

Maspero (Gastone), Professore nel Collegio di Francia, Parigi.

Wallon (Enrico Alessandro), Segretario perpetuo dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

Brugmann (Carlo), Professore nell'Università di Lipsia.

CORRISPONDENTI

SEZIONE
DI SCIENZE FILOSOFICHE

Rendu (Eugenio) . . . . *Brécourt*

Bonatelli (Francesco), Professore nella Regia Università di . . . . *Padova*

Pinloche (Augusto), Professore nel Liceo Carlomagno di . . . . *Parigi*

Tocco (Felice), Professore nel R. Istituto di Studi Superiori pratici e di perfezionamento di *Firenze*

Cantoni (Carlo), Professore nella R. Università di . . . . *Pavia*

Chiappelli (Alessandro), Professore nella R. Università di . . . . *Napoli*

SEZIONE
DI SCIENZE GIURIDICHE E SOCIALI

Lampertico (Fedele), Senatore del Regno . *Vicenza*

Serpa Pimentel (Antonio di), Consigliere di Stato . . . . *Lisbona*

Rodriguez de Berlanga (Manuel) . . . *Malaga*

Schupfer (Francesco), Professore nella Regia Università di . . . . *Roma*

Gabba (Carlo Francesco), Professore nella R. Università di . . . . *Pisa*

Buonamici (Francesco), Professore nella R. Università di . . . . *Pisa*

Dareste (Rodolfo), dell'Istituto di Francia *Parigi*

SEZIONE

DI SCIENZE STORICHE

Adriani (P. Giambattista), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia Patria . . . *Cherasco*

Perrens (Francesco), dell'Istituto di Francia *Parigi*

Haulleville (Prospero de) . . . . . . *Bruxelles*

Birch (Walter de Gray), del Museo Britannico di . . . . *Londra*

Capasso (Bartolomeo), Sovrintendente degli Archivi Napoletani . . . . *Napoli*

Chevalier (Canonico Ulisse) . . . . . *Romans*

Desimoni (Cornelio), Direttore del R. Archivio di Stato in . . . . *Genova*

Duchesne (Luigi), Direttore della Scuola Francese in . . . . *Roma*

BRYCE (Giacomo) . . . . *Londra*

PATETTA (Federico), Professore nella R. Università di . . . . *Siena*

SEZIONE
DI ARCHEOLOGIA

PALMA di CESNOLA (Conte Luigi), Direttore del Museo Metropolitano di Arti a . . . . *New-York*

LATTES (Elia), Membro del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere . . . . *Milano*

POGGI (Vittorio), Bibliotecario e Archivista civico a . . . . *Savona*

PLEYTE (Guglielmo), Conservatore del Museo Egizio a . . . . *Leida*

PALMA DI CESNOLA (Cav. Alessandro), Membro della Società degli Antiquarii di Londra . . *Firenze*

MOWAT (Roberto), Membro della Società degli Antiquari di Francia . . . . *Parigi*

NADAILLAC (Marchese I. F. Alberto de) . *Parigi*

BRIZIO (Eduardo), Professore nell'Università di . . . . *Bologna*

BARNABEI (Felice), Direttore del Museo Nazionale Romano . . . . *Roma*

GATTI (Giuseppe) . . . . *Roma*

SEZIONE

DI GEOGRAFIA ED ETNOGRAFIA

KIEPERT (Enrico), Professore nell' Università di . . . . *Berlino*

PIGORINI (Luigi), Professore nella R. Università di . . . . *Roma*

DALLA VEDOVA (Giuseppe), Professore nella R. Università di . . . . *Roma*

MARINELLI (Giovanni), Professore nel R. Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . . *Firenze*

SEZIONE

DI LINGUISTICA E FILOLOGIA ORIENTALE

KREHL (Ludolfo), Professore nell'Università di . . . . *Dresda*

SOURINDRO MOHUN TAGORE . . . . . . *Calcutta*

WEBER (Alberto), Professore nell' Università di . . . . *Berlino*

KERBAKER (Michele), Professore nella R. Università di . . . . *Napoli*

MARRE (Aristide) . . . . *Vaucresson* (Francia)

OPPERT (Giulio), Professore nel Collegio di Francia . . . . *Parigi*

GUIDI (Ignazio), Professore nella R. Università di . . . . *Roma*

AMELINEAU (Emilio), Professore nella "*École des Hautes Études*" di . . . . *Parigi*

FOERSTER (Wendelin), Professore nell'Università di . . . . *Bonn*

SEZIONE
DI FILOLOGIA, STORIA LETTERARIA E BIBLIOGRAFIA

BRÉAL (Michele), Professore nel Collegio di Francia . . . . *Parigi*

NIGRA (S. E. Conte Costantino), Ambasciatore d'Italia a . . . . *Vienna*

RAJNA (Pio), Professore nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . . *Firenze*

DEL LUNGO (Isidoro), Socio residente della R. Accademia della Crusca . . . . *Firenze*

MUTAZIONI

AVVENUTE

nel Corpo Accademico dal 21 Novembre 1897
al 13 Novembre 1898.

ELEZIONI

SOCI

Ferrero (Ermanno), nominato Delegato della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche presso il Consiglio d'Amministrazione dell'Accademia nell'adunanza del 27 novembre 1897.

Carle (Giuseppe), rieletto alla carica triennale di Presidente dell'Accademia nell'adunanza delle Classi Unite del 9 gennaio 1898 ed approvato con R. Decreto 20 gennaio 1898.

Naccari (Andrea), rieletto alla carica triennale di Segretario della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 30 gennaio 1897 ed approvato con R. Decreto 6 febbraio 1898.

Berruti (Giacinto), nominato Delegato della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali al Consiglio di Amministrazione dell'Accademia nell'adunanza del 30 gennaio 1898.

Bianchi (Luigi), Professore nella Regia Università di Pisa, eletto Socio nazionale non residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 13 febbraio 1898 ed approvato con R. Decreto del 24 febbraio 1898.

Dini (Ulisse), Professore nella R. Università di Pisa, eletto Socio nazionale non residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 13 febbraio 1898 ed approvato con R. Decreto del 24 febbraio 1898.

Golgi (Camillo), Professore nella R. Università di Pavia, id. id.

Bunsen (Roberto Guglielmo), Professore nell'Università di Heidelberg, eletto Socio straniero, id. id.

Haeckel (Ernesto), Professore nell'Università di Jena, id. id.

Berthelot (Marcellino), Professore nel Collegio di Francia a Parigi, id. id.

Damour (Agostino Alessio), Membro dell'Istituto di Francia a Parigi, eletto Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Mineralogia, Geoogia e Paleontologia) nell'adunanza del 13 febbraio 1898.

Gemmellaro (Gaetano Giorgio), Professore nella R. Università di Palermo, id. id.

Groth (Paolo Enrico), Professore nella R. Università di Palermo, id. id.

Goebel (Carlo), Professore nell'Università di Monaco (Baviera), id. id. (Sezione di Botanica e fisiologia vegetale), id. id.

Penzig (Ottone), Professore nella R. Università di Genova, id. id.

Schwendener (Simone), Professore nell'Università di Berlino, id. id.

Arcangeli (Giovanni), Professore nella R. Università di Pisa, id. id.

Roux (Guglielmo), Professore nell'Università di Halle, id. id. (Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata), id. id.

Arcangeli (Giovanni). Si accettano le sue dimissioni da Socio corrispondente.

D'Ancona (Alessandro), Professore nella R. Università di Pisa, eletto Socio nazionale non residente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza del 20 febbraio 1898 ed approvato con R. Decreto del 3 marzo 1898.

Ascoli (Graziadio), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano, id. id.

Claretta (Gaudenzio), rieletto alla carica triennale di Direttore della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza del 20 febbraio 1898 ed approvato con R. Decreto del 3 marzo 1898.

Bizzozero (Giulio), eletto alla carica triennale di Direttore della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 27 febbraio 1898 ed approvato con R. Decreto 20 marzo 1898.

Cesàro (Ernesto), Professore nella R. Università di Napoli, eletto Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematiche pure) nell'adunanza del 17 aprile 1898.

Castelnuovo (Guido), Professore nella R. Università di Roma, id. id.

Veronese (Giuseppe), Professore nella R. Università di Padova, id. id.

Pacinotti (Antonio), Professore nella R. Università di Pisa, eletto Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Fisica generale e sperimentale), id. id.

Stokes (Sir Giorgio Gabriele), Professore nella R. Università di Cambridge), id. id.

Cossa (Alfonso), rieletto alla carica triennale di Vice Presidente dell'Accademia nell'adunanza delle Classi Unite del 24 aprile 1898 ed approvato con R. Decreto del 15 maggio 1898.

D'Ovidio (Enrico), eletto alla carica triennale di Tesoriere dell'Accademia, nell'adunanza delle Classi Unite del 24 aprile 1898 ed approvato con R. Decreto del 15 maggio 1898.

Bizzozero (Giulio), rieletto a rappresentante dell'Accademia presso il Consiglio Amministrativo del Consorzio Universitario nell'adunanza delle Classi Unite del 26 giugno 1898.

MORTI

29 Novembre 1897.

Schrauf (Alberto), Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia).

13 Dicembre 1897.

Brioschi (Francesco), Socio nazionale non residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

20 Febbraio 1898.

Plantamour (Filippo), Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Chimica generale e applicata).

23 Febbraio 1898.

Willems (Pietro), Socio corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze storiche).

5 Luglio 1898.

Giacomini (Carlo), Socio residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

27 Agosto 1898.

Hopkinson (Giovanni), Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di matematiche applicate, Astronomia e Scienze dell'Ingegnere civile e militare).

16 Settembre 1898.

Gibelli (Giuseppe), Socio residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

22 Settembre 1898.

Arzruni (Andrea), Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia).

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 13 Novembre 1898.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Cossa, Vice-Presidente dell'Accademia, Bizzozero, Direttore della Classe, D'Ovidio, Mosso, Camerano, Segre, Peano, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti e Naccari, Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Presidente commemora con affettuose parole i Soci residenti Giacomini e Gibelli, che morirono durante le ferie dell'Accademia, prega il Socio Foà di scrivere i cenni biografici del primo e annunzia che pregherà il Socio corrispondente Mattirolo di assumere l'incarico della commemorazione del secondo.

Il Presidente annunzia la morte dei Prof. Filippo Plantamour, Andrea Arzruni e Giovanni Hopkinson Socii corrispondenti.

Il Vice Presidente Cossa legge i seguenti cenni biografici del Socio corrispondente Andrea Arzruni:

La Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali dell'Accademia di Torino lamenta la grave perdita fatta per la morte

del Socio corrispondente Prof. Andrea Arzruni, che apparteneva alla Sezione di Mineralogia fino dall'8 febbraio 1885.

Andrea Arzruni, ultimo rampollo di una famiglia principesca che dominò l'Armenia per cinque secoli, nacque il 27 novembre 1847 a Tiflis dove l'avo suo si era rifugiato nei primi anni di questo secolo in seguito alla persecuzione dei Turchi.

Iniziò gli studî universitarî a Pietroburgo e li completò ad Heidelberg dove contrasse una affettuosa amicizia colla illustre cultrice di discipline matematiche Sofia Kowalewska. Nel 1875 il valente nostro collega Prof. Groth lo chiamò come assistente di mineralogia a Strasburgo. Fu in questa città che conobbi l'Arzruni e cominciai ad apprezzarne le belle doti di mente e di cuore. La nostra amicizia divenne sempre più intima dopo che fu più tardi cementata da un lavoro fatto insieme sopra la *tormalina cromica degli Urali*. La sua memoria vivrà sempre in me accompagnata da un sentimento di affettuosa riconoscenza.

Nel 1877 Arzruni passò a Berlino dove, dopo avere ottenuta la libera docenza, ebbe la carica di custode del Museo mineralogico di quella Università. Nell'aprile 1883 fu nominato professore straordinario di mineralogia a Breslau, ma vi rimase per un solo anno, avendo egli accettato l'invito di coprire come professore ordinario, la cattedra di mineralogia nell'Istituto tecnico superiore di Aquisgrana, dove insegnò ammirato ed amato dai colleghi e dagli allievi fino alla sua morte immatura.

Senza tema di peccare d'esagerazione, si può annoverare l'Arzruni tra i più valenti mineralogisti della nuova scuola sperimentale. Egli seppe in modo mirabile applicare la chimica alle ricerche mineralogiche. I suoi molti ed interessanti studî fatti con questo indirizzo trovansi compendiati nell'opera sua principale *La fisico-chimica dei cristalli,* pubblicata nel 1893. — Della sua estesa coltura e dell'indole geniale della sua mente sono prova le due memorie sue: *Sulla nefrite* e *Sullo smeraldo delle coste d'Egitto*, nelle quali seppe rivolgere le sue profonde cognizioni mineralogiche alla soluzione di uno dei più importanti ed astrusi problemi della archeologia preistorica.

Forse cercando anche un rimedio alla tisi che doveva abbreviare la sua esistenza, il compianto Collega intraprese due lunghi viaggi scientifici; l'uno per incarico dell'Accademia delle

scienze di Berlino nella regione degli Urali; l'altro nel 1896 nella Guiana inglese. Ma invece di sollievo le fatiche dell'ultimo viaggio affrettarono pur troppo la sua morte. Ritornato in Europa indebolito dalle febbri, la tisi si aggravò e una emorragia polmonare lo spense ad Hohenhonnef il 22 settembre 1898.

Il Socio NACCARI legge i cenni biografici seguenti del Socio corrispondente Giovanni HOPKINSON:

John HOPKINSON, elettricista di molta fama, perì il 27 Agosto di quest'anno in una ascensione alpina. Il mattino di quel giorno egli era partito da Arolla con un figlio e due figlie per ascendere la cima detta Petite Dent de Veisivi. L'ascensione non è difficile, l'Hopkinson era valente alpinista e non avea preso con sè alcuna guida. Il giorno dopo i quattro cadaveri furono trovati congiunti da una corda ai piedi della vetta.

John HOPKINSON era nato a Manchester nel 1849. Fece i suoi studi a Cambridge dove ricevette una profonda istruzione matematica. Lord Kelvin, ch'ebbe per lui grande benevolenza, lo incitò a studi sperimentali.

Esercitò l'arte dell'ingegnere a Birmingham per più anni; presa poi dimora a Londra nel 1878, vi si diede a ricerche elettriche. Ebbe nel Collegio Reale la cattedra di elettrotecnica.

I suoi studi sull'influenza che la temperatura esercita sulle proprietà magnetiche del ferro, del nichel e delle leghe di questi metalli gli valsero la medaglia d'oro della Società Reale.

Importanti sono le sue determinazioni della costante dielettrica. Al rapido progresso che avvenne in questi ultimi anni nella costruzione delle macchine dinamoelettriche l'HOPKINSON contribuì grandemente. Egli introdusse nello studio di queste macchine l'uso delle curve che si chiamano *caratteristiche*. Insieme con suo fratello Edoardo applicò pure allo stesso fine il concetto di circuito magnetico.

Notevolissimo è il discorso da lui pronunciato il 3 Maggio 1894 in un'occasione solenne nell'Istituto degl'ingegneri civili di Londra. In esso egli prova con opportuni esempi che il progresso dell'arte dell'ingegnere fu sempre dovuto agli studi matematici. Ed egli stesso attestò con l'opera propria quanto le cognizioni teoriche giovino a chi si propone di ottenere miglioramenti e vantaggi nel campo pratico.

Il Segretario comunica le lettere ministeriali relative alle pensioni accademiche assegnate ai Soci Camerano e Segre.

Il Segretario dà notizia dell'invito a prendere parte alle onoranze al Berzelius fatto dall'Accademia delle Scienze di Stockholm e dell'incarico di rappresentare quest'Accademia dato dalla Presidenza al Socio corrispondente Nordenskiöld.

Il Socio Peano presenta in omaggio all'Accademia la traduzione tedesca delle lezioni di calcolo del Prof. Genocchi pubblicate dallo stesso Socio Peano.

Il Segretario presenta alla Classe le seguenti opere inviate in omaggio all'Accademia.

1° *Souvenirs de Marine* dell'Ammiraglio Paris, 5 volumi inviati dall'Istituto di Francia,

2° *Fisiologia dell'uomo sulle Alpi,* dono del Socio Mosso,

3° *Vergleichende Anatomie der Wirbelthiere,* inviato dal Socio straniero Gegenbaur,

4° Tre opuscoli inviati dal Socio straniero von Kölliker,

5° *Gesammelte botanische Mittheilungen,* omaggio del Socio corrispondente Schwendener,

6° Due opuscoli inviati dal Socio corrispondente Carlo Klein,

7° *La commemorazione di Francesco Brioschi,* omaggio del Socio corrispondente Noether,

8° Due pubblicazioni dell'Istituto geodetico di Prussia, inviate dal Socio corrispondente Helmert,

9° *Sulla presenza di elementi vascolari multinucleati nelle Dioscoreacee,* memoria inviata dal Socio corrispondente Pirotta,

10° Due opuscoli inviati dal Socio corrispondente Righi,

11° Il primo volume d'una nuova edizione degli *Elementi di Fisica,* omaggio del Socio corrispondente Roiti.

Vengono poi accolti per l'inserzione negli *Atti* i seguenti scritti:

1° *Sur la résolution de certains problèmes de Mécanique par des approximations successives,* lettera del Socio corrispondente Picard al Socio Volterra, presentata da questo,

2° *Sugli sviluppi in serie di soluzioni eccezionali dell'elasticità,* nota del Prof. Giuseppe Lauricella, presentata dal Socio Volterra,

3° *Ossipiridina dai β-dichetoni,* nota del Socio Guareschi,

4° *Di un nuovo apparecchio autoregistratore per le prove a tensione,* nota del Socio Guidi,

5° *La numerazione binaria applicata alla stenografia,* nota del Socio Peano,

6° *Sopra alcune equazioni differenziali,* nota del Prof. Mineo Chini, presentata dal Socio Peano.

I Soci Guareschi e Mosso presentano uno scritto del Dr Alberico Benedicenti intitolato: *Sull'azione fisiologica e sul comportamento nell'organismo degli eteri β chetonici,* che dovrebbe essere inserito nei volumi delle *Memorie.* Il Presidente incarica gli stessi Soci Guareschi e Mosso di esaminarlo e dare il loro giudizio in altra seduta.

LETTURE

Sur la résolution de certains problèmes de mécanique par des approximations successives;

par M[r] ÉMILE PICARD.

(*Extrait d'une lettre à* M[r] VOLTERRA).

Les articles si intéressants que vous venez de publier dans les " Atti de l'Académie de Turin " sur une classe d'équations de la dynamique me remettent en mémoire une courte note que j'ai publiée l'année dernière dans les " Comptes-Rendus " (Février, 1897) sur un sujet qui présente quelques analogies avec celui dont vous venez de vous occuper. Il ne me paraît plus utile maintenant de la développer; permettez-moi seulement d'en reprendre rapidement les points principaux.

1. — Mon point de départ était dans la remarque, que j'ai faite autrefois dans le tome III de mon *Traité d'Analyse*. Considérons le système d'équations différentielles

$$\frac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1, \dots, y_m)$$

$$\frac{dy_2}{dx} = f_2(x, y_1, \dots, y_m)$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{dy_m}{dx} = f_m(x, y_1, \dots, y_m)$$

les f étant des fonctions réelles des variables réelles $x, y_1, \dots, y_m$.

Supposons que ces fonctions soient finies et bien détermi-

nées, quand x reste dans un certain intervalle I, et que de plus les dérivées partielles du premier ordre

$$\frac{\partial f_i}{\partial y_k} \; (i, k = 1, 2, \ldots, m)$$

restent toujours moindres en valeur absolue qu'un nombre fixe N, quand x reste dans I et que les y varient entre $-\infty$ et $+\infty$. On établit alors que tout système d'intégrales prenant pour une valeur x_0 de l'intégrale I des valeurs finies quelconques $y_1^0, y_2^0, \ldots, y_m^0$ reste fini et bien déterminé dans tout l'intervalle I, et peut être obtenu sous forme de séries par la méthode des approximations successives.

Or il y a de nombreuses questions où l'on peut tirer parti de cette remarque générale. Je reprendrai d'abord le problème que j'ai déjà traité du mouvement d'un corps solide pesant mobile autour d'un point fixé, mais en le présentant sous une forme encore plus simple. Les équations du mouvement sont ici

$$(1)\quad \begin{aligned} &A\frac{dp}{dt} = (B-C)qr + Mg(y_0\gamma'' - z_0\gamma'), \quad &\frac{d\gamma}{dt} = r\gamma' - q\gamma'', \\ &B\frac{dq}{dt} = (C-A)rp + Mg(z_0\gamma - x_0\gamma''), \quad &\frac{d\gamma'}{dt} = p\gamma'' - r\gamma, \\ &C\frac{dr}{dt} = (A-B)pq + Mg(x_0\gamma' - y_0\gamma), \quad &\frac{d\gamma''}{dt} = q\gamma - p\gamma', \end{aligned}$$

où il est inutile de rappeler des notations classiques. On a les intégrales premières

$$\gamma^2 + \gamma'^2 + \gamma''^2 = \text{const.}$$

$$Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 - 2Mg\,(x_0\gamma + y_0\gamma' + z_0\gamma'') = \text{const.}$$

Considérons le système formé par les équations

$$(2)\quad \begin{aligned} A\frac{dp}{d\tau} &= \frac{(B-C)qr + Mg(y_0\gamma'' - z_0\gamma')}{Ap^2+Bq^2+Cr^2-2Mg(x_0\gamma+y_0\gamma'+z_0\gamma'')+k(\gamma^2+\gamma'^2+\gamma''^2)+h} \\ \frac{d\gamma}{d\tau} &= \frac{r\gamma' - q\gamma''}{Ap^2+Bq^2+Cr^2-2Mg(x_0\gamma+y_0\gamma'+z_0\gamma'')+k(\gamma^2+\gamma'^2+\gamma''^2)+h} \end{aligned}$$

et les quatre équations analogues, qui diffère seulement du

système (1) par la présence d'un dénominateur commun dans le second membre, et la variable τ remplaçant la variable t; h et k désignent deux constantes positives telles que l'expression

$$k(\gamma^2+\gamma'^2+\gamma''^2)-2Mg\,(x_0\gamma+y_0\gamma'+z_0\gamma'')+h$$

soit toujours positive.

Il est clair que le système (2) rentre dans le type des équations différentielles dont j'ai parlé plus haut, et le domaine I est pour la variable τ l'ensemble de toutes les valeurs réelles. *On pourra donc obtenir*

$$p,\, q,\, r,\, \gamma,\, \gamma',\, \gamma''$$

sous formes de séries convergentes pour toute valeur réelle de τ. Mais en se reportant aux intégrales premières qu'admet le système (2) comme le système (1), on voit que l'on aura

$$\tau=\alpha t+\beta$$

α et β étant des constantes, et par suite *on a les intégrales du système* (1) *sous formes de séries convergentes pour toute valeur réelle de t.*

2. — Prenons, comme autre exemple, les équations

$$\frac{d^2x_i}{dt^2}=\frac{\partial U}{\partial x_i} \qquad (i=1,2,\ldots,n)$$

où U est une fonction de $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Nous avons le système

$$\left.\begin{aligned}\frac{dx'_i}{dt}&=\frac{\partial U}{\partial x_i}\\ \frac{dx_i}{dt}&=x'_i\end{aligned}\right\} \qquad (i=1,2,\ldots,n)$$

avec l'intégrale première

$$x'^2_1+\ldots+x'^2_n-2U=\text{const.}$$

Considérons alors le système

$$\frac{dx'_i}{d\tau} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x_i}}{x'^2_1 + \ldots + x'^2_n - 2U}$$

$$\frac{dx_i}{d\tau} = \frac{x'_i}{x'^2_1 + \ldots + x'^2_n - 2U}.$$

Si la fonction $U(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ est continue et positive pour toutes les valeurs réelles des x, et si les seconds membres des équations précédentes ont leurs dérivées partielles du premier ordre par rapport aux x et aux x' toujours inférieures à un nombre fixe, on pourra encore appliquer la même remarque, et on pourra obtenir les x et les x' par des séries convergentes pour toutes les valeurs réelles de τ. On aura encore ici

$$\tau = \alpha t + \beta$$

α et β étant des constantes. Il est clair que les conditions indiquées se trouveront réalisées dans des cas très étendus.

3. — On peut prendre d'une manière plus générale les équations canoniques

$$\frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i}$$
$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

Si la fonction $H(p_1, p_2, \ldots, p_n, q_1, \ldots, q_n)$ est continue et positive pour toutes les valeurs réelles des p et q, et si les quotients

$$\frac{\frac{\partial H}{\partial q_i}}{H}, \qquad \frac{\frac{\partial H}{\partial p_i}}{H}$$

ont leurs dérivées partielles du premier ordre toujours moindres qu'un nombre fixe, on pourra considérer le système

$$\frac{dp_i}{d\tau} = -\frac{\frac{\partial H}{\partial q_i}}{H}$$

$$\frac{dq_i}{d\tau} = \frac{\frac{\partial H}{\partial p_i}}{H}$$

et avoir des développements des p et q valables pour toute valeur de τ; à cause de l'intégrale première

$$H = \text{const.}$$

on aura encore une relation linéaire entre t et τ.

4. — Permettez-moi, en terminant, de vous faire une remarque d'une autre nature, mais qui se rapporte également aux questions d'approximations successives. Dans un récent cahier des " Atti de l'Académie de Turin ", je viens de lire un remarquable article de M. Niccoletti sur la dépendance entre les intégrales d'un système d'équations différentielles et les constantes arbitraires de l'intégration. C'est une étude dont je me suis occupé de mon côté il y a déjà quelque temps; j'ai en 1895 rédigé un petit travail que M. Darboux a inséré dans le tome IV de son grand ouvrage sur la *Théorie des surfaces* et où je parle incidemment de cette question. J'examine en particulier (p. 364) un problème qui a quelque rapport avec ceux que traite M. Niccoletti; je me borne à une seule équation, mais l'extension à un nombre quelconque d'équations se fait facilement. Je dois ajouter que M. Bendixon s'est aussi occupé de questions analogues, comme vous pouvez le voir dans le " Bulletin de la Société mathématique " en 1897.

Sugli sviluppi in serie di soluzioni eccezionali dell'elasticità;

Nota del Prof. GIUSEPPE LAURICELLA della R. Università di Catania.

Nella mia Nota: *Sulla propagazione del calore* (¹), dimostrai che una funzione arbitraria può sempre decomporsi in due parti, di cui l'una equivale ad una temperatura stazionaria, l'altra ad una serie finita o indefinita di soluzioni eccezionali delle equazioni del calore. Volendo qui trattare del moto dei solidi elastici isotropi, potremmo nella stessa guisa decomporre le due funzioni arbitrarie, rappresentanti gli spostamenti e le velocità iniziali, ciascuna in due parti, delle quali potremmo anche dare facilmente i significati meccanici. Però mi è parso più conveniente di partire da un altro punto di vista, il quale apparisce spontaneo dal pensare che le condizioni ai limiti devono essere soddisfatte dagli spostamenti e dalle velocità in ogni istante, e che perciò è naturale di ammettere che siano soddisfatte anche nell'istante iniziale.

Dietro questa ipotesi non ci rimane che di dimostrare la sviluppabilità degli spostamenti e delle velocità iniziali in serie delle corrispondenti soluzioni eccezionali delle equazioni delle vibrazioni dei solidi elastici, estendendo il metodo adoperato in quella Nota.

È facile poi comprendere come con la scorta della presente Nota e di quella ora citata, sia agevole fare lo studio della medesima quistione in altri rami della fisica-matematica.

1. — Come è noto, il problema del moto dei solidi elastici isotropi, quando le forze esterne e le tensioni al contorno sono

(¹) " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", anno 1897-98.

costanti rispetto al tempo, si riduce ad un problema di equilibrio ed all'integrazione delle equazioni indefinite:

$$(1)\quad \begin{cases} -\rho \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = L\Delta^2 u + (L+k)\dfrac{\partial \theta}{\partial x} \\ -\rho \dfrac{\partial^2 v}{\partial t^2} = L\Delta^2 v + (L+k)\dfrac{\partial \theta}{\partial y} \\ -\rho \dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} = L\Delta^2 w + (L+k)\dfrac{\partial \theta}{\partial z} \end{cases}$$

con le condizioni ai limiti

$$(2)\quad \begin{cases} (k\theta + 2L\gamma_{11})\dfrac{\partial x}{\partial n} + L\gamma_{12}\dfrac{\partial y}{\partial n} + L\gamma_{13}\dfrac{\partial z}{\partial n} = 0 \\ L\gamma_{21}\dfrac{\partial x}{\partial n} + (k\theta + 2L\gamma_{22})\dfrac{\partial y}{\partial n} + L\gamma_{23}\dfrac{\partial z}{\partial n} = 0 \\ L\gamma_{31}\dfrac{\partial x}{\partial n} + L\gamma_{32}\dfrac{\partial y}{\partial n} + (k\theta + 2L\gamma_{33})\dfrac{\partial z}{\partial n} = 0\,, \end{cases}$$

dove

$$\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\,, \quad \gamma_{11} = \frac{\partial u}{\partial y}\,, \ldots \quad \gamma_{23} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\,, \ldots$$

Derivando le (2) rispetto al tempo e ponendo

$$u' = \frac{\partial u}{\partial t}\,, \ldots \quad \theta' = \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z}\,, \quad \gamma'_{11} = \frac{\partial u'}{\partial x}\,, \ldots,$$

risulta

$$(2')\quad \begin{cases} (k\theta' + 2L\gamma'_{11})\dfrac{\partial x}{\partial n} + L\gamma'_{12}\dfrac{\partial y}{\partial n} + L\gamma'_{13}\dfrac{\partial z}{\partial n} = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

Queste sono le condizioni ai limiti a cui devono soddisfare le velocità u', v', w' durante tutto il moto. Se si ammette dunque la continuità rispetto al tempo per tutta la durata del moto (l'istante iniziale incluso) degli spostamenti, delle velocità e delle loro derivate prime rispetto ad x, y, z in tutti i punti del corpo

elastico S (i punti del contorno σ compresi), si avrà che gli spostamenti iniziali e le velocità iniziali, per quanto arbitrarii, devono pure soddisfare rispettivamente alle condizioni (2), (2'), che evidentemente sono identiche.

2. — Siano adunque f', f'', f''' le componenti degli spostamenti iniziali, che per ipotesi soddisfano alle (2) ed alle *sei* condizioni del § 2 della mia Memoria: *Sulle vibrazioni dei solidi elastici* [1]. Corrispondentemente a questa terna di funzioni arbitrarie si ha una terna di funzioni u, v, w dei punti del corpo elastico S e della superficie contorno σ, e della variabile complessa k, la quale terna u, v, w, considerata in tutta l'estensione del piano k, gode delle seguenti proprietà [2]:

1° Ha per singolarità una serie indefinita di poli semplici soltanto corrispondente ad una serie di valori reali, positivi e crescenti (valori eccezionali):

$$k_1,\ k_2,\ k_3,\ \dots \tag{3}$$

della variabile k avente il valore limite $k = \infty$;

2° ha per residui in questi poli una serie di terne di funzioni regolari (soluzioni eccezionali):

$$p_1,\ q_1,\ r_1;\quad p_2,\ q_2,\ r_2;\ \dots \tag{4}$$

integrali delle equazioni:

$$\left\{\begin{aligned} &L\Delta^2 p_i + (L+K)\frac{\partial\theta_i}{\partial x} = h_i \rho p_i \\ &L\Delta^2 q_i + (L+K)\frac{\partial\theta_i}{\partial y} = h_i \rho q_i \qquad \text{(nei punti di S)} \\ &L\Delta^2 r_i + (L+K)\frac{\partial\theta_i}{\partial z} = h_i \rho r_i \\ &X_i = Y_i = Z_i = 0\,, \qquad\qquad (\;\;\text{"}\;\;\text{di } \sigma) \end{aligned}\right. \tag{5}$$

[1] "Annali di Matematica pura ed applicata", anno 1897 (Vedasi il § 19 per il caso in cui queste *sei* condizioni non sono soddisfatte).

[2] Mem. cit. e la mia Nota: *Sulle vibrazioni delle piastre elastiche.....*, "Nuovo Cimento", anno 1896.

dove $h_i = -\frac{k_i L}{\rho}$ e dove X_i, Y_i, Z_i sono le espressioni delle tensioni corrispondenti alle funzioni p_i, q_i, r_i;

3° per qualunque valore di k che non fa parte di un certo gruppo infinito di valori reali e positivi, avente il solo valore limite $k = \infty$ e che coincide col gruppo (3) o che lo contiene, è la sola terna di integrali regolari delle equazioni:

$$(6) \quad \begin{cases} \Delta^2 u + \frac{L+K}{L}\frac{\partial\theta}{\partial x} + ku + f' = 0 \\ \Delta^2 v + \frac{L+K}{L}\frac{\partial\theta}{\partial y} + kv + f'' = 0 \quad \text{(nei punti di S)} \\ \Delta^2 w + \frac{L+K}{L}\frac{\partial\theta}{\partial z} + kw + f''' = 0\,, \\ X_u = Y_v = Z_w = 0. \qquad (\quad \text{»} \quad \text{di } \sigma) \end{cases}$$

Può darsi che la serie dei valori (3) si riduca ad un numero finito s di valori. Questo accadrà quando le funzioni arbitrarie f', f'', f''' sono di tal natura che si abbia in tutto S:

$$f'(x, y, z) = \sum_1^s {}_i p_i, \quad f''(x, y, z) = \sum_1^s {}_i q_i, \quad f'''(x, y, z) = \sum_1^s {}_i r_i.$$

Ora noi qui ci proponiamo di dimostrare che nel caso generale in cui la serie (3) è indefinita si ha analogamente:

$$f'(x, y, z) = \sum_1^\infty {}_i p_i, \quad f''(x, y, z) = \sum_1 {}_i q_i, \quad f'''(x, y, z) = \sum_1^\infty {}_i r_i.$$

3. — Per questo osserveremo anzitutto, che ottenute le prime s soluzioni eccezionali

$$p_1, q_1, r_1; \qquad p_2, q_2, r_2; \; \ldots\ldots \; p_s, q_s r_s,$$

per ottenere la $(s+1)^{\text{esima}}$ si procede nel seguente modo. Si considerano le equazioni

$$
(7)\qquad \begin{cases}
\Delta^2 u_0 + A \dfrac{\partial \theta_0}{\partial x} + f' - \sum_1^s {}_i p_i = 0 \\[2mm]
\Delta^2 v_0 + A \dfrac{\partial \theta_0}{\partial y} + f'' - \sum_1^s {}_i q_i = 0 \\[2mm]
\Delta^2 w_0 + A \dfrac{\partial \theta_0}{\partial z} + f''' - \sum_1^s {}_i r_i = 0\,, \\[2mm]
\Delta^2 u_1 + A \dfrac{\partial \theta_1}{\partial x} + u_0 = 0 \\[2mm]
\Delta^2 v_1 + A \dfrac{\partial \theta_1}{\partial y} + v_0 = 0 \qquad \text{(nei punti di S)} \\[2mm]
\Delta^2 w_1 + A \dfrac{\partial \theta_1}{\partial z} + w_0 = 0\,, \\[2mm]
\dots\dots\dots\dots \\
\dots\dots\dots\dots
\end{cases}
$$

$$
(7')\qquad \begin{cases}
X_0 = Y_0 = Z_0 = 0\,, \\
X_1 = Y_1 = Z_1 = 0\,, \qquad \text{(nei punti di } \sigma) \\
\dots\dots\dots \\
\dots\dots\dots
\end{cases}
$$

nelle quali si è posto $A = \frac{L+K}{L}$; si formano le espressioni

$$W_{m,n} = \int_S (u_m u_n + v_m v_n + w_m w_n)\, dS\,,$$

che godono delle proprietà

$$W_{m.n} = W_{m-r.\,n+r} = W_{m+n}\,,$$

$$\lim_{m=\infty} \frac{W_m}{W_{m-1}} = \frac{1}{k_{s+1}}\,,$$

$$(8)\qquad \frac{W_1}{W_0} < \frac{W_2}{W_1} < \dots < \frac{1}{k_{s+1}}\,;$$

e poi si considerano le serie

$$u = u_0 + u_1 k + u_2 k^2 + \dots$$
$$v = v_0 + v_1 k + v_2 k^2 + \dots$$
$$w = w_0 + w_1 k + w_2 k^2 + \dots,$$

le quali per $|k| < k_{s+1}$ sono certamente convergenti in ugual grado e soddisfano alle equazioni:

$$\Delta^2 u + A\frac{\partial\theta}{\partial x} + ku + f' - \sum_1^s {}_i p_i = 0$$

$$\Delta^2 v + A\frac{\partial\theta}{\partial y} + kv + f'' - \sum_1^s {}_i q_i = 0 \quad \text{(nei punti di S)}$$

$$\Delta^2 w + A\frac{\partial\theta}{\partial z} + kw + f''' - \sum_1^s {}_i r_i = 0,$$

$$X = Y = Z = 0, \qquad (\quad \text{»} \quad \text{di } \sigma)$$

mentre per $k = k_{s+1}$ hanno un polo semplice i cui residui rappresentano appunto la $(s+1)^{\text{esima}}$ soluzione eccezionale p_{s+1}, q_{s+1}, r_{s+1}.

4. — Premesso ciò ed ammessa l'esistenza e la continuità delle derivate dei primi tre ordini delle funzioni f', f'', f''', si ponga

$$F' = f' - \sum_1^s {}_i p_i, \qquad F'' = f'' - \sum_1^s {}_i q_i, \qquad F''' = f''' - \sum_1^s {}_i r_i$$

$$b' = \Delta^2 f' + A\frac{\partial\theta_f}{\partial x}, \quad b'' = \Delta^2 f'' + A\frac{\partial\theta_f}{\partial y}, \quad b''' = \Delta^2 f''' + A\frac{\partial\theta_f}{\partial z}$$

$$\left(\theta_f = \frac{\partial f'}{\partial x} + \frac{\partial f''}{\partial y} + \frac{\partial f'''}{\partial z}\right)$$

$$B' = b' + \sum_1^s {}_i k_i p_i, \quad B'' = b'' + \sum_1^s {}_i k_i q_i, \quad B''' = b''' + \sum_1^s {}_i k_i r_i,$$

e si formino le espressioni

$$
(9)\quad \left\{
\begin{aligned}
V' &= \int_S \Big\{ (A-1)\theta_B^2 + 2(\gamma_{11}^{(B)})^2 + 2(\gamma_{22}^{(B)})^2 + 2(\gamma_{33}^{(B)})^2 + (\gamma_{23}^{(B)})^2 + \\
&\qquad + (\gamma_{31}^{(B)})^2 + (\gamma_{12}^{(B)})^2 \Big\} dS \\
V'' &= -\int_S \Big\{ (A-1)\theta_B\theta_F + 2\gamma_{11}^{(B)}\gamma_{11}^{(F)} + 2\gamma_{22}^{(B)}\gamma_{22}^{(F)} + 2\gamma_{33}^{(B)}\gamma_{33}^{(F)} + \\
&\qquad + \gamma_{23}^{(B)}\gamma_{23}^{(F)} + \gamma_{31}^{(B)}\gamma_{31}^{(F)} + \gamma_{12}^{(B)}\gamma_{12}^{(F)} \Big\} dS \\
V''' &= \int_S \Big\{ (A-1)\theta_F^2 + \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \Big\} dS \\
V'''' &= \int_S \Big\{ (A-1)\theta_F\theta_0 + \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \Big\} dS \\
V_0 &= \int_S \Big\{ (A-1)\theta_0^2 + . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \Big\} dS \\
W' &= \int_S (B'^2 + B''^2 + B'''^2)\, dS \\
W'' &= -\int_S (B'F' + B''F'' + B'''F''')\, dS \\
W''' &= \int_S (F'^2 + \; . \; . \; . \;)\, dS \\
W'''' &= \int_S (F'u_0 + \; . \; . \; . \;)\, dS,
\end{aligned}
\right.
$$

dove gli apici (B), (F), (0) stanno ad indicare che le corrispondenti espressioni si riferiscono rispettivamente alle funzioni B', B'', B'''; F', F'', F'''; u_0, v_0, w_0.

Osservando che le funzioni F', F'', F''' soddisfano alle equazioni

$$
(10)\quad \left\{
\begin{aligned}
&\Delta^2 F' + A\frac{\partial \theta_F}{\partial x} = B' \\
&\Delta^2 F'' + A\frac{\partial \theta_F}{\partial y} = B'' \\
&\Delta^2 F''' + A\frac{\partial \theta_F}{\partial z} = B''', \\
&X_F = Y_F = Z_F = 0,
\end{aligned}
\right.
$$

e servendosi delle (7), (7′), è facile dimostrare, mediante integrazioni per parti, che si ha:

$$
(11)\left\{\begin{aligned}
V'' &= \int_S \Big\{ B'\Big(\Delta^2 F' + A\frac{\partial\theta_F}{\partial x}\Big) + B''\Big(\Delta^2 F'' + A\frac{\partial\theta_F}{\partial y}\Big) + \\
&\qquad + B'''\Big(\Delta^2 F''' + A\frac{\partial\theta_F}{\partial z}\Big)\Big\} dS = W' \\
V''' &= -\int_S \Big\{ F'\Big(\Delta^2 F' + A\frac{\partial\theta_F}{\partial x}\Big) + \ldots \Big\} dS = W'' \\
V'''' &= -\int_S \Big\{ F'\Big(\Delta^2 u_0 + A\frac{\partial\theta_0}{\partial x}\Big) + \ldots \Big\} dS = W''' \\
V_0 &= -\int_S \Big\{ u_0\Big(\Delta^2 u_0 + A\frac{\partial\theta_0}{\partial x}\Big) + \ldots \Big\} dS = W''''.
\end{aligned}\right.
$$

5. — Indicando con α e β due costanti qualsiasi si ha:

$$
(12)\qquad \int_S \Big\{(A-1)(\alpha\theta_B - \beta\theta_F)^2 + 2(\alpha\gamma_{11}^{(B)} - \beta\gamma_{11}^{(F)})^2 + \ldots\Big\} dS \geq 0.
$$

Ora per l'ipotesi fatta circa all'essere indefinita la serie (3), il segno inferiore non può aver luogo. Infatti per la continuità in tutto S e σ delle espressioni $\theta_B, \gamma_{11}^{(B)}, \ldots\ldots;\ \theta_F, \gamma_{11}^{(F)}, \ldots\ldots$ si avrebbe allora da per tutto:

$$
\theta_B = \frac{\beta}{\alpha}\theta_F, \qquad \gamma_{11}^{(B)} = \frac{\beta}{\alpha}\gamma_{11}^{(F)}, \quad \ldots \quad \gamma_{23}^{(B)} = \frac{\beta}{\alpha}\gamma_{23}^{(F)}, \ldots;
$$

e quindi

$$
B' = \frac{\beta}{\alpha}F' + c_2 z - c_3 y + k_1, \qquad B'' = \frac{\beta}{\alpha}F'' + c_3 x - c_1 z + k_2,
$$
$$
B''' = \frac{\beta}{\alpha}F''' + c_1 y - c_2 x + k_3,
$$

dove $c_1, c_2, c_3, k_1, k_2, k_3$ sono delle convenienti costanti.

Intanto, poichè f', f'', f''' soddisfano alle *sei* equazioni dell'equilibrio di un sistema rigido e poichè, come risulta dalle (5) e dalle (10), vi soddisfano pure le p_i, q_i, r_i; B', B'', B''' (1), si ha che anche

$$
c_2 z - c_3 y + k_1, \qquad c_3 x - c_1 z + k_2, \qquad c_1 y - c_2 x + k_3
$$

(1) Cesàro, *Introduzione alla teoria matematica dell'elasticità*, Parte 1ª, cap. V, § 2.

devono soddisfare a queste *sei* equazioni, le quali ci dànno *sei* equazioni lineari omogenee nelle quantità c_1, c_2, c_3, k_1, k_2, k_3. Scegliendo una volta per sempre gli assi x, y, z in modo che il determinante dei coefficienti di queste quantità sia diverso da zero, risulterà:

$$c_1 = c_2 = c_3 = k_1 = k_2 = k_3 = 0,$$

e quindi dalle (10):

$$(10') \quad \left\{ \begin{aligned} &\Delta^2 F' + A \frac{\partial \theta_F}{\partial x} = \frac{\beta}{\alpha} F' \\ &\Delta^2 F'' + A \frac{\partial \theta_F}{\partial y} = \frac{\beta}{\alpha} F'' \\ &\Delta^2 F''' + A \frac{\partial \theta_F}{\partial z} = \frac{\beta}{\alpha} F''', \\ &X_F = Y_F = Z_F = 0. \end{aligned} \right.$$

Queste equazioni ci dicono che F', F'', F''' o sono identicamente nulle o formano una soluzione eccezionale. In tutti i casi però risulterebbe f', f'', f''' uguale ad una serie finita di s o di $s+1$ soluzioni eccezionali, contrariamente all'ipotesi fatta. Di guisa che, facendo uso delle (9) e delle (11), la (12) ci dà solamente:

$$\alpha^2 V' + 2\alpha\beta W' + \beta^2 W'' > 0,$$

donde

$$\frac{V'}{W'} > \frac{W'}{W''}.$$

Similmente si avrà:

$$\frac{W'}{W''} > \frac{W''}{W'''}, \quad \frac{W''}{W'''} > \frac{W'''}{W''''}, \quad \frac{W'''}{W''''} > \frac{W''''}{W_0}, \quad \frac{W''''}{W_0} > \frac{W_0}{W_1};$$

e riassumendo:

$$\frac{V'}{W'} > \frac{W'}{W''} > \frac{W''}{W'''} > \frac{W'''}{W''''} > \frac{W''''}{W_0} > \frac{W_0}{W_1}.$$

Queste insieme alla (8) ci dànno finalmente:

$$\frac{V'}{W'} > k_{s+1},$$

ossia:

$$W' < \frac{V'}{k_{s+1}}.$$

6. — Trasformiamo ora l'espressione V'. Sostituendo per B', B'', B''' i loro uguali, integrando per parti e facendo uso delle equazioni (5), risulta:

$$V' = \int_S \{(A-1)\theta_b^2 + 2(\gamma_{11}^{(b)})^2 + 2(\gamma_{22}^{(b)})^2 + 2(\gamma_{33}^{(b)})^2 + (\gamma_{23}^{(b)})^2 + (\gamma_{31}^{(b)})^2 + (\gamma_{12}^{(b)})^2\} dS +$$

$$+ \sum_1^s k_i^2 \int_S \{(A-1)\theta_i^2 + 2(\gamma_{11}^{(i)})^2 + 2(\gamma_{22}^{(i)})^2 + 2(\gamma_{33}^{(i)})^2 + (\gamma_{23}^{(i)})^2 + (\gamma_{31}^{(i)})^2 + (\gamma_{12}^{(i)})^2\} dS +$$

$$+ 2\sum_1^s k_i \int_S \{(A-1)\theta_b\theta_i + 2\gamma_{11}^{(b)}\gamma_{11}^{(i)} + 2\gamma_{22}^{(b)}\gamma_{22}^{(i)} + 2\gamma_{33}^{(b)}\gamma_{33}^{(i)} + \gamma_{23}^{(b)}\gamma_{23}^{(i)} + \gamma_{31}^{(b)}\gamma_{31}^{(i)} + \gamma_{12}^{(b)}\gamma_{12}^{(i)}\} dS +$$

$$+ 2\sum_{h,t} k_h k_t \int_S \{(A-1)\theta_h\theta_t + 2\gamma_{11}^{(h)}\gamma_{11}^{(t)} + 2\gamma_{22}^{(h)}\gamma_{22}^{(t)} + 2\gamma_{33}^{(h)}\gamma_{33}^{(t)} + \gamma_{23}^{(h)}\gamma_{23}^{(t)} + \gamma_{31}^{(h)}\gamma_{31}^{(t)} + \gamma_{12}^{(h)}\gamma_{12}^{(t)}\{$$

$$(h \neq t;\ h, t = 1, 2, \ldots s)$$

$$= \int_S \{(A-1)\theta_b^2 + 2(\gamma_{11}^{(b)})^2 + 2(\gamma_{22}^{(b)})^2 + 2(\gamma_{33}^{(b)})^2 + (\gamma_{23}^{(b)})^2 + (\gamma_{31}^{(b)})^2 + (\gamma_{12}^{(b)})^2\} dS +$$

$$+ \sum_1^s k_i^2 \int_S (p_i^2 + q_i^2 + r_i^2)\, dS + 2\sum_1^s k_i^2 \int_S (b' p_i + b'' q_i + b''' r_i)\, dS +$$

$$+ 2\sum_{h,t} k_h k_t^2 \int_S (p_h p_t + q_h q_t + r_h r_t)\, dS.$$

Si considerino le espressioni

$$u' = F' + ku, \qquad v' = F'' + kv, \qquad w' = F''' + kw,$$

che come le u, v, w per $|k| < k_{s+1}$ [in particolare per $k = k_t$ $(t \leq s)$] sono regolari e soddisfano alle equazioni

$$(13)\quad \begin{cases} \Delta^2 u' + A\dfrac{\partial\theta'}{\partial x} + ku' = B' \\ \Delta^2 v' + A\dfrac{\partial\theta'}{\partial y} + kv' = B'' \\ \Delta^2 w' + A\dfrac{\partial\theta'}{\partial z} + kw' = B''', \\ X' = Y' = Z' = 0. \end{cases}$$

Dalla seconda terna di queste equazioni e dalle equazioni in superficie a cui soddisfano le p_i, q_i, r_i si ha, adoprando il teorema del Betti,

$$0 = \int_S \Sigma \left\{ p_t\left(\Delta^2 u' + A\frac{\partial\theta'}{\partial x}\right) - u'\left(\Delta^2 p_t + A\frac{\partial\theta_t}{\partial x}\right)\right\} dS =$$

$$= \int_S (B'p_t + B''q_t + B'''r_t)\, dS =$$

$$= \int_S (b'p_t + b''q_t + b'''r_t)\, dS + \sum_1^s k_i \int_S (p_i p_t + q_i q_t + r_i r_t)\, dS;$$

e poichè per $i \neq t$ si ha

$$\int_S (p_i p_t + q_i q_t + r_i r_t)\, dS = 0\,,$$

resterà

$$0 = \int_S (b'p_t + b''q_t + b'''r_t)\, dS + k_t \int_S (p_t^2 + q_t^2 + r_t^2)\, dS;$$

e quindi:

$$V' = \int_S \left\{ (A-1)\theta_0^2 + 2(\gamma_{11}^{(0)})^2 + \dots \right\} dS - \sum_1^s k_i^3 \int_S (p_i^2 + q_i^2 + r_i^2)\, dS.$$

Questa formola ci dice che l'espressione positiva V' diminuisce al crescere di s, mantenendosi sempre inferiore all'altra espressione finita e fissa

$$\int_S \left\{ (A-1)\theta_0^2 + 2(\gamma_{11}^{(0)})^2 + \dots \right\} dS;$$

e poichè il parametro k_{s+1} al crescere di s aumenta indefinitamente, così avremo finalmente

$$\lim_{s=\infty} W' = 0. \tag{14}$$

7. — Le equazioni (10) ci dànno, facendo uso delle formole (10) della mia citata Memoria,

$$F' - (C_2^{(s)}z - C_3^{(s)}y + K_1^{(s)}) = -\int_S \Sigma g_1 B' dS$$

$$F'' - (C_3^{(s)}x - C_1^{(s)}z + K_2^{(s)}) = -\int_S \Sigma g_2 B' dS$$

$$F''' - (C_1^{(s)}y - C_2^{(s)}x + K_3^{(s)}) = -\int_S \Sigma g_3 B' dS,$$

dove $C_1^{(s)}$, $C_2^{(s)}$, $C_3^{(s)}$, $K_1^{(s)}$, $K_2^{(s)}$, $K_3^{(s)}$ sono convenienti costanti. Da queste formole poi si deduce come al § 3 della stessa Memoria

$$\left\{\begin{array}{l} \{F' - (C_2^{(s)}z - C_3^{(s)}y + K_1^{(s)})\}^2 < RW' \\ \{F'' - (C_3^{(s)}x - C_1^{(s)}z + K_2^{(s)})\}^2 < RW' \\ \{F''' - (C_1^{(s)}y - C_2^{(s)}x + K_3^{(s)})\}^2 < RW' \end{array}\right. \tag{15}$$

con R quantità costante finita ed indipendente dall'indice s.

Integrando ambo i membri di queste disuguaglianze a tutto lo spazio S e sommando, e poi tenendo conto del fatto che F', F'', F''' soddisfano alle solite *sei* equazioni dell'equilibrio dei sistemi rigidi, avremo:

$$\int_S F'^2 dS + \int_S (C_2^{(s)}z - C_3^{(s)}y + K_1^{(s)})^2 dS +$$

$$+ \int_S F''^2 dS + \int_S (C_3^{(s)}x - C^{(s)}z + K_2^{(s)})^2 dS +$$

$$+ \int_S F'''^2 dS + \int_S (C_1^{(s)}y - C_2^{(s)}x + K_3^{(s)})^2 dS < 3RW' \int_S dS$$

ed *a fortiori*:

$$\int_S (C_2^{(s)} z - C_3^{(s)} y + K_1^{(s)})^2 dS < KW'$$

$$\int_S (C_3^{(s)} x - C_1^{(s)} z + K_2^{(s)})^2 dS < KW'$$

$$\int_S (C_1^{(s)} y - C_2^{(s)} x + K_3^{(s)})^2 dS < KW',$$

dove

$$K = 3R \int_S dS.$$

Di qui, ragionando come al § 3 della cit. Mem. e introducendo gli stessi simboli di quel paragrafo, risulterà:

$$(K_1^{(s)})^2 < \frac{K}{I} W', \quad (K_2^{(s)})^2 < \frac{K}{I} W', \quad (K_3^{(s)})^2 < \frac{K}{I} W'$$

$$(C_1^{(s)})^2 < \frac{K}{H} W', \quad (C_2^{(s)})^2 < \frac{K}{H} W', \quad (C_3^{(s)})^2 < \frac{K}{H} W',$$

con H, I quantità positive e diverse dallo *zero*.

Passando al limite in queste formole e nelle (15) per $s = \infty$, si ottiene in forza della (14):

$$\lim_{s=\infty} \{ F' - (C_2^{(s)} z - C_3^{(s)} y + K_1^{(s)}) \} = \lim_{s=\infty} \{ F'' - (C_3^{(s)} x - C_1^{(s)} z + K_2^{(s)}) \} =$$

$$= \lim_{s=\infty} \{ F''' - (C_1^{(s)} y - C_2^{(s)} x + K_3^{(s)}) \} = 0$$

$$\lim_{s=\infty} C_1^{(s)} = \lim_{s=\infty} C_2^{(s)} = \lim_{s=\infty} C_3^{(s)} = \lim_{s=\infty} K_1^{(s)} = \lim_{s=\infty} K_2^{(s)} = \lim_{s=\infty} K_3^{(s)} = 0,$$

ossia:

$$\lim_{s=\infty} F' = \lim_{s=\infty} F'' = \lim_{s=\infty} F''' = 0\ ;$$

e queste ci dànno, appunto come si voleva dimostrare,

$$f' = \sum_1^\infty{}_i\, p_i, \qquad f'' = \sum_1{}_i\, q_i, \qquad f''' = \sum_1^\infty{}_i\, r_i\,.$$

8. — Nello stesso modo se φ', φ'', φ''' sono le velocità iniziali, che per ipotesi soddisfano anch'esse alle equazioni (2) ed alle *sei* equazioni di equilibrio dei sistemi rigidi, e se

$$p'_1,\ q'_1,\ r'_1;\ p'_2,\ q'_2,\ r'_2;\ \dots$$

è la corrispondente serie di soluzioni eccezionali, risulterà:

$$\varphi' = \sum_1^s {}_i\, p'_i\,, \qquad \varphi'' = \sum_1^s {}_i\, q'_i\,, \qquad \varphi''' = \sum_1^s {}_i\, r'_i$$

oppure

$$\varphi' = \sum_1^\infty {}_i\, p'_i\,, \qquad \varphi'' = \sum_1^\infty {}_i\, q'_i\,, \qquad \varphi''' = \sum_1^\infty {}_i\, r'_i\,,$$

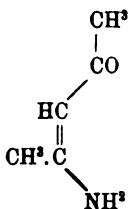
secondo che questa serie di soluzioni eccezionali è finita o indefinita.

Girgenti, Agosto 1898.

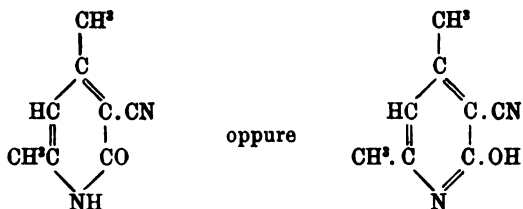
Ossipiridine dai βdichetoni;

Nota del Socio ICILIO GUARESCHI.

In un precedente lavoro (1) io ho studiato l'azione dell'etere cianacetico sulla acetilacetonamina:

---

(1) *Nuovo metodo di sintesi dei composti idropiridinici*, Nota II (" Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", 1893, vol. XXVIII).

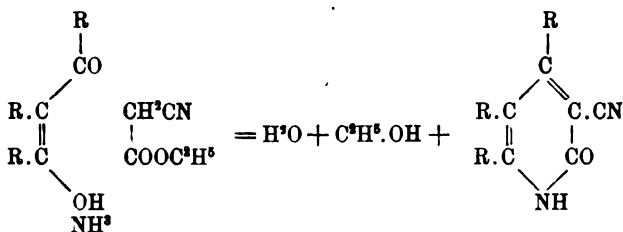
che appositamente preparai dall'acetilacetone; ed ottenni due prodotti: l'uno, β*ciana*α'γ*dimetil*α*ossipiridina*:

```
      CH³                           CH³
      |                             |
      C                             C
     / \\                          / \\
   HC    C.CN                    HC    C.CN
   ||    |          oppure       ||    |
 CH³C    CO                  CH³.C    C.OH
     \  /                          \  //
      NH                             N
```

fusibile 288°-289° e dal quale per riduzione con polvere di zinco ottenni la dimetilpiridina 2.6; e l'altro $C^{10}H^{13}NO^{3}$ fusibile 135°.5-136°.5 del quale dovrò di nuovo occuparmi.

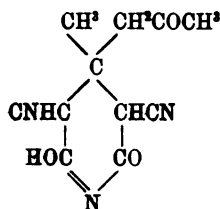
In quell'occasione dissi che speravo di ottenere nuovi composti diidropiridinici estendendo quella reazione ad altri β dichetoni simili quali il mesometilacetilacetone, l'acetilpropionilmetano ecc. Nel caso dell'acetilacetone ho allora operato per via secca cioè scaldai direttamente l'acetilacetonamina con l'etere cianacetico.

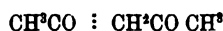
Ora ho voluto vedere se sperimentando per via umida coll'acetilacetone, etere cianacetico ed ammoniaca si otteneva uno solo dei due prodotti e precisamente il composto fusibile 288°-289° e così poter meglio spiegare in seguito la formazione del secondo prodotto fusibile 135°.5-136°.5 ottenuto allora.

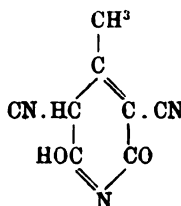
La mia previsione si avverrò ed ora si ha un altro metodo facile per ottenere numerosi derivati idropiridinici e piridinici, senza bisogno di preparare prima le acetonamine corrispondenti ai β dichetoni, sui quali si vuole esperimentare. La reazione generale si può esprimere nel modo seguente, rappresentando il β dichetone nella forma in parte enolica:

```
        R                                                 R
        |                                                 |
        CO                                                C
       /                                                 / \\
   R.C        CH²CN                                  R.C     C.CN
     ||       |          = H²O + C²H⁵.OH +             ||     |
   R.C        COOC²H⁵                                R.C     CO
       \                                                 \  /
        OH                                                NH
        NH³
```

Colle amine si hanno i derivati NR corrispondenti. Naturalmente che nella sovrascritta reazione si può ammettere che per l'azione dell'ammoniaca sul β dichetone, si formi prima la acetonamina corrispondente, la quale poi reagirebbe coll'etere cianacetico.

Era anche da supporsi che l'acetilacetone si comportasse come il metiletilchetone ed altri chetoni cioè fornisse il composto:

```
    CH³ CH²COCH³
      \ /
       C
      / \
 CNHC     CHCN
    |     |
  HOC     CO
      \\ /
       N
```

oppure si scindesse in:

$$CH^3CO \,\vdots\, CH^2CO\,CH^3$$

e formasse il composto bicianico:

```
         CH³
         |
         C
        / \\
 CN.HC       C.CN
     |       |
   HOC       CO
       \\  /
         N
```

Ma sino ad ora non ho ottenuto questi composti.

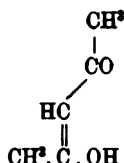
Lo studio di questa reazione generale è importante sotto un altro punto di vista; non solamente perchè con essa ottiensi una serie di derivati cianici idropiridinici ma inoltre perchè riducendo questi derivati si ottengono le piridine corrispondenti. Nel lavoro sovraricordato ho detto che riducendo il β*cian*α'γ*dimetil*α*piridone* si ottiene dell'αγ*dimetilpiridina*. Analogamente riducendo il composto che ottengo col metilacetilacetone si forma la *trimetilpiridina contigua* 2.3.4 sulla quale riferirò in un'altra nota. Si ha così un mezzo per ottenere molte piridine e specialmente piridine trisostituite che in altro modo non si possono preparare.

I.

Azione dell'acetilacetone sull'etere cianacetico in presenza di ammoniaca.

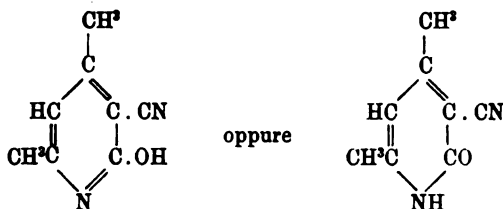
L'acetilacetone adoperato in queste ed in altre esperienze fu in parte preparato in laboratorio col metodo di Claisen e in parte proveniva dalla nota fabbrica di Kahlbaum. Bolliva 135°-136°.

È molto probabile che questo dichetone contenga un solo carbonile chetonico e che il secondo carbonile vi sia nella forma enolica; io lo rappresento colla formola:

```
      CH³
      |
      CO
     /
   HC
   ||
CH³.C.OH
```

βCIAN γα' DIMETIL α OSSIPIRIDINA.

Mescolo 10 gr. di acetilacetone con 22 gr. di etere cianacetico poi aggiungo 23 cm³ di ammoniaca a 0.914. Appena aggiunta ammoniaca il liquido si rappiglia in massa solida, bianca, cristallina, con sviluppo di colore, ma non molto. Il liquido in cui è immersa la poltiglia cristallina è giallo. Dopo 24 ore raccolgo i cristalli, che lavo bene con acqua; ricristallizzo il prodotto dell'acqua bollente.

Questo è in bei cristalli incolori, fusibili a 288°-289° che hanno la composizione e le proprietà della β*cian* γα' *dimetil* α *ossipiridina* o β *cian* γα' *dimetil* α *piridone:*

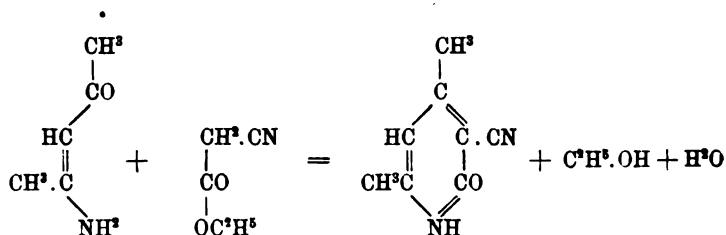
```
      CH³                           CH³
      |                             |
      C                             C
     / \\                          / \\
   HC    C.CN                    HC    C.CN
   ||    |          oppure       ||    |
 CH³C    C.OH                  CH³C    CO
     \  //                         \  /
      N                             NH
```

già da me descritto nelle memorie sopra ricordate.

Nel modo indicato si ottiene più del 90 % della quantità teorica di prodotto. Anche lasciando molti giorni la miscela a sè non aumenta la rendita.

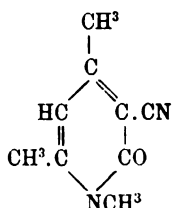
Ho voluto vedere se facendo agire prima l'ammoniaca concentrata sull'acetilacetone e poi l'etere cianacetico si otteneva lo stesso prodotto.

5 gr. di acetilacetone trattai con 15 cm^3 di ammoniaca a 0.914 e subito ottenni una massa solida bianca che lasciata a sè a poco a poco diventò liquida e diede un liquido limpido giallognolo; dopo 24 ore aggiungo 11 gr. di etere cianacetico e dopo alcune ore si ha al fondo una massa cristallina che va aumentando lentamente e anche dopo molti giorni continua a separarsi del prodotto cristallino, che è però sempre fusibile a 288°-289° ed identico al composto sovraccennato.

Si forma dunque in ogni caso l'*acetilacetonamina* che reagisce poi coll'etere cianacetico nel modo seguente:

```
       CH3                                   CH3
        |                                     |
        CO                                    C
       /                                     / \\
    HC               CH2.CN              HC      C.CN
    ||         +      |           =      ||      |       + C2H5.OH + H2O
  CH3.C               CO               CH3C      CO
       \              |                     \   //
        NH2          OC2H5                    NH
```

Questo composto, che ho già descritto nella nota sovracitata, ha sapore *amaro* come il suo derivato metilico ed i corrispondenti derivati del metilacetilacetone.

N metil β cian γ α' dimetil α ossipiridina:

```
           CH3
            |
            C
           / \\
        HC     C.CN
        ||     |
     CH3.C     CO
           \  /
           NCH3
```

Si ottiene mescolando 10 gr. di acetilacetone con 12 cm^3 di etere cianacetico poi aggiungendovi 14 cm^3 di metilamina

al 20 $^0/_0$; il liquido si fa omogeneo, giallo, e si nota sviluppo di molto calore. Il liquido limpido, dopo alcuni minuti comincia a depositare degli stupendi cristalli incolori, brillanti, che vanno aumentando. Li raccolgo su filtro dopo alcuni giorni. Lavati con acqua, si possono ricristallizzare tanto dall'acqua bollente quanto dall'alcol diluito e caldo. Cristallizza bene quando si scioglie nell'acqua bollente cui si va a poco a poco aggiungendo dell'alcol. Un documento di azoto diede il risultato seguente:

Gr. 0.2142 di sostanza fornirono 33.2 cm³ di azoto a 13° e 732 mm. L'azoto non era combustibile.

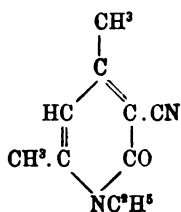
Da cui:

	trovato	calcolato per $C^9H^{10}N^2O$
N $^0/_0$	17.52	17.28

L' N *metil* γ α' *dimetil* α *ossipiridina* cristallizza in grossi prismi brillanti, solubili nell'acqua bollente, poco nell'acqua fredda, solubile nell'alcol da cui cristallizza bene. È più solubile nell'acqua del suo corrispondente composto fusibile a 288°-289°. Ha sapore *molto amaro*, fonde a 203°-204°.

La soluzione non precipita col nitrato d'argento.

N-*Etil* β *cian* γ α' *dimetil* α *ossipiridina*

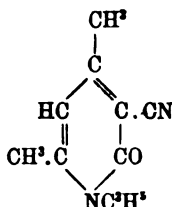
```
            CH³
            |
            C
          /   \\
      HC        C.CN
      ||        |
  CH³.C         CO
        \     /
         NC²H⁵
```

10 cm³ di acetilacetone sono mescolati con 12 cm³ di etere cianacetico poi con 13 cm³ di *etilamina* al 33 $^0/_0$ e poca acqua. Il liquido è torbido, sviluppa poco calore ed alla superficie si porta un olio che dopo lungo tempo cade al fondo e cristallizza in massa bruna. Questa, raccolta, lavata, e spremuta al torchio viene ricristallizzata dall'alcol al 56 $^0/_0$.

Gr. 0.1238 di sostanza fornirono 17 cm³ di N a 16° e 746 mm. Per cui:

	trovato	calcolato per $C^{10}H^{12}N^2O$
N %	15.50	15.90

L'N-etil β cian γ α'-dimetil α ossipiridina si ha in bei cristalli prismatici incolori, pochissimo solubili nell'acqua, solubili nell'alcol. Fonde a 174°-175°.

N-allil β cian γ α' dimetil α ossipiridina

```
          CH³
           |
           C
         /   \\
      HC       C.CN
      ||       |
  CH³.C        CO
        \     /
         NC³H⁵
```

Mescolando 2.5 cm³ di acetilacetone con 6 cm³ di etere cianacetico e 8 cm³ di allilamina pura si sviluppa calore e si ha un liquido omogeneo giallo. Rimane liquido anche dopo molti giorni. Aggiungo dell'acqua e dopo lungo tempo cristallizza. Il prodotto ricristallizzato dall'acqua bollente fonde costantemente a 114°:

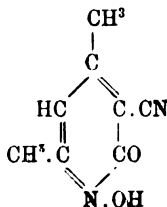
Gr. 0.1554 di sostanza fornirono 21°.2 cm³ di N a 22° e 745 mm.

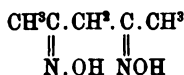
Da cui:

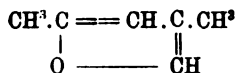
	trovato	calcolato per $C^{11}H^{12}N^2O$
N %	15.0	14.89

Bei cristalli incolori, aghiformi, duri, fragili, fusibili a 114°.

Azione dell'acetilacetone sull'etere cianacetico in presenza di idrossilamina. — Ho voluto vedere se potevo ottenere la ossima seguente:

```
          CH³
           |
           C
         /   \\
      HC       C.CN
      ||       |
  CH³.C        CO
        \\     /
          N.OH
```

Ho mescolato 5 cm^3 di acetilacetone con 12 cm^3 di etere cianacetico, poi aggiunsi 11 gr. di cloridrato di idrossilamina previamente sciolti in una soluzione di circa 6 gr. di carbonato sodico Na^2CO^3 in 40 cm^3 di acqua. Non si sviluppa calore. Vi ha reazione viva con sviluppo di CO^2. Si ha un liquido acquoso incoloro e un liquido oleoso sovrastante. Dopo 12-18 ore si osservano nel fondo dei bei cristalli brillanti colorati in azzurrognolo. Raccolto e ricristallizzato dall'acqua calda il composto si ha in bei cristalli duri brillanti fusibili a 147°-148° in liquido incoloro, con tutti i caratteri della *acetilacetdiossima* di A. Combes, cioè:

$$\begin{array}{l} CH^3C.CH^2.C.CH^3 \\ \quad\;\; \| \qquad\;\; \| \\ \quad\; N.OH\; NOH \end{array}$$

Insieme a questi cristalli si forma un olio che ha i caratteri dell'anidride bollente 141°-142°:

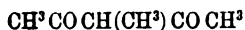
$$\begin{array}{l} CH^3.C === CH.C.CH^3 \\ \quad\;\;\, | \qquad\qquad\;\; \| \\ \quad\;\;\, O \;\text{———}\; CH \end{array}$$

già ottenuta da Combes (1) e da Zedel (2).

In queste condizioni pare che l'etere cianacetico non prenda parte alla reazione. Ma probabilmente ritornerò su questa reazione.

II.

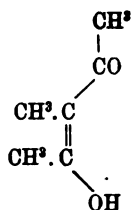
Azione del m. metilacetilacetone sull'etere cianacetico in presenza di ammoniaca e di amine.

Lo studio dei derivati del m. metilacetilacetone:

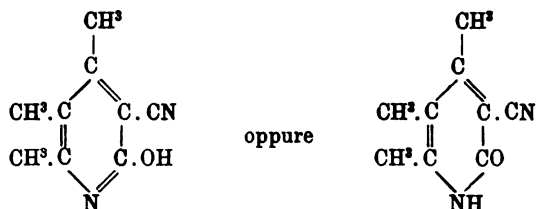
$$CH^3 CO CH(CH^3) CO CH^3$$

(1) A. Combes, " Ann. de Chim. et de Phys. ", (6), 12, pag. 215 e " Bull. Soc. chim. ", (2), 50, pag. 146.

(2) " Berichte ", XXI, pag. 2178.

che è meglio scrivere con:

```
          CH³
          |
          CO
         /
  CH³.C
      ||
  CH³.C
       \
        OH
```

è interessante perchè si può da esso ottenere una nuova trimetilpiridina o collidina contigua e forse anche un isomero della conina.

β CIAN $\gamma\beta'\alpha'$ TRIMETIL α OSSIPIRIDINA:

```
         CH³                              CH³
         |                                |
         C                                C
        / \\                             / \\
  CH³.C     C.CN                   CH³.C     C.CN
      ||    |          oppure          ||    |
  CH³.C     C.OH                   CH³.C     CO
        \  //                            \  /
         N                                NH
```

Si prepara questo bellissimo composto mescolando 10 cm³ di mesometilacetilacetone con 12 cm³ di etere cianacetico poi aggiungendovi 15 cm³ di ammoniaca a 0.914. Dibattendo, il liquido si fa torbido, a poco a poco sviluppa molto calore, poi si fa limpido, giallo, omogeneo e dopo pochi istanti incomincia a depositare un bel prodotto cristallino e il tutto si rappiglia in massa compatta.

Dopo 24 ore raccolgo la massa cristallina bianca, sul filtro e lavo bene con acqua poi lo ricristallizzo dall'alcol diluito e bollente oppure dall'acido acetico al 50-60 %.

Dalle acque madri ammoniacali si deposita dell'altra sostanza cristallina identica alla prima. Si ottiene così subito circa 80 a 90 % di prodotto purissimo che fonde 305°-306°.

All'analisi diede i risultati seguenti:

I. Gr. 0.1748 di sostanza fornirono 26.4 cm³ di N a 16° e 738 mm.

II. Gr. 0.128 fornirono 19 cm^3 di N a 15° e 744 mm. L'azoto non bruciava.

III. Gr. 0,1544 di sostanza fornirono 0.3742 di CO^2 e 0.0847 di H^2O.

Da cui:

	trovato			calcolato per $C^9H^{10}N^2O$
	I	II	III	
C =	—	—	66.10	66.66
H =	—	—	6.09	6.1
N =	16.90	16.89	—	17.28

La β*cian*α'β'γ*trimetil*α*ossipiridina* (3 cian-4.5.6-trimetilpiridone) cristallizza in bei prismi aghiformi brillanti, incolori, pochissimo solubili nell'acqua fredda e poco anche nell'acqua bollente; alquanto più solubile nell'alcool; 1 p. si scioglie in circa 200 p. di alcol assoluto mentre si scioglie in circa 70 p. di alcol al 70 $^0/_0$; è molto più solubile nell'acido acetico a caldo, da cui cristallizza. Ha sapore *amaro.* Fonde a 305°-306° in liquido scuro quasi nero, con sviluppo di vapori alcalini; ma già a 270° comincia a decomporsi e a imbrunire.

Si scioglie poco anche nell'ammoniaca e la soluzione dà precipitato bianco col nitrato di argento.

Col nitrito sodico e l'acido solforico diluito non si colora.

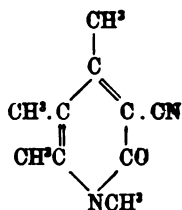
Si scioglie nell'acido solforico concentrato senza colorarsi, anche a caldo; la soluzione solforica trattata con poche goccie di acido nitrico concentrato si colora in giallo.

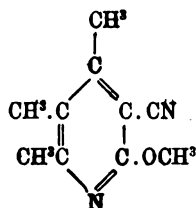
Riduce il permanganato potassico a caldo, mandando odore di acido cianidrico.

Distillato con polvere di zinco fornisce una base di odore piridico acuto, il cui cloroplatinato cristallizza benissimo, e fornisce una percentuale di platino che corrisponde esattamente a quella del cloroplatinato di una *trimetilpiridina* $C^5H^2(CH^3)^3N$, la quale senza dubbio deve essere la *trimetilpiridina contigua* 2.3.4 non ancora conosciuta e che sarà descritta in una prossima nota.

Ridotto in soluzione alcolica bollente col sodio, dà una base di odore acuto che ricorda la piperidina e la conina; non ho ancora studiato questa base ma molto probabilmente sarà la *trimetilpiperidina contigua o vicina* 2.3.4, isomera della conina.

N metil-β cian γ β'α' trimetil α ossipiridina:

$$
\begin{array}{ccc}
 & CH^3 & \\
 & | & \\
 & C & \\
 & \diagup \quad \diagdown\!\!\diagdown & \\
CH^3.C & & C.CN \\
\| & & | \\
CH^3C & & CO \\
 & \diagdown \quad \diagup & \\
 & NCH^3 &
\end{array}
$$

L'ossigeno di questa sostanza deve avere funzione chetonica, a meno che non si voglia ammettere la formola:

$$
\begin{array}{ccc}
 & CH^3 & \\
 & | & \\
 & C & \\
 & \diagup \quad \diagdown\!\!\diagdown & \\
CH^3.C & & C.CN \\
\| & & | \\
CH^3C & & C.OCH^3 \\
 & \diagdown \quad \diagup\!\!\diagup & \\
 & N &
\end{array}
$$

assai poco solubile.

Si mescolano 12 cm^3 di mesometilacetilacetone, bollente a 169°, $CH^3CO.CH(CH^3).CO.CH^3$ con 12 cm^3 di etere cianacetico, poi si aggiungono 40 a 45 cm^3 di soluzione di monometilamina al 20 %. Agitando, si ha quasi subito un liquido giallo, omogeneo e sviluppo di molto calore. Dopo non molto tempo si cominciarono a formare dei cristalli e poi tutto il liquido si rappiglia in massa cristallina. Raccolti i cristalli e lavati con poca acqua si hanno affatto incolori. Il liquido filtrato lasciato a sè 24 ore torna a rappigliarsi in massa cristallina ed il prodotto bruno che si ottiene è identico al primo. Così se ne ha una terza e quarta volta. Evaporate le acque madri si ha dell'altro prodotto. Riunite le varie porzioni che tutte fondono fra 178° e 180° si ricristallizzano dall'alcol diluito o meglio dall'acqua.

Colla metilamina concentrata al 33 % il prodotto che si ottiene è in quantità minore e colorato; ma si ha poi anch'esso affatto incoloro.

I. Gr. 0.1506 di sostanza fornirono 21.8 cm^3 di N a 27° e 741 mm. L'azoto ottenuto non bruciava.

II. Gr. 0.1660 di sostanza diedero 23.4 cm^3 di N a 19° e 748 mm. Quest'analisi fu fatta su un campione preparato con metilamina al 33 %.

Da cui:

	trovato		calcolato per $C^{10}H^{12}N^2O$
	I	II	
N %	15.41	15.81	15.90

L'N-*metil* α'β'γ *trimetil* α *ossipiridina* cristallina in aghi incolori, fusibili a 180°, solubili nell'acqua fredda e molto più a caldo.

Riguardo la solubilità nell'acqua a freddo ho i dati numerici seguenti:

Gr. 28.023 di soluzione acquosa satura a 15° lasciarono 0.162 di sostanza secca a 100°, e gr. 30.214 di soluzione acquosa satura a 15° lasciarono 0.176 di sostanza secca a 100°.

Cioè 1 p. di sostanza si scioglie in 171 p. di acqua a 15°.

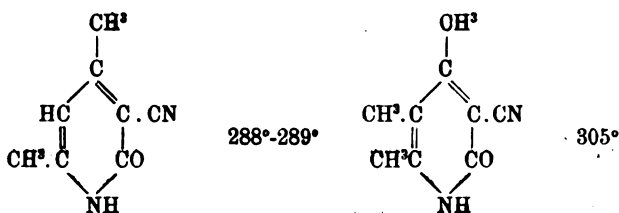
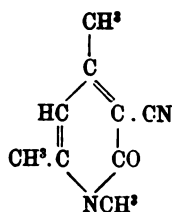
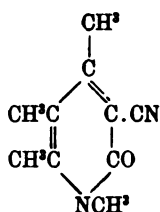
È più solubile nell'acqua del suo corrispondente derivato fusibile a 305°-306°. Ha sapore *amarissimo* che ricorda quello della chinina e del solfato di magnesio, anche in soluzione 1 : 1000.

È solubile nell'alcol.

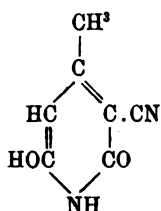
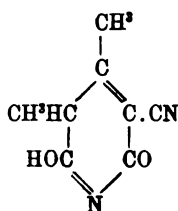
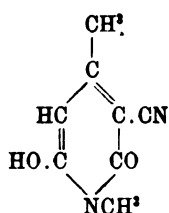
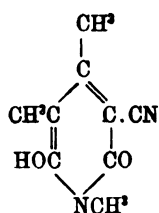
La soluzione acquosa ha reazione neutra e non precipita col nitrato d'argento nemmeno dopo aggiunta di ammoniaca. Si scioglie nell'acido solforico concentrato senza colorarsi ma aggiungendo alla soluzione solforica alcune goccie di acido nitrico si colora in giallo. A caldo si ossida col permanganato potassico facendo effervescenza e sviluppando acido cianidrico.

Nei composti sovradescritti è notevole l'influenza della posizione del metile sul punto di fusione:

```
         CH³                              OH³
         |                                |
         C                                C
       /   \\                           /   \\
     HC      C.CN                 CH³.C      C.CN
     ||      |      288°-289°           ||      |        305°
  CH³.C      CO                   CH³C       CO
       \   /                            \   /
        NH                               NH
```

```
        CH³          diff. 85°          CH³          diff. 125°
        |                               |
        C                               C
      /   \\                          /   \\
    HC     C.CN                  CH³C     C.CN
    ||     |        203°-204°       ||     |        180°
 CH³.C     CO                    CH³C     CO
      \   /                          \   /
       NCH³                           NCH³
```

I tre metili contigui dànno un punto di fusione molto alto che poi si abbassa di 125° quando il NH diventa —NCH^3.

Se invece del metile in α′ vi è un ossidrile (oppure carbonile) allora l'abbassamento del punto di fusione per l'entrata di NCH^3 è molto minore, come si vede nelle seguenti cianglutacomidi (1):

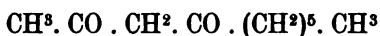
```
        CH³                             CH³
        |                               |
        C                               C
      /   \\                          /   \\
    HC     C.CN                 CH³HC     C.CN
    ||     |        300°-304°        |     |        270°-272°
   HOC     CO                      HOC     CO
      \   /                          \\   /
       NH                              N

        CH³          diff. 15°          CH³          diff. —6°
        |                               |
        C                               C
      /   \\                          /   \\
    HC     C.CN                  CH³C     C.CN
    ||     |        285°            ||     |        264°-265°
  HO.C     CO                      HOC     CO
      \   /                          \   /
       NCH³                           NCH³
```

Relazioni interessanti analoghe si osservano quando si confrontano i composti cianpiridinici delle diverse serie che io ho ottenuto in questi ultimi anni. Farò notare questi rapporti quando avrò terminato lo studio dei composti bicianici che si hanno dalle aldeidi.

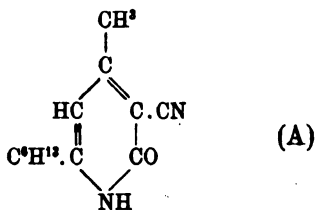
(1) GUARESCHI, *Sintesi di composti piridinici dagli eteri chetonici coll'etere cianacetico in presenza dell'ammoniaca e delle amine*, " Memorie della R. Acc. delle Scienze ", 1895, serie II, vol. XLVI.

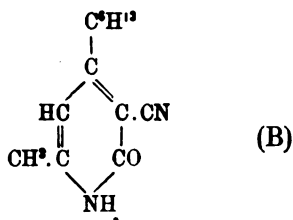
III.

Azione dell'etere cianacetico sull'acetilmetilessilchetone.

Ho voluto studiare l'azione dell'etere cianacetico anche sull'*acetilmetilessilacetone* o *acetileptoilmetano:*

$$CH^3 . CO . CH^2 . CO . (CH^2)^5 . CH^3$$

per vedere se si forma come nei casi precedenti un solo composto:

```
          CH³
          |
          C
        /   \\
      HC     C.CN
      ||     |
C⁶H¹³.C      CO          (A)
        \   /
         NH
```

cioè la *β cian γ metil α' essil α ossipiridina* oppure anche il suo isomero:

```
          C⁶H¹³
          |
          C
        /   \\
      HC     C.CN
      ||     |
  CH³.C      CO          (B)
        \   /
         NH
```

cioè la *β cian γ essil α' metil α ossipiridina*, a cui devono corrispondere due metilessilpiridine isomere.

Trattai 9.9 cm^3 di acetilmetilessilacetone con 6 cm^3 di etere cianacetico ed alla miscela aggiunsi 13 cm^3 di ammoniaca a 0.914. Dibattendo, si ha un liquido torbido che a poco a poco si scalda e dopo alcune ore di agitazione con una turbina Rabe si fa quasi limpido, giallognolo e incomincia a depositare una materia cristallina. Dopo alcune ore dacchè è incominciata la cristallizzazione si ha una massa compatta cristallina alquanto molle per olio interposto che dopo 24 ore raccolgo e lavo bene

con acqua. Il prodotto trattiene un poco di metilacetilessilchetone e deve essere ben spremuto fra carta e al torchio e poi ricristallizzato dall'alcol a 90 % bollente. Si hanno così delle belle lamine incolore che all'analisi diedero i risultati seguenti:

Gr. 0.1212 fornirono 14.2 cm³ di N a 19° e 748 mm.

Da cui:

	trovato	calcolato per $C^{13}H^{18}N^{2}O$
N %	13.14	12.84

La *βcianγmetilα'essilαossipiridina* cristallizza in lamine leggere, madreperlacee, untuose al tatto, quasi insolubili nell'acqua anche bollente, nella quale fondono; è solubile nell'alcole.

Fonde verso 160°, ma una parte della sostanza ha un punto di fusione minore. Esaminando questo prodotto alla lente si vede, anche dopo ripetute cristallizzazioni, costituito da una miscela di lamine e di aghi. Tutto ciò rende assai probabile che il prodotto così ottenuto sia una miscela dei due isomeri (A) e (B). Non ho però ancora potuto separare i due composti isomeri.

Scaldato ad alta temperatura entro tubo da saggio manda odore di grasso decomposto. Scaldato con polvere di zinco manda odore di basi piridiniche; col permanganato potassico si ossida sviluppando acido cianidrico.

Questa reazione generale di sintesi sarà applicata ad altri β dichetoni e specialmente al benzoilacetone $C^{6}H^{5}COCH^{2}COCH^{3}$ dal quale forse si otterranno due isomeri. Analogamente con α e γ dichetoni quali il diacetile e l'acetonilacetone.

Torino, R. Università, 12 novembre 1898.

RESISTENZA DEI MATERIALI

Di un nuovo apparecchio autoregistratore per le prove a tensione (1);

Nota del Socio CAMILLO GUIDI.

Per talune esperienze sulla resistenza dei materiali da costruzione, e specialmente per quelle dei metalli cimentati a tensione, ha interesse la rappresentazione grafica della legge che lega fra loro le deformazioni e gli sforzi che le producono. Riferendoci ad un sistema di assi coordinati ortogonali, e portando come ascisse gli allungamenti che subisce la *provetta* o *saggio* fra due determinate sezioni trasversali, fra le quali esso è prismatico, e come ordinate i contemporanei valori della sollecitazione esterna, la quale si fa crescere gradatamente dal valor zero fino a produrre lo strappamento, si ha una linea o *diagramma* che rende manifeste le singolarità del fenomeno; mentre poi l'area racchiusa fra la detta linea, l'asse delle ascisse e l'ordinata estrema misura evidentemente il lavoro meccanico, detto anche lavoro di deformazione, assorbito dal saggio, o meglio dalla porzione di esso a cui viene limitata la misura delle deformazioni, durante tutta l'esperienza. Il valore del detto lavoro di deformazione viene presentemente dai tecnici riguardato come uno degli elementi più importanti a ben caratterizzare un dato materiale.

Quantunque tale diagramma possa essere costruito con sufficiente approssimazione per punti, riportando sul disegno i dati di osservazione ricavati in determinati istanti dell'esperienza, pure è manifesta l'opportunità che tale linea venga disegnata

(1) Quest'apparecchio venne studiato e disegnato nei suoi particolari, con molta perizia ed accuratezza, dal Prof. Ing. Alfredò Galassini, seguendo le norme e le disposizioni generali da me indicate. Del Galassini è anche la descrizione che riportiamo nella presente Nota.

automaticamente ed in modo continuo. Di apparecchi che rispondono perfettamente al detto scopo eran già provviste le due macchine per provare la resistenza dei fili metallici alla tensione ed alla torsione, esistenti nel Laboratorio sperimentale da noi diretto, annesso alla R. Scuola d'applicazione per gl'Ingegneri in Torino; ma ne mancava la grande macchina universale esistente nel detto Laboratorio (1). E poichè molte delle recenti macchine per provare la resistenza dei materiali sono provviste di apparecchi di tal genere (2), così abbiamo voluto dotare anche la nostra di un apparecchio autoregistratore. Scopo della presente Nota è pertanto d'illustrare il nuovo apparecchio, dopo che numerose esperienze con esso eseguite ci hanno persuaso del suo ottimo funzionamento.

L'apparecchio consta essenzialmente di tre parti:

1° del grosso *tamburo* girevole T (Fig. 1), attorno a cui si avvolge il foglio di carta, sul quale si vuol tracciare il diagramma.

2° dei *morsetti* M, M', assicurati alla provetta P; i quali, allontanandosi l'uno dall'altro man mano che la provetta si allunga, fanno, per mezzo di un cordino *c*, rotare il tamburo T, come si spiegherà in seguito.

3° del *lapis* C, mobile in senso verticale, comandato, per mezzo di una funicella *f*, dal *romano* della macchina, mentre questo si fa scorrere sulla stadera, per equilibrare lo sforzo cui si assoggetta la provetta.

In tal modo le ordinate del diagramma risultano proporzionali allo sforzo cui è sottoposta la provetta P, e le ascisse

---

(1) Cfr. C. Guidi, *Notizie sul Laboratorio per esperienze sui materiali da costruzione, annesso alla R. Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri in Torino.* Roma, Centenari, 1895.

(2) Cfr. A. Martens, *Materialienkunde*, I, Berlin, Springer, 1898. — In quest'Opera, l'illustre Autore dà a pag. 297 anche un breve cenno della macchina universale del nostro Laboratorio, desumendolo dalla nostra pubblicazione sopra citata; ma, cosa strana, invece di accennare alla macchina qual'essa è attualmente, colle radicali modificazioni ed aggiunte, minutamente descritte nella mia Memoria, riporta porzione del disegno primitivo della macchina Curioni (che io ho inserito nella pubblicazione *soltanto per la storia*), emettendo dubbî e pareri che non hanno più ragione d'essere nell'attuale macchina.

agli allungamenti che corrispondentemente si verificano nella provetta stessa.

Tutto l'apparecchio si assicura, per mezzo di due viti, alla testa dello staffone fisso S, cui è pure attaccata la provetta.

Il *tamburo* T gira con tutta facilità attorno al proprio asse verticale, fra le punte a vite t; ha 90 mm. di diametro e 170 mm. di altezza libera. Il foglio di carta si fissa su di esso per mezzo dell'asticella a molla s. Inferiormente il tamburo porta due puleggie a gola $g_1\, g_2$, sull'una o sull'altra delle quali si avvolge il cordino c, che produce la rotazione del tamburo stesso.

Morsetti M, M' (Fig. 1 e 2). La maggior difficoltà nello studio di apparecchi di tal genere consiste nel trovar modo di registrare con esattezza gli allungamenti. — Nell' apparecchio di cui si tratta gli allungamenti vengono misurati fra due sezioni trasversali ben determinate del saggio, che ne limitano un tratto centrale prismatico; a differenza di quanto viene praticato in talune macchine, nelle quali gli allungamenti vengono valutati fra le morse che ricevono le teste della provetta, comprendendovi così le deformazioni delle suddette teste e degli apparecchi d'attacco. — A tale scopo si assicurano, in corrispondenza delle dette sezioni, contro due traccie preventivamente eseguite sulla provetta P, due morsetti M, M' muniti di puleggine folli a, a'; inoltre si assicura, alla stessa testa fissa S, che porta tutto lo strumento, una pinza N.

Il cordino motore c, per un estremo viene serrato nella pinza fissa N, quindi si avvolge sulla puleggina a del morsetto di sinistra, poi sulla a' del morsetto di destra; poscia, sostenuto dalle puleggine di rimando 1, 2, 3, compie un giro morto sopra una delle due puleggie motrici g_1 ovvero g_2 del tamburo T e rimane teso dal piccolo peso q. Ciascuna delle puleggine 2 e 3 è doppia, a diametri diversi, allo scopo di potere rinviare convenientemente il cordino sull'una o sull'altra delle due puleggie g_1, g_2.

Come è agevole vedere, sebbene entrambi i morsetti M, M' si spostino durante l'esperienza, il tratto superiore del cordino c descrive spazii che sono esattamente eguali al doppio degli allungamenti che si verificano nel tratto di provetta compreso fra le sezioni cui sono applicati i morsetti.

I diametri delle puleggie motrici $g_1\, g_2$ e del tamburo T

sono tali che, tenuto il debito conto e del diametro del cordino c e dello spessore del foglio di carta che ricopre il tamburo, le ascisse del diagramma rappresentano gli allungamenti subìti dalla provetta nel tratto MM', in una scala tre ovvero quattro volte maggiore del vero. Si ottiene la scala 4 ad 1 avvolgendo il cordino c sulle puleggie di diametro minore $2\,g_2\,3$, come è rappresentato in figura; tale rapporto è conveniente pei metalli poco duttili. Si ottiene poi la scala 3 ad 1 avvolgendo il cordino c sulle puleggie $2\,g_1\,3$ di diametro maggiore, il che conviene fare pei metalli molto duttili. Con tali rapporti si ottengono sufficientemente ingranditi, in entrambi i casi, le deformazioni, per modo da poter studiare bene tutte le singolarità del fenomeno.

I morsetti costituiscono una delle parti più delicate da studiare, perchè debbono potersi fissare solidamente sulla provetta, senza deformarla o indebolirla, debbono presentare un attacco strettissimo nel senso dell'asse del saggio, acciocchè sia esattamente determinata la lunghezza di provetta sulla quale si opera, in pari tempo debbono essere leggieri e forti, talchè non si abbiano a guastare per le inevitabili scosse che ricevono nello istante della rottura del saggio.

La figura 2 rappresenta il morsetto espressamente studiato per questo apparecchio. Esso consta di una staffetta di acciaio M, che porta da un lato la punta p e la puleggina a, e dall'altro lato il bossolo D colla contropunta a molla p_1. Il morsetto si assicura alla provetta per mezzo di queste due punte coniche p, p_1, che entrano in due piccolissimi incavi diametralmente opposti e giacenti in una medesima sezione trasversale, che si praticano nella provetta, prima della esperienza. Questo genere di attacco riesce sufficientemente efficace a mantenere il morsetto saldamente stretto al saggio, senza che questo resti sensibilmente indebolito. L'aver poi disposto l'asse della puleggina a esattamente coincidente coll'asse delle punte p, p_1, rende innocua qualsiasi eventuale rotazione del morsetto attorno al suo asse.

Il morsetto deve potersi adattare facilmente a provette tonde o piatte, varianti da 10 a 30 mm. di larghezza. A tale scopo la contropunta a molla p_1 è portata dal bossolo D scorrevole entro un apposito collare G del morsetto M, e si può fissare in una posizione qualsiasi per mezzo della vite di chiusura d.

Volendo sperimentare sopra una provetta di determinata larghezza, si prepara il morsetto estraendo la spina che porta la contropunta p_1, per mezzo del bottone E, e girandola per modo da far riposare il dente e sopra e'. In tale posizione la molla α è caricata; poscia si fa scorrere l'astuccio D, entro il collare G, fino a che la distanza fra le due punte superi di poco la larghezza della provetta, al che serve la divisione segnata sull'astuccio, e si fissa D in tale posizione colla vite d. Applicando ora il morsetto alla provetta, per modo che la punta p entri in uno dei due piccoli incavi praticati preventivamente, basta girare il bottone E perchè la contropunta p_1 venga spinta dalla molla α entro l'altro incavo diametralmente opposto al primo.

Porta-lapis. La terza parte dell'apparecchio consiste nel porta lapis, che è foggiato come appare dalle figure 1 e 3. Di fianco e parallele al tamburo T, si trovano l'asticella A perfettamente calibrata, e la vite V, girevole tra punte di acciaio v. Sull'asticella A è investito a dolce fregamento, ma senza alcun giuoco, il manicotto B, il quale porta da un lato il lapis C e dall'altro la mezza chiocciola H, che lo rende solidale colla vite V.

Il lapis C è portato da un lungo e sottile braccio L girevole fra punte l, e viene premuto contro la carta dalla molletta registrabile β, che agisce sopra la piccola coda r del detto braccio; la stessa molletta serve pure a tenere il lapis allontanato dal tamburo, quando si voglia collocare o levare la carta dal suo posto.

Il collegamento del portalapis colla vite motrice V è fatto in grazia della mezza chiocciola H, imperniata in h. Chiusa la chiocciola sulla vite, come è rappresentato a linee piene nella figura 3, se ne assicura la posizione girando, col bottone b il traversino i, che entra colle sue estremità sotto due ganci k (1).

Sulla testa della vite V è calettata una puleggia motrice g, nella cui gola si avvolge, facendo un giro morto, una funicella f; questa poi, abbracciando quattro puleggine di rimando, fisse alla macchina, va ad attaccarsi coi suoi due capi al romano della stadera, coll'intermediario di un tenditore a molla. Scorrendo il

(1) Nella Fig. 1, affinchè l'apparecchio rimanesse più completamente rappresentato, si lasciò aperta la chiocciola H, sorreggendo il portalapis col piccolo puntello di legno che si scorge in figura.

romano sulla stadera, la vite V gira, e il lapis C si sposta verticalmente.

La vite V è a cinque filetti, aventi il passo di $5 \times 2{,}5 = 12{,}5$ mm.; e la puleggia g ha un tale diametro che, tenuto il debito conto del diametro della funicella f, alla corsa totale del *romano* che è di cm. 220, corrisponde una corsa del lapis di cm. 16. Il *romano* della stadera è costituito, a seconda dei casi, da 1, 2, 3, 4, 5 piastre di ghisa, pesanti ciascuna kg. 20; corrispondentemente a questi casi si hanno le seguenti scale per le ordinate del diagramma:

Romano mobile costituito da	1 piastra . . .	cm. 1 =	t. 0,25
" " " "	2 piastre . . .	" 1 =	" 0,50
" " " "	3 "	" 1 =	" 0,75
" " " "	4 "	" 1 =	" 1,00
" " " "	5 "	" 1 =	" 1,25

Per segnare gli assi del diagramma sul foglio di carta, prima di incominciare l'esperienza, basta far rotare il tamburo T, tirando il cordino c, così si traccia l'asse ox; quindi far fare una corsa al *romano,* ovvero, aperta la chiocciola H, come è indicato con linee a tratti nella figura 3, fare scorrere a mano il porta-lapis in senso verticale, così si traccia l'asse oy.

L'impiego dei cordini c, f, come organi motori, qualora si usino le debite cure, dà buoni risultati, tenuto conto del grado di approssimazione che si richiede in tali apparecchi. È necessario però che i cordini siano ben rotondi, calibrati, flessibili e poco estensibili.

L'apparecchio venne costruito con molta cura nello stabilimento meccanico Giachero e Luino di Torino.

Le figure 4 e 5 sono le riproduzioni fototipiche di due diagrammi ricavati col nuovo apparecchio; in tale riproduzione le figure originali restarono ridotte nel rapporto di 1 : 2,05.

La fig. 4 è il diagramma della prova a rottura per tensione di una provetta normale cilindrica di ferro di cm. 2.00 di diam., a teste filettate; gli attacchi delle medesime agli staffoni della macchina erano provvisti di snodatura sferica. Il diagramma lascia vedere chiaramente le particolarità del fenomeno; si distingue

il primo periodo dell'esperienza, cioè il periodo elastico, durante il quale gli allungamenti sono proporzionali agli sforzi, e per conseguenza il diagramma è una retta. Il punto *a* corrisponde a quel valore speciale dello sforzo, molto ben determinato per certi materiali, in cui la resistenza del saggio cede bruscamente alla sollecitazione esterna; nelle macchine in cui lo sforzo viene misurato con un sistema di leve, questo punto singolare viene avvertito da una caduta istantanea della stadera; esso vien chiamato dai tedeschi *Fliessgrenze* o *Streckgrenze,* ed in italiano dicesi da taluni *punto di snervamento* (1). Il nostro diagramma lascia vedere, subito dopo questo punto, un fenomeno che si riscontra in taluni materiali e che venne già notato da altri sperimentatori (2); la resistenza del saggio dimiminuisce bruscamente, poi torna a crescere, quindi ricade di nuovo; ha luogo cioè da parte del saggio un'alternativa per dir così di vittorie e di perdite, una vera lotta contro la sollecitazione esterna (3), finchè finalmente la resistenza del saggio aumenta ed il diagramma torna a salire, benchè con minore energia.

Siamo ora nel secondo periodo della prova, detto *delle grandi deformazioni*, nel quale cioè le deformazioni crescono in proporzione molto più rapida degli sforzi, il limite di questo secondo periodo è segnato dal punto *m*, la cui ordinata rappresenta la resistenza massima offerta dal saggio. Segue finalmente il terzo periodo della prova, che può chiamarsi *di rottura:* la resistenza del saggio diminuisce gradatamente finchè avviene la rottura. Mentre durante i due primi periodi si produce nel saggio un allungamento uniforme su tutta la lunghezza della sua parte centrale prismatica, in questo terzo periodo si forma, come è noto, in adiacenza della sezione dove il saggio si romperà, un

---

(1) Dai diagrammi di questa natura non si deve pretendere di rilevare in grandezza le dilatazioni elastiche, nè l'esatto *limite di proporzionalità*, il quale è inferiore al punto di snervamento. Queste quantità si determinano con altri istrumenti molto più sensibili, preferibilmente con lo *Spiegelapparat* di *Bauschinger*, di cui è provvisto il nostro Laboratorio.

(2) Cfr. C. Bach, *Elasticität und Festigkeit*. Berlin, Springer, 1898.

(3) Generalmente nelle prove pratiche eseguite con macchina a stadera, non si va dietro a questo particolare del fenomeno, ma si attende, per far avanzare il *romano*, che la stadera si rialzi; così operando, il diagramma presenta dopo il punto *a* un piccolo tratto orizzontale.

notevole allungamento locale accompagnato da una considerevole contrazione trasversale. Talvolta cominciano a prodursi più d'una di tali contrazioni locali, finchè poi una di esse prevale sulle altre.

Nell'originale del diagramma ora illustrato la scala delle ascisse è di 4 : 1; quella delle ordinate, di cm. 1 = 1 t.; la distanza fra i morsetti era di cm. 20,00; esso fornisce i seguenti dati:

Carico totale di snervamento	t. 7,24
Resistenza massima totale	„ 10,04
Carico totale di rottura	„ 6,95

Allungamento di rottura (misurato su 20 cm.) = mm. 41 = = 20 %.

L'area del diagramma originale, valutata per mezzo del *planimetro polare di Amsler,* risultò di cm² 149.

Ricordando quindi che la sezione trasversale della provetta nella sua parte centrale cilindrica era di cm² 3,14 si deduce:

Carico di snervamento p. cm²	t. 2,30
Resistenza massima „	„ 3,20
Lavoro di deformazione p. cm³	tcm. 0,59

La contrazione subìta dalla provetta nella sezione di rottura risultò del 70 %.

La durata dell'esperienza fu di 20', la temperatura dell'ambiente di 17°.

La fig. 5 è la riproduzione fototipica ridotta del diagramma della prova a tensione di una provetta piatta di rame della sezione trasversale di cm. 3,08 × cm. 1,06, ricavata da una lamiera per focolaio di locomotiva già in servizio; l'asse della provetta era parallelo alla laminazione. Nel diagramma originale la scala delle ascisse è di 3 : 1; quella delle ordinate, di cm. 1 = t. 0,75; da esso si ricava:

Carico totale di snervamento	t. 3,00
Resistenza massima totale	„ 7,15
Carico totale di rottura	„ 6,30
Allungamento di rottura (su 20 cm.) = mm. 78 =	39 %
Area del diagramma	cm² 197

Fig. 5

Fig. 4

Osservando quindi che la sezione trasversale della provetta nella sua parte centrale prismatica era di cm² 3,26, si deduce:

Carico di snervamento p. cm²	t. 0,92
Resistenza massima „	„ 2,20
Lavoro di deformazione p. cm³	tcm. 0,76

La contrazione subìta dalla provetta nella sezione di rottura risultò del 53 %.

Torino, 13 Novembre 1898.

La numerazione binaria applicata alla stenografia;

Nota del Socio GIUSEPPE PEANO.

La numerazione binaria, o diadica, ha per base 2, cioè il più piccolo numero che possa servire come tale.

Già Leibniz fece vedere che le proprietà d'ogni sistema di numerazione sono, in questa base, ridotte a forma semplicissima. Vedasi *Opera omnia* a. 1768, t. III, p. 346-354, 390-394, 515, 517, t. IV, p. 208-210, ecc.

Due cifre, aventi il valore 0 e 1, bastano per scrivere ogni numero in questa base. Dando a queste cifre la forma . e :, i numeri 1, 2, 3, . . . , 10 sono in questo sistema espressi da :, :., ::, :.., :.:, ::., :::, :..., :..:, :.:. . I punti inferiori stanno per indicare il posto delle cifre. Essi si possono sopprimere se il posto delle cifre può essere diversamente indicato, come avviene in più casi. In questi casi le cifre 1 e 0 sono indicate dalla presenza o assenza d'un segno.

L'addizione si fa *contando* le unità dei varii ordini dei sommandi. Per la moltiplicazione basta sapere che $1 \times 1 = 1$, e la

cosidetta tavola pitagorica sparisce. La divisione si eseguisce senza tentativi. Il Leibniz accenna ad applicazioni all'analisi, e l'applicazione pratica ai pesi e alle monete, poichè con questo sistema si determinano i pesi, entro dati limiti, col minimo numero di pesi campioni additivi.

Fra gli A. successivi che si occuparono un po' diffusamente dello stesso soggetto, menzionerò E. Lucas, *Récréations mathématiques,* a. 1891, t. I, p. 145-160. Egli dice che questo sistema si presterebbe più naturalmente d'ogni altro alla costruzione di macchine aritmetiche. Col suo mezzo trovò dei numeri primi molto più grandi di quelli avanti conosciuti. Ivi l'A. applica la numerazione binaria ad alcune ricreazioni. Fra questi giuochi, del tutto semplici, citerò, perchè utile in seguito, quello di indovinare il numero pensato da una persona, presentando a questa una serie di tabelle, e domandando se la tabella contiene il numero pensato. Le successive risposte *sì* e *no*, esprimono le successive cifre binarie 1 e 0 del numero pensato.

Un'altra applicazione del sistema binario si ha nelle classificazioni, ove il posto d'un oggetto è definito mediante successivi *sì* e *no*, come nel giuoco sopra menzionato. Queste classificazioni, dette *dicotomiche,* furono introdotte nelle scienze naturali dal Lamarck (a. 1744-1829).

Una classificazione binaria importante è quella fatta da Ampère, *Essai sur la philosophie des sciences,* a. 1838, di tutte le scienze. Egli le distingue in due regni, ognuno dei quali è diviso in due sottoregni, e così sette volte di seguito. In questa classificazione ogni scienza è rappresentata da un numero di sette cifre binarie; ad es. (Cinematica) = ...:...

Leibniz riscontrò in un libro cinese, detto “ libro delle variazioni „, delle figure, in cui riconobbe i numeri scritti nel sistema binario. Queste figure, o *kwa*, spettano a *Fu hi*, fondatore della scrittura e civiltà cinese, in un'epoca semistorica di 5000 anni fa. Leibniz si fece tradurre da missionarii questo libro; ma esso riuscì poco intelligibile, poichè già i cinesi da lungo tempo (egli dice) ne hanno perduto il significato. E si limita a conchiudere (t. III, p. 394): “ Je ne sçai s'il y a jamais eu dans l'écriture Chinoise un avantage approchant de celui qui doit être nécessairement dans une Caractéristique que je projette. C'est que tout raisonnement qu'on peut tirer des notions,

pourrait être tiré de leur Caractères par une manière de calcul, qui seroit un des plus importants moyens d'aider l'esprit humain „. Questa caratteristica è, com'è noto, la logica matematica, che ai nostri giorni progredisce a grandi passi.

Il “ libro delle variazioni „ o “ I king „ ebbe varie traslazioni in occidente. Vedasi “ THE MONIST, *Chinese philosophy*, a. 1896, p. 188 „. I varii commentatori vanno poco d'accordo. Ciò solo mi par chiaro che esso è una classificazione binaria delle idee, fatta con criterii non ben noti a noi. Vedasi pure C. PUINI, *Le origini della civiltà*, Firenze, a. 1891.

Questi vantaggi del sistema binario non sono però sufficienti per sostituirlo, come alcuno ha proposto, al decimale, in uso presso tutti i popoli civili. Lo potrà sostituire in speciali ricerche teoriche, ed anche in applicazioni pratiche, come quella che sto per esporre.

Alcuni Autori, fra cui il Lucas, hanno però aggiunto che il sistema binario è incomodo a causa della grande quantità di caratteri necessarii per scrivere un numero un po' considerevole. Ora questa incomodità è solo apparente. Se ad esempio vogliamo scrivere col telegrafo, col sistema Morse, i numeri dall'1 al 999, occorrono 14 445 segni; invece colla numerazione binaria, usando il punto e la linea del sistema Morse per indicare le cifre binarie 0 ed 1, occorrono solo 8 977 segni. Il sistema binario permette di rappresentare i numeri, e quindi tutto ciò che è numerabile, per la via più semplice; sia che si voglia adottare la scrittura lineare, come quella del telegrafo, o delle cordicelle annodate dei popoli primitivi, sia che si vogliano rappresentare con figure piane, come la scrittura ordinaria, sia con suoni, o con qualsiasi altro mezzo.

Si osservi anzitutto che le cifre d'un numero scritto nel sistema binario si possono raggruppare ad n per volta. Considerando questo gruppo come un segno solo, lo stesso numero è scritto in base 2^n. Quindi ogni numero scritto in base 2 è perciò scritto anche in base 4, 8, 16, ecc.

Per rappresentare con una figura piana i varii gruppi di n cifre binarie, si formi una figura composta di n tratti. Ognuno di questi tratti rappresenti una determinata unità binaria; la figura risultante da alcuni di quei tratti rappresenterà il numero formato dalle unità binarie che sono disegnate.

L'aggruppamento delle cifre binarie ad 8 per volta, che si
Una figura semplice è quella d'una stella regolare ottagona ✱, i cui raggi possono rappresentare le prime 8 unità binarie. Prendendo per origine il raggio che va all'ingiù, e l'ordine inverso a quello delle lancette d'un orologio, affinchè le unità si leggano nel senso diretto, si avranno $2^8 = 256$ figure rappresentanti i 256 primi numeri scritti in base 2, ovvero, se si preferisce, le cifre della numerazione in base 256. Ad es.:

= :.: = 4 + 1 = 5 = :.:. = 8 + 2 = 10,

= :.:.:.:. = 128 + 32 + 8 + 2 = 170.

può disegnare così facilmente, presenta pure il vantaggio che questi gruppi sono all'incirca quanti i suoni semplici, o sillabe, delle lingue comuni: sicchè potremo stabilire una corrispondenza fra quei numeri e queste sillabe.

È antica l'idea di attribuire un valore numerico ai suoni parlati. Già lo fece Ariabatta per la lingua sanscrita, per mandare a mente tavole di trigonometria e d'astronomia (vedasi *Formulaire de Mathématiques,* t. II, § 2, p. 29). Lo stesso si trova nella *Mnémotechnie* dell'Abbé Moigno (Paris, a. 1879), per ricordare date storiche, il numero π, e così via.

Per stabilire una corrispondenza fra i numeri del sistema binario e le sillabe, basta applicare a queste una classificazione dicotomica. Per fare questa classificazione non possiamo servirci dell'alfabeto fenicio usato dai popoli europei, perchè non corrispondente ad alcun ordine logico. Perfettamente ordinato è invece l'alfabeto sanscrito; ma esso contiene molti suoni non comuni alle lingue europee. Limitandoci a questi suoni, si assumano come sillabe tipo le

a , *di* , *in* , *per* , *con*

formate d'una consonante muta, d'una vocale e d'una semivocale; le consonanti possono mancare. Si possono stabilire le convenzioni seguenti:

Colle tre prime unità binarie che si presentano leggendo

il numero da sinistra a destra, ovvero nel senso delle lancette, cioè quello di 8°, 7°, e 6° ordine, indicheremo le consonanti mute.

La prima unità significhi colla sua presenza *consonante dura*, quali *p*, *t*, *k*; l'assenza di questa unità significhi *consonante molle*, quali *b*, *d*, *g*.

La 2ª unità, sola, significhi *labiale b* o *p*.

La 3ª unità sola significhi *dentale d* o *t*. La 2ª e la 3ª insieme significhino *gutturale, k* o *g*.

La 1ª unità, senza la 2ª e 3ª, abbia il valore dell'aspirata *h*. L'assenza delle tre prime unità significhi assenza di consonante dura, o spirito dolce dei greci.

Colle tre successive unità, cioè con quelle d'ordine 5°, 4° e 3° formeremo le vocali. L'unità d'ordine 5° significhi *i*; quella d'ordine 4° significhi *a*; quella d'ordine 3° valga *u*. Colla loro presenza simultanea faremo i dittonghi o trittonghi; però l'insieme delle unità d'ordine 4° e 3° (*au*) si può leggere *o*, senza inconveniente. L'assenza di queste tre unità si leggerà con una *e* stretta o muta.

Colle due rimanenti unità, d'ordine 2° e 1°, indicheremo le semivocali. L'unità d'ordine 2° significhi *trillata*, quali *l* ed *r*. L'unità del 1° ordine significhi *nasale*, quali *m* ed *n*. L'insieme di queste due unità significhi *sibilante, s*. La loro assenza simultanea, l'assenza di semivocale finale.

Ad es. ' ⋗ \ ⌐ * si leggono colle sillabe assunte prima come tipo.

I suoni con cui si leggono, secondo le convenzioni ora fatte, i 256 gruppi di 8 cifre binarie sono fra loro abbastanza distinti. Essi sono comuni alle lingue ariane. In altre lingue civili mancano alcuni di questi suoni; si potranno allora sostituire con suoni prossimi. Ad es. in cinese mancano le mute molli *b*, *d*, *g*; ma sonvi sempre due serie di mute *p*, *t*, *k*, *p'*, *t'*, *k'*, con cui si potranno leggere le tre prime unità binarie.

Se in una lingua non comparissero altre sillabe che le 256 sopra considerate, sarebbe senz'altro costrutta una scrittura appropriata ad essa. Ma nelle principali lingue sonvi altre sillabe. Il classificare e numerare i suoni delle varie lingue parlate, e costrurre un alfabeto universale per scriverli fu ritenuto

problema pari a quello della pietra filosofale (*). I suoni variano da nazione a nazione per gradi insensibili; e sono in numero infinito. Però in ogni lingua i suoni usati sono pochi; le differenze regionali di pronunzia sono trascurate. Le lingue europee esprimono i loro suoni colla ventina di segni dell'alfabeto fenicio, i quali in origine rappresentavano sillabe, come quelli qui introdotti. Con maggior facilità si potranno rappresentare coi 256 segni della scrittura binaria.

L'importanza pratica della questione mi porta a formulare alcune di queste convenzioni, conducendo a termine la scrittura binaria della lingua italiana.

Le consonanti palatali italiane *ci* e *gi*, comuni a moltissimi popoli, si rappresentino come in italiano; cioè coll'unione della gutturale colla vocale *i*: . Per indicare le sillabe *chi, ghi* basta separare la gutturale dalla vocale , .

L'assenza delle unità d'ordine 5°, 4° e 3°, rappresentanti le vocali, significhi *vocale muta*. Ad es. ha per nome *be*, e per valore *b*, ha per nome *em*, e per valore *m*. Così si hanno i segni per rappresentare le consonanti isolate.

Col segno intenderemo la vocale *o*; il dittongo *au* si rappresenterà separando i segni dell'*a* e dell'*u*.

La vocale *e* si rappresenterà colla riunione dei segni dell'*i* e dell'*a*. Separati significano *ia* o *ai*, a seconda dell' ordine in cui si seguono. Questa rappresentazione delle vocali *e* ed *o* mediante le *a*, *i*, *u* è presa dal sanscrito; e trovasi pure nella scrittura francese.

Le vocali straniere *eu* ed *u* francese, *ö* e *ü* tedesche, saranno ben rappresentate dalle combinazioni e .

Le trillate in lingua italiana sono due, *l* ed *r*. Converremo che l'unità binaria del 2° ordine significhi *l*; unita al segno dell'*h* significhi *r*. Questi segni si possono riunire in (*hl*), ma per la scrittura rapida è più comodo separarli, scrivendo prima il segno dell'*l* e poi quello di *h*.

Le nasali nell'alfabeto latino sono espresse con due segni *m* ed *n*. In sanscrito si hanno 5 nasali, cioè tante quante le

---

(*) Così Ellis, *Encyclopædia britannica*, voce *Speech*, dopo aver introdotti 243 simboli per indicarli.

serie di consonanti mute; inoltre in quell'alfabeto si ha un segno, detto *anusvara*, e che significa *nasale*. Nelle lingue neolatine si hanno quattro nasali; cioè:

1° la nasale labiale, che precede *b* e *p*, indicata con *m*, e che noi potremo indicare coll'insieme dei segni *nasale* e *labiale*, cioè ⌃ .

2° La nasale dentale, che precede *d* e *t*, ed è il suono finale del francese *une*, che potremo indicare con ⌃ .

3° La nasale gutturale, che precede *c* o *g*, ed è il suono finale del francese *un*, che si indicherà con ⌃ . I greci indicano queste tre nasali coi segni μ, ν, γ.

4° La nasale palatale, italiano e francese *gni*, che si indicherà con ⌃ .

Nella lingua italiana si può convenire che il segno ⌃ seguito da una consonante muta, significhi *nasale* senz'altro; la sua specie è quella della consonante seguente, come nel sanscrito. Il segno di nasale seguito da vocale significhi *m*; si scriva *mh* per indicare *n*.

Le sibilanti hanno nell'alfabeto latino un sol segno *s*. Potremo distinguere la molle dalla dura, quando ciò non sia già indicato dalla consonante molle o dura che segue, col segno di consonante dura. Le sibilanti palatali, in francese *je* e *che*, si possono indicare aggiungendo ai segni delle sibilanti precedenti quello dell'*i*, con cui già si formarono le palatali.

Le aspirate sanscrite si possono indicare accoppiando alla muta corrispondente il segno *u*. Fra questi segni prenderemo il ⌃ (*ph*) per rappresentare l'italiano *f*, e togliendovi il segno di consonante dura si avrà il segno ⌃ rappresentante la molle corrispondente *v*.

E, per esaurire anche le convenzioni ortografiche, la consonante doppia si può indicare come nella ordinaria scrittura; ma spesso basta staccare il segno della consonante da quello della vocale. L'accento si può indicare facendo seguire la vocale dal segno *h*. La punteggiatura (. , :) si può indicare con 1, 2 o 3 spazii.

Queste convenzioni bastano per scrivere la lingua italiana. Si sono costrutti dei segni per rappresentare i suoni di questa lingua, come appunto si fa in stenografia, e non già dei segni per rappresentare i segni dell'alfabeto. Però avendo le lettere

dell'alfabeto importanza storica, è utile rappresentarle con dei segni della scrittura binaria. Si prendono i segni aventi valore più prossimo, e si può stabilire la corrispondenza seguente:

Le cifre decimali si possono rappresentare coi corrispondenti numeri binarii. Siccome lo 0 della scrittura binaria si può confondere collo spazio, si potrà indicare lo 0 decimale col segno che rappresenta *dieci* nella binaria: cioè si può stabilire la corrispondenza:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 o 10

Per scrivere i segni della scrittura binaria sulla carta, la penna riesce incomoda. Col pennello già la scrittura binaria si manifesta più rapida della comune. Ma una grande rapidità si può ottenere con un'apposita macchina a scrivere.

Quella che io ho costrutta consta di 8 molle, disposte secondo i raggi d'un ottagono regolare, fisse all'estremità esterna, e portanti all'estremità interna un timbro, che segna un raggio della stella costituente la scrittura binaria. Queste molle toccate direttamente col dito imprimono su della carta i segni delle sillabe. Dei tasti convenientemente collegati colle molle permettono di scrivere una sillaba, o meglio uno dei 256 segni della scrittura binaria, toccandoli con sole tre dita. Nel tempo che colle macchine a scrivere ordinarie si imprime una lettera, con questa, assai più semplice, si scrive una sillaba.

Una macchina stenografica che scrive una sillaba per volta, è quella del Michela, in uso presso il nostro Senato. L'A. ha fatto uso delle combinazioni di 10 tasti, attribuendo loro pure un valore numerico. Commissioni tecniche nominate dal Senato

(30 gennaio 1880) e dalla Camera dei deputati, dichiararono che con questa macchina " si vincevano a gran pezza le trascrizioni stenografiche ordinarie, così nella rapidità come nell'esattezza ".

Ora la scrittura binaria è notevolmente più semplice e più rapida di quella usata nella macchina Michela. Facendo uso di ambe le mani, e raddoppiando i caratteri, si possono scrivere in un sol colpo 16 cifre binarie, o l'insieme di due sillabe; esse formano 65536 combinazioni.

La scrittura binaria ora esposta esige lo studio d'un alfabeto speciale, il quale non è più difficile a impararsi di quello che lo sia l'alfabeto d'un popolo qualunque, o un alfabeto stenografico, o la disposizione dei cassetti d'una cassa tipografica. Anzi è più semplice ad impararsi, essendo i segni formati con leggi generali.

Essa ha tutti i vantaggi, per la lettura, della scrittura ordinaria. Può essere scritto, usando d'una macchinetta assai semplice, con rapidità superiore a quella della stenografia. Può essere telegrafato, usufruendo di tutta la potenza del filo telegrafico, cosa che non fanno ancora completamente gli apparecchi Baudot e Ostrogowich. E se alcuna delle applicazioni precedenti entrerà nell'uso comune, farò vedere come possa essere stampato con vantaggio sulla stampa ordinaria. Questi ed altri vantaggi derivano dalla pura applicazione della numerazione binaria.

Sopra alcune equazioni differenziali;

Nota di MINEO CHINI.

In una precedente Nota (*) dimostrai che ogni forma di grado m di due integrali fondamentali dell'equazione del 2° ordine

$$y'' + \frac{a'}{ma} y' + by = 0$$

soddisfa ad un'equazione d'ordine $m+1$ equivalente alla sua aggiunta. Reciprocamente, mi propongo ora di vedere come debbono essere scelti i coefficienti di una equazione differenziale d'ordine $m+1$, equivalente alla sua aggiunta, affinchè essa risulti verificata da ogni forma di grado m di due integrali fondamentali di un'equazione del 2° ordine lineare omogenea. Ed esprimo i coefficienti di questa in funzione di quelli della prima.

Infine faccio vedere come la determinazione di qualunque equazione differenziale lineare omogenea d'ordine $m+1$, che debba risultar soddisfatta da ogni forma di grado m di due integrali fondamentali di una del 2° ordine, rientri nel caso trattato precedentemente.

§ 1.

Nella Nota citata venne dimostrato che ogni forma di grado m di due integrali fondamentali dell'equazione:

$$y'' + \frac{a'}{ma} y' + by = 0,$$

(*) *Sull'equazione differenziale del 2° ordine lineare omogenea*, " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", anno 1897-98.

con a e b funzioni qualunque della variabile indipendente, soddisfa all'altra:

$$F_{m+1}(z) = 0,$$

dove $F_{m+1}(z)$ è una forma differenziale d'ordine $m+1$, eguale o contraria alla sua aggiunta, che si ottiene coll' applicazione della formula ricorrente:

$$F_{r+1} = F'_r + \left(\frac{r}{m} - 1\right)\frac{a'}{a}F_r + r(m-r+1)\,bF_{r-1}$$

allorchè, prendendo $F_0 = az$, $F_1 = az'$, si diano ad r successivamente i valori $1, 2, \ldots\ldots m$.

Ora cominciamo coll' indicare il modo di ottenere i coefficienti di una qualunque delle forme differenziali F_n, in funzione di a e b e di alcune loro derivate.

Perciò, posto:

$$F_n = \alpha_{n,0}z^{(n)} + \alpha_{n,1}z^{(n-1)} + \ldots + \alpha_{n,t}z^{(n-t)} + \ldots + \alpha_{n,n}z$$

si avrà:

$$F_{n-1} = \alpha_{n-1,0}z^{(n-1)} + \alpha_{n-1,1}z^{(n-2)} + \ldots + \alpha_{n-1,t-2}z^{(n-t+1)} + \alpha_{n-1,t-1}z^{(n-t)} + \\ + \alpha_{n-1,t}z^{(n-t-1)} + \ldots + \alpha_{n-1,n-1}z$$

$$F_{n-2} = \alpha_{n-2,0}z^{(n-2)} + \alpha_{n-2,1}z^{(n-3)} + \ldots + \alpha_{n-2,t-2}z^{(n-t)} + \alpha_{n-2,t-1}z^{(n-t-1)} + \\ + \alpha_{n-2,t}z^{(n-t-2)} + \ldots + \alpha_{n-2,n-2}z.$$

E poichè

$$(1)\quad F_n = F'_{n-1} + \left(\frac{n-1}{m} - 1\right)\frac{a'}{a}F_{n-1} + (n-1)(m-n+2)\,bF_{n-2}$$

avremo intanto:

$$\alpha_{n,1} = \alpha'_{n-1,0} + \alpha_{n-1,1} + \left(\frac{n-1}{m} - 1\right)\frac{a'}{a}\,\alpha_{n-1,0}.$$

Ma $\alpha_{n,0} = a$ per ogni valore di n; e quindi:

$$\alpha_{n,1} = \alpha_{n-1,1} + \frac{n-1}{m} a'$$

$$\alpha_{n-1,1} = \alpha_{n-2,1} + \frac{n-2}{m} a'$$

$$\cdots\cdots\cdots$$

$$\alpha_{3,1} = \alpha_{2,1} + \frac{2}{m} a'$$

$$\alpha_{2,1} = \alpha_{1,1} + \frac{1}{m} a'.$$

Ed infine:

$$\alpha_{n,1} = \alpha_{1,1} + \frac{a'}{m} \sum_1^{n-1} r = \frac{n(n-1)a'}{2m}.$$

Dalla (1) per $t > 1$ si deduce:

$$\alpha_{n,t} = \alpha_{n-1,t} + \alpha'_{n-1,t-1} + \left(\frac{n-1}{m} - 1\right) \frac{a'}{a} \alpha_{n-1,t-1} + (n-1)(m-n+2) b \alpha_{n-2,t-2}$$

$$\alpha_{n-1,t} = \alpha_{n-2,t} + \alpha'_{n-2,t-1} + \left(\frac{n-2}{m} - 1\right) \frac{a'}{a} \alpha_{n-2,t-1} + (n-2)(m-n+3) b \alpha_{n-3,t-2}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\alpha_{3,t} = \alpha_{2,t} + \alpha'_{2,t-1} + \left(\frac{2}{m} - 1\right) \frac{a'}{a} \alpha_{2,t-1} + 2(m-1) b \alpha_{1,t-2}$$

$$\alpha_{2,t} = \alpha_{1,t} + \alpha'_{1,t-1} + \left(\frac{1}{m} - 1\right) \frac{a'}{a} \alpha_{1,t-1} + m b \alpha_{0,t-2}.$$

E perciò:

$$(2) \qquad \alpha_{n,t} = \sum_1^{n-1} {}_r \alpha'_{r,t-1} + \frac{a'}{a} \sum_1^{n-1} {}_r \left(\frac{r}{m} - 1\right) \alpha_{r,t-1} + b \sum_1^{n-1} {}_r r(m-r+1) \alpha_{r-1,t-2}$$

perchè $\alpha_{1,t} = 0$ se $t \geq 1$.

La relazione precedente ci permette dunque di calcolare l'espressione di $\alpha_{n,t}$ in funzione delle quantità a e b, appena siano note quelle di $\alpha_{r,t-1}$ e $\alpha_{r,t-2}$ in funzione di r, a e b.

In particolare:

$$\alpha_{n,2}=\sum_1^{n-1}{}_r\alpha'_{r,1}+\frac{a'}{a}\sum_1^{n-1}{}_r\left(\frac{r}{m}-1\right)\alpha_{r,1}+b\sum_1^{n-1}{}_r r(m-r+1)\alpha_{r-1,0}.$$

Ma qualunque sia r abbiamo:

$$\alpha_{r0}=a \quad \alpha_{r1}=\frac{r(r-1)}{2m}a';$$

e perciò:

$$\alpha_{n,2}=\frac{a''}{2m}\sum_1^{n-1}r(r-1)+\frac{a'^2}{2am}\sum_1^{n-1}r(r-1)\left(\frac{r}{m}-1\right)+ab\sum_1^{n-1}r(m-r+1).$$

Ora:

$$\sum_1^{n-1}r(r-1)=\sum_1^{n-1}r^2-\sum_1^{n-1}r=\frac{1}{3}n(n-1)(n-2)$$

$$\sum_1^{n-1}r(r-1)\left(\frac{r}{m}-1\right)=\frac{1}{m}\left(\sum_1^{n-1}r^3-\sum_1^{n-1}r^2\right)-$$

$$-\sum_1^{n-1}r(r-1)=\frac{n(n-1)(n-2)}{12m}(3n-4m-1)$$

$$\sum_1^{n-1}r(m-r+1)=(m+1)\sum_1^{n-1}r-\sum_1^{n-1}r^2=\frac{n(n-1)}{6}(3m-2n+4).$$

Quindi:

$$\alpha_{n,2}=\frac{n(n-1)}{6m}\left\{(n-2)a''+\frac{n-2}{4m}(3n-4m-1)\frac{a'^2}{a}+m(3m-2n+4)ab\right\}.$$

In modo analogo, e sempre coll'uso della (2), otterremo successivamente le espressioni di $\alpha_{n,3}$, $\alpha_{n,4}$ .....

Se dunque ora ci riferiamo alla forma differenziale

$$F_{m+1}(z)=\alpha_{m+1,0}z^{(m+1)}+\alpha_{m+1,1}z^{(m)}+\ldots+\alpha_{m+1,i}z^{(m+1-i)}+\ldots+\alpha_{m+1,m+1}z$$

si avranno subito le espressioni dei suoi coefficienti, facendo

$n = m+1$ in quelle ottenute precedentemente per $\alpha_{n,0}$, $\alpha_{n,1}$, $\alpha_{n,2} \ldots$ Quindi:

$$\alpha_{m+1,0} = a \qquad \alpha_{m+1,1} = \frac{m+1}{2} a'$$

$$\alpha_{m+1,2} = \frac{m+1}{6} \left\{ (m-1)a'' - \frac{(m-1)(m-2)}{4m} \frac{a'^2}{a} + m(m+2)ab \right\}$$

e così di seguito.

È facile dedurre che il coefficiente $\alpha_{m+1,t}$ risulterà una funzione razionale di a e b e loro derivate, fino ad $a^{(t)}$ e $b^{(t-2)}$.

§ 2.

Premesso ciò, sia:

$$\varphi(z) = \beta_0 z^{(m+1)} + \beta_1 z^{(m)} + \beta_2 z^{(m-1)} + \ldots + \beta_t z^{(m+1-t)} + \ldots + \beta_{m+1} z$$

una forma differenziale d'ordine $m+1$ uguale o contraria alla sua aggiunta. Ciò sta a significare che i coefficienti β_{2t} di posto dispari possono essere scelti ad arbitrio, mentre quelli β_{2t+1} di posto pari debbono essere legati ai precedenti dalla relazione

$$\beta_{2t+1} = \frac{1}{2} \sum_{0}^{2t} {}_r (-1)^r \binom{m+1-2t+r}{r+1} \beta_{2t-r}^{(r+1)}.$$

In particolare dovrà essere:

$$\beta_1 = \frac{m+1}{2} \beta'_0, \quad \beta_3 = \frac{1}{2} \sum_{0}^{2} {}_r (-1)^r \binom{m-1+r}{r+1} \beta_{2-r}^{(r+1)} = \frac{m-1}{2} \left\{ \beta'_2 - \frac{m(m+1)}{12} \beta_0''' \right\}$$

e così di seguito.

Ora perchè esista un'equazione differenziale del 2° ordine tale che, se y_1 ed y_2 sono due suoi integrali indipendenti, l'integrale generale dell'altra:

$$\varphi(z) = 0 \tag{3}$$

sia:

$$z = \sum_r^m {}_0 C_r y_1^{m-r} y_2^r \tag{4}$$

con $C_0, C_1, \ldots C_m$ costanti arbitrarie, sarà necessario e sufficiente che, immaginando scritta la prima sotto la forma

$$y'' + \frac{a'}{ma} y' + by = 0, \tag{5}$$

le quantità incognite a e b siano tali funzioni della variabile indipendente che l'equazione

$$F_{m+1}(z) = 0$$

relativa alla (5) coincida colla (3). Cioè che si abbia:

$$F_{m+1}(z) = \lambda \varphi(z)$$

con λ funzione della variabile indipendente. Allora risulterà:

$$\alpha_{m+1,0} = \lambda \beta_0 \qquad \alpha_{m+1,1} = \lambda \beta_1.$$

Ma essendo:

$$\alpha_{m+1,1} = \frac{m+1}{2} \alpha'_{m+1,0} \qquad \beta_1 = \frac{m+1}{2} \beta'_0,$$

ne segue che λ dovrà essere una costante: e perciò la potremo trascurare. Di guisa che avremo:

$$\alpha_{m+1,i} = \beta_i.$$

Ora, a causa della natura delle forme differenziali $F_{m+1}(z)$ e $\varphi(z)$, se $\alpha_{m+1,0} = \beta_0$, risulterà anche $\alpha_{m+1,1} = \beta_1$. Se inoltre $\alpha_{m+1,2} = \beta_2$, sarà pure $\alpha_{m+1,3} = \beta_3$; e così di seguito. Quindi possiamo concludere essere necessario e sufficiente, per l'esistenza della (5), che le quantità a e b siano scelte in guisa che tutti i coefficienti $\alpha_{m+1,2i}$ di posto dispari in $F_{m+2}(z)$ risultino uguali ai corrispondenti β_{2i} in $\varphi(z)$.

Intanto dovremo dunque avere:

$$(6)\qquad a = \beta_0$$

$$\frac{m+1}{6}\left\{(m-1)a'' - \frac{(m-1)(m-2)}{4m}\frac{a'^2}{a} + m(m+2)ab\right\} = \beta_2.$$

Cioè:

$$(7)\qquad b = \frac{1}{m(m+2)\beta_0}\left\{\frac{6\beta_2}{m+1} - (m-1)\beta_0'' + \frac{(m-1)(m-2)}{4m}\frac{\beta'^2_0}{\beta_0}\right\}.$$

E poichè si è già indicato il modo di ottenere le espressioni di coefficienti $\alpha_{m+1,2i}$ in funzione di a e b, ne consegue che se poi mettiamo in esse al posto di a e b i valori dati dalle (6) e (7), conosceremo quali dovranno essere le espressioni dei coefficienti $\beta_4, \beta_6 \ldots$ di $\varphi(z)$ (date mediante funzioni razionali di β_0, β_2 e loro derivate) affinchè l'integrale generale della equazione (3) abbia la forma (4). E lasciando a β_0 e β_2 tutta la possibile arbitrarietà, la corrispondente equazione (3) sarà, fra quelle equivalenti alle loro aggiunte, la più generale possibile.

Infine la relativa equazione (5) sarà:

$$y'' + \frac{\beta'_0}{m\beta_0}y' + \frac{1}{m(m+2)\beta_0}\left\{\frac{6\beta_2}{m+1} - (m-1)\beta_0'' + \frac{(m-1)(m-2)}{4m}\frac{\beta'^2_0}{\beta_0}\right\}y = 0.$$

Passando ora all'esame di qualche caso particolare, occupiamoci dapprima dell'equazione del 3° ordine equivalente alla sua aggiunta. Essa è necessariamente della forma:

$$(8)\qquad \alpha z''' + \frac{3}{2}\alpha' z'' + \beta z' + \frac{1}{4}(2\beta' - \alpha''')z = 0$$

con α e β funzioni arbitrarie della variabile indipendente.

E poichè in questo caso non rimane da particolarizzare, nella forma differenziale $\varphi(z)$, nessuno dei coefficienti successivo al terzo, concludiamo che l'integrale generale della (8) sarà:

$$z = C_0 y_1^2 + C_1 y_1 y_2 + C_2 y_2^2,$$

essendo y_1 ed y_2 due integrali fondamentali dell'equazione del 2° ordine:

$$y'' + \frac{\alpha'}{2\alpha}y' + \frac{1}{8\alpha}(2\beta - \alpha'')y = 0.$$

Facendo $m = 3$, consideriamo poi il caso dell'equazione del 4° ordine equivalente alla sua aggiunta. Questa sarà necessariamente della forma:

$$(9) \qquad \alpha z^{\text{iv}} + 2\alpha' z''' + \beta z'' + (\beta' - \alpha''')z' + \gamma z = 0$$

con α, β, γ arbitrarie. In tal caso, affinchè esista la corrispondente equazione del 2° ordine,

$$y'' + \frac{a'}{3a} y' + by = 0 ,$$

siccome per questa risulta:

$$F_4 = az^{\text{iv}} + 2a'z''' + \left(\frac{4}{3} a'' + 10ab - \frac{1}{9} \frac{a'^2}{a}\right)z'' +$$
$$+ \left\{\left(\frac{4}{3} a'' + 10ab - \frac{1}{9} \frac{a'^2}{a}\right)' - a'''\right\} z' + \left\{(2a'b + 3ab')' + 9ab^2\right\} z,$$

sarà necessario e sufficiente che si abbia:

$$\gamma = (2a'b + 3ab')' + 9ab^2$$

con

$$a = \alpha , \quad b = \frac{1}{15\alpha} \left(\frac{3}{2} \beta - 2\alpha'' + \frac{1}{6} \frac{\alpha'^2}{\alpha}\right) .$$

Facendo la sostituzione di questi valori di a e b nell'espressione di γ, troviamo che dovrà essere:

$$\gamma = \frac{1}{100\alpha^3} (9\alpha^2\beta^2 + 9\alpha'^4 + 12\alpha\alpha'^2\beta + 36\alpha^2\alpha''^2 - 36\alpha\alpha'^2\alpha'' -$$
$$- 60\alpha^2\alpha'\alpha''' - 10\alpha^2\alpha'\beta' - 34\alpha^2\alpha''\beta + 30\alpha^3\beta'' - 40\alpha^3\alpha^{\text{iv}}).$$

Ed allora l'integrale generale dell'equazione (9) sarà:

$$z = C_0 y_1^3 + C_1 y_1^2 y_2 + C_2 y_1 y_2^2 + C_3 y_2^3$$

essendo y_1 ed y_2 due integrali fondamentali dell'equazione del 2° ordine:

$$y'' + \frac{\alpha'}{3\alpha} y' + \frac{1}{15\alpha} \left(\frac{3}{2} \beta - 2\alpha'' + \frac{1}{6} \frac{\alpha'^2}{\alpha}\right) y = 0.$$

§ 3.

Passiamo ora a considerare l'equazione differenziale:

$$\psi(z) = z^{(m+1)} + \beta_2 z^{(m-1)} + \beta_3 z^{(m-2)} + \ldots + \beta_{m+1} z = 0 \tag{10}$$

dove i coefficienti β_i sono funzioni qualunque della variabile indipendente. E supponiamo che esista un'equazione del 2° ordine lineare omogenea, tale che ogni forma di grado m di due suoi integrali indipendenti soddisfi la (10). Allora, ammesso che quella sia:

$$y'' + \frac{a'}{ma} y' + by = 0,$$

dovrà l'equazione $F_{m+1}(z) = 0$ relativa ad essa coincidere colla (10). Cioè dovremo avere:

$$F_{m+1}(z) = \lambda \psi(z).$$

Quindi:

$$a = \lambda, \quad \frac{m+1}{2} a' = 0.$$

E perciò:

$$a = \lambda = \text{cost}.$$

Ne segue che il primo membro della (10) dovrà essere un polinomio differenziale uguale o contrario al suo aggiunto, e che la corrispondente equazione del 2° ordine non potrà che essere della forma:

$$y'' + by = 0.$$

Supponendo ridotto ad 1 il valore della costante λ, si vede che le espressioni che dovranno avere i coefficienti di $\psi(z)$, affinchè esista effettivamente la relativa equazione del 2° ordine, saranno quelle dei coefficienti della forma differenziale $\varphi(z)$ considerata nel paragrafo precedente, quando si faccia $\beta_0 = 1$.

E l'equazione del 2° ordine sarà:

$$y'' + \frac{6\beta_2}{m(m+1)(m+2)} y = 0.$$

P. e., affinchè l'equazione del 4° ordine:

$$z^{IV} + \beta_2 z'' + \beta_3 z' + \beta_4 z = 0$$

sia soddisfatta da ogni forma cubica di due integrali fondamentali di una equazione del 2° ordine lineare omogenea, sarà necessario e sufficiente che si abbia:

$$\beta_3 = \beta'_2, \quad \beta_4 = \frac{1}{100}(9\beta_2 + 30\beta''_2).$$

E tale equazione sarà:

$$y'' + \frac{\beta_2}{10} y = 0.$$

Resultati, questi, già noti.

Infine consideriamo l'equazione differenziale:

$$\Phi(z) = z^{(m+1)} + \beta_1 z^{(m)} + \beta_2 z^{(m-1)} + \dots + \beta_{m+1} z = 0. \tag{11}$$

Ed ammettiamo che esista una equazione del 2° ordine:

$$y'' + py' + qy = 0 \tag{12}$$

tale che si abbia:

$$z = \sum_{0}^{m}{}_r C_r y_1^{m-r} y_2^r.$$

Allora se nella (11) operiamo la sostituzione

$$z = u e^{-\frac{1}{m+1}\int \beta_1 dx},$$

essendo x la variabile indipendente, otterremo un'equazione della forma:

$$u^{(m+1)} + A_2 u^{(m-1)} + A_3 u^{(m-2)} + \dots + A_{m+1} u = 0 \tag{13}$$

per la quale risulterà:

$$u = e^{\frac{1}{m+1}\int \beta_1 dx} \times \sum_{0}^{m} C_r y_1^{m-r} y_2^r.$$

Quindi se nella (12) si effettua la sostituzione:

$$y = t e^{-\frac{1}{m(m+1)}\int \beta_1 dx},$$

avremo un'altra equazione della forma:

$$t'' + Pt' + Qt = 0,$$

tale che

$$t_1 = y_1 e^{\frac{1}{m(m+1)}\int \beta_1 dx}, \qquad t_2 = y_2 e^{\frac{1}{m(m+1)}\int \beta_1 dx}$$

sono due suoi integrali indipendenti; e risulterà:

$$u = \sum_0^m C_r t_1^{m-r} t_2^r.$$

Perciò il 1° membro della (13) sarà un polinomio uguale o contrario al suo aggiunto (*).

Possiamo dunque concludere:

Affinchè un'equazione differenziale lineare omogenea d'ordine $m+1$ *sia soddisfatta da ogni forma di grado m di due integrali fondamentali di una equazione del 2° ordine lineare omogenea, è necessario che, ridotta la prima alla forma* (11), *la funzione:*

$$\Psi(u) = e^{\frac{1}{m+1}\int \beta_1 dx} \times \Phi\left(u e^{-\frac{1}{m+1}\int \beta_1 dx}\right)$$

risulti uguale o contraria alla sua aggiunta.

E quando questa condizione sia soddisfatta conosceremo anche il modo di ottenere le espressioni dei vari coefficienti di $\Psi(u)$ affinchè esista effettivamente la richiesta equazione del 2° ordine.

Pavia, Ottobre 1898.

(*) Essendo

$$P = p - \frac{2\beta_1}{m(m+1)}$$

e dovendo risultare $P = 0$, sarà:

$$p = \frac{2\beta_1}{m(m+1)}.$$

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 20 Novembre 1898.

PRESIDENZA DEL SOCIÓ PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: CLARETTA, Direttore della Classe, PEYRON, ROSSI, PEZZI, BRUSA e CIPOLLA.

Letto il processo verbale della precedente seduta, viene approvato.

Il Presidente, avvertendo la mancanza del Segretario, invita il Prof. CIPOLLA ad assumere l'ufficio di Segretario. Quindi comunica le lettere colle quali i Socii MANNO e FERRERO scusano la loro mancanza all'odierna seduta e annunzia che il Socio BOLLATI DI SAINT PIERRE è indisposto, aggiungendo per altro che fortunatamente sta ristabilendosi in salute.

Il Socio CLARETTA interpretando il sentimento dei Colleghi, presenta al Presidente le sue congratulazioni per la sua nomina a Senatore del Regno.

Il Presidente ringrazia.

Fra le molte pubblicazioni inviate in dono all'Accademia durante le ferie il Segretario segnala le seguenti: dal Socio

residente Perrero, *Asti ricuperata e la Cittadella d'Alessandria liberata (1745-46)*, Torino, 1898, in-8°;

dai Soci corrispondenti:

Cornelio Desimoni, *Le cambiali di S. Luigi per la prima Crociata, e la loro attinenza al mercato monetario di Genova*. Genova, 1898, in-8°,

Vittorio Poggi, *Postille alle memorie savonesi del Verzellino*. Savona, 1898, in-8°,

Marchese De Nadaillac, *Les agglomérations urbaines*. Paris, 1898, in-8°. *L'homme et le Singe*. Louvain, 1898, in-8°. *Ménélik II Négûs Négûsti roi des rois de l'Éthiopie*. Paris, 1898, in-8°.

Il Presidente presenta ed elogia due opuscoli del Prof. Vincenzo Lilla dell' Università di Catania, *Abbozzo di un saggio della compenetrazione dell'etico nell'endomonologia*. Napoli, 1897, in-16°. *La genealogia delle idee secondo la mente di Tomaso Russo*, seconda edizione. Torino, in-8°.

Infine il Socio Brusa legge una sua nota intitolata: *Intorno alla contumacia dell'imputato nel processo penale*. Questa nota verrà inserita negli *Atti*.

LETTURE

Intorno alla contumacia dell'imputato nel processo penale;

Nota del Socio EMILIO BRUSA.

Dei due sistemi legislativi che si conoscono, l'uno escludente il giudizio di condanna in contumacia, l'altro che lo ammette, il primo merita senza dubbio la preferenza. Alcuni, molti forse presso di noi esitano ancora, ma alla fine la verità dovrà trionfare anche in questo argomento.

Non basta infatti avere purificata la procedura contumaciale del rigorismo manifestamente eccessivo che tanto la affliggeva un tempo da renderla invisa ancora oggidì. Non basta spogliarla del codazzo delle pene disonoranti ch'essa traeva seco per l'assente, e della confisca de' suoi beni o anche solamente del loro sequestro, nonchè degli apparati di odiosa pubblicità della sentenza di condanna a suon di tamburo o di tromba che ancora deturpano la legislazione francese. Bisogna assolutamente risolversi a dar il bando al giudizio penale in contumacia.

Si crede, è vero, che il contumace reso immune da ogni condanna, goda un privilegio rispetto al condannato in contraddittorio. Mentre il primo fruirebbe della prescrizione celandosi in qualche parte dello Stato o all'ombra del tetto ospitale straniero, il secondo dovrebbe invece scontare inesorabilmente la sua pena, oppure, ove fosse riuscito a fuggire dopo la condanna, potrebbe sempre essere inseguito e carcerato fino a che non sia avvenuta, dopo assai più lungo termine, la prescrizione della condanna stessa.

Questo vieto argomento sembra a prima giunta avere per proprio alleato il sentimento di giustizia. Se però ben lo si guardi, esso non apparisce nè serio, nè fondato. E per verità, perchè la cosa fosse altrimenti, bisognerebbe potersi sostenere, che anche l'obbligo di subire il giudizio e la pena non fosse per l'imputato o condannato un obbligo di carattere semplice-

mente negativo qual esso è in realtà, l'obbligo, cioè, di astenersi dal fare certi atti che costituirebbero nuove infrazioni determinate della legge, ma piuttosto un obbligo di carattere positivo, di offrirsi, cioè, spontaneamente ad agevolare, con la propria costituzione in giudizio, con la propria confessione e rassegnazione, l'opera della giustizia penale. Ma l'imputato non è costretto neppure a rispondere all'interrogatorio, e tanto meno egli è tenuto a rispondere col vincolo del giuramento. Di più, col mentire, egli non si rende punto colpevole di favoreggiamento di se stesso, o di altro delitto contro l'amministrazione della pubblica giustizia, come pure a farnelo colpevole non basta l'evasione quando questa sia scevra di violenza verso le persone, nè eseguita in riunione di tre o più persone, o con concerto, nè eseguita con rottura (cod. pen. it., art. 226 sgg.). Aggiungasi che l'imputato ben può, rispondendo all'interrogatorio, accusare altri per difendere se stesso, ancorchè quelli siano innocenti; e nemmeno questo fatto costituirebbe mai un reato per lui.

Tutto ciò è una pura e semplice conseguenza logica del principio accusatorio. In virtù di questo principio, la prova della verità dei fatti a carico dell'imputato spetta tutta quanta all'accusatore. Solo si potrebbe dunque comprendere una condanna contumaciale, ove tuttavia fossero in vigore, insieme col principio inquisitorio, le pene per la reticenza o la menzogna dell'inquisito, la sua messa al segreto del carcere, e la privazione del difensore (mezzi tutti intesi a supplire alla tortura per estorcere la confessione), e fossero rimaste egualmente in uso la privazione dei diritti civili e politici, la vigilanza speciale di polizia e altrettali sanzioni e coercizioni da applicarsi in caso di sentenza dubitativa.

La differenza di trattamento fra condannato in contradittorio e imputato o condannato in contumacia, per ciò che attiene alla durata più breve del termine di prescrizione in esclusivo favore di quest'ultimo, non è punto un privilegio. Essa è piuttosto la conseguenza logica di quella stessa differenza, che evidentemente promana dalla ben diversa condizione esistente fra questi due casi. Sulla condanna che ha colpito il condannato in contradittorio non è permesso elevare alcun dubbio giuridico, all'infuori dell'ipotesi che nuovi fatti e prove o falsi siano stati posteriormente scoperti, di natura tale, che, accertati che

fossero in regolare giudizio, farebbero dalla sua base stessa crollare la condanna. Invece, la condanna pronunciata contro il contumace mantiene sempre il suo carattere *provvisorio*. Egli è così per l'appunto che una condanna siffatta rappresenta una vera contradizione in termini, offrendosi bensì come vera condanna, ma senza volere e poter essere tale in effetto. Una vera condanna ha almeno da avere un carattere *definitivo*, e anzi deve propriamente consistere in un giudizio divenuto oramai *irrevocabile*.

L'imputato contumace può sempre, come tale, essere innocente. Innocente infatti lo fanno presumere in generale, o almeno per un numero considerevole di casi, le proporzioni delle risultanze notabili nelle statistiche. Se queste mettessero in chiaro l'interessante circostanza, vedrebbonsi certamente salire ad alte cifre i proscioglimenti in contumacia, cioè quei proscioglimenti, che, senza contare il numero sempre enorme delle procedure archiviate prima, sono espressi nelle ordinanze con cui il magistrato istruttorio, dopo tanto lavorio processuale, si è trovato costretto a rinunziare all' accusa. Inoltre, la non infrequente innocenza dei contumaci è pure, ed anche meglio, provata dal fatto delle assoluzioni o dichiarazioni di non luogo a procedere pronunciate, in esito agli stessi giudizi contradittorii, nella proporzione del 20 o 30 e più per cento del numero delle accuse.

Egli è dunque giusto che più lungo sia il termine prescrizionale per il condannato vero e proprio, cioè per colui che fu colpito al seguito di un pubblico, orale giudizio emanato in contradittorio. Qui, oltrecchè non nasce più dubbio sulla verità del contenuto della sentenza, l' impressione stessa del fatto si è anche vie più ribadita nella coscienza comune per mezzo appunto di questo medesimo giudizio contradittorio, onde maggiore richiedesi la durata del tempo necessario a che tale coscienza si acqueti.

Del resto, se proprio fosse buona ragione quella di evitare una disparità di trattamento prescrizionale fra il contumace e il condannato in contradittorio, non perciò varrebbe essa certamente a giustificare il giudizio contumaciale. Il solo effetto legittimo che a questo possa attribuirsi, sarebbe, allora, piuttosto quello di agguagliare entrambi rispetto alla durata delle due

prescrizioni, sia cioè di quella per il contumace, come ancora dell'altra per il condannato in contradittorio. Gli è quanto però nessuno oserebbe chiedere, manifesta cosa essendo che ciò costituirebbe una flagrante ingiustizia, fino a tanto che, almeno, giusto si ritenga che diversi termini prescrizionali siano dalla ragion giuridica imposti nei due diversi casi. Ora, ciò che trovasi ingiusto nei riguardi della durata del tempo prescrizionale, perchè mai dovrà dirsi giusto nei riguardi del giudizio? Non è forse, il giudizio, tutto un sistema di atti e di forme rivolti all'applicazione della legge sostantiva che determina le norme sul corso della prescrizione?

In fondo, quello cui realmente si mira dai fautori del giudizio contumaciale si è, che la *disubbidienza* del contumace venga castigata. Il *contra contumaces omnia jura clamant* non è peranco divenuto interamente un semplice ricordo storico. La *disubbidienza*, ecco una parola delle più abusate, e qui abusata ne è anche la deduzione. Già non possono essere rari i casi di citati e rimasti contumaci, sol perchè ignoravano di essere stati citati. L'atto di citazione davanti al pretore e il mandato di comparizione davanti alle altre magistrature, non solamente non contengono quell' enunciazione sommaria del fatto, del titolo del reato e dell'articolo di legge violata, che pur si richiede per il mandato di cattura (art. 192 cod. proc. pen. it.); ma essi vengono notificati all'imputato e, quando non si possa notificarli in persona, si notificano alla sua residenza, e se questa non sia conosciuta, al suo domicilio, o in difetto di domicilio fisso, alla sua dimora (art. 189 cod. proc. pen., comb. con l'art. 335 ult. capov.). Non parliamo poi della notificazione dell'ordinanza diretta dal presidente delle Assise al condannato perchè questo si costituisca in carcere o comparisca, ordinanza, la quale gli è notificata alla residenza o domicilio o dimora, con affissione alla porta principale della casa di ultima sua abitazione ed a quella della sala di udienza della Corte, affissione che, invece, si fa solamente alla porta della sala di udienza della Corte, quando l'accusato non abbia abitazione certa o sia assente dal Regno (art. 524, 525, 527 cod. proc. pen.).

Insomma, la pretesa ingiustizia che si riscontrerebbe per la differenza di trattamento fra contumaci e condannati in contradittorio, non è che un mero fantasma.

Il secondo argomento invocato in appoggio del giudizio contumaciale, è tolto da ciò che dicesi una ragione di giustizia nell'interesse medesimo dell' imputato. Si osserva, che potendo il giudizio in contumacia terminare anche con l'assoluzione dell'imputato, il pronunciarlo giovi pure a lui. Qui verrebbe la voglia di chiedere se, trattandosi di un interesse dell'imputato, non dovesse lasciarsi all' imputato stesso la libertà di manifestare la sua preferenza. Poichè però l'imputato contumace non risponde, altro non resta se non deferire al giudice la decisione sulla opportunità di fare, o no, il giudizio, secondochè indubbiamente, oppur no, questo dovesse finire con l'assolutoria. Tale sistema fu adottato dal codice norvegese del 1892, § 311, e merita favorevole accoglienza.

Un altro motivo in favore del giudizio in contumacia sarebbe tratto dai riguardi dovuti alle ragioni d'interesse del danneggiato. Si dice che il medesimo, se non vi fosse giudizio penale, potrebbe trovarsi privo del mezzo legittimo di sperimentare il suo diritto d'indennizzo. In altre parole, si afferma la necessità di fare il giudizio in contumacia, non per motivi intrinseci alla causa penale, ma per una considerazione del tutto estranea, ancorchè d'ordine accessorio a questa causa. È evidente che qui la logica non assiste meglio di prima i fautori del giudizio contumaciale. Mezzo legittimo cui il danneggiato può ricorrere è, per certo, la costituzione di parte civile in giudizio penale per ottenere, in questo e col mezzo di questo, la riparazione del danno civile. Ma legittimo esso è alla condizione soltanto, che sia ammesso compatibilmente col fine del giudizio penale, al quale la domanda dell' indennizzo aderisce e dal quale dipende il cumulo delle azioni civile e penale. Di più, compatibile esso ha da essere anzi con quella presupposta condizione decisiva e fondamentale, che è la previa esistenza di un giudizio penale, giudizio incoato e condotto per ragioni intrinseche al fine suo proprio, e non per altri motivi ad esso estranei ed eventualmente contrarii persino a codesto fine.

Quanto alla consolazione che si crede dovuta al condannato in contumacia col ricordargli, la sua condanna non essere che una condanna provvisoria, potendo egli farla cessare col presentarsi e giustificare la propria innocenza se quella fosse ingiusta, niente vieta che si faccia buon viso all'onesta intenzione

spiegata qui verso il contumace condannato. Ma, ancora una volta, tale non è ora per noi la questione. Come più sopra non si trattava di sapere se al danneggiato competa diritto all'indennizzo, ma sibbene di sapere se a lui competa di farlo valere in modo assoluto e in via principale nel giudizio penale anche quando questo non abbia ragione intrinseca di svolgersi, così ora qui la questione non è già di ricercare se la virtù definitiva della condanna contumaciale sia subordinata alla costituzione dell'imputato che la purghi, sibbene quella di stabilire se mai una cosiffatta ragione di principio esista, che possa giustificare codesta anomalia di una condanna provvisoria o condizionale, che al postutto racchiude una formula contradittoria nei termini. Non senza motivo coloro che esitano dinanzi al nuovo istituto della condanna condizionale, introdotto in altre legislazioni e preconizzato per la nostra, a favore dei piccoli delinquenti meritevoli di particolare riguardo e fiducia, scorgono nel medesimo una confusione di poteri o funzioni, simile a quella che già formava il carattere proprio ed essenziale del principio inquisitorio. Or questa singolarità di una condanna, che mai non si saprà se sia condanna vera, insino a tanto, almeno, che l'imputato non si presenti e non riesca a purgare la contumacia, o insino a tanto che la prescrizione dell'azione penale non siasi compiuta, non è parsa la gran bella e buona cosa, se non precisamente per ciò, che essa non ha valore definitivo.

Così viene addotta a titolo di merito una singolarità contraria davvero ai principii razionali del giudizio. Le sentenze condannatorie prive di valore definitivo, o sono equiparabili a ordinanze processuali di rinvio al dibattimento, oppure, se un valore maggiore deve loro essere attribuito, di molto esse si accostano alle *absolutiones ab instantia* del processo inquisitorio. La *forma* esteriore della condanna, anzichè di assoluzione, è bensì opposta; ma il *contenuto* essenziale chiaramente apparisce in ciò somigliantissimo, che entrambe tengono la spada di Damocle della giustizia penale sul capo di un cittadino, cui esse, pur non essendo riuscite a dimostrare colpevole, vogliono additare tuttavia nientemeno che *con sentenza solenne* alla pubblica diffidenza e riprovazione, quale persona che potrebb'essere colpevole e che già sin d'ora reputasi indegna di figurare, nel consorzio civile, eguale in tutto agli altri cittadini, indegna di go-

derne, come questi, i naturali beneficii. Questa freccia, che non avendo potuto colpire al cuore, avvelena l'esistenza del contumace come dell'assoluto dall'istanza, non è arma di giustizia penale, è arnese di vecchia polizia.

Si è, infine, voluto contro gli abolizionisti ritorcere l'arma loro propria, appuntandoli di contradizione, perchè essi non hanno osato di attuare in tutta la sua estensione il divieto di condannare i contumaci, ma, quasi impauriti delle conseguenze, hanno, a somiglianza dei recenti codici germanico del 1877 e austriaco del 1873, accolto certe limitazioni al medesimo per quel che concerne le condanne minori. Senonchè tale censura, se fosse fondata, si sarebbe incorsa solamente da codesta e da alcune altre legislazioni modellate su quello stampo, non però da tutte, e così, per esempio, non di certo da quelle più recenti ancora, della Spagna del 1882, della Norvegia del 1892 e dell'Ungheria del 1896. In tutte queste ultime legislazioni non vi è assolutamente possibilità alcuna di condanne in contumacia, neppure per delitti minori.

La Germania, come mezzo di coercizione contro l'imputato, alla condanna in contumacia, nei soli casi di applicazione di pena pecuniaria o di confisca, oppure di entrambe riunite, sostituisce il sequestro dei beni a carico dell'assente. Il sequestro, come il giudizio, è facoltativo; anzi il giudizio contumaciale non si fa nemmanco se il P. M. non lo domandi espressamente, e così neppure ha luogo il sequestro, ove il magistrato non lo creda necessario per garantire il pagamento delle multe e spese processuali; sol quando tale garanzia non possa ottenersi, è consentito di sequestrare tutti i beni dell' imputato situati nel territorio dell'impero germanico. Il sequestro è facoltativo altresì nei casi di delitti meno lievi e nei gravi. In questi casi non si può procedere al giudizio, ma solo si avvia una procedura destinata ad assicurare le prove per l'eventuale futura comparsa dell'imputato, procedura questa, nella quale, non solo può intervenire un difensore a scelta facoltativa per parte dei parenti, ma e testimoni e periti vengono assunti con giuramento, e il giudice può persino consentire le occorrenti notificazioni all'imputato del quale sia nota la dimora. Per altro, se allora sorgessero motivi giustificanti il mandato di cattura, i beni dell'accusato posti nel territorio dell'impero potrebbero senz'altro

essere sequestrati, eccetto che, trattandosi di semplici contravvenzioni o di lievi delitti, la causa fosse di competenza degli scabini.

Questi, per una parte, ingegnosi espedienti cui il legislatore germanico si è appigliato per forzare il supposto disubbidiente a comparire, furono specialmente sostenuti anche con la singolare osservazione, che in realtà essi eccederebbero il rigore della pena pecuniaria e della confisca nei casi di giudizio contradittorio. L'amara ironia si risolve in un argomento che non regge alla critica. A parte la confisca degli oggetti perennemente confiscabili in causa della loro natura pericolosa che li fa vietare, la sproporzione tra il mezzo e il fine, qui, è di tutta evidenza. Quando s'ignora ancora se vi sia effettivamente colpa, non è lecito, per giungere ad accertarsene, l'usare mezzi più severi di quella pena stessa, la quale, accertata che fosse la colpa, dovrebbe applicarsi.

Contro il giudizio contumaciale, due sono precipuamente le ragioni che si possono addurre con buon fondamento. Per un verso, sarebbe una vera anomalia il condannare una persona non sentita nelle sue difese; e, d'altro canto, sarebbe troppo scarsa l'utilità pratica della procedura contumaciale, oltrecchè non può che essere raro il caso, che una condanna pronunciata in esito alla procedura medesima ottenga poi la sua esecuzione.

Nonostante il valore che hanno queste ragioni, il legislatore austriaco, senz'avvedersi del ritorno che faceva all'abborrita tradizione, per tanto tempo rimasta a lui cara, dell'*absolutio ab instantia*, non ha indietreggiato innanzi all'idea di rasentarla ancora nel novello celebrato suo codice, colpendo il contumace disubbidiente con la interdizione dell'esercizio dei diritti civili. Nè qui si fermò egli, ma, con manifesta incoerenza, ammise il dibattimento anche in assenza dell'imputato. Ciò egli fece in un caso; il *Commentario*, così meritamente pregiato, di Borsani e Casorati, per una evidente svista, dice invece che lo fece in due casi, cioè: primo, quando altrimenti sarebbe rimasto precluso al danneggiato l'esperimento in via civile delle sue ragioni d'indennizzo. Questo primo caso (v. il detto *Commentario* al § 2195) io non sono riuscito a scovarlo nelle disposizioni di quel codice. Solo il § 425 del medesimo dispone testualmente, che " la circostanza che sull'accusa non sia ancora stata emessa la decisione

del magistrato penale, non impedisce che in confronto dell'accusato venga avviata e proseguita una causa civile „. La qual cosa è perfettamente giusta, e ben la si potrebbe esprimere più semplicemente dicendo, in generale, così: — La contumacia dell'imputato non sospende l'azione civile del leso o danneggiato. — Il secondo caso, che è poi realmente l'*unico* in cui il codice di procedura penale austriaco accoglie il giudizio contumaciale, si ha quando, essendo già stata intimata personalmente all'accusato non carcerato la citazione all'udienza, il medesimo potrebbe ottenere, stante la sua assenza, una proroga del dibattimento già negatagli prima o che egli non avesse nemmeno chiesta (§ 427). In quest'unico caso il dibattimento contumaciale va però subordinato alla condizione, che il reato non sia punibile più di cinque anni di reclusione, e che l'imputato sia già stato sentito nell'istruttoria (v. ancora § 427); oltre di che è data al magistrato la facoltà d'interrompere a sua volta il dibattimento già cominciato, quando egli trovi che l'assenza dell'imputato renda impossibile avere una dilucidazione del fatto, pienamente rassicurante (§ 428).

È chiaro che anche questa riserva mostra nel legislatore austriaco una grande peritanza. Ebbene, il motivo stesso che ha determinato lui nel presente caso, è quello appunto che sorge e s'incontra egualmente, nè più nè meno, in tutti gli altri casi di contumacia. Sempre il bisogno, la sete di certezza, e non di semplici supposizioni, più o meno probabili e fondate, costringerà ogni legislatore, savio e coerente nell'applicazione del principio razionale da lui stesso accolto, a rinunziare al vano sforzo di colpire un uomo con le vuote forme solenni del giudizio meramente contumaciale. E quando si pensi, che per legittimare un siffatto giudizio solenne, come se fosse celebrato in contradittorio, troppo esigui, o del tutto o quasi nulli sarebbero i vantaggi che si farebbero valere come effetti attesi del medesimo; quando si pensi che proprio quella ragione della uguaglianza di giuridico trattamento dei diversi contumaci, sulla quale tanto s'insisteva, si oppone precisamente a favorire i contumaci imputati dei delitti più gravi a scapito degli altri che di men gravi colpe sono sospetti, e che perciò meriterebbero essi piuttosto i riguardi della legge; quando si consideri, infine, che le ragioni stesse, sia della conservazione delle prove, sia

delle domande di restituzione e d'indennizzo dovuti alle persone danneggiate dal fatto delittuoso, ben troverebbero appieno in altri provvedimenti la loro adeguata sodisfazione, come ne fanno fede le legislazioni più recenti poc'anzi ricordate, nonchè la felice esperienza che del loro sistema abolizionista si è potuta fare, non parrà sicuramente temerario conchiudere ora nel modo stesso con cui i presenti cenni hanno esordito.

Il sistema presso di noi vigente, di ammettere il giudizio di condanna in contumacia col relativo simulacro di dibattimento, ha fatto il suo tempo, e va risolutamente soppresso. Nè giova attenuarlo con temperamenti ed eccezioni, fossero pure più notevoli assai che non appariscano nelle disposizioni del codice italiano del 1865. Il quale, all'incertezza della citazione non personale, supplisce con la lustra di una opposizione entro un mese dalla notificazione della sentenza contumaciale fatta al domicilio, e, se fatta alla persona, entro dieci giorni (art. 389). Meno avaro, il nostro vicino d'Oltralpe, ha nel 1865 agguagliato, in certi casi, il termine dell'opposizione a quello medesimo fissato per la prescrizione della condanna.

Fosse pure che codesti temperamenti si accostassero più da vicino agli esempi austriaco del 1873 e germanico del 1879, il secondo dei quali, al pari di altre legislazioni, ammette persino, come s'è visto, l'intervento di un difensore. Fosse pure che quei temperamenti rendessero più sensibile l'incoerenza col sistema del giudizio contumaciale. Sempre dinanzi a noi sorgerebbe formidabile il dilemma: o limitarci a punire la disubbidienza sola, quando essa risulti provata dalla notificazione personale e dalla mancanza di motivi giustificanti l'assenza; oppure rinunziare senz'altro anche a questo mezzo di coazione, mezzo pressochè ognora fallace, quando non riesca altresì ingiusto per l'esorbitanza degli effetti. La pubblicità la più estesa, col mezzo della stampa, è in qualunque sistema un imprescindibile, rigoroso dovere, perchè provvede sempre, anche tolto di mezzo il giudizio in contumacia, al fine di integrare le prove con la presenza dell'incolpato. Ma neppure il più scrupoloso adempimento del dovere medesimo potrebbe mai autorizzare un castigo, motivato sopra una semplice presunzione, ancorchè gravissima, di disubbidienza. Come la stessa intimazione personale dell'atto o mandato di comparizione o di cattura, altro non metterebbe in essere che la disub-

bidienza per difendersi irregolarmente con la latitanza, così, e a ben maggior ragione, quando manchi l'intimazione personale, la pubblica notificazione qui non varrebbe mai ad altro, se non a far presumere la disubbidienza.

Quanto all' intervento di un difensore eletto dai prossimi congiunti, non se ne potrebbe certo spregiare l'eventuale utilità nell'interesse non del solo incolpato, ma della pubblica giustizia. Anche questo correttivo, però, riesce impotente a sanare il vizio radicale del sistema, e a tal uopo non vi si può fare alcun assegnamento. Varrebbe solo per casi speciali, in cui fosse in gioco anche l'interesse di quelli.

Più cauto ed efficace rimedio è quello che, sulla scorta del sistema francese, fu proposto dalla Commissione della Camera dei rappresentanti per il futuro codice del Belgio (*Rapport* de M. Thonissen, séance du 20 novembre 1883): trattare, cioè, i contumaci nelle cause minori, alla pari del contumace condannato dalla Corte d'assise, offrendo così a tutti senza distinzione il diritto della opposizione e della rinnovazione del giudizio, fino all'espiro della prescrizione della pena. Si farebbe eccezione per il solo caso, in cui fosse attestato da atti autentici, che la sentenza non era ignorata dal condannato e, inoltre, con l'effetto, in ordine alle condanne civili per le spese e per il risarcimento, di una esecuzione puramente provvisoria della condanna contumaciale e, quindi, sotto condizione risolutiva.

Se la scelta fosse ristretta fra il sistema austro-germanico, che importa coercizioni gravi assai, e quello del progetto belgico testè delineato, non si potrebbe rimanere titubanti neppure un momento a dare a quest'ultimo la preferenza. Ma le considerazioni precedenti intorno alla niuna necessità del giudizio contumaciale, alla inanità ed ai danni inerenti al medesimo, debbono consigliare a fare da questo un assoluto divorzio. Per ciò che riguarda la conservazione delle prove, nessuno più dubita che a questo fine basti l'istruzione preparatoria, massime se nella medesima s'introduca una piccola pubblicità per l' esperimento di certe prove e sotto la vigilanza e direzione del giudice, il quale nei casi contingibili potrebbe escludere questo mezzo altrimenti di garanzia della verita. Rispetto agl'interessi civili, ricordato che la protezione di favore loro consentita con l'ammettere l'esercizio dell'azione civile, va subordinata all'interesse pubblico della verità

criminale per l'applicazione della pena, basta a loro riguardo togliere la sospensione dell'azione civile dando facoltà al danneggiato di valersi delle prove raccolte nell'istruttoria penale in quei limiti che il magistrato nel suo prudente arbitrio determinerà. Resta ben inteso, inoltre, che anche la restituzione degli oggetti costituenti corpo del reato e atti a provarlo, debba pur essa subordinarsi a quelle cautele e limitazioni e condizioni, che il giudice stimi opportune. Nè, infine, può nascere dubbio sulla indipendenza del giudizio in contradittorio per gl'incolpati presenti, quando i loro complici siano ignoti o assenti: varie legislazioni ciò dichiarano espressamente, benchè possa pure essere di per sè sottinteso.

Di fronte a una giustizia già resa tanto imperfetta dalla naturale imperfezione stessa degli uomini cui ne è affidata l'assidua e ardua cura, sembra per lo meno poco avveduto quel legislatore, che preferisse sperperare l' attività, notoriamente sempre limitata e in qualche misura anche insufficiente, dei magistrati e accusatori pubblici, per correre dietro al miraggio di un giudizio che si confessa impotente a condannare davvero e, se ciò osa tuttavia, lo fa manomettendo il più sacro degli umani diritti, quello della difesa. E si vegga singolarissima, meravigliosa coincidenza. Unica forse nella storia del processo penale è quella non fortuita alleanza dei principii accusatorio e inquisitorio, che si sorprende appunto in questo tema della contumacia. Checchè sembri risultare in contrario dai lagrimevoli abusi, che in nome del principio inquisitorio si sono consumati mercè l'esame dell'imputato e in di lui pregiudizio, nonchè in quello della verità e della giustizia, qui, proprio qui (chi lo avrebbe imaginato?), quei due principii si dànno reciprocamente la mano. Il principio d'accusa non consente giudizio di condanna, ogni qualvolta l'incolpato non siasi potuto sentire nelle sue difese; il principio d'inquisizione, fallacissimo nel pregio che immeritamente o con esagerazione enorme attribuisce alla forma scritta e segreta del processo, si è visto forzato a sostituire al contraditorio vero e legittimo fra le parti, quello ben altrimenti pericoloso e ingiustificato fra l'inquirente e l'inquisito.

Senza un contraditorio non vi ha giudizio penale di sorta, e la pena che scende così sul capo dell'incolpato altro non è che violenza. E però la vera, la suprema necessità sta in questo,

che si ponga ogni migliore studio a rinvigorire l'azione persecutrice, insieme con quella investigatrice che la coadiuva. Solo allora potrà essere facile sfuggire alla ingannevole tentazione di rifugiarsi fiaccamente nel ripiego di una condanna ipocrita e, pronunciata essendo senza la difesa dell'incolpato, sempre a ogni modo formalmente ingiusta.

Prima di por termine a questi brevi appunti, piacemi insistere ancora un istante sulla vacuità dei pretesi vantaggi che dovrebbero derivare dal giudizio in contumacia; aggiungerò, per ultimo, alcune proposizioni nelle quali dovrebbe, a parer mio, racchiudersi la sostanza della riforma qui escogitata.

Vi sono certi errori, che dalla venerabilità del tempo in cui vissero e si fecero ricevere come verità, traggono assai più forza che non le cose vere dai retti dettami della ragione e dai salutari ammonimenti della esperienza. Uno di tali errori è quello che, dando apparenza di vero anche all'istituto delle forme irregolari del giudizio penale al fine di perseguitare, dicesi, con maggiore vigore ed efficacia il colpevole, contribuisce potentemente a rendere tenaci conservatori i popoli oramai abituati a pregiarlo. Bisogna assolutamente far opera perchè essi vengano tratti d'inganno: spetta al legislatore il darvi mano senza tentennamenti e con la salda fiducia di guadagnare, alla propria opinione illuminata, l'opinione popolare.

Quando si sentirà lodare il giudizio in contumacia perchè benefico al sentimento pubblico di riprovazione del reato, il quale, almeno per i delitti di una certa gravità, vuole sia sollecita e immancabile la punizione, tocca a lui, al legislatore, lo sfrondare quell'elogio di un beneficio inesistente. Bisogno, vero e legittimo, diritto, è quindi quello che tutti abbiamo alla giusta applicazione della pena. Ma, appunto, perchè questa sia veramente giusta, il sospetto solo, anche gravissimo e diuturno, non basta; ci vuole la certezza: certezza che l'incolpato sa che lo si cerca per essere sentito nelle proprie difese; certezza che egli ha potuto realmente difendersi e ha fatto valere i propri diritti. La assenza dell'incolpato è nel primo caso disubbidienza processuale, non delitto contro la comune sicurezza giuridica. L'assenza sua nel secondo caso esclude, insieme col legittimo contradittorio, la sua legittima difesa. Non è dunque esatto, non è dunque giusto parlare del bisogno di dar sodisfazione alla coscienza

pubblica pronunciando la condanna di costui, e in quell'argomentazione si nasconde il sofisma che dicesi petizione di principio. È un tale sofisma che si è insinuato anche nei ragionamenti addotti in appoggio del sistema proposto alla Camera del Belgio.

Quando poi al legislatore stesso viene esaltato l'istituto in discorso per i vantaggi che dal giudizio di condanna in contumacia si dice abbia a ritrarre l'istruzione diligente della causa fatta in assenza dell'imputato, egli deve rispondere, che codesti vantaggi non sono altro che un'illusione generata dall'abitudine. È un'illusione il credere, che s'istruiscano meglio le prove per ciò solo che serviranno a dar base a una sentenza contumaciale certa, anzichè a una eventuale sentenza in contradittorio. E se la condanna dell'assente può, specialmente quando da altri processi giudiziari venga accresciuta la probabilità della di lui colpa, essere un salutare avvertimento per i malfattori e una sodisfazione per gli onesti, nella grandissima maggioranza dei casi, però, quell'avvertimento dovrebbe tornare superfluo e fuori di luogo. Il pubblico non distingue, ma legislatore e giudice hanno l'obbligo di sceverare dagli altri i casi di diffidenza e riprovazione fondata; essi debbono guardarsi dal seguire i moti impetuosi e inconsulti del popolo, che a rifascio colpisce egualmente nei rei le persone sospette. Certamente una semplice citazione in giudizio ha sull'imputato e sul pubblico un'efficacia minore di una sentenza solenne, ancorchè questa non sia pronunciata che in contumacia. Ma ha egli diritto lo Stato a esercitare sulle imaginazioni cotale maggior effetto, mentre esso si è convinto di non possedere più il diritto analogo di emanare, per bocca dei suoi magistrati, sentenze meramente dubitative? Il *not proven* del diritto scozzese, il *non consta* del diritto delle Due Sicilie, e formule simili di altre legislazioni, non rispondono più al principio accusatorio del processo penale odierno. Il sospetto che spontaneamente sgorga dalla notizia dei fatti, e la diffidenza e l'animavversione onde la coscienza pubblica si penetra a causa di tali fatti, sono un prodotto naturale delle cose, superiore alla volontà legislativa e giudiziaria, e sottratti perciò all'impero legittimo di questa. Cercare di provocarlo con mezzi coercitivi, con le formalità solenni di una condanna in contumacia, altro non è che un eccesso e abuso di potere in pregiudizio della libera censura ed educazione pubblica.

Da qualunque lato si voglia pertanto considerare la questione, nessun appoggio serio può mai trovare l'opinione, anche avanzata, di coloro che intendono conservare, nelle forme almeno, il giudizio contro gli assenti o gli ignoti. Mantenendo le sole forme, vuote della sostanza, si reca la maggiore delle offese ai principii stessi fondamentali del rito e del giudizio: le forme sono la veste esteriore che, definendo la sostanza, la garantiscono.

Resta a esporre in sintesi il pensiero finale che potrebbe poi servire di sostrato e di guida nelle riforme legislative desiderabili.

Dei varii lavori legislativi sul tema presente, che più debbono attirare l'attenzione del proceduristа, quello che più specialmente merita di essere segnalato sì per il contenuto che per la semplicità e brevità della forma, si è il progetto governativo per la Danimarca, al quale ha preso tanta parte l'insigne Goos, e che porta la data del marzo 1875. Un unico paragrafo, il 200, ha bastato a quel legislatore per esprimere tutto quanto il suo sistema abolizionista, mentre parecchi sono gli articoli occorsi invece al legislatore spagnuolo e anche all'ungherese, seguaci entrambi dello stesso sistema, dove poi il norvegese ne ha condensato a sua volta in tre paragrafi la propria esposizione. Riprodurre qui quest'ultimo e il danese sembra particolarmente utile, non solamente perchè non si posseggono traduzioni italiane o francesi nè dell'uno nè dell'altro, ma anche perchè sono più notevoli dello spagnuolo e dell'ungherese (di quest'ultimo vedasi la traduzione italiana pubblicata dalla *Rivista penale*).

Norvegia. — § 309. Per potere interloquire, l'accusato deve essere presente in giudizio. Gli può tuttavia essere consentito di allontanarsi dopo essere stato escusso e sino alla pronunciazione della sentenza. Se egli abbandona l'udienza giudiziaria senza il consenso del magistrato, il giudizio definitivo può in ogni caso essere proseguito, salvo però che la sua presenza non sia reputata necessaria per dare dilucidazioni sulla causa.

§ 310. Se si tratti di un delitto da punirsi di preferenza col carcere o con pena inferiore, e il tribunale reputi necessaria la presenza dell'accusato per un motivo diverso da quello di dilucidare la causa, il giudizio definitivo contro il non comparso può essere avviato o continuato, ognorachè esista il suo consenso,

oppure egli non sia comparso, ancorchè non esista motivo di ritenere che sia stato legalmente impedito. Ove l'accusato fosse citato a norma delle disposizioni contenute nei §§ 153 e 154, ciò vale soltanto per il caso che il delitto non possa importare pena maggiore della ammenda, oppure per il caso che esista il suo consenso.

§ 311. Il giudizio definitivo può farsi in assenza dell'accusato, quando egli sia fuggito dopo che fu emanato il decreto d'accusa e, d'altra parte, il magistrato non reputi necessaria la sua presenza per la dilucidazione della causa.

In qualunque caso, si può sempre pronunciare sul non comparso una sentenza assolutoria e continuare il giudizio definitivo o avviarlo anche in assenza dell'accusato, ognorachè apparisca indubbiamente che il giudizio stesso abbia a finire con un'assoluzione. —

Danimarca. — § 200. In assenza dell'accusato non può, di regola, aver luogo un giudizio definitivo. Se l'accusato non può essere fatto comparire, l'accusa può bensì essere inviata a giudizio definitivo, ma senza prefissione di un termine: nel caso che si avveri tutto questo, la causa viene aggiornata, senza che però ne possa essere impedita la prosecuzione in confronto dei coimputati. Se vi fosse pericolo di perdere prove per effetto dell'aggiornamento della discussione determinato dal detto motivo, oppure se l'uso tardivo delle prove dovesse far presumere un esito meno sicuro, se ne potrà, al seguito di decreto giudiziale, fare l'esperimento indipendentemente dal giudizio definitivo.

Nelle cause che in forza del § 35 sono di competenza del magistrato di polizia (Politimesteren), oppure che in forza del § 36 sono subordinate alla privata accusa, il giudizio definitivo può avere luogo nel caso che l'accusato non comparisca senza provare un legittimo impedimento, purchè però il giudice non reputi necessaria la sua presenza (§§ 366 e 451). —

Queste disposizioni, come quelle dei codici spagnuolo e ungherese, rispondono appuntino al concetto propugnato nei presenti cenni contro il giudizio penale in contumacia. Già i codici del Braunschweig del 1849, del Baden e del Württemberg, nonchè il progetto di quello per l'Impero germanico (§§ 193-199 e 273-283), e gli stessi di Francoforte del 1856 e del Braunschweig del 1858 limitatamente alle cause gravi, avevano per i primi

coraggiosamente battuto questa via, della quale nessuno meglio di Hugo Meyer, nella sua opera della procedura penale contro assenti (*das Strafverfahren gegen Abwesende,* Berlin, 1869) ha dimostrato per ogni verso la esatta conformità coi principii razionali del giudizio punitivo, dimostrazione riassunta con grande perspicuità nei Motivi del progetto danese.

Non è mestieri passare in esame tutti i modi diversi di trattare il procedimento e giudizio definitivo contro gl'imputati regolarmente citati e non comparsi, o che non possono essere citati perchè ne sia ignota la dimora. Ma basta la molteplicità e varietà di questi modi a persuaderci senz'altro, che un principio chiaro non può essersi posto a base delle differenti classificazioni o distinzioni di casi che si riscontrano confrontando fra di loro le legislazioni dei vari paesi in cui è adottato il principio del giudizio contumaciale, od anche solo confrontando fra di loro le disposizioni di una sola di esse. Meyer compendia codeste differenze nelle seguenti: 1° Nonostante l'assenza dell'incolpato si procede oltre al giudizio definitivo, e allora, o *a*) all'assente non si accordano altri rimedi legali se non gli ordinari contro le sentenze, oppure *b*) gli si lascia aperta la via ad ottenere la restituzione in pristino stato contro la sentenza di condanna, o ancora *c*) gli è data la facoltà di ridurre nel nulla la sentenza col semplice fare opposizione non motivata; e in questi tre casi le concessioni sono o limitate alle cause minori, o alle maggiori, o alle medie, o alle medie e alle maggiori. 2° La sentenza contumaciale è soltanto provvisoria e perde subito la propria forza, non appena l'accusato comparisca, massime per le cause di competenza del giurì. 3° Il giudizio in contumacia è respinto addirittura per le cause gravi e medie, o almeno per quelle di competenza della Corte d'assise.

Se a già tante varietà legislative si aggiungono ora le differenze concernenti la questione di sapere se il dibattimento abbia da avere le forme ordinarie, o se invece debbano le forme sue essere abbreviate; e se si notano altresì le molte varietà che in questo dibattimento abbreviate si presentano, ben si comprende che per uscire dalle ambagi e dalle contradizioni che insidiano senza posa il procedimento contumaciale, è giocoforza applicare al medesimo, non l'istituto della semplice separazione personale, ma il divorzio. In giudizio civile, come anche nel

modo tradizionale d'intendere il principio inquisitorio puro, *contumax pro convicto et confesso habetur:* là, per la massima di ragion privata, che ognuno è padrone di disporre de' suoi diritti come meglio stimi; qua perchè la confessione, anche implicita o puramente presunta, può bastare a un inquirente che lotta contro difficoltà immani, e spesso insuperabili, per raggiungere la verità, o per addormentare la propria coscienza in una fantastica imagine di questa.

Ma nel giudizio penale informato al principio fondamentale, che in ognuno dei contendenti scorge un vero subietto di diritto, la cui attività va regolata a norma del pubblico interesse che con l'applicazione della pena ai colpevoli la legge si propone, codeste rinunzie, codeste presunzioni sono assolutamente inammessibili. Nemmeno le considerazioni di pratica opportunità potrebbero vantare, al cospetto di un sì eminente interesse, alcun titolo a derogare a quel principio. Già, anzitutto, la necessità di eseguire la pena sopra l'assente non può più esistere oggidì, non ammettendosi più l'esecuzione *in effigie*. Colpire il contumace ne' suoi beni perchè lo Stato non indugi a incassare le pene pecuniarie e le spese del processo, sembra almeno singolare in una legislazione, come la nostra per esempio, la quale nega persino la possibilità di imprimere il carattere di mero debito civile al pagamento di codeste pene sull'eredità del condannato premorto al medesimo. Peggio sarebbe poi se venisse privato dell'esercizio de' suoi diritti civili, con danno non pure suo, ma anche della famiglia e dei terzi.

Il più certo e, al tempo stesso, più grave effetto, che dal giudizio di condanna in contumacia possa derivare, si è di screditare quello in contradittorio, mentre poi al fine di sfollare i tribunali del peso dei numerosissimi processi minori, non è punto necessario sostituire una semplice larva di giudizio a un giudizio serio e tranquillante. Quei casi, pochi o molti che siano, nei quali ben può ritenersi che la difesa non sia mancata, non v'ha che il giudice cui sia realmente dato conoscerli, perchè la questione è tutta di convincimento e non già di forma destinata a garantirlo. Dopo l'abolizione delle prove legali, sarebbe per lo meno un anacronismo singolare il preferire alla certezza del magistrato una mera presunzione di legge fondata in quel criterio essenzialmente equivoco che è la contumacia.

La verità cammina: le ultime legislazioni che abbiamo sott'occhi, ci additano la strada che anche la nostra dovrà bentosto percorrere. Al passo notevole che in questa ha già dato il progetto belgico, non manca più se non che ne abbia a tener dietro un altro, perchè la meta sia conseguita anche in questo importante argomento del processo penale rispetto agl'ignoti o assenti. Quando il valore della condanna si riduce provvisorio per tutte quante le cause senza distinzione, quando fra quelle di lieve importanza e le altre che levano grande rumore intorno a sè, il legislatore non sa più vedere motivo alcuno di istituire una sostanziale differenza, l'ora del trionfo finale per la verità pare che debba essere vicina.

Ben a ragione i Motivi del progetto danese osservano, che l'accusa pubblicamente notificata (§ 102[1] di quel progetto), combinata coi mezzi coercitivi presi contro l'accusato, darebbero in ogni caso piena sodisfazione al sentimento comune del diritto, e la darebbero anzi assai meglio che una sentenza provvisoria, la quale al postutto non è vera.

Quanto poi al pericolo in mora per le prove, ognuno può riconoscere come quel savio legislatore abbia perfettamente provveduto a prevenirlo. Basta, infatti, che si assumano *in perpetuam rei memoriam* quelle che tale pericolo corressero, e che si richiegga nella stessa istruzione preparatoria un'anticipazione delle prove nonostante l'assenza dell'imputato. Il fine di custodire ogni fonte d'onde possa scaturire la verità, non deve per nessuna ragione essere frustrato.

Osservano ancora quei Motivi, che sebbene l'ordinamento così proposto per la Danimarca possa ingenerare una certa prolissità cagionando la sospensione del procedimento, e possa inoltre rendere più onerosa per l'accusato la procedura, ciò non è tal cosa, peraltro, da dover influire nei riguardi delle cause penali di maggiore importanza. Rispetto, invece, a quelle d'importanza minore, un'eccezione s'intende bene di leggieri, come se n'ha esplicitamente la formula molto cauta nel capoverso del riferito § 200 di quel progetto, e come era pur riconosciuto nel progetto del codice germanico, ed è sancito, per la pena pecuniaria, anche nel codice norvegese (§ 310).

Codesto medesimo progetto danese stabilisce altrove (§§ 198 e 199) il provvedimento del sequestro dei beni, a somiglianza

del procedimento germanico più sopra analizzato, nonchè del francese (art. 465 sgg.), e di altri. Hugo Meyer (op. cit., p. 346) si è dichiarato di contrario avviso, e la sua opinione ha un certo peso. Egli nota che gli effetti del sequestro rasentano quelli della confisca, e trova che lo Stato, non potendo avere sotto mano la persona dell'accusato, s'impossessa del suo patrimonio, con manifesta invasione nella sfera del diritto privato per un fine del processo penale, in genere, e di coercizione contro un possibile innocente, in ispecie. Il fatto, però, che sono ben poche le legislazioni, anche fra le recenti, le quali da simili motivi siansi lasciate convincere, deve pure tenere perplessi alquanto i riformatori.

Forse la soluzione della difficoltà potrebbe domandarsi a temperamenti e cautele speciali per impedire che gli effetti del sequestro riescano eccessivi, tanto per il contumace, quanto per la sua famiglia. Non pare che in questo senso possa trascurarsi la circostanza, che l'assente avesse notizia certa del procedimento contro di lui avviato, perchè allora non vi sarebbe più lo stesso ritegno a ordinare il sequestro. In ogni caso, dovrebbe ai prossimi congiunti essere riconosciuto il diritto di tutelare gl'interessi privati di famiglia moderando le pretensioni del fisco, al quale intento converrebbe attribuire loro un vero diritto di difesa giudiziale in forma di opposizione.

Nè sembra arbitrario restringere il sequestro nei limiti delle spese giudiziali, tranne che siavi costituzione di parte civile, o espressa riserva del leso o danneggiato di volere, più tardi o in separata sede, esercitare la sua azione civile. Le pene pecuniarie possono essere, nonchè convertite senz'altro *ope legis* in detenzione o arresto, scontate inoltre col mezzo del surrogato della prestazione di opera (cod. pen. it., art. 19 e 24). Ha egli lo Stato un sì assoluto diritto alla forma ordinaria di esecuzione della pena pecuniaria, da autorizzarlo a estendere il sequestro dei beni del contumace persino all'intento di garantirsene l'esecuzione nella precisa forma del pagamento, subordinata, del resto, com'essa sarebbe pur sempre ancora alla eventualità di una successiva condanna irrevocabile del contumace stesso? Sarebbe una vera esagerazione il crederlo.

La costituzione della parte civile e la riserva fatta dal leso o danneggiato, mentre legittimerebbero la garanzia del se-

questro nella misura conveniente per la riparazione del relativo danno civile, dovrebbero, d'altra parte, andare naturalmente congiunte alla facoltà del giudice di ordinare loro la cauzione, che del resto essi hanno già l'obbligo di prestare secondo il vigente diritto, per il caso di un successivo giudizio definitivo e irrevocabile di assoluzione o di non luogo a procedere (cod. proc. pen. it., art. 574 sgg.).

È intuitiva la ragione che induce a riporre nel prudente arbitrio discrezionale del magistrato lo statuire sulla necessità, o no, della presenza dell'imputato per giudicare delle cause infime, nelle quali trattasi solo di pene pecuniarie contravvenzionali. Si può provare ripugnanza ad accogliere l'istituto, che per altro già esiste in Austria sotto la denominazione di *procedura per mandato* (*Mandatsverfahren*) e nell'Impero germanico sotto quella di *ingiunzione penale* (*Strafbefehl*), cui non venne, presso di noi, fatto buon viso, allorchè nel 1895 la sua introduzione era stata proposta dal Ministro Calenda. Gli è che tale istituto ha precisamente il torto gravissimo di petrificare, a così dire, nel rigido verbo legislativo, il provvedimento del giudizio *reo absente* nelle cause minori contravvenzionali. Dovendosi qui vagliare le circostanze di fatto, dalla cui valutazione soltanto è possibile desumere se sia, o no, ammessibile il giudizio stesso, si rende assolutamente necessario l'intervento del magistrato, il quale, tali circostanze avendo esaminate e ponderate nel concreto della causa, ben può con piena sicurezza decidere se possa prescindersi dalla presenza dell'incolpato.

Volendo ora, secondo la fatta promessa, ricapitolare i punti sostanziali della riforma che sembra desiderabile nel tema del procedimento penale in assenza dell'imputato, essi potrebbero formularsi nelle proposizioni seguenti:

1. In assenza dell'imputato, esclusione, di regola, di ogni giudizio definitivo in pubblico dibattimento.

2. Facoltà all'imputato di allontanarsi dal giudizio col previo consenso del magistrato, quando egli sia già stato escusso in giudizio, e, in difetto del consenso, facoltà al magistrato di deliberare la prosecuzione del giudizio sulla base di quell'interrogatorio, secondo i casi.

3. Non comparendo l'imputato, facoltà tuttavia d'inviare

la causa a giudizio definitivo, ma senza prefissione di termine, salvo per i coimputati presenti.

4. Dato il pericolo in mora di perdere o indebolire le prove a causa dell'aggiornamento del giudizio definitivo col timore di un esito meno sicuro per questo giudizio, facoltà di esperire le prove indipendentemente dal giudizio stesso.

5. Per pronunciare una sentenza di non luogo a procedere o di assoluzione, illimitata facoltà di consumare il giudizio definitivo anche in contumacia dell'imputato.

6. Ove il magistrato reputi non necessaria la presenza dell'imputato, non comparso senza motivo legittimo, e trattisi di applicare mere pene pecuniarie contravvenzionali fino a L. 300, facoltà egualmente di consumare il giudizio definitivo.

7. Pubblicità la più estesa, mediante la stampa, delle intimazioni agli imputati cui queste non pervennero in persona, o che di esse, per altra guisa attendibile, non risulti abbiano avuto notizia, e, seguendo l'esempio del codice germanico, salvocondotto per favorire la loro comparizione.

8. Facoltà ai prossimi congiunti di provvedere alla difesa nell'assunzione delle prove, specialmente a futura memoria, e nella misura che, secondo le regole generali, ritiensi compatibile con la necessità del segreto istruttorio.

9. Facoltà ai medesimi di provvedere altresì alla difesa dei loro proprii interessi nella decretazione del sequestro in garanzia delle spese giudiziali e dei risarcimenti alla parte offesa o danneggiata.

10. Esclusione di ogni sequestro ulteriore a garanzia del pagamento delle pene pecuniarie eventuali o di checchessia altro eventuale diritto.

11. Restituzione, pendente la contumacia, degli oggetti comprovanti il reato, ai loro proprietarii, con le necessarie cautele per la ripresentazione futura dei medesimi.

12. Facoltà della parte lesa o danneggiata di esperire i suoi diritti in sede civile, pendente la contumacia, e col concorso delle prove che il magistrato istruttorio penale reputi lecito prestare a tal fine.

L'Accademico Segretario
CESARE NANI.

TORINO — VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 27 Novembre 1898.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Cossa, Vice-Presidente dell'Accademia, Bizzozero, Direttore della Classe, D'Ovidio, Spezia, Camerano, Segre, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti e Naccari Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Socio D'Ovidio a nome del prof. Ernesto Cesàro presenta in omaggio all'Accademia un volume intitolato: *Elementi di calcolo infinitesimale,* e loda quest'opera.

Il Segretario legge una lettera del Socio corrispondente Mattirolo, che accetta ringraziando l'incarico di scrivere la commemorazione del compianto Socio Gibelli.

Il Socio Guareschi, anche a nome del Socio Mosso, legge la relazione sulla memoria del Dr. Alberico Benedicenti, intitolata: *Sull'azione fisiologica e sul comportamento nell'organismo degli eteri β-chetonici,* proponendone la lettura alla Classe. Compiuta questa, la memoria viene accolta nei volumi accademici.

Il Socio Volterra presenta una nota del Dottor Emilio Almansi intitolata: *Sopra l'integrazione dell'equazione differenziale* $\Delta^2\Delta^2 = 0$. Sarà inserita negli *Atti.*

LETTURE

Sulla integrazione dell'equazione differenziale $\Delta^2\Delta^2 = 0$;

Nota del Dott. EMILIO ALMANSI.

1. — Il problema d'integrare l'equazione $\Delta^2\Delta^2 V = 0$, entro un'area piana σ, semplicemente connessa, dati al contorno i valori della funzione V, e della sua derivata rispetto alla normale interna, si può ricondurre, in un numero grandissimo di casi, alla risoluzione di un sistema (S) d' infinite equazioni lineari, con infinite incognite.

Riferisco i punti dell'area σ, limitata dal contorno s, ad un sistema di coordinate polari r, θ, assumendo come polo un punto qualunque O, appartenente all'area stessa.

Il procedimento che seguo per stabilire le equazioni del sistema (S), si basa principalmente sul teorema che ora enuncio, e che vale per una classe estesissima di contorni:

" *Se la funzione* λ, *definita sul contorno* s, *soddisfa alle equazioni:*

$$\int_s \lambda \frac{d(r^n \cos n\theta)}{d\nu} ds = 0, \qquad \int_s \lambda \frac{d(r^n \operatorname{sen} n\theta)}{d\nu} ds = 0,$$

per qualunque valore intero e positivo di n; *e se inoltre è soddisfatta l'equazione:*

$$\int_s \lambda ds = 0, \tag{2}$$

sarà:

$$\lambda = 0$$

in tutti i punti in cui la funzione λ *è continua* ".

La dimostrazione di questo teorema, o per dir meglio la ricerca di quelle classi di contorni, per le quali esso sussiste, è piuttosto complicata. Perciò ho creduto opportuno di riman-

darla agli ultimi paragrafi di questa nota (§ 4 e seg.). Ammettendo, per ora, che sotto certe condizioni esso sussista, e che queste condizioni, per i contorni che prenderemo a considerare, siano sempre verificate, farò senz'altro vedere quali conseguenze se ne possano trarre, in rapporto al problema di cui mi occupo.

2. — Se v, w sono due funzioni armoniche entro σ, e determinate, insieme alle derivate del primo ordine, anche sul contorno s, si ha la nota formula:

$$\int_s \left\{ v \frac{dw}{d\nu} - \frac{dv}{d\nu} w \right\} ds = 0.$$

In particolare questa formula varrà per qualunque funzione w del tipo $r^n \cos n\theta$, $r^n \operatorname{sen} n\theta$, essendo n un numero intero e positivo, o nullo. Se dunque si ha al contorno:

$$v = \varphi, \qquad \frac{dv}{d\nu} = \psi,$$

sarà:

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} &\int_s \left\{ \varphi \frac{d(r^n \cos n\theta)}{d\nu} - \psi r^n \cos n\theta \right\} ds = 0 \\ &\int_s \left\{ \varphi \frac{d(r^n \operatorname{sen} n\theta)}{d\nu} - \psi r^n \operatorname{sen} n\theta \right\} ds = 0. \end{aligned} \right. \qquad (n=0,1,2,\ldots)$$

Supponiamo, inversamente, che sul contorno s sieno date due successioni di valori φ, ψ, che soddisfino le infinite equazioni del sistema (3). Supporremo, per ora, che esse siano continue in tutti i punti del contorno. Ammetteremo poi che il contorno soddisfi a quelle condizioni che si richiedono per l'esistenza di una funzione armonica, la cui derivata normale debba assumere al contorno valori dati.

Dico che *esisterà una funzione v, armonica entro σ, per la quale sarà al contorno:*

$$v = \varphi, \qquad \frac{dv}{d\nu} = \psi.$$

Infatti la prima delle formule (3), per $n = 0$, dà:

$$\int_s \psi \, ds = 0.$$

Esisterà dunque una funzione v, armonica entro σ, per la quale al contorno sarà:

$$\frac{dv}{d\nu} = \psi. \tag{4}$$

Essa è determinata a meno di una costante. Aggiungiamo la condizione espressa dalla formula:

$$\int_s \{ v - \varphi \} ds = 0, \tag{5}$$

ed allora risulterà determinata completamente.

La funzione v essendo armonica, saranno soddisfatte le infinite equazioni:

$$\left\{ \begin{aligned} &\int_s \left\{ v \frac{d(r^n \cos n\theta)}{d\nu} - \frac{dv}{d\nu} r^n \cos n\theta \right\} ds = 0 \\ &\int_s \left\{ v \frac{d(r^n \operatorname{sen} n\theta)}{d\nu} - \frac{dv}{d\nu} r^n \operatorname{sen} n\theta \right\} ds = 0. \end{aligned} \right. \qquad (n = 0,1,2, ...) \tag{6}$$

Da queste e dalle (3), tenendo presente la (4), ricaviamo:

$$\left\{ \begin{aligned} &\int_s \{ v - \varphi \} \frac{d(r^n \cos n\theta)}{d\nu} ds = 0, \\ &\int_s \{ v - \varphi \} \frac{d(r^n \operatorname{sen} n\theta)}{d\nu} ds = 0. \end{aligned} \right. \qquad (n = 1,2, ...)$$

Se dunque poniamo

$$v - \varphi = \lambda$$

si avrà:

$$\int_s \lambda \frac{d(r^n \cos n\theta)}{d\nu} ds = 0, \qquad \int_s \lambda \frac{d(r^n \operatorname{sen} n\theta)}{d\nu} ds = 0; \quad (n = 1,2, ...)$$

e inoltre, per la (5):

$$\int_s \lambda ds = 0.$$

Potremo quindi applicare il teorema enunciato al § 1, e con-

cludere che dovrà essere $\lambda=0$, in tutti i punti in cui la funzione λ, ossia $v-\varphi$, è continua: ossia in tutto il contorno. Infatti la φ è continua in tutto il contorno, per ipotesi: e la v è pure continua, essendo tale la sua derivata normale $\frac{dv}{d\nu}$, ossia la ψ. Sarà dunque in tutto il contorno, come volevamo dimostrare:

$$v=\varphi\,, \qquad \frac{dv}{d\nu}=\psi.$$

La funzione v, in un punto qualunque M di σ, è data, come si sa, dalla formula:

$$v=\frac{1}{2\pi}\int_s \left\{ \frac{dv}{d\nu}\log\rho - v\,\frac{d\log\rho}{d\nu} \right\} ds$$

ove ρ rappresenta la distanza tra il punto fisso M, e un punto variabile N: le quantità sotto il segno d'integrazione si riferiscono ai punti N del contorno. Sostituendo, nel secondo membro, φ e ψ, a v e $\frac{dv}{d\nu}$, otterremo:

$$v=\frac{1}{2\pi}\int_s \left\{ \psi\log\rho - \varphi\,\frac{d\log\rho}{d\nu} \right\} ds. \tag{7}$$

Così conosciamo la funzione v, in tutta l'area σ.

Supponiamo ora che sul contorno s si conosca soltanto il valore φ della funzione armonica v. Potremo calcolare le infinite costanti:

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_n &= \int_s \varphi\,\frac{d(r^n\cos n\theta)}{d\nu}\,ds \\ \beta_n &= \int \varphi\,\frac{d(r^n\operatorname{sen} n\theta)}{d\nu}\,ds. \end{aligned} \right. \qquad (n=0,1,2,\ldots)$$

Se sapremo determinare sul contorno s una funzione continua ψ, che soddisfi le equazioni (3), vale a dire le equazioni:

$$\left\{ \begin{aligned} &\int_s \psi\,r^n\cos n\theta\,ds=\alpha_n \\ &\int_s \psi\,r^n\operatorname{sen} n\theta\,ds=\beta_n. \end{aligned} \right. \qquad (n=0,1,2,\ldots) \tag{8}$$

la formula (7) ci darà la funzione armonica v che al contorno diventa uguale a φ, per qualunque punto situato nell'interno di s.

3. — Passiamo ora a considerare l'equazione $\Delta^2\Delta^2 = 0$; e vediamo se, conoscendosi al contorno il valore della funzione, e della sua derivata rispetto alla normale interna, è possibile ricondurre il problema d'integrare questa equazione differenziale, alla risoluzione di un sistema d'infinite equazioni, analoghe alle (8).

Chiameremo, per brevità, *bi-armonica* una funzione regolare, insieme alle sue derivate, entro una certa area, e che soddisfa in quest'area all'equazione $\Delta^2\Delta^2 = 0$.

Sieno V, W, due funzioni bi-armoniche nell'area σ, racchiusa dal contorno s, sul quale supporremo che siano determinate le funzioni stesse, insieme alle loro derivate del primo, del secondo, e del terzo ordine. Sussiste allora la formula fondamentale:

$$(9)\qquad \int_s \left\{ \Delta^2 V \frac{dW}{d\nu} - \frac{d\Delta^2 V}{d\nu} W \right\} ds = \int_s \left\{ \frac{dV}{d\nu} \Delta^2 W - V \frac{d\Delta^2 W}{d\nu} \right\} ds.$$

Si può infatti verificare, applicando il noto Lemma di Green, che tanto il primo, quanto il secondo membro, rappresenta l'integrale: $-\int_\sigma \Delta^2 V \, \Delta^2 W \, d\sigma$.

Ricordiamo ancora che la funzione V, in un punto qualunque di σ, è espressa dalla formula:

$$(10)\qquad V = \frac{1}{8\pi}\int_s \left\{ 4(1+\log\rho)\frac{dV}{d\nu} - 4\frac{d\log\rho}{d\nu} V + \rho^2\log\rho \frac{d\Delta^2 V}{d\nu} - \frac{d(\rho^2\log\rho)}{d\nu}\Delta^2 V \right\} ds,$$

ove ρ ha lo stesso significato che al § 2.

Se al contorno si ha:

$$V = \Phi, \quad \frac{dV}{d\nu} = \Psi, \quad \Delta^2 V = X, \quad \frac{d\Delta^2 V}{d\nu} = Y,$$

le formule (9) e (10) potremo scriverle:

$$\int_s \left\{ X \frac{dW}{d\nu} - YW \right\} ds = \int_s \left\{ \Psi\Delta^2 W - \Phi \frac{d\Delta^2 W}{d\nu} \right\} ds \tag{11}$$

$$V = \frac{1}{8\pi} \int_s \left\{ 4(1+\log\rho)\Psi - 4\frac{d\log\rho}{d\nu}\Phi + \right. \tag{12}$$

$$\left. + \rho^2 \log\rho\, Y - \frac{d(\rho^2\log\rho)}{d\nu} X \right\} ds.$$

Supponiamo ora che al contorno siano date quattro successioni continue di valori Φ, Ψ, X, Y, le quali soddisfino le infinite equazioni che si ottengono, ponendo nella (11), in luogo di W, le funzioni bi-armoniche del tipo:

$$r^n \cos n\theta, \quad r^n \operatorname{sen} n\theta, \quad r^{n+2}\cos n\theta, \quad r^{n+2}\operatorname{sen} n\theta \quad (n=0,1,2\ldots). \tag{13}$$

Dico che esiste una funzione bi-armonica V, per la quale al contorno si ha:

$$V=\Phi, \quad \frac{dV}{d\nu}=\Psi, \quad \Delta^2 V = X, \quad \frac{d\Delta^2 V}{d\nu} = Y.$$

Cominciamo dall'osservare che per tutte le funzioni W del tipo $r^n \operatorname{sen} n\theta$, $r^n \cos n\theta$ (le quali soddisfano all'equazione $\Delta^2=0$) la formula (11) dà:

$$\int_s \left\{ X\frac{dW}{d\nu} - YW \right\} ds = 0.$$

Esisterà dunque una funzione che diremo v, armonica entro σ, per la quale al contorno sarà (v. § 2):

$$v = X, \quad \frac{dv}{d\nu} = Y. \tag{14}$$

Esisterà poi una funzione V, tale che in tutta l'area σ si abbia:

$$\Delta^2 V = v, \tag{15}$$

e al contorno

$$\frac{dV}{d\nu} = \Psi. \tag{16}$$

Per le formule (14) al contorno sarà dunque:

$$\Delta^2 V = X, \qquad \frac{d\Delta^2 V}{d\nu} = Y.$$

Questa funzione V essendo bi-armonica, si avrà per qualunque funzione W pure bi-armonica, e in particolare del tipo (13):

$$\int_s \left\{ \Delta^2 V \frac{dW}{d\nu} - \frac{d\Delta^2 V}{d\nu} W \right\} ds = \int_s \left\{ \frac{dV}{d\nu} \Delta^2 W - V \frac{d\Delta^2 W}{d\nu} \right\} ds,$$

ovvero:

$$\int_s \left\{ X \frac{dW}{d\nu} - YW \right\} ds = \int_s \left\{ \Psi \Delta^2 W - V \frac{d\Delta^2 W}{d\nu} \right\} ds. \tag{17}$$

Confrontando questa formula colla (11), otterremo l'altra:

$$\int_s \left\{ V - \Phi \right\} \frac{d\Delta^2 W}{d\nu} ds = 0,$$

che sarà soddisfatta per qualunque funzione W del tipo:

$$r^{n+2} \cos n\theta, \qquad \text{o} \qquad r^{n+2} \operatorname{sen} n\theta.$$

Ora si ha:

$$\begin{aligned} \Delta^2 r^{n+2} \cos n\theta &= 4(1+n) r^n \cos n\theta \\ \Delta^2 r^{n+2} \operatorname{sen} n\theta &= 4(1+n) r^n \operatorname{sen} n\theta. \end{aligned} \tag{18}$$

Sarà per conseguenza:

$$\int_s \left\{ V - \Phi \right\} \frac{dw}{d\nu} ds = 0,$$

per qualunque funzione w del tipo

$$r^n \cos n\theta, \qquad \text{o} \qquad r^n \operatorname{sen} n\theta.$$

Le equazioni (15) e (16) determinano la funzione V a meno di una costante. Per ciò potremo aggiungere la condizione espressa dalla formula:

$$\int_s \left\{ V - \Phi \right\} ds = 0.$$

Allora, in virtù del teorema enunciato al § 1, sarà sul contorno (osservando che la Φ è, per ipotesi, continua, e che tale dovrà anche risultare la V, essendo continua la sua derivata normale, ossia la Ψ):

$$V - \Phi = 0.$$

Così resta dimostrata l'esistenza di una funzione V, bi-armonica entro σ, e per la quale al contorno si ha:

$$V = \Phi, \quad \frac{dV}{d\nu} = \Psi, \quad \Delta^2 V = X, \quad \frac{d\Delta^2 V}{d\nu} = Y.$$

E sarà, in un punto qualunque M di σ, mantenendo le solite notazioni:

$$V = \frac{1}{8\pi} \int_s \left\{ 4(1 + \log\rho)\Psi - 4 \frac{d\log\rho}{d\nu} \Phi + \right.$$
$$\left. + \rho^2 \log\rho\, Y - \frac{d(\rho^2 \log\rho)}{d\nu} X \right\} ds.$$

Volendo dunque determinare, nell'area σ, la funzione bi-armonica V, per la quale si ha al contorno:

$$V = \Phi, \quad \frac{dV}{d\nu} = \Psi,$$

ove le funzioni date Φ, Ψ, si suppongono continue; se riesciremo a determinare, sul contorno s, due funzioni X, Y, pure continue, che soddisfino l'equazione (11), per qualunque funzione W del tipo (13), la funzione cercata ci sarà data dalla formula (12).

Le infinite equazioni a cui devono soddisfare le funzioni X, Y, possiamo scriverle in modo più esplicito:

$$(19)\quad \left\{\begin{aligned}
&\int_s \left\{ X \frac{d(r^n\cos n\theta)}{d\nu} - Y r^n \cos n\theta \right\} ds = 0,\\
&\int_s \left\{ X \frac{d(r^n\operatorname{sen} n\theta)}{d\nu} - Y r^n \operatorname{sen} n\theta \right\} ds = 0,\\
&\int_s \left\{ X \frac{d(r^{n+2}\cos n\theta)}{d\nu} - Y r^{n+2} \cos n\theta \right\} ds = A_n,\\
&\int_s \left\{ X \frac{d(r^{n+2}\operatorname{sen} n\theta)}{d\nu} - Y r^{n+2} \operatorname{sen} n\theta \right\} ds = B_n,
\end{aligned}\right. \qquad (n=0,1,2,\ldots)$$

ove, per brevità, si è posto:

$$\left\{\begin{aligned}
A_n &= \int_s \left\{ \Psi \Delta^2 (r^{n+2}\cos n\theta) - \Phi \frac{d\Delta^2(r^{n+2}\cos n\theta)}{d\nu} \right\} ds,\\
B_n &= \int_s \left\{ \Psi \Delta^2 (r^{n+2}\operatorname{sen} n\theta) - \Phi \frac{d\Delta^2(r^{n+2}\operatorname{sen} n\theta)}{d\nu} \right\} ds,
\end{aligned}\right.$$

ossia (ricordando le formule (18)):

$$\left\{\begin{aligned}
A_n &= 4(1+n) \int_s \left\{ \Psi r^n \cos n\theta - \Phi \frac{d(r^n\cos n\theta)}{d\nu} \right\} ds,\\
B_n &= 4(1+n) \int_s \left\{ \Psi r^n \operatorname{sen} n\theta - \Phi \frac{d(r^n\operatorname{sen} n\theta)}{d\nu} \right\} ds.
\end{aligned}\right.$$

Sono queste le equazioni, analoghe alle (8), che volevamo stabilire.

Indichiamo ora con α un parametro che individui i punti del contorno, dato dalla formula:

$$\alpha = \frac{2\pi}{s} a,$$

ove s rappresenti l'intero contorno, a l'arco che intercede fra un suo punto fisso N_0, e il punto variabile v. Le funzioni X, Y, essendo continue, potremo esprimerle per mezzo di serie di Fourier, in funzione del parametro α. Sia:

$$\left\{\begin{aligned}
X &= \sum_0^\infty \left\{ \xi_m \cos m\alpha + \xi'_m \operatorname{sen} m\alpha \right\},\\
Y &= \sum_0^\infty \left\{ \eta_m \cos m\alpha + \eta'_m \operatorname{sen} m\alpha \right\},
\end{aligned}\right.$$

ove le ξ e le η sono costanti da determinarsi. Se introduciamo queste espressioni delle funzioni X, Y, nelle equazioni (19), otterremo un sistema d'infinite equazioni lineari, con infinite incognite, che potremo scrivere più succintamente, supponendo di avere ordinato tutte le equazioni in un'unica serie:

$$\sum_0^{\infty}{}_i\, c_{h,i}\, x_i = a_h\,, \qquad (h=0,1,2,\ldots)$$

ove le c e le a sono delle costanti note, le x rappresentano le incognite.

Le costanti c hanno la forma:

$$\int_s W(r,\theta) f(\alpha)\, ds\,, \quad \text{ovvero:} \quad \int_s \frac{dW(r,\theta)}{d\nu} f(\alpha)\, ds\,,$$

ove le W sono funzioni del tipo (13), mentre le $f(\alpha)$ rappresentano $\cos m\alpha$, o $\operatorname{sen} m\alpha$. Delle costanti a, alcune sono nulle, le altre rappresentano le costanti A_n, B_n.

In alcuni casi potrà accadere che, applicando i procedimenti noti, relativi alla risoluzione dei sistemi d'infinite equazioni lineari, con infinite incognite, si riesca a determinare, con una approssimazione tanto grande quanto si vuole, le costanti x, ossia le ξ e le η, e quindi le funzioni X, Y, del parametro α, e finalmente, per la formula (12), la funzione bi-armonica V (*).

4. — Si è supposto fin qui che le funzioni Φ, Ψ, date al contorno, fossero continue, e che tali risultassero anche le funzioni X, Y. Ma si potrebbe dimostrare che il procedimento indicato vale, almeno in generale, quand'anche le funzioni suddette sieno soltanto *generalmente continue*.

Perciò occorre da prima dimostrare che la funzione bi-armonica V, per la quale si ha al contorno, *nei punti di continuità* delle funzioni Φ, Ψ:

$$V=\Phi, \quad \frac{dV}{d\nu}=\Psi,$$

(*) Cfr. LEVI-CIVITA, *Sulla integrazione dell'equazione* $\Delta^2\Delta^2=0$, " Atti della R. Accad. delle Scienze ", Torino, vol. XXXIII, a. 1897-98.

è unica, quand'anche le funzioni Φ, Ψ abbiano un numero finito di discontinuità.

Questa dimostrazione è perfettamente analoga a quella relativa all'esistenza, in una data area, di *un'unica* funzione armonica, che assume al contorno valori dati, costituenti una successione generalmente continua, e che può vedersi nelle *Lezioni di Analisi* dei Proff. Dini e Bianchi, pag. 34 (estesa al caso più generale che i punti di discontinuità della funzione data al contorno, costituiscano un gruppo di 1ª specie). Le condizioni a cui deve soddisfare il contorno sono le stesse, tranne quella relativa alla ordinaria funzione di Green, che deve essere sostituita da quest'altra, che riguarda la *seconda funzione di Green.*

" *Tanto per il contorno dato s, quanto per il contorno s_1, di cui s deve potersi considerare come il limite, devono esistere le seconde funzioni di Green. Se le indichiamo rispettivamente con* G, G_1, *e diciamo inoltre ν_1 la normale al contorno s_1, mentre il punto* P_1 *di s_1 tende verso il punto corrispondente* P *di s, le espressioni* $\Delta^2 G_1$, *e* $\frac{d\Delta^2 G_1}{d\nu_1}$ *devono tendere in ugual grado verso* $\Delta^2 G$, *e* $\frac{d\Delta^2 G}{d\nu}$ ".

Poste queste condizioni, si dimostra facilmente che la funzione bi-armonica V, quand'anche le funzioni Φ, Ψ, date al contorno, siano soltanto generalmente continue, è sempre data dalla formula fondamentale (ottenuta nell'ipotesi che al contorno la funzione V, e le sue derivate prime, seconde e terze siano continue):

$$V = \frac{1}{8\pi}\int_s \left\{(\Delta^2\rho^2\log\rho + \Delta^2 G)\Psi - \left(\frac{d\Delta^2\rho^2\log\rho}{d\nu} + \frac{d\Delta^2 G}{d\nu}\right)\Phi\right\} ds.$$

Basta per ciò far vedere che l'integrale del secondo membro è il limite verso cui tende l'integrale analogo, relativo al contorno s_1.

D'altra parte, con poche modificazioni da farsi nei §§ 3 e 4, si dimostra che se le funzioni date Φ, Ψ, sono generalmente continue, e se tali risultano ancora le X, Y, si ha al contorno, per la funzione bi-armonica V, data dalla formula (12):

$$V = \Phi, \quad \frac{dV}{d\nu} = \Psi,$$

in tutti i punti in cui Φ e Ψ sono continue. Potremo quindi concludere che la funzione V, così ottenuta, è effettivamente quella cercata.

Anche in questo caso, per determinare le funzioni X, Y, potremo rappresentarle con serie di Fourier, e assumere come incognite i coefficienti.

5. — Veniamo ora al teorema enunciato al § 1.

Per far vedere come, sotto certe condizioni a cui deve soddisfare il contorno s dell'area σ, esso sussista, comincieremo dal dimostrare alcune proposizioni preliminari.

a) Sia c la circonferenza di un cerchio col centro nel punto O di σ, scelto come origine delle coordinate, e che racchiude l'intera area σ.

Supponendo soddisfatte dalla funzione λ, definita su s, le equazioni:

$$(20) \qquad \int_s \frac{d(r^n \cos n\theta)}{d\nu} ds = 0 \,, \quad \int_s \frac{d(r^n \operatorname{sen} n\theta)}{d\nu} ds = 0 \,,$$

per qualunque valore intero e positivo di n, sarà anche:

$$\int_s \lambda \frac{dw}{d\nu} ds = 0 \,,$$

per qualunque funzione w armonica entro c.

Infatti una tal funzione w potremo sempre rappresentarla colla formula:

$$w = a_0 + \sum_1^\infty r^n (a_n \cos n\theta + b_n \operatorname{sen} n\theta),$$

ove le a e le b sono delle costanti. E potendosi, nell' interno di c, eseguire, sulla serie del 2° membro, le operazioni di derivazione e di integrazione, termine a termine, sarà sul contorno s:

$$\int_s \lambda \frac{dw}{d\nu} ds = \sum_1^\infty \left\{ a_n \int_s \lambda \frac{d(r^n \cos n\theta)}{ds} ds + b_n \int_s \lambda \frac{d(r^n \operatorname{sen} n\theta)}{d\nu} ds \right\} .$$

E quindi, per le formule (20):

$$\int_s \lambda \frac{dw}{d\nu} ds = 0 ,$$

c. v. d.

Prima di passare ad un' altra proposizione, consideriamo, per un momento, sul piano a cui appartiene l'area σ, e che diremo π, due linee chiuse c_1, c_2, la prima delle quali sia interamente racchiusa dalla seconda. Supponiamo di fare la rappresentazione conforme dell'area racchiusa dalla linea interna c_1, sul cerchio di raggio 1, appartenente al piano π', la cui circonferenza diremo c'_1. Le formule che stabiliscono la corrispondenza univoca tra i punti di π e quelli di π', potranno in certi casi, esser valevoli anche per i punti che si trovano tra la linea c_1, e la linea c_2, alla quale, nel piano π', corrisponderà una linea chiusa c'_2, esterna alla circonferenza c'_1.

Quando questa condizione è verificata, diremo, per brevità, che le due linee c_1, c_2, soddisfano alla condizione (C).

b) Ciò premesso, supponiamo che il contorno s dell'area σ, ed una certa linea chiusa s_1 (esterna ad esso) soddisfino alla condizione (C).

Si vuol dimostrare che *se la formula:*

$$\int_s \lambda \frac{dw}{d\nu} ds = 0 , \tag{21}$$

è soddisfatta per qualunque funzione w armonica entro s_1, e se si ha inoltre:

$$\int_s \lambda ds = 0 , \tag{22}$$

sarà

$$\lambda = 0$$

in tutti i punti in cui la funzione λ è continua.

Perciò osserviamo che, indicando con P il parametro della rappresentazione conforme dell'area σ sul cerchio σ' di raggio 1, sarà, se s' è la circonferenza del cerchio suddetto:

$$ds = \mathrm{P} ds' ,$$

ove ds' rappresenta l'elemento di s' corrispondente a ds.

La funzione w, armonica, entro s_1, si trasformerà nella funzione w', armonica entro la linea s'_1, che corrisponde ad s_1, ed è esterna ad s'. E chiamando ν' la normale al contorno s', sarà:

$$\frac{dw}{d\nu} = \frac{1}{P} \frac{dw'}{d\nu'} .$$

Se dunque diciamo λ' la funzione definita sulla circonferenza s', che assume nei punti di questa gli stessi valori che la funzione λ assume nei punti corrispondenti di s, la formula (21) potremo scriverla:

$$\int_{s'} \lambda' \frac{1}{P} \frac{dw'}{d\nu'} P ds' = 0 ,$$

ossia:

$$\int_{s'} \lambda' \frac{dw'}{d\nu'} ds' = 0. \tag{23}$$

E questa formula dovrà valere per qualunque funzione w', armonica entro s'_1: ad essa infatti corrisponderà sempre una funzione w, armonica entro s_1.

In particolare la formula (23) varrà per le funzioni armoniche del tipo:

$$r'^n \cos n\theta', \qquad r'^n \operatorname{sen} n\theta', \qquad (n = 1, 2, \dots)$$

intendendo di aver riferiti i punti del piano a cui appartiene s', ad un sistema di coordinate polari $(r'\ \theta')$, col polo nel punto O', centro del cerchio σ'.

Sarà dunque:

$$\left.\begin{aligned} &\int_{s'} \lambda' \frac{d}{d\nu'} (r'^n \cos n\theta') ds' = 0 \\ &\int_{s'} \lambda' \frac{d}{d\nu'} (r'^n \operatorname{sen} n\theta') ds' = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (n=1,2, \dots)$$

Ma sul cerchio s', si ha: $\frac{d}{d\nu'} = -\frac{d}{dr'}$, $r'=1$. Quindi otterremo:

$$\int_{s'} \lambda' \cos n\theta'\, ds' = 0 , \quad \int_{s'} \lambda' \operatorname{sen} n\theta'\, ds' = 0. \qquad (n=1,2, \dots) \tag{24}$$

Ricordiamo poi che la funzione λ soddisfa anche all'equazione (22), che possiamo scrivere:

$$\int_{s'} \lambda' P ds' = 0.$$

Ora la funzione P, sulla circonferenza s', è continua, insieme a tutte le sue derivate, e quindi rappresentabile con una serie di Fourier. Sia:

$$P = p'_0 + \sum_1^\infty (p'_n \cos n\theta' + q'_n \operatorname{sen} n\theta'). \qquad (p'_0, p'_n, q'_n = \text{cost.})$$

Avremo:

$$p'_0 \int_{s'} \lambda' ds' + \sum_1^\infty \int_{s'} \lambda'(p'_n \cos n\theta' + q'_n \operatorname{sen} n\theta') ds' = 0.$$

E quindi, per le formule (24):

$$p'_0 \int_{s'} \lambda' ds' = 0.$$

Ma notiamo che la costante p'_0 è certo differente da 0. Si ha infatti:

$$p'_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{s'} P ds' = \frac{1}{2\pi} \int_s ds = \frac{s}{2\pi}.$$

Sarà dunque:

$$\int_{s'} \lambda' ds' = 0. \tag{25}$$

Sia ora η' una funzione qualunque definita sul contorno s', e rappresentabile con una serie di Fourier: Dalle formule (24) e (25) si deduce che dovrà essere:

$$\int_{s'} \lambda' \eta' ds' = 0.$$

Chiamando ϵ' un intervallo qualsiasi della linea s', potremo prendere come funzione η' la funzione che è uguale a P nei

punti di ϵ' e uguale a 0 nel resto di s' (una tal funzione soddisfacendo alle condizioni di Dirichlet). Si avrà allora:

$$\int_{\varepsilon'} \lambda' \mathrm{P} ds' = 0.$$

E tornando al contorno s:

$$\int_{\varepsilon} \lambda ds = 0,$$

ove ϵ è la porzione di s che corrisponde ad ϵ'. Questa formula dovrà dunque valere per qualunque porzione ϵ del contorno s. Ne segue che la funzione λ dovrà esser nulla in tutti i punti del contorno in cui essa è continua: e la proposizione *b)* resta così dimostrata.

Le proposizioni *a)*, *b)*, bastano a dimostrare l'esistenza di una classe di contorni, per i quali sussiste il teorema enunciato al § 1.

Supponiamo infatti che il contorno s dell'area σ, e la circonferenza c del cerchio che ha il centro nel punto 0 di σ (scelto come polo) e nel quale è interamente compresa l'area σ, soddisfino alla condizione che abbiamo convenuto di indicare con (C).

La funzione λ, definita sul contorno s, soddisfa per ipotesi alle equazioni:

$$\int_s \lambda \frac{d(r^n \cos n\theta)}{d\nu} ds = 0$$
$$\int_s \lambda \frac{d(r^n \operatorname{sen} n\theta)}{d\nu} ds = 0. \qquad (n=1,2,\ldots)$$

Sarà dunque, in virtù della prop. *a*):

$$\int_s \lambda \frac{dw}{d\nu} ds = 0,$$

per qualunque funzione w, armonica entro c. Si ha inoltre per ipotesi:

$$\int_s \lambda ds = 0.$$

Dunque, per la prop. *b*), potendosi scegliere in questo caso la circonferenza c come linea s_1, sarà $\lambda = 0$, in tutti i punti in cui la funzione λ è continua. Il teorema, per i contorni di tal natura, resta così dimostrato.

6. — Volendo ora far vedere come esso sussista pure per una classe di contorni molto più generale, dimostreremo ancora la seguente proposizione:

c) Sia s_1 un contorno esterno al contorno s dell' area data σ, s_2 un contorno esterno ad s_1. Supponiamo che s_1, s_2 soddisfino alla condizione (C).

Se la funzione λ, *definita su* s, *soddisfa all'equazione:*

$$\int_s \lambda \frac{dw}{d\nu} ds = 0 ,$$

per qualunque funzione w, *armonica entro* s_2, *la stessa equazione sarà anche soddisfatta per qualunque funzione* w, *armonica soltanto entro* s_1.

Fatta la rappresentazione conforme dell'area racchiusa dal contorno s_1, sul cerchio di raggio 1, la cui circonferenza diremo s'_1, sieno s', s'_2, le linee che corrispondono ad s, e ad s_2.

Si avrà, mantenendo a ν', e a λ' lo stesso significato che al § 5:

$$\int_{s'} \lambda' \frac{dw'}{d\nu'} ds' = 0 ,$$

per qualunque funzione w' armonica entro s'_2; e in particolare per qualunque funzione del tipo $r'^n \cos n\theta'$, $r'^n \operatorname{sen} n\theta'$ ($n = 1, 2, \ldots$), ove le coordinate polari r' θ', s'intendono riferite al centro della circonferenza s'_1, assunto come polo; e quindi ancora per qualunque funzione w', armonica entro s'_1, potendo sempre una tal funzione rappresentarsi colla formula:

$$w' = a'_0 + \sum_1^\infty r'^n (a'_n \cos n\theta' + b'_n \operatorname{sen} n\theta').$$

Tornando al piano a cui appartiene l'area σ, sarà dunque:

$$\int_s \lambda \frac{dw}{d\nu} ds = 0 ,$$

per qualunque funzione w, armonica entro s_1.

Ciò posto, immaginiamo un contorno s di tal natura, che si possa costruire, esternamente ad esso, una successione di linee chiuse $s_1, s_2, \ldots s_m$, tali che una qualunque delle linee $s, s_1, s_2, \ldots s_m$, e la successiva, soddisfino alla condizione (C), e che inoltre l'ultima di esse sia esterna alla circonferenza c del cerchio, che ha il centro nel polo O, e dentro il quale è interamente compresa l'area σ.

Dico che anche in questo caso sussiste il teorema enunciato al § 1.

Infatti, essendo verificate le equazioni (1), sarà, in virtù della prop. a):

$$\int_s \lambda \frac{dw}{d\nu} ds = 0 , \tag{26}$$

per qualunque funzione w, armonica entro c, e, a maggior ragione, per qualunque funzione w, armonica entro s_m, esterna a c. E poichè le linee s_{m-1}, s_m soddisfano alla condizione (C), ne segue, per la prop. c), che l'equazione (26) varrà anche per qualunque funzione w armonica entro s_{m-1}: quindi ancora per qualunque funzione armonica entro s_{m-2}; e così di seguito, fino alla linea s_1. Ma avendosi ancora, per ipotesi, $\int_s \lambda \, ds = 0$, potremo applicare la prop. b). E il teorema sarà così dimostrato.

Ora dimostreremo che se il contorno s è costituito da una sola linea analitica, e se inoltre ogni retta uscente da O lo incontra in un sol punto, si può sempre costruire la successione di linee $s_1, s_2, \ldots s_m$, che soddisfano alle condizioni volute.

Infatti, se facciamo la rappresentazione conforme dell'area limitata dal contorno s, sul cerchio di raggio 1, la corrispondenza fra i punti dei due piani (per un teorema di Schwarz) potrà essere estesa al di là di ogni punto di s. Sarà dunque sempre possibile costruire una linea s_1, omotetica ad s, essendo O il centro di omotetia, tutta esterna ad essa, e tale che le due linee s, s_1, soddisfino alla condizione (C). Se ora collo stesso centro, e collo stesso rapporto di omotetia, costruiamo la linea s_2, omotetica ad s_1, potremo esser certi che, per ragione di analogia anche le due linee s_1, s_2, dovranno soddisfare alla condi-

zione (C). Proseguendo così potremo arrivare fino ad una linea s_m, che racchiude la circonferenza c, esterna ad s, col centro in O. La successione di linee $s_1, s_2, \ldots s_m$, soddisfa dunque alle condizioni richieste. Possiamo quindi concludere che per tali contorni il teorema sussiste.

7. — La condizione che ogni retta uscente da O incontri il contorno in un sol punto, può non esser verificata, pur sussistendo il teorema di cui ci occupiamo. Basta perciò che esista una linea chiusa S, esterna al cerchio c, tale che se si fa la rappresentazione conforme dell'area racchiusa dalla linea S, sul cerchio di raggio 1, il contorno dato s, si trasformi in una linea s', tale che ogni retta uscente dal punto O′, corrispondente ad O, la incontri in un sol punto.

Ritengo superfluo dare la dimostrazione di questo teorema, che, del resto, è basata su considerazioni della stessa natura di quelle che mi hanno servito per stabilire le proposizioni dimostrate nei §§ 5 e 6.

Relazione

intorno alla Memoria del Dott. Alberico Benedicenti:

Sull'azione fisiologica e sul comportamento nell' organismo degli eteri β chetonici.

L'autore premesse alcune interessanti notizie intorno alla presenza dell'acetone nell'organismo e sull'esistenza dell'acido acetacetico o dell'etere acetacetico nell'urina, prende in esame una numerosa serie di eteri β chetonici, ne studia l'azione fisiologica e le trasformazioni nell'organismo.

Egli riconobbe che tutti questi eteri, eccetto uno, cioè l'etere fenilbenzoilacetico, che passa totalmente inalterato, hanno un'azione analoga a quella degli alcoli, aldeidi ed acetoni, e che si decompongono tutti entro l'organismo in un modo simile,

scindendosi in alcool, anidride carbonica ed acetoni corrispondenti, i quali passano o liberi o trasformati nell'urina. L'autore con questo lavoro porta un buon contributo alla farmacologia sperimentale.

La memoria è accompagnata da varii tracciati.

La Commissione propone quindi la lettura e la stampa della memoria presentata dal Dott. Benedicenti.

A. Mosso,
I. Guareschi, *relatore*.

L'Accademico Segretario
Andrea Naccari.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 4 Dicembre 1898.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Pezzi, Nani, Ferrero, e Cipolla che assume le funzioni di Segretario.

Letto il processo verbale della precedente seduta, risulta approvato.

Il Segretario presenta il vol. XI delle *Campagne del Principe Eugenio di Savoia,* dono di S. M. il Re.

Il Socio Ferrero legge una nota del Socio corrispondente Aristide Marre, che si intitola: *Tableaux comparatifs de mots usuels malais, javanais et malgaches, extraits de l'ouvrage de Guillaume De Humboldt sur le kawi, revus, corrigés et annotés.* Legge quindi una sua nota, intitolata: *Ancora dei figli di Costantino.*

Il Socio Pezzi presenta una memoria del Prof. Fausto Gherardo Fumi intitolata: *Il participio attivo del perfetto nelle lingue ariane,* destinata ai volumi accademici. Il Presidente nomina la Commissione, che deve esaminarla, scegliendo i Socii Peyron e Pezzi.

Il Socio Cipolla legge due sue note: *Carta Statutaria lombarda del sec. XIII riguardante i ' campari '*, e *Documenti piemontesi del sec. XIV riguardanti i ' campari '.*

Queste note saranno pubblicate negli *Atti.*

LETTURE

Tableaux comparatifs de mots usuels malais, javanais et malgaches.

Extraits de l'ouvrage de Guillaume de Humboldt *sur le kawi.*

Nota del Socio corrispondente ARISTIDE MARRE.

INTRODUCTION

En 1836-1839 fut publié à Berlin un ouvrage en trois volumes, in-4°, sous ce titre:

Ueber die Kawi, Sprache auf der Insel Java, nebst einer Einleitung über die Verschiedenheit des menschlichen Sprachbaues, und ihren Einfluss auf die geistige Entwickelung des Menschengeschlechts. Von Wilhelm von Humboldt.

Cet ouvrage, véritable monument de science philologique, renferme au tome 2, feuillets numérotés 241-256, une suite de tableaux synoptiques divisés chacun en quatorze colonnes, donnant en regard d'un mot usuel de la langue allemande ses correspondants en malais, en javanais, en bouguis (ile Célèbes), en madécasse ou malgache, en tagal (iles Philippines) et en polynésien (Tonga, Nouvelle-Zélande, Tahiti et Havaï).

De toutes ces langues nous ne retiendrons dans la présente étude que le *malais*, le *javanais* et le *malgache*. Mieux documenté que ne le fut, surtout pour le malgache, le célèbre écrivain allemand, nous avons voulu, tout en conservant religieusement son texte, l'accompagner de notes servant à combler les lacunes et à corriger les défectuosités. Nous avons substitué aux 143 mots allemands donnés par Guillaume de Humboldt, leurs correspondants en français. Un rapide examen de ce tableau comparatif suffira pour mettre en évidence l'étroite parenté des mots malais, javanais et malgaches.

	Français	Malais	Javanais
1	Ciel	Lāngit	Langit
2	Terre	Tānah; Benūa (*land*)	Tanah
3	Eau	Ayer; Danau (*grosser See*)	Banyu; Ranu; Danu
4	Mer	Lāut (tāsek, *der See*)	Lahut; Tasik
5	Sel	Gāram (Māsin, *salzig*)	Huyah (Hasin, *salzig*)
6	Soleil	Mata ārī (*Auge des Tages*)	Srengêngê
7	Jour	Hārī; Siang	Dhina; Siyang; Hari
8	Nuit	Mālam	Malem; Wengi; Dhalu
9	Lune	Būlan	Wulan
10	Lumière	Trang; Chaya	Terang; Chahya
11	Mourir	Māti	Mati; Pati (*Tod*)
12	Aimer	Kāsih	Lulut; Demen; Hasih; Pitay (*vertrauen, glauben*)
13	Être mis au monde, naître	Te.per.jādi; Te.per.anak.	Hanak-hanak (*gebaren*); Dhadhi (*werden*)
14	Alimenter, nourrir	Piara; paliara; asoh (*von Kinderen*)	Hingu; Momong
15	Jeune fille	Dāra; Prāwan	Dara; Rara; Prawan
16	Homme	Orang; Mānusha; Mānusīa	Wong; Huwong; Tiyan; Manusa; Manusya
17	Esprit, fantôme	Hantu (*Gespenst*)	Hantu (*Gespenst*); Lembu
18	Dieu	Tūhan; Dēwa	Dhēwa; Tuwan (*Herr*)
19	Méchant	Hākal; Jāhat	Hala
20	Malade	Sakit; Māra (*v. evil*)	Lara; Gerring; Sakit

Notes relatives au malais:

1° Dans les mots malais, il faut prononcer *ou* la voyelle *u*; la plupart des mots radicaux sont dyssyllabiques et l'accent porte presque toujours sur la 1ère syllabe; dans les mots composés d'un plus grand nombre de syllabes, l'accent porte sur la pénultième syllabe.

2° *Tasik*, en malais, signifie un lac, une mer intérieure. En javanais il se dit de l'Océan. Il y a en Madagascar un grand lac qui se nomme *Tasy*.

3° *Pinăra* et *pelihara* sont plutôt javanais que malais. Dans cette dernière langue ils signifient surtout: soigner, protéger.

4° *Hakal*, faute d'impression. Il faut lire *năkal* (méchant, pervers), synonyme de *djăhat*.

5° *Măra* signifie mal, désastre, danger. Il ne faut pas le confondre avec *marah* qui signifie: en colère, irrité.

MALGACHE	*Notes rectificatives pour le malgache.*
anghits	lisez: *Lañitră*, en hova: *Lanitră*.
'ané	lisez: *Tany*.
lanou	écrivez: *Rano* et prononcez: *Ranou*.
lanoumasina; Taiche	*Ranomasină* (eau salée); lisez: *tasik*. La haute mer se dit: *alaotra*, du malais et du javanais.
lacine	lisez: *masină*.
lassou androu	(œil du jour). Écrivez: *masoandro*.
Androu	écrivez: *andro*.
Alina	*Alină* signifie aussi: dix mille.
'oulan	lisez: *Vólană*.
lazava	lisez: *Hazavána*. *Mazava* est l'adj.: lumineux.
laté; Faté (*Tod*)	écrivez: *Maty*; *Faty* ou *Hafatésana* (la mort).
'eia	de la racine *tia*, viennent les verbes *mitia* et *mankatia* (aimer).
.	en malgache: *Térakă, Vélonă*.
.	en malgache: *Mamáhană, Mamélonă*.
,	en malgache: *Zazavavy, Tovovavy*.
lon; Oulon	écrivez: *olonă*; lisez: *oulounn*.
.	en malgache: *Lolo*, prononcez: *loulou*.
Andriamanitra	et aussi *Zanahary*.
Ratsi	écrivez: *ratsy* (en hova), *raty* (en sakalava).
Marare	écrivez: *marary*.

Notes relatives au javanais:

1° Dans les mots javanais, comme dans les mots malais, il faut prononcer *ou*, la voyelle *u*.

2° *Tanah* (terre), commun au javanais, au malais et au malgache, a un synonyme *boumi* (terre) qui appartient au javanais seulement.

3° En javanais (ngoko et krama), *Soleil* se dit en effet *srengêngê*; mais en kawi, ou vieux javanais, c'est *sourya*.

4° En kawi, *loulou* signifie amour; en ngoko et krama, *loulout* (ami, amitié).

5° *Hingou* signifie *nourrice*; d'où le verbe *ngingou* (donner la nourriture, nourrir, entretenir).

6° En javanais *Dieu* se dit encore *Hiang*, ou *Iyang*.

7° *Hala* et ses synonymes *Hawon* et *Hina*.

	FRANÇAIS	MALAIS	JAVANAIS
21	Bon	Bāik	Bechik; Penedh; Sahê
22	Manger	Mākan; Santap	Mangan
23	Fruit	Būah	Woh
24	Pas, ne pas, point	Tida; Tiada; Ta; Bukan; Djangan	Hora; Tanpa; Haja
25	Fils, fille, enfant	Anak	Hanak; Weka; Siwi
26	Homme, mâle	Lakilaky; Jantan (*von Thieren*)	Lanang; Laki; Jaler; Jal
27	Femme, femelle	Perampuan; Betina	Wadhon; Wêdhok; Win (*v. d. Thiere*)
28	Corps	Tuboh; Awa; Badan (*arab*)	Hawak; Badhan
29	Ame	Niawa; Jiwa	Nyawa; Jiwa
30	Dire, raconter, parler	Kata; Ujar; Uchap; Sabda, Tutur; Berbechara	Tutur; Hujar; Chelathu; Wi chara; Sabdha; Huchap
31	Aller	Pergi; Jalan; Laku (*verfahren*)	Laku; Lunga; Purugi
32	Entendre	Dangar	Rungu; Dengar; Mireng
33	Année	Taun	Tahun
34	Sang	Darah	Getih, Rah
35	Oreille	Telinga	Kuping; Talingan
36	Nom	Nama	Haran; Jeneng; Nama; Wast
37	Blanc	Putih	Putih; Pingul
38	Noir	Etam; Itam	Hireng; Hitheng

Notes relatives au malais:

1° *Santap* est employé dans le style élevé, à la différence de ***makan***, il signifie: prendre de la nourriture, faire un repas comprenant le boire et le manger, en parlant de grands personnages.

2° *Djangan* et *Boukan* sont deux négations de nature différente: ***boukan*** correspond à notre ***non***, tandis que ***djangan*** (que... ne) sert à former le mode vétatif, et correspond à ***hadja*** du javanais et ***aza*** du malgache.

3° *Betīna* (femelle) ne se dit qu'en parlant des animaux.

4° Parmi les nombreux synonymes de *Kata* (dire) on pourrait ajouter ***sebout***. *Sabda* est la parole d'un supérieur; ***titah*** est la parole, ou le commandement d'un Souverain; ***toutour*** s'applique à une causerie, une conversation, et ***bitehara*** à une délibération ou conférence.

Malgache	*Notes rectificatives pour le malgache.*
Soa; Tsara	*Senga* en sakalava.
Homan	lisez: *hômană.*
Voa; Voha; Voua	pour *voua*, écrivez *voa* et supprimez *voha* qui signifie: ouvert.
Tsy; Tiare; Tsiare	lisez: *Tsy, tsia, tsiary, tsiadry* (en hova).
Zanak; Anaka	lisez: *zánakă-lahy*; *zánaka-vavy*; *Anakă.*
Lahy; Lelahé	lisez: *lehilahy.*
Vavy; Vavé; Vadi; Vadhina	lisez: *vavy, viavy, vahivavy*; *vady* (épouse), *vadina* (marié).
Vatang; Tena	lisez: *vátană, teǹa* et *tena* (en hova).
Fanahy	lisez: *fanahy*; *fo*; *aiña.*
Voulang; Milaza	lisez: *mivólana, milaza*; *miteny.*
Mandeha	et aussi: *Manao dia, Lasa*; *Roso.*
Ring; Rinque	lisez: *reñy*; *mahareñy*; *mandre.*
Taoune	lisez: *taonă.*
Ra; Rha	*Rha* n'est pas malgache.
Soufina; Tadigny	lisez: *Sófina*; *Tadiny* (en hova) est le trou de l'oreille).
Anagaran; Anara; Angaren	lisez: *aǹarana*; en hova *anarană.*
Foutchi; Poutci; Foutsi	lisez: *fotsy* et *foty* (en salakava).
Mainti; Minti	lisez: *maintina*; *mainty* (en hova).

Notes relatives au javanais:

1° *Sahè*, en krama; et en kawi: *sou*, signifie bon et beau, comme *soa* du malgache qui se prononce *sōŭa.*

2° *Lanang* signifie: homme, mâle, viril; *Laki* est l'homme marié; le mot *djalou* appartient au kawi. On peut ajouter *Wong.*

3° *Winih* n'est pas un synonyme de *Wadon* (femme, féminin), il signifie: semence, graine. *Rabi* et *Bodjo* synonymes de *Wadon.*

4° *Lounga* signifie: s'en aller, partir, voyager.

5° En javanais *Haran* (nom); *Ngaran* (nommer) et *Ingngaran* (être nommé).

6° En javanais-krama, *petak* (blanc) est encore un synonyme de *poutih.*

	Français	Malais	Javanais
39	Tuer	Bunoh	Patêni; Lunas
40	Voir	Liat; Pandang; Tulih; Tintang; Tinju	Dheleng; Tulih; Liyat
41	Poitrine	Dada	Dada
42	Sein, mamelle	Susu	Susu; Kopêk
43	Cœur	Jantong; Hati	Jantung; Hati; Galih
44	Ventre	Prut	Weteng; Waduk; Tahulan
45	Langue	Ledah	Hilat; Lidah
46	Chaud	Panas; Hangat	Panas; Hanget
47	Froid	Dingin; Sejuk	Hadem; Jekut; Hasrep
48	Cheveux	Rambut; Bulu	Rambut; Wulu
49	Vivre	Niawa; Hidup	Hurip; Nyawa
50	Torche, flambeau	Suluh; Sigi; Damar	Dhamar; Hobor; Suluh
51	Chair, viande	Daging	Dhaging
52	Vent	Angin	Hangin
53	Père	Pa; Bapa; Ayah (*höflich*)	Bapa; Bapak; Yayah
54	Mère	Ma; Ama; Ibu; Indu (*von Thieren*); Bonda (*höflich*)	Ma; Mak; Hembok; Biyang; Hibu
55	Maison, case	Rumah; Dalam (*fürstlicher Hof*)	Homah; Humah; Dhalem (*Pallast*)

Notes relatives au malais:

1° *Lihat* (voir); *pandang* (regarder); *toulih* (jeter la vue sur); *tintang* (examiner); *tindjou* (guetter).

2° Les deux mots *djantong* et *hăti* et aussi le mot *kelb* sont employés pour désigner le cœur. Ce dernier mot *kelb* vient de l'arabe; physiquement ou anatomiquement c'est *djantong*; *hăti* est employé plus généralement par les Malais comme l'organe du sentiment et de l'intelligence.

3° *Hăngat* signifie ardent, brûlant.

4° *Sedjouk* signifie frais, plutôt que froid.

5° *Boulou* signifie généralement poil et *rambout* se dit des cheveux.

6° Le mot malais qui rend exactement nos mots: torche, flambeau, est *soulouh*. Le *Sigi* est un arbre résineux, le *Kayou Sigi* est un morceau de bois, du *Sigi*, qu'on allume en guise de torche. *Damar* est le bois résineux par excellence. Ce mot est pris comme désignation de la résine elle-même.

MALGACHE	*Notes rectificatives pour le malgache:*
ımo; Vounouhe, Vounoui; Mamouno	lisez: *vono, mamono. Mamo* signifie: ivre.
ıhita; Mitoulitoulik (*Blick*)	*Tolitolikă* est sakalava et signifie: regarder de tous côtés.
atra; Tratcha (*estomac*); Tlatre	lisez: *tratra* et supprimez *tratcha*. L'estomac se dit *sarôtro*.
ɔunou; Louc (*tétine*)	lisez: *nono. Louc* est une altération de *Loha-nono* (tête de mamelle).
ı: Ate; Aten; Atine	lisez: *aty*. Ce mot signifie *foie*, il n'a le sens de cœur qu'en parlant des arbres.
ɔuhouc; Votac; Votoc; Quibou	
·la	du malais *lelah*.
ıne; Mafanne	lisez: *fană* et *mafână*.
ıng-assioc; Nara	lisez: *mangatsiakă*, de la racine *hatsiaka*.
ɔulou	lisez: *volo*, et *volondoha* (poils de la tête).
·lome; Aina	lisez: *velonă*; *aiña, aina* (en hova).
ısara; Sara	lisez: *fañilo*, ou *jiro*. *Asara* signifie: la saison des pluies, et *sara*, en hova, est le prix du fret.
ınne; Hena; Hounoufé	lisez: *hânina* (nourriture); *Henă* (du bœuf généralement) et *Nofo* (chair).
ıghine	lisez: *añină*, ou *tsiokă*.
ıi; Baba; Ba	lisez: *Ray*; *Ada*; *Baba*.
·ny; Reni; Reine;	lisez: *Reny, Neny*; *Ima*; *Ineny* (en hova).
anou; Trango	lisez: *trano* et *traño*.

Notes relatives au javanais:

1° *Patèni* est un dérivé de *pati* (la mort); *Lounnas* signifie: fini, achevé, perdu, et par extension: mort.

2° *Kopék* se dit des seins, quand ils sont longs et pendants.

3° *Hasrep* signifie: frais, rafraîchissant.

4° *Rambout* signifie: chevelure, et *woulou* se dit aussi pour: poil, crin, duvet, etc.

5° A *dhaging*, il conviendrait d'ajouter *Hiwaq* et *Houlam*.

	Français	Malais	Javanais
56	Bœuf	Jawi; Sapi; Lembu	Sapi; Lembu; Jawi (*Kuh*)
57	Frère, sœur	Sudara (*sanscrit*); Abang; Kakak; Adik; Bongsu	Kakang; Habang; Hadi; Hari
58	Matin	Pagi; Pagi ari; Siang; Isuk (*der folgende Tag morgen*)	Hêsuk
59	Soir	Suri; Patang; Petang	Sorê; Peteng
60	Feu	Api	Hapi; Genni
61	Nuage	Awan; Awang; Mega	Mêga; Hawan
62	Montagne	Gunong; Bukit	Gunong; Wukir
63	Champ, plaine	Padang; Sawah	Harahara; Tegal; Sawah
64	Bois, forêt	Hutan; Utan; Rimba	Halas
65	Nombre, Compte	Bilang; Hitong	Wilang; Hitung
66	Demi, moitié	Tangah	Tengah
67	Milieu	Tangah	Tengah
68	Acheter, vendre	Bili; Jual	Ṭuku; Hadhol (*verkaufen*)
69	Plein	Punnuh; Punuh; Ganap	Penuh (*kr.*); Kebak; Genep
70	Vide	Kosong; Hampa	Kosong; Sepi
71	Bouche	Mulut; Chotok (*des Vogels*)	Changkem
72	Enterrer	Tānam	Tanem; Petak (*kr.*)
73	Nord	Utāra	Lor; Hutara (*kr.*)

Notes relatives au malais:

1° Le mot sanscrit *soudara* signifie également le frère ou la sœur. Pour préciser il faut dire *soudara lakilaki* (frère) et *soudara perampouan* (sœur). Le mot *abang* se dit de l'aîné de tous; *kakak* et *adik* sont de deux frères, *kakak* (l'aîné) et *adik* (le puîné); *bongsou* est le dernier né de tous. *Kakènda* et *adènda* dans le style noble.

2° *Sawah* est un champ de riz, en terrain humide ou marécageux, dans la plaine. On appelle *lādang* la rizière, en terrain sec, non humide ni marécageux sur les flancs des côteaux.

3° *Plein* se dit: *penouh*; *genap* signifie: complet.

4° Le bec des oiseaux se dit, il est vrai: *tchotok*, mais plus souvent *pārouh*.

MALGACHE	*Notes rectificatives pour le malgache:*
umby; Anghombé	lisez: *aomby*; *omby* (en hova).
nalahé; Rahalahy: Ravavi	lisez: *Anadahy Rahavavy*.
marai	lisez: *Maraină*. *Amaray* signifie: demain.
rriva; Arive	lisez: *Hariva*.
fou	lisez: *Afo*.
avouna; Rahon	lisez: *zavonă* (brouillard); *Ráhonă* (nuage).
'ohits; Bohits	lisez: *Vóhitră*; *Bóhitră*.
oranga	*Roranga* se dit d'une plaine déserte, *Tsabo* se dit d'un terrain cultivé, d'un champ.
lala; Ala	du javanais *halas*. Bois se rend généralement par *Hazo*.
.	en malgache: *isa*, *isakă*.
lila	lisez: *ilany*.
.	en malgache: *tenatena ny*.
ividi, Mivili; Amvidi (*verkaufen*)	lisez: *mividy*, *mivily* (sk.); *mambidy* ou *mamidy* (vendre).
enou	lisez: *feno*.
findra	lisez: *fóană*. *Afindra* signifie: que l'on change de place, que l'on transporte ailleurs.
oulou; Vava	lisez: *Molotra* (lèvres); *Vava* (bouche).
llevi: Halevi	lisez: *Alevină*.
varats	lisez: *Avaratră*. *Avarats* est la prononciation en sakalava.

Notes relatives au javanais:

1° *Kakang* est l'aîné; *hadiq* est le cadet.

2° A *Hésouk*, on peut ajouter *wadjah*.

3° Pour *vendre*, on dit en javanais *toukou*, *noukou* (forme verbale active); ou *hadol* et *ngadol* (forme active transitive).

4° *Gĕnep* du javanais, comme le *genap* du malais, signifie: complet.

5° Le sens propre de *sepi* est: désert, inhabité, solitaire; et par suite: vide. En javanais vulgaire et cérémoniel on dit *kotong*.

	FRANÇAIS	MALAIS	JAVANAIS
74	Est, Levant	Timor	Wêtan; Timur
75	Sud	Salātan	Kidhul
76	Ouest, Ponant	Bārat (jav. *barat*, *wind*)	Kulon
77	Main	Tangan; Lima	Tangan; Lima
78	Pierre	Batu	Watu
79	Tête	Kapala; Hulu	Hendas; Hulu; Tendas (*kr.* Kepala (*hauptling*)
80	Voix	Swara; Bhana	Swara; Haba
81	Pied	Kaki	Suku; Padha; Pak; Sam peyan; Dhagan
82	Fermer	Tutup; Kuntchi (*schloss*)	Hineb; Tutup; Pepet; Kun chi (*Schloss*)
83	Ouvrir	Buka	Buka
84	A droite	Kanan	Kanan
85	A gauche	Kiri; Kidau; Kidal	Kiwa;Kêdê;Kêri(*kr.*);Kêrin
86	Veuve	Janda; Karbei; Maranda	Randa
87	Visage, front	Muka; Dahi (*Stirn*)	Rahi; Muka (*k.*)
88	Esclave, serviteur	Amba; Budak; Sakei; Beta; Patek; Saya	Hamba (*k.*); Patik; Dhasil Batur; Kula; Kawula.
89	Étoile	Bintang	Lintang; Sasa (*k.*)
90	Dent	Gigi	Huntu; Waja (*k.*)
91	Genou	Lutut	Dengkul;Dekung;Jengku(

Notes relatives au malais:

1° *Bārat* (ouest) en malais, se dit *koulon* en javanais; mais dans cette dernière langue *barat* se dit d'un vent tempêtueux ou de la tempête elle-même.

2° *Bhana* ou mieux *bahāna* signifie plutôt: cris, clameur, que: voix.

3° *Kountchi* signifiant serrure, le verbe *kountchikan* signifiera: fermer à clef.

4° Généralement l'état de veuvage se rend par le mot *balou*; d'où *balou perampouan* (une veuve) et *balou lakilaki* (un veuf).

Malgache	*Notes rectificatives pour le malgache:*
"	en malgache: ***Atsiñánană***, ***Atsinánană*** (en hova): ***Atiñanană*** (en sk.).
ıtsimou	lisez: ***atsimo***; ***atimo*** (en sk.).
ındrefana	lisez: ***andréfană*** (de la racine ***andry*** être couché). Nous disons de même: le ***couchant*** pour l'Ouest.
'angh; Limi; Dimi (*fünf*)	lisez: ***tàñană***; ***tánana*** en hova; ***limy***; ***dimy*** (cinq).
'ato; Vatou	lisez: *Vato.*
'ao; Loha	*Vao* ne signifie pas: ***tête***, mais ***nouveau***, neuf.
"'	
'é (*schenkel*)	lisez: *Fé* (cuisse). Pied se dit ***tongotră***.
"	en malgache ***mamody***; ***mifefy***.
oucaf	lisez: ***Sókâtra.***
ınkavanane; Anana; Acavane	lisez: ***Huvánana***; ***Ankavánana.***
ınkavia	de ***Havia, Ankavia.***
livantots	lisez: ***mivantotra*** (fille non encore mère). Il faudrait dire: ***mati-vady.***
"	en malgache: ***Sora, Vajihy*** et ***Tarehy*** (en hova).
ımpouria; Fanompo; Endevou	lisez: ***Amporía, Mpanompo***; ***Andevo***; ***Ondevo*** (en h.).
intana	et aussi ***Anakintană.***
iifi	lisez: ***nify***, ou ***Ify***, ou ***Hy.***
lanongue haletch; Lohaleche (Fl.)	lisez: ***lohálika*** (genou); ***Manongalika*** (s'agenouiller).

Notes relatives au javanais:

1° ***Ouest*** se dit ***koulon*** (en ngoko) et ***kilèn*** (en krama).

2° Le nombre cinq (***lima*** en malais et en javanais, ***limy*** ou ***dimy*** en malgache) représenté par les cinq doigts de la main, se prend pour la main elle-même.

3° En ngoko, le mot ***sikil*** signifie: pied, jambe, patte. Le mot ***kaki*** (pied) du malais existe également en javanais.

4° En javanais les verbes ***noutoup*** et ***ngountchi***; ***pepet*** a le sens d'arrêter, d'obstruer; mais le mot ***hineb***, le premier de ceux indiqué au n° 82; signifie proprement un contrevent, un volet, une fermeture de fenêtre quelconque.

5° ***Kannan*** (la droite) est kawi; d'où ***ngannan*** (aller à droite). ***Tèngên*** (à droite).

6° ***Rahi*** et ***Rarahi*** (visage); ***mouka*** est kawi.

	Français	Malais	Javanais
92	Enfant	Anak; Kanakkanak; Budak; Buyong (*Knabe*)	Anak; Hiolê; Jabang; Bay[illegible] Larê
93	Grand	Besar; Gadang; Agung (*vornehmst*)	Gedê; Hagung
94	Petit	Kechil; Kete; Sedikit (*wenig*)	Chilik; Kedih; Kedik (*wenig*)
95	Vieux	Tuah; Lama; Daulu; Sadia (*wahrhaft*)	Lama; Lawas; Tuwa
96	Tomber	Jatuh; Timpa; Tumbang; Rebbah; Runtoh	Tiba; Rubuh; Runtuh
97	Qui a faim, affamé	Lapar	Lapa; Ngelêh; Ngelih Luwe (*kr.*)
98	Qui a soif, altéré	Dhaga; Hawus	Ngorong; Ngonkong
99	Animal, bête	Benatang; Satwa-morga	Binatang; Hêwan; Mergu
100	Oiseau	Burong	Manuk
101	Poisson	Ikan	Hêwah; Hiwak; Hulam (*k*
102	Ennemi	Musuh	Musuh; Mungsuh
103	Aveugle	Buta	Pichek; Wuta (*kr.*)
104	Sourd	Tuli	Budeq; Jampeng; Tuli (*kr*
105	Racine	Akar	Hoyodh; Hayodh; Dangk
106	Arbre	Kayu; Puhn (*bes. d. Stamm nahe an der Wurzel*)	Kayu; Tahen (*k.*).
107	Fleur	Bunga; Kambang	Kembang; Sekar (*kr.*); Sari(

Notes relatives au malais:

1° Des enfants (*anak*), le premier né s'appelle: *anak soulong*, et le dernier né: *anak bongso*.

2° *Touah* (vieux) se dit des personnes; *lama* (ancien) se dit des choses, et spécialement du temps.

3° *Djatouh* est le mot propre pour: tomber; *toumbang* (tomber à la renverse); *Rebah* ou *Roubouh* (s'écrouler) et *Rountouh* (s'écrouler avec fracas).

4° Le mot *morga*, *mergou* en javanais, suffit à lui seul pour désigner les bêtes sauvages. Le mot *satoua* signifie également les animaux sauvages, et le composé *satoua-morga* se rencontre plus souvent sous la forme inverse: *morga satoua*.

5° *Mousouh* se dit en parlant surtout de l'ennemi du pays, et *satrou* de l'ennemi personnel.

6° *Pŏhon* est le mot propre pour *arbre*; *kayou* se dit du *bois* en général.

7° *Bounga* (fleur) et *kembang* (fleur épanouie).

Malgache	*Notes rectificatives pour le malgache:*
za; Calou	lisez: *Kalo* (fille) et *Zaza* (petit enfant).
	lisez: *Be*; *Lehibe*.
lic; Keli	lisez: *Kely*; *Hely*; *Kitikà*.
ıtitra; Antitch	lisez: *Antitrà*: *toy*, *matoy*; *ela*.
tsac; Lavou	lisez: *latsaka*; *lavo*.
ousarre; Angoigne	lisez: *Mosary*; *Hanoánana* (H.).
ttehette	lisez: *Hètahèta* (soif); *mangetaheta* (avoir soif).
haraha	lisez: *biby* ou *kaka*. *Raharaha* signifie: affaires, occupations.
rona; Vouron	lisez: *vóronà* (oiseaux en général).
c; Laoca	lisez: *Filao*; *Filaokà*; *Hazandrano* (H.).
ffi; Tafic	lisez: *Rafy*; *Fahavalo*, *Tafika*. Ce dernier mot signifie plutôt une: expédition militaire.
mba	lisez: *Zamba*; *jamba* (H.), *Mati-maso*.
areng	lisez: *mareñinà*; *tsy maharé* (H.).
	en malgache: *Váhatra*; *Faka* (H.).
ızo; Cacazou	lisez: *hazo*; *kakazo* (sk.).
ouna; Vonghe	lisez: *Vony*; *Voninkazo*.

Notes relatives au javanais:

1° *Djabang* et *Bayi*, aussi bien que *Larè*, se disent seulement des enfants nouveau-nés.

2° *Lawas* en ngoko indique: un longtemps, une longue durée; et *Louwas* en ngoko et krama signifie: vieux, usé.

3° *Hèwan*, ou plus souvent *Kèwan* généralement pour le bétail. D'où *Kèwanni* (esprit malin qui a fixé sa demeure dans un animal).

4° En javanais, le même mot qu'en malais, *satrou* signifie également un ennemi personnel.

5° *Pitchè* signifie non un aveugle, comme *Wouta*, mais un borgne.

6° *Wod*, en kawi.

	Français	Malais	Javanais
108	Graine, semence	Biji; Benih	Wiji; Hiji; Winih
109	Œil	Mata	Mata; Mripat (*kr.*)
110	Joue	Pipi	Pipi
111	Baigner	Mandi	?
112	Payer	Bayer	Bayar
113	Choisir	Pilih	Pilih
114	Ivre, enivré	Mabuk	?
115	Suivre	Turut; Iring	Tut; Turut; Hiring
116	Nouveau	Bharu	Mahu; Wahu (*kurz wochim*)
117	Voile (une)	Layer	Layar
118	Demander, réclamer	Pinta; Minta	Pinta
119	Pendre, suspendre	Gantong	Gantung
120	Changer	Ubah; Ganti	Hobah; Ganti
121	Peau	Kulit	Kulit
122	Facile	Mudah; Murah	Murah
123	Mûr	Masak	?
124	Lézard	Chichak	Chechak
125	Cuillère	Sunduk; Suduk	Sêndhok
126	Profond	Dalam	?
127	Devenir	Jadi	Dhadhi
128	Être	Ada	Hana

Notes relatives au malais:

1° *Tourout* (suivre) et *iring* (accompagner).

2° Le mot *bharu* s'écrit plus correctement en trois syllabes *bahârou.*

3° *Minta* (demander) et *meminta,* forme verbale plus régulière, dérivée de la racine *pinta.*

4° *Moudah* se dit des choses et signifie proprement: facile, aisé; tandis que *mourah* se dit des personnes, au figuré, et signifie: libéral, doux, bienveillant.

5° Le *tchetchak* est le petit lézard domestique.

6° Le mot malais *sendok* désigne une cuillère, en général; on trouve aussi *soudouk* et même *soudou.*

7° *Djadi* et mieux *mendjadi* pour le verbe devenir. *Djadi* est pris souvent comme synonyme de *ada* (être).

MALGACHE	*Notes rectificatives pour le malgache:*
Vihi	lisez: *Vihy*; *Voa*, *Vihiny*; *Voany*.
Masso; Maso	lisez: *Maso*.
Fiffi	lisez: *Fify*.
Mandrou	lisez: *Mandro*; *Misekă*.
Ifayenne	lisez: *Iefană*; *Ifană*; *Efaină*.
Fili; Fidi	lisez: *Fidy*; *Fily* (sk.).
Mamou	lisez: *Mamo*, de *Hamo* (ivresse).
Oric; Magnarac	lisez: *Arakă*; *Mangaraka*.
Vaho; Vao	supprimez: *vaho*, lisez *vao*.
Layé; Laihé	lisez: *Lay*.
Mantano; Maontane	lisez: *Mañontany*.
»	en malgache: *Hántonă*.
Mihova; Houva (*variété*, Fl.); Houa (*rayé*, *rasé*)	lisez: *Miova*; *Mañova*.
Houlits; Houdits	lisez: *Hoditră*; *Holitra* (sk.).
Moura; Mora	lisez: *Mora*; *tsy Sárotra*.
Massak	lisez: *Masakă*.
Tsatsac	lisez: *tsátsakă* (c'est le petit lézard vert). Le gros lézard gris: *androngo*.
Sonrouc; Sourouc	lisez: *Soroka* ou *Soro-dravina*. C'est la cuillère faite d'une feuille. Cuillère se dit *sôtro*.
Lalen; Lalin	lisez: *lalină*.
Nizari (*ils sont devenus*)	lisez: *zary*; *manjary*.
Misse	lisez: *isy*; *misy*. *Ary*, en malgache correspond à *ada* du malais et *ana* du javanais.

Notes relatives au javanais:

1° Le mot *baigner* se dit en javanais et en soudanais: *mandi*.

2° Les mots: ivre, s'enivrer, se disent en javanais: *mĕndĕm*.

3° Le mot *toumout* (suivre) est plus usité que sa racine *tout*.

4° *Mahou* se dit en langage vulgaire, et *wahou* en langage cérémoniel.

5° *Hobah* s'écrit aussi *Howah* en javanais et *hèwah*.

6° Le mot signifiant mûr, *masak* en malais, *masakă* en malgache, est *matèng* en javanais.

7° En javanais, ngoko et krama, on appelle *Sourou* la feuille en forme de cuillère, dont on se sert pour manger.

8° Le mot: profond, *dalam* en malais, *lalină* en malgache, se dit en javanais: *djèro*; en javanais, comme en malais, on employe le mot *entchik*, comme synonyme de *touwan* pour: monsieur, maître.

9° *Hana*, ou *ana* représente le verbe être en javanais vulgaire; en javanais cérémoniel ou krama, c'est *wonten*.

	Français	Malais	Javanais
129	Doux	Manis	Manis
130	Mâcher	Mamah; Kunia	Mamah; Kenyuh
131	Monsieur	Tuan; Inchi	Tuwan
132	Un	Sa; Asa; Suatu; Satu	Sa;Sawiji;Siji;Satunggal(*kr*
133	Deux	Dua	Loro; Ro; Kalih (*kr.*)
134	Trois	Tiga	Telu; Tiga (*kr.*)
135	Quatre	Ampat	Papat; Pat; Sakawan (*kr.*
136	Cinq	Lima	Lima; Gangsal (*kr.*)
137	Six	Anam	Nem; Nenem
138	Sept	Tudjuh	Pitu
139	Huit	Delapan; Salāpan	Wolu; Walu
140	Neuf	Sambilan	Sångå
141	Dix	Sa . puluh	Sa.puluh; sa.dhasa
142	Cent	Sa . ratus	S.atus (Hatus)
143	Mille	Sa . ribu	S.êwu (Hêwu)

Notes relatives au malais:

1° *Māmah* est le mot propre pour *mâcher*; *kounnia*, *mengounnia* signifie: mâcher lentement, mâchonner.

2° Avec *intchi* (monsieur, maître) on trouve aussi la forme *entchik*. Dans la conversation *touan* est employé pour le pronom personnel *vous*. Pour Madame on dit *touan perampouan*, ou *Seti* et *Siti* en javanais, expression qui vient de l'arabe *sett* ou *sitt*.

3° *Salapan* est rarement et, je le crois, fautivement employé pour *doulapan* ou *delapan* (huit).

MALGACHE	*Notes rectificatives pour le malgache:*
Mami	lisez: *mamy* (doux), de *hamy* (douceur).
Miote	lisez: *mihôta*.
Toumpou; Tompo	lisez: *Tompo*; *Tompo-lahy* (Mr); *Tompo-vavy* (Mme).
Isa; Issa; Iraiche	lisez: *Isa*; *Iray*; *Raiky*; *Iraiky*.
Roui; Roua; Roué	lisez: *Roy*; *Roa*.
Telou	lisez: *Telo*.
Efatra; Effats	supprimez: *Effats*.
Dimi; Limi	lisez: *Dimy*; *Limy* (sk.).
Enem; Enina	supprimez: *enem*; ajoutez: *tsiota* (sk.).
Fitou	écrivez: *fito*. prononcez: *fitou*.
Valou	écrivez: *valo*, prononcez: *valou*.
Sivi	écrivez: *sivy*.
Foulou; Poulou	écrivez: *folo*, prononcez: *foulou*.
Zatou	écrivez: *zato*, prononcez: *zatou*.
Arivou	écrivez: *arivo*, prononcez: *arivou*.

Notes relatives au javanais:

1° Pour le nombre *neuf*, l'on dit également en javanais *sa.nga* et *so.nga*.

2° Nous ferons remarquer que Humboldt a partout représenté par deux lettres *dh* le *d* cérébral du javanais, qu'on écrit généralement aujourd'hui à l'aide du signe plus simple (ḍ) et plus exact, car ce *d* cérébral ne renferme aucune aspiration.

3° En kawi, les dix premiers noms de nombres sont: *éka, dwi, tri, tchatour, pontcha, sad, sapta, asta, nawa, dasa*.

APPENDICE

Mr l'abbé Favre, dans l'Introduction mise en tête de sa Grammaire javanaise, imprimée en 1866 à l'Imprimerie Nationale, a donné (pp. XXXII-XXXVII) un *Tableau comparatif des Langues polynésiennes*. Ce Tableau comprend une liste de *quarante* mots usuels, dans quatorze langues ou dialectes de la grande famille malayo-polynésienne, y compris le malgache.

Les quatorze premiers mots appartiennent aux noms de nombres.

La langue malgache, la seule dont nous nous occuperons ici, fournit 38 mots au lieu de 40, il y en a donc deux d'omis: ce sont les mots *onze* et *pendre*.

Le premier se dit: *folo-raik'amby* (à la lettre dix, un en plus), le second se dit: *hântonă* (le *gantong* du malais et du javanais).

Cette double lacune comblée, nous indiquons ci-dessous quelques corrections à faire dans la colonne du Tableau, réservée au malgache:

1.	Un	trai	*lisez:*	iray	*et prononcez:*	irey
2.	huit	wolu	„	valo	„	vālou
3.	neuf	siui	„	sivy	„	sivy
4.	cent	zatus	„	zato	„	zātou
5.	mille	ariwu	„	arivo	„	arivou
6.	Dieu	Zanahari	„	Zanahary	„	Zanahary
7.	Terre	Tani	„	Tany	„	Tany
8.	Feu	Affu	„	Afo	„	Afou
9.	Lune	Wulana	„	Volană	„	Voulann
10.	Etoile	Kitana	„	Kintană	„	Kinntann
11.	Homme	Olana	„	Olonă	„	Ouloun
12.	Père	Roya, Arber	„	Ray, Baba	„	Rey, Baba
13.	Mère	Rana	„	Reny	„	Reny
14.	Tête	Luher	„	Loha	„	Louha
15.	Œil	Mosu	„	Maso	„	Massou
16.	Temps	Audro	„	Andro	„	Androu
17.	Année	Tauna	„	Taonă	„	Taounn
18.	Pierre	Watu	„	Vato	„	Vatou
19.	Bois	Harsu	„	Hazo	„	Hazou
20.	Fruit	Wuer	„	Voa	„	Voua

NB. La lettre *u* n'existe pas dans l'alphabet malgache, non plus que le *w*; et le *o* dans les mots cités ci-dessus se prononce *ou*.

Ancora dei figli di Costantino;

Nota del Socio ERMANNO FERRERO.

Il professore Otto Seeck, acuto ed indefesso investigatore, elegante narratore della storia dei tempi di Costantino, in un recente studio sopra le medaglie di questo principe e della sua famiglia coniate in occasione di feste (1), ha toccato della nascita dei tre figli, che succedettero a Costantino. Egli giunge a conclusioni diverse da quelle, che poco fa ho esposto intorno alla prole di questo imperatore (2); onde, non per tenerezza per la mia opinione, ma perchè, tacendo, si potrebbe credere che gli argomenti del Seeck mi avessero indotto a rinunciarvi, ho pensato di contrapporre a questi alcune osservazioni, le quali, spero, mostreranno il filo di tali deduzioni troppo sottile per essere solido.

Ecco quali sono le conclusioni del Seeck: Costanzo, nato il 7 di agosto 317, è figlio di Fausta; Costantino giovane fu procreato ad Arelate, poco tempo innanzi al 1° di marzo del medesimo anno, forse da una donna conosciuta da Costantino, durante il suo soggiorno in quella città nell'estate dell'anno precedente.

Fra la notizia di Eutropio (X, 6) e di Zonara (XIII, 6) che Costante aveva trent'anni alla sua morte, nel 350, e quella di Aurelio Vittore (*Epit.*, XLI, 23), che gliene assegna solamente ventisette, a primo aspetto parrebbe preferibile la prima; quindi la nascita dell'ultimo figlio di Costantino si dovrebbe collocare nel 320, e a lui ed a Costanzo accennerebbe Nazario, allorchè

(1) *Zu den Festmünzen Constantins und seiner Familie*, nella *Zeitschrift für Numismatik,* XXI, 1898, p. 17-65.

(2) *Mogli e figli di Costantino*, negli *Atti della R. Acc. delle scienze di Torino,* vol. XXXIII, p. 376-388. Il Seeck, come pare, non conobbe questa mia nota pubblicata quando egli forse aveva già scritto il suo lavoro.

nel panegirico, recitato il 1° di marzo 321, parla di *Caesaribus nobilissimis* (Crispo e Costantino) *eorumque fratribus* (cap. 36). Quando Costante fu fatto Cesare, il 25 di decembre 333, egli sarebbe stato vicino ai quattordici anni; l'assunzione a Cesare, celebrata in quel giorno solenne per i cristiani, di poco avrebbe preceduto il tempo, in cui il principe giunse alla maggiore età. Ma in un medaglione, coniato evidentemente in occasione dell'inalzamento a Cesare, Costante è rappresentato ancora come un fanciullo, più piccolo dei due fratelli Costantino e Costanzo e, benchè in abito militare, senza le armi, che questi portano come protettori dell'impero. Il non essere figurato Costante come un *iuvenis* è prova ch'egli non era vicino a divenir tale: quindi, alla sua morte, nel 350, non doveva avere i trent'anni datigli da Eutropio e da Zonara in cifra tonda, ma solo ventisette, come dice Vittore; epperò egli nacque nel 323.

Fra Costanzo e lui Fausta deve aver avuto un altro figlio, di cui la storia non ha serbato ricordo, morto prima della nascita di Costante, ma dopo il 1° di marzo 321, alludendo a lui ed a Costanzo il *fratribus* di Nazario. La venuta al mondo di Costanzo è commemorata da un doppio solido di Fausta, nel cui rovescio si legge *Pietas Augustae* e si vede l'imperatrice nimbata sedente sopra un trono con un bambino sulle ginocchia. In un altro somigliante, con la leggenda *Spes rei publicae*, la figura femminile, che tiene in braccio due infanti, rappresenterebbe Fausta con Costanzo e col fratellino morto in tenera età (1). Finalmente la donna, che ha in braccio un bambino e porge un pomo ad un fanciullo un po' più alto, che le sta vicino, rappresentata sopra un medaglione di bronzo, pure di Fausta, con l'epigrafe *Pietas August. fel.*, figurerebbe la moglie di Costantino con Costante e con Costanzo, che nel 323 era sui sei anni (2).

---

(1) Tipo e iscrizione uguali si hanno sulle monete di piccolo bronzo (Cohen, *Méd. imp.*, 2ᵉ éd., t. VII, p. 336, n. 15-20; Gnecchi, in *Riv. ital. di numismatica,* III, p. 187, n. 17-19); in una (Cohen, n. 21) la donna è seduta. In un solido ed in piccoli bronzi con la donna in piedi si trova la leggenda *Salus rei publicae* (Cohen, p. 335, n. 5-9; Gnecchi, p. 187, n. 14-16).

(2) Nell'essere solo di bronzo questo medaglione, mentre gli altri due sono d'oro, il Seeck scorge una prova delle condizioni dell'anno 323. Costan-

Per dire Fausta madre di Costanzo il Seeck ricorre a Giuliano (*Or.* I, p. 9); ma senza far cenno della grave difficoltà derivante dall'aver questi enumerato tra i figli dell'Augusta non solo i tre successori di Costantino (al maggiore dei quali lo stesso Seeck attribuisce altra genitrice), ma anche Crispo, di cui è conosciuta la madre. Ammettendo che tutti quattro fossero figli adottivi di Fausta, si elimina tale difficoltà, si può accogliere come vera l'informazione di Zosimo (II, 39) che non essa, ma un'altra donna, sia stata la madre di Costantino giuniore, di Costanzo e di Costante, e s'intende inoltre perchè nell'iscrizione di Sorrento dedicata a Fausta (*C. I. L.*, X, n. 678) questa sia detta matrigna dei Cesari Crispo, Costantino e Costanzo. Al contrario, il Seeck non accetta che in parte la notizia di Zosimo, cioè solo per Costantino giovane, credendolo concepito da una *belle Arlésienne*, com'egli dice, durante il soggiorno dell'imperatore Costantino in Arelate, nell'estate del 316, e venuto alla luce poco innanzi al 1° di marzo 317. Se Costantino e Costanzo nacquero dalla stessa madre, come asserisce Zosimo, questa, che partorì Costanzo il 7 di agosto 317 (la data è determinata), non potè dare alla luce Costantino poco prima del marzo del medesimo anno. Ma se noi non intendiamo assolutamente alla lettera i *pochi giorni* di vita, che Vittore (*Ep.*, XLI, 4) e Zosimo (II, 20) dicono questo principe avesse allorchè fu fatto Cesare, cioè al 1° di marzo 317, possiamo indietreggiarne alquanto il tempo della nascita sin verso la fine del 316. Il Seeck dice la nascita di Costantino essere separata da quella di Costanzo da uno spazio di sei o sette mesi, facendola così cadere nel gennaio o nel febbraio del 317: ma perchè sia possibile il concepimento del primo ad Arelate durante il soggiorno dell'imperatore, bisogna che questi sia venuto in tale città prima del tempo, in cui, con sicurezza, sappiamo che vi si è trovato: cioè nella prima metà di agosto del 316 (1). Non val meglio lasciar da parte la

---

tino stava per cominciare la guerra coi Goti; quella con Licinio si poteva prevedere: egli perciò adoprava il danaro negli apparecchi militari e non in costosi doni di festa.

(1) Cf. Seeck, nella *Zeitschr. der Savigny-Stiftung für Rechtsgesch.*, X, 1889, Romanist. Abtheil., p. 186, 217. Costantino è ad Arelate il 1° di agosto. Il 6 di maggio era a Vienna.

donna di Arelate, affatto congetturale, e credere che colei, che al 7 di agosto 317 divenne madre di Costanzo, avesse già procreato un altro figlio nella seconda metà del 316, forse ancora durante il soggiorno di Costantino in quella città della Gallia, dov'ella lo aveva accompagnato, più probabilmente un po' dopo la partenza dell'imperatore (1)?

Circa l'iscrizione di Sorrento il Seeck fa questa ipotesi: Fausta per più di sette anni fu conosciuta solamente come *noverca Caesarum* (Crispo e Costantino); alla fine del 324 anche suo figlio Costanzo fu creato Cesare: in una cittaduzza lontana si è potuto ignorare in quale relazione egli si trovasse con l'imperatrice, e quindi nell' epigrafe anche per lui questa è detta matrigna. L' interpretazione è ingegnosa; ma si può chiamare una città della Campania di allora una lontana cittaduzza, i cui magistrati, volendo onorare l'imperatrice, ignorassero lo stato civile dei principi regnanti? Lontana da dove? Non da Roma, che, sebbene non fosse più residenza della corte, continuava ad essere la capitale dell' impero e sotto il cui vicario trovavasi la Campania. Non è più semplice credere che realmente Fausta sia stata la *noverca* dei tre Cesari, da lei adottati, forse solo dopo il 324, come abbiamo congetturato? E poi perchè l'imperatore, che, insieme con Crispo, natogli da un concubinato antecedente al suo matrimonio con Fausta, si affretta a far Cesare Costantino, frutto di un'unione illegittima, avrebbe tardato sette anni e mezzo a conferire la medesima dignità a Costanzo, suo figlio legittimo?

Veniamo alle monete, in cui il Seeck pensa aver trovato l'indicazione della nascita di Costanzo, di Costante e dell'anonimo fanciullo, che sarebbe stato generato fra l'uno e l'altro. Nella figura con un fanciullo in braccio ed uno più grandicello accanto e con la leggenda *Pietas August. fel.* è da ravvisare la imagine di Fausta co' figli Costanzo e Costante, o piuttosto una rappresentazione allegorica della Pietà accompagnata da fanciulli, quale s'incontra non solamente sopra le monete d'imperatrici, ch'ebbero prole, ma anche su quelle di un'Augusta sterile, cioè Sabina (2), e non manca neppure sulle monete di

(1) In principio di dicembre Costantino è a Serdica, dopo essere passato per Roma e per Milano (Seeck, loc. cit.).

(2) Cohen, t. II, p. 251, n. 52-55.

parecchi imperatori (1)? Anzi il medesimo tipo e la medesima epigrafe di questo medaglione di Fausta si hanno sul rovescio di un medaglione di Elena (2), nel quale in nessun modo può essere rappresentata la madre di Costantino con due teneri figliuoletti. Nella figura nimbata, che siede in trono e tiene un bambino sulle ginocchia, con la leggenda *Pietas Augustae*, è più che probabile sia rappresentata l'imperatrice (3) con uno, forse col primo, dei figli nati al marito dopo il suo matrimonio con lei: figli ch'essa trattava come suoi e più tardi ha adottato. Costantino e Costanzo, fra i quali non esisteva che piccola differenza di età, devono essere, crediamo, i due infanti in braccio della donna delle monete con *Salus* e con *Spes rei publicae*, nella quale meglio che Fausta preferiremo vedere una figura allegorica, tanto più che i due rovesci s'incontrano pure nelle monete di Elena (4). Anche il Seeck stesso dice non impossibile la rappresentazione dei due principi per indicare che l'imperatrice abbracciava con uguale amore il figliastro ed il proprio figlio: tuttavia non la può ammettere perchè, volendosi festeggiare le amichevoli relazioni di Fausta coi figli illegittimi del marito, non avrebbe dovuto mancar Crispo e perchè sarebbe stata sconveniente l'unione di Costantino, già Cesare, col fratello, privo di tale dignità. La mancanza di Crispo, già adulto, su monete destinate a commemorare nascite di altri principi, s'intende benissimo: nel congiungere il Cesare bambino col fratello, che poteva pure presto ricevere tale dignità, non vediamo sconvenienza alcuna: piuttosto ci pare che questa vi sarebbe stata nel celebrare come salute e speranza dell'impero solo i bambini nati

---

(1) Antonino Pio (Cohen, t. II, p. 329, n. 606, p. 331, n. 620-632); Marco Aurelio (t. III, p. 46, n. 443-449); Gallieno (t. V, p. 417, n. 790); Postumo (t. VI, p. 39, n. 229, 230); Costanzo Cloro (t. VII, p. 278, n. 215).

(2) Cohen, t. VII, p. 96, n. 7.

(3) E non la Vergine con Gesù bambino, come suppone il Cohen (*ibid.*, p. 334).

(4) Mancano nel Cohen. Sono due piccoli bronzi descritti dal Gnecchi (*Riv. it. di numism.*, III, p. 185 e seg., n. 1, 12), il quale corregge pure (p. 190 e segg.) la descrizione data dal Cohen (n. 8) del quinario di Elena con *Pietas Romana* e una donna sedente con un bambino; rovescio, che si trova nei quinarii di Teodora.

da Fausta, non ancora Cesari, escludendo un altro fanciulletto, il Cesare Costantino.

Per interpretare questi tipi monetarii non è necessario ricorrere all' ipotesi di un figlio di Costantino, venuto alla luce fra Costanzo e Costante. Tuttavia, per intendere il *fratribus* di Nazario, se, come ci pare, si deve seguire il Seeck nell'ammettere che Costante non fosse ancora nato nel 321 (1), converrà fare tale supposizione, salvo si voglia pensare che il panegirista, dopo aver indicato i due Cesari d'allora, in questo vocabolo abbia compreso, secondo un uso noto al latino, il resto della prole costantiniana, Costanzo cioè e le sorelle, delle quali una almeno probabilmente doveva già essere in vita in quell'anno (2).

Carta statutaria lombarda del sec. XIII riguardante i campari;

Nota del Socio CARLO CIPOLLA.

La cortesia del ch. dott. sac. Giovanni Mercati, già dottore dell'Ambrosiana, adesso scrittore della Vaticana, mi mette in grado di fare una nuova comunicazione sulla storia della istituzione dei *saltari* o *campari*, della quale mi sono occupato anche qualche anno addietro. Ma in allora mi fermai a studiare questa istituzione in alcuni documenti del sec. XVI, mentre ora il documento gentilmente trasmessomi dal Mercati va posto fra i più antichi, che, almeno nell'Italia superiore, abbiamo su tale materia, risalendo esso al 1220.

Venga prima di tutto un cenno sul contenuto del nuovo atto. Addì 14 dicembre 1220 Ambrogio Boffa (3) prevosto della

(1) Il medaglione, che, al suo inalzamento a Cesare, lo rappresenta fanciullo, ci sembra un'autorevole testimonianza per ritardarne la nascita al 323.

(2) Costantina sposata nel 335 dal cugino Annibaliano.

(3) Costui è noto anche per la consegna di alcuni libri da lui fatta nel 1238 a Beltramo Corbo, prevosto di Olgiate, secondo il documento edito dal Mercati, *Un inventario di libri*, ecc., in " Bull. Società bibliografica ,, anno I, n. 4.

Canonica di S. Ambrogio, in nome della canonica stessa investì Monachetto e Buzetto, fratelli, figli del fu Anselmo Caimo (1), di Assiano (nel mandamento di Baggio, prov. di Milano) della camparia di un bosco, spettante in proprietà alla predetta Canonica, situato in Assiano, e di quella di altro bosco, che si trovava nei territori di Muggiano, di Gaggiano, di Loirano e di Cusago (2), ed era pure proprietà della Canonica di S. Ambrogio. Essi debbono custodire i detti boschi fino al 1° febbraio 1221, e di lì a un anno, cioè fino al 1° febbraio 1222, a tenore dell'*ordinamentum* circa la custodia loro. Per tale servigio il prevosto somministrerà ai medesimi fratelli sei moggi di segala e miglio. Segue il giuramento dei due " camparii ", i quali promettono di custodire e salvaguardare, fino al termine ora indicato, i boschi loro affidati: non ruberanno, nè permetteranno che altri vi rubi: non rilascieranno le *pene* (i bandi, le multe) stabilite nell'*ordinamentum:* riceveranno i pegni dei risarcimenti (*mendatie*), e non potendoli avere, faranno di ciò accusa al podestà di Milano o al suo nunzio. Se ne sono richiesti, stimeranno i danni in buona fede. Se qualche bestia recherà danno, il padrone di essa pagherà di *bando* in denari 12, se trattasi di bestia grossa, e in denari 4, se trattasi di bestia piccola. Se il fatto avvenne di notte sia doppia la pena, e doppiamente sia risarcito il padrone danneggiato. Dell'ammontare del danno, si dia fede al giuramento dei campari.

Se qualche persona, uomo o donna, reca danno, il bando sia di 5 soldi di terzioli, e il danneggiato sia risarcito al doppio, giusta quanto sarà *stimato* o *provato*. Ma se la stima del danno sembrasse eccessiva, la decisione spetterà al podestà, o a chi per lui.

I campari per la loro custodia devono avere la metà dei *bandi*, mentre l'altra metà deve essere di mese in mese consegnata ai cassieri del comune di Milano.

---

(1) Per il raffronto del cognome osservo che nel 1170 trovasi Corrado Caimi, abate di Civate; MAGISTRETTI, *Abbazia di Civate*, " Arch. Stor. lomb. ", XXV, 1, 91. È noto anche di questa famiglia il tipografo Ambrosio de' Caimi, che lavorava a Milano nel 1479 (MOTTA, *Di Filippo di Lavagna*, ecc., ivi, XXV, 2, 42). Vive anche oggi la famiglia Caimi.

(2) Per quest'ultima identificazione, cfr. *Cod. dipl. Long.*, n. 628, col. 1078. — I quattro villaggi di Assiano, Cusago, Muggiano e Loirano si trovano a poca distanza reciproca, presso la via tra Milano e Abbiategrasso. Gaggiano sta ad ovest di Cusago.

La legislazione sui campari è qui espressa abbastanza chiaramente. Il proprietario dei due boschi (cioè la Canonica di S. Ambrogio) nomina due suoi privati campari. Essi restano in officio normalmente un anno, da un 1 febbraio al seguente; ma, nel caso presente, lo tengono anche per quel mese e mezzo che manca al regolare inizio.

Esiste una regola, qui detta *ordinamentum*, la quale è probabilmente contenuta per intero, o quasi, nel giuramento. Essa stabiliva le multe contro i danneggiatori dei boschi, e disponeva sulla stima e sul risarcimento dei danni, nonchè sul salario dei campari. E ancora conservava in favore del Comune di Milano, che aveva giurisdizione sulle regioni nelle quali si trovavano i due boschi in discorso, la metà dei bandi. Va notato che, rispetto alla stima dei danni, si parla tanto del giuramento da prestarsi in tal riguardo dai campari, quanto anche delle prove. È lecito supporre che, ritenuto insufficiente il giuramento, si facesse ricorso alle prove nei casi nei quali il danno fosse molto grave.

Rispetto al risarcimento dèi danni, sembra che esso dovesse sempre ripetersi dal reo; e non si contempla espressamente il caso in cui il reo non si trovasse. Riguardo poi al salario del camparo, esso si componeva di due porzioni, l'una fissa, in oggetti mangerecci, e l'altra instabile, consistente nella metà delle multe pagate dai rei.

Queste basi della camparia erano comunissime nell'Italia superiore. Nella mia breve nota sui saltari di Tregnago — villaggio sulla collina Veronese, non lungi dall'odierno confine del nostro regno coll'impero Austro-ungarico — ebbi occasione (1) di notare parecchie circostanze, che corrispondono abbastanza dappresso a quelle del nostro documento. Anche a Tregnago i saltari avevano i propri ordinamenti, o “ capituli „, che si stabilivano di volta in volta: anche colà l'officio durava un anno. A Tregnago peraltro trattavasi di saltari stabiliti dal Comune, mentre nel caso attuale è parola di campari nominati da un

(1) *Alcuni studi per la storia della ' saltaria ' in un villaggio del Veronese*, “ Atti Acc. Torino „, 1897; XXXII. Colgo questa occasione per correggere una svista in cui allora caddi. Spiegando l'antica misura veronese “ quartarolo „, dovevo dire che corrispondeva alla quarta parte della “ quarta „, la quale era il quarto del “ minale „, che costituiva la terza parte del “ sacco „.

monastero: si debbono quindi considerare, non come pubblici, ma come privati saltari.

Nessun mezzo migliore trovo a chiarire il senso e il valore dello statuto di Assiano, che non sia quello di allargare lo sguardo, e per mezzo di confronti chiarire ciò che c'è di oscuro, e leggervi ciò che vi è sottinteso.

Stando ora entro i limiti del secolo XIII, al quale appartiene il nostro prezioso documento, diamo uno sguardo a vari statuti compilati in quel periodo nell'Italia del nord (1), per trovarvi ciò che in essi si dice intorno ai campari. Questa corsa, tuttochè rapida, attraverso al largo campo della legislazione medioevale, servirà a dimostrare la grande somiglianza che ebbero fra loro gli istituti (pubblici e privati) per la custodia dei campi, e a chiarire le disposizioni sulle quali ciascuno di essi, nei diversi luoghi, si reggeva. La mia rassegna è tutt'altro che completa. Essa non vuole esser tale. Mio scopo è quello soltanto di accennare alle questioni, senza risolverle; indicare alcuni fatti, e passar oltre.

Di grande giovamento mi riuscì la raccolta di statuti italiani, che costituisce uno dei principali pregi della biblioteca di Sua Maestà in Torino. Debbo quindi ringraziare la direzione di quella biblioteca per la larghezza colla quale mi permise di trar profitto da quella miniera.

Per ragione d'antichità dovrebbe tenere il primo posto lo statuto di Carrè, villaggio del territorio Vicentino, se potessimo affidarci alla data, che porta in fronte. Esso sarebbe del lunedì 25 gennaio 1172, ind. 5 (2). Queste note cronologiche reciprocamente si contraddicono. Esaminando il documento in sè, tanto dal lato storico, quanto sotto il riguardo della lingua giuridica in esso adoperata, sembra assai più tardo del 1172. Dalla testura del documento, e anche dall'abbondanza dei nomi che vi ricorrono, sembra confermarsi tale sospetto. Anni or sono ho pro-

(1) Tralascio appositamente Venezia e il littorale veneto ed istriano, poichè le condizioni locali vi sono così differenti da quelle cui si riferiscono gli altri documenti, che mi parve opportuno lasciarne da parte gli statuti. Limito quindi la regione veneta al territorio dell'antica Marca Veronese o Trevisana, che si voglia chiamare.

(2) Lo pubblicò, da una copia del sec. XVII, il compianto ab. A. Capparozzo, *Statuti del Comune di Carrè*. Vicenza, 1879.

posto (1) di ascriverlo al 1272. L'illustre sen. Fedele Lampertico (2), dopo di avere sottoposta a nuova e acuta disamina la questione della data, conchiude: " a me sembra che il documento... possa benissimo riferirsi al 1272, ma in quanto si richiama ad altro anteriore e lo riproduce ". Qui abbiamo dunque distinta la questione della data dell'atto che ci sta davanti, da quella del suo contenuto giuridico. Ben si sa che negli statuti si usava riprodurre, o esattamente, o con poche variazioni, di secolo in secolo le consuetudini antiche. Perciò volentieri ammetto, il modo con cui lo statuto è compilato è tale, che facilmente daremo in ciò ragione all'illustre Vicentino; l'abbassamento della data dal 1172 al 1272, come il punto della compilazione dell'atto a noi pervenuto, è una grave concessione che mi vien fatta. Tuttavia ora non sono più contento della mia ipotesi, la quale infatti non toglie la contraddizione fra le note cronologiche. Nel periodo di tempo dentro al quale il nostro statuto dovrebbe collocarsi, pochissimi sono gli anni nei quali il 25 gennaio scadesse in lunedì. correndo nel tempo stesso la V indizione. Essi sono i seguenti: 1169, 1214, 1259 e 1304. Niuno di essi ha relazione alcuna col 1172. La quistione rimane quindi tuttora insoluta, e soltanto mi sembra potersi concludere che il documento, così come ci pervenne, non risale all'anno che porta in fronte.

Ritenendolo pure del sec. XIII, non viene escluso che la sua sostanza possa essere d'assai anteriore, siccome, nè senza motivo, ama credere il Lampertico.

L'atto adunque contiene le regole stabilite da Uberto figlio di Caprello di Carrè " pro sua marigantia et pro iure marigantie ", giusta il diritto di suo padre e degli altri suoi antenati, ai quali spettò di fare " regulas et guizas " e di costituire " decanum et decanos et saltuarios et camparios et consiliatores " decani et iuratos et notarios et praeceptores et rasonerios " et extimatores et collectores coltarum et sindicos et quoslibet " alios officiales, qui debent poni et esse consueverunt in terra " de Carade et eius districtu et pertinentia ".

Della *marigantia* (istituzione propria di Vicenza) abbiamo una definizione negli statuti Vicentini del 1264 (3), in questa

(1) *Mitth. d. Inst. für österr. GF.*, 1880, I, 326 sgg.
(2) *Statuti del Comune di Vicenza 1264.* Venezia, 1886, p. XVIII.
(3) Ed. F. Lampertico, p. 254.

forma: " marigantia est et ad ius ipsius marigantiae pertinet, " ponere decanos, iuratos, consiliarios, caniparios, saltuarios no- " tarios et alios officiales necessarios in villis, et facere guizas " et regulas et eas exigere et in se habere... „. Avremo occasione di ritornare ancora sopra questa specie di giurisdizione, che ha del feudale; la ritroveremo in più recenti statuti Vicentini, e perciò il nostro discorso dovrà ancora rivolgersi ad essa (1).

Lo statuto di Carrè somiglia a quello Milanese del 1220, in quanto che nell'uno e nell'altro si parla di saltari privati. In un caso, il giusdicente è un laico, nell'altro è invece un istituto ecclesiastico; ma tale diversità non porta seco nessuna pratica divergenza.

Non è dubbia la data di una carta che ci dà le testimonianze sopra alcuni usi nel 1188 vigenti in Cavalpone nel Veronese (2), rispetto ai diritti dei saltari sulle bestie, come pare, colte in contravvenzione. Ciò avviene a proposito della discordia in cui essi si trovavano rispetto al *marino* e al *decano* del luogo. Pur troppo, il documento di per sè non è chiaro, ma, dacchè vi si parla delle bestie pignorate, del *mendum*, o ammenda (risarcimento), dei diritti dei saltari e di quelli degli officiali del Comune, possiamo ammettere che in quel paese vigessero costumanze simili a quelle che, poco dopo, troviamo in vigore diffusamente.

Preziosi sono gli statuti di Cannobio (3), sul Lago Maggiore. Essi, come è detto nel loro preambolo, vennero compilati nel 1211, e furono confermati nel 1266. Il § 34 vi tratta " de fide danda decanis et campariis „ e stabilisce che si debba prestar fede ai decani (capi dei villaggi) in ciò che diranno circa le condanne da essi fatte, e ai campari nelle accuse e nelle deposizioni loro, " in conventionibus et relationibus „.

---

(1) Un documento padovano del 1116 (?) ricorda egualmente il " maricus „, che era un " funzionario „ rurale, nominato dal vescovo, in terra di sua giurisdizione civile. Quel " maricus „ curava gli interessi della comunità, i diritti di albergaria, di giustizia e di bando, oltre ai diritti di minor conto sul bestiame, sulla pesca, sui pascoli, ecc. Cfr. A. Bonardi, *Le origini del Comune di Padova*, Padova, 1898, p. 17.

(2) Il documento venne pubblicato nell' " Arch. Veneto „, XXXV, 158-9.

(3) *Statuta Cannobii*, Novariae, 1767, p. 41. Cfr. A. Lattes, *Le 'limitote' ed alcuni usi nuziali lombardi*, " Rend. Ist. Lomb. „, serie II, XXX, 1359.

Lodi ebbe nella prima metà del sec. XIII una compilazione statutaria (1), di cui conservossi un frammento. In questo c'è il capitolo " de campariis in locis habendis „, che fu deliberato il 6 marzo 1211. Ogni luogo doveva, in forza di esso, avere i proprii *camparios*, ai quali incombeva il doppio obbligo, di custodire i seminati, i boschi, i prati, e di denunciare (naturalmente alle autorità cittadine) i danneggiatori. Le accuse erano demandate anche ai *consoli*, col quale nome qui vengono indicate le autorità supreme dei singoli *luoghi*. Il reo doveva essere punito col pagamento del bando (" bannum „), oltre all'obbligo di risarcire il danneggiato, se questo ne faceva domanda. Se i campari o i consoli fossero negligenti, venivano essi stessi sottoposti al pagamento del bando, e al risarcimento del danno.

Questi criteri generali trovansi sempre e dovunque fissi, salve le modificazioni inevitabili, e il continuo svolgimento che lungo l'età ebbe l'istituto dei campari.

Appena un cenno troviamo sui campari negli statuti di Verona (2) del 1228. Il podestà vi giura di non permettere " ut " Comune vel saltuarius alicuius villae „ abbia di salario più di due covoni (di frumento) per campo (circa un terzo di ettaro), e anche meno, se vi acconsentirà la consuetudine locale; delle cose minute, non avrà oltre ad una " quarta „ (dodicesimo del " sacco „) per campo. Qui abbiamo un elemento importante per la storia del nostro istituto, quello del salario, calcolato (come del resto avviene per ordinario) proporzionalmente alla quantità dei terreni custodita, e soddisfatto in oggetti. — A Baldaria (prov. di Verona, dioc. di Vicenza) nel 1221 i saltari doveano accusare quelli che danneggiavano i boschi, incorrendo così nelle multe prescritte dalla comunità (3).

Notizie assai più diffuse troviamo negli statuti di Vercelli del 1221 (4). Qui (cap. 407) si stabilisce che il podestà e i consoli del Comune di Vercelli costringano i consoli delle ville del

(1) C. Vignati, *Statuti vecchi di Lodi*. Milano, 1884, p. 26.

(2) *Liber iuris urbis Veronae*, ed. B. Campagnola, Verona, 1728, p. 113. capo 151.

(3) " Arch. Veneto „, XXXIII, 132.

(4) G. B. Adriani, *Statuti del Comune di Vercelli dell'a. 1241*, 2ª ediz., Torino, 1877, p. 291-3 (la I ediz. apparve nei *Mon. hist. patr.*, XVI, *Leges municipales*, II, pars 2).

distretto ad eleggere, durante il tempo della mietitura, dodici uomini, o incirca, secondo la popolazione della villa, e a spese della villa stessa. Se avverrà un furto, il Comune deve risarcirlo. Certo, quest'ultima disposizione si deve intendere applicata nel caso in cui il reo non si fosse trovato, o non fosse in condizione di soddisfare a chi di ragione. Accanto ai campari dei grani, si ricordano (cap. 408) anche quelli *delle uve*. La stessa distinzione trovammo nel sec. XVI a Tregnago, e incontreremo in parecchi statuti del sec. XIV. Viene poi stabilito (cap. 412-13) quanto dovevano osservare i campari rispetto alle accuse. Essi dovevano infatti, nel termine di otto giorni, denunziare i danni alla Curia di Vercelli. Nè minor interesse ha per noi la disposizione (cap. 414) secondo la quale ogni padrone poteva costituire il suo speciale " camparium vel acusatorem ": anche alle accuse fatte da questo, dovevasi accordare credenza.

Sull' alta montagna veronese sta il paese di S. Anna di Alfredo: un documento di carattere statutario del 1246 (1) vi ricorda i saltari.

Gli statuti di Bergamo sono pure assai antichi (2). Nella *Collatio XII* vi si trovano numerosi ordini riguardo al nostro argomento. Prima di tutto viene affermata la distinzione tra i saltari pubblici ed i privati, come vediamo nel cap. 16 " de campariis " vicinorum et nobilium civitatis Pergami ". Anche qui si impone ai vicini delle ville e dei luoghi di Bergamo, di costituire, coll'obbligo del giuramento, " camparium seu camparios ipsius loci "; questi campari debbono custodire non solo i beni di quei vicini, ma anche la robba " gentilium et civium ". Con ciò si intenderà dei possessi che i cittadini bergamaschi avevano nei villaggi: oltre all'obbligo della custodia incombeva loro anche quello di accusare gli autori dei danni. A migliore salvaguardia dei cittadini, viene ad essi permesso di istituire i propri speciali campari. Anzi si concede loro di stabilire, in vantaggio dei propri possessi, particolari *convenienze*, quando non riuscissero ad accordarsi coi *vicini*. Ciò evidentemente significa, che nel caso in cui i cittadini trovassero insufficienti le pene, i *bandi* stabiliti

(1) " Arch. Veneto ", XXXI, 448.

(2) *Statuta civitatis Pergami*, *Mon. hist. patr.*, *Leges municipales*, II, pars 2, col. 1992-94.

dagli uomini della villa, potessero determinare, nel caso proprio, quelle multe che preferissero. Questo statuto presuppone una diffidenza tra *vicini* e *cives*, e un dubbio in questi ultimi sulla buona fede dei primi? Ovvero ha unica base nella diversa estimazione della ricchezza fra la città e la campagna?

Una speciale rubrica (cap. 17) tratta " de campariis privatorum ". Ogni persona privata, ed ogni Chiesa può stabilire un *camparo* a tutela dei propri redditi, purchè presti giuramento al podestà di Bergamo o ad uno dei suoi giudici. Egli sia creduto, sino alla somma di 2 soldi imperiali; il che vuol dire che quando denunciasse un danno superiore a quella somma, a provare il suo asserto non basterebbe più la sua parola, ancorchè giurata; ma sarebbero necessarie le prove giuridiche. Il reo era tenuto a pagare il bando (il che presuppone un ordinamento relativo), e a restituire il danno. Il bando andava diviso in parti uguali, fra il Comune, il padrone danneggiato, e il camparo. Vengono poi le parole: " Et hec adiectio cepit habere locum " die secundo intrante iulio 1243 ". Siccome viene dopo di ciò una breve aggiunta, non mi par chiaro se quella data si riferisca a ciò che precede, o a quello che segue.

Le rubriche 18-22 contengono varie disposizioni sui campari, e dimostrano quanto fosse ormai sviluppata la fisonomia giuridica di questo istituto.

Molto diffuso è lo statuto Vicentino del 1264 (1), nel quale si dà obbligo al podestà di far giurare " saltuarios et custodes " che non ricevevano nulla " a comunibus villarum " " nisi ville communiter damnum fecerint ", e ciò per non costringere l'innocente a soggiacere a pena non meritata. A Vercelli, nel 1221, come vedemmo, prevaleva il principio di obbligare i Comuni di campagna a risarcire i danni fatti da ignoti, naturalmente collo scopo di sollecitare i terrazzani alla investigazione del reo (2). Qui

(1) F. Lampertico, *Statuti del Comune di Vicenza 1264*. Ven. 1886, p. 13, 18, 51-8, 61.

(2) Il concetto del risarcimento, o come dicevasi *restoro*, dei danni, qualche volta fa capolino anche nei documenti di Tregnago, come abbiamo veduto nella citata nostra Nota. Ma colà pare che questo *restoro* fosse motivato da altro concetto. Il Comune assumeva le parti di una società di assicurazione, per modo che il danno di uno veniva alleggerito, divenendo il danno di tutti.

invece vige un principio diverso, che preferisce la assoluzione di tutti, al pericolo di punire l'innocente. Il sistema più severo ricomparisce anche fuori della legislazione dei campari. Nella legge statutaria emanata nel 1318 da Amedeo V conte di Savoia e da Filippo principe di Acaia (1), si fanno gravi minaccie contro i ladri, e il risarcimento dei furti viene imposto ai tre villaggi prossimi al luogo dove il reato venne commesso, purchè il delinquente non abbia a rinvenirsi.

I *saltuarii* del Comune di Vicenza si diversificano giusta i luoghi dei quali è loro affidata la custodia. Ci sono quindi i saltari dei boschi comunali, quelli del Monte Berico, quelli della " cultura " (cioè del territorio prossimo alla città (2). Il saltaro era obbligato a risarcire i danni, quando non avesse accusato il reo. Fino alla somma di 10 soldi, si crederà al danneggiato; per i danni più gravi, sarà necessario l'esame fatto da due stimatori. Dei saltari dei boschi comunali e di quelli del Monte Berico, vien detto che hanno il proprio notaio, al quale devono far le denunzie; egli terrà conto dei *pegni*, che i saltari si fanno dare dai danneggiatori, che essi sorprendono, ecc. Le accuse si faranno entro tre giorni dalla scoperta del fatto. I saltari della cultura " eligantur per consules, cum consilio bonorum hominum " de vicinantiis ". Da questa parola si apprende che essi erano eletti dai consoli dei villaggi situati presso la città, nel territorio detto della coltura, assistiti dai *boni homines*. Ma chi sono costoro? Essi non sono magistrati, questo è evidente. Essi costituiscono una specie di aristocrazia del villaggio, distinta dal resto della popolazione, forse per possessi, per buona fama, per tradizioni famigliari. Se pensiamo alle questioni che agitansi oggidì intorno ai *boni homines* nel periodo che precede la istituzione comunale, ci sentiamo inclinati a piegare verso l'opinione che vede anche in quegli antichi *boni homines* espressa una condizione sociale, piuttosto che un officio già costituito (3).

(1) C. Nani, *Statuti di Amedeo VI*, in " Memorie Accad. di Torino ", Serie II, XXXIX, 145.

(2) A p. 60 sono anche denominati " saltuarii Campanee civitatis ".

(3) A. Bonardi, *Le origini del Comune di Padova* (Padova, 1898, p. 67-8) sosteneva testè che l'espressione *boni homines* corrisponde all'altra *bonae opinionis homines*, e ciò farebbe, a me pare, al caso nostro. Non so peraltro se il Bonardi sia di tale avviso.

Lo statuto prescrive, in generale, che il podestà di Vicenza costituisca due consoli a sovraintendere a tutti i saltari pubblici, di cui si è detto. Esso peraltro espressamente concede a tutti i privati, così di Vicenza, come del Vicentino, di porre i proprî saltari, purchè ciò non avvenga indipendentemente dalla autorità cittadina.

Novara possiede statuti del 1277 (1), i quali parlano (capitolo 167) " de campariis villarum ", che custodiscono le vigne, i prati, i boschi, ecc., portando al podestà o ai suoi assessori l'accusa contro quelli che vi recassero danno. Se l'accusa non è fatta fra otto giorni, il camparo deve, col suo denaro, emendare il danno. Lo si riguardava quindi, o come negligente, o come complice. Si ammettono anche (cap. 168) i " camparii dominorum ": i padroni possono scegliersi i proprî campari, che peraltro debbono fare sempre le accuse presso il podestà od i suoi nunzi: le *composture* (multe, pene pecuniarie) passino in questo caso al padrone della terra danneggiata. Si parla anche (cap. 248) dei campari incaricati della custodia di un canale d'acqua, " roggia ".

Nel giuramento (2) che prestavano i *consules* del Comune di Palliate nel Novarese, essi si obbligavano a far sì che ogni 15 giorni i *camparii* avessero a fare le loro accuse " in credentia et vicinantia ", cioè solennemente nel consiglio minore e nel consiglio maggiore.

Possediamo alcuni statuti del villaggio di Costozza nel Vicentino (3), ai quali fa seguito una serie di aggiunte, la più antica delle quali è del 1292. Nella parte originaria abbiamo una completa esposizione dell' amministrazione locale, alla cui testa si trovava il *decanus*. Dei *saltari* vi è fatta spesso menzione. I *saltarii de Costoza*, cioè quelli del Comune, erano eletti dal decano e dai suoi consiglieri; davano una sicurtà abbastanza elevata, e andavano soggetti a severe condanne, quando non avessero eseguito il loro dovere con diligenza. È detto che essi dovevano accusare nella *vicinia* le persone, ree di danni contro

(1) A. CERUTI, *Statuta Communitatis Novariae*. Novara, 1879, p. 73, p. 81 e pp. 105-6.

(2) Ivi, p. 309.

(3) A. CAPPAROZZO e B. MORSOLIN, *Statuto della Comunità di Costozza*. Vicenza, 1877. Secondo gli editori, lo Statuto è del 1290.

i beni campestri. Dovevano anzi tutto esporre il fatto. Quindi il decano e i suoi consiglieri giudicavano intorno alla gravità del delitto, e intorno alle circostanze ad esso relative, e ciò prima che i *saltarii* avessero denunciato il nome del reo. Si voleva con questo evitare il pericolo di qualsiasi parzialità nei giudizi.

Si comanda anche che i *saltarii del Comune* non dovessero contemporaneamente all'esercizio di tale officio, essere altresì *saltari* privati. Da queste parole apparisce che anche a Costozza erano ammessi i saltari nominati o proposti dalle persone private.

Non comprendo bene il significato di quel paragrafo, il quale impone al decano di recarsi due volte all'anno, nel marzo e nel settembre, insieme coi *saltari* e con altri uomini, a visitare le terre del comune, al monte ed al piano. Forse si voleva che l'autorità comunale si potesse formare un esatto concetto delle condizioni del territorio, del grado di coltura del medesimo, dello stato della sicurezza pubblica, ecc.

Anche nei paragrafi aggiunti allo statuto primitivo si trova menzione dei saltari. In una aggiunta, che spetta al periodo 1293—1304, si regola il modo con cui i saltari devono fare le denuncie.

Lo statuto di Padova del 1285 (1) ci fornisce particolareggiate notizie sul modo col quale i saltari venivano nominati colà. Cinque fra i consorti di ciascun quartiere della *Campagna* (le *ville* non facevano parte della *Campagna*) si recavano alla presenza del giudice del podestà deputato al disco dell'unicorno (gli offici dei giudici e dei notai denominavansi dall'insegna propria di ciascheduno) presentando alcuni nomi, e il giudice doveva costringere ad esercitare l'officio di saltaro le persone così designate, facendo loro prestare giuramento. I saltari avevano diritto al terzo delle multe pronunciate in seguito alle loro accuse; un al terzo era del Comune di Padova, e un terzo del danneggiato. Ogni persona, sia della *campagna*, sia delle *ville*, poteva porre sui propri campi i propri saltari, che peraltro, al pari dei saltari pubblici, erano obbligati a giurare dinanzi al giudice. I danneggiati avevano sempre diritto al risarcimento.

Anche a Bene, nel Piemonte, si distinguono i saltari pub-

---

(1) A. Gloria, *Statuti del Comune di Padova*. Padova, 1873, p. 222.

blici dai privati, nello Statuto di data incerta, ma anteriore al 1294 (1). Con giuramento dovevano i campari obbligarsi alla custodia dei boschi e di ogni altro possesso, e al podestà incombeva il dovere di farglielo loro prestare (cap. 67). Il " camparius Comunis Baennarum ", esercitando bene il suo officio, aveva poi il diritto al terzo del *bando* (cap. 115). Ma era egli stesso punito, anche con multa, se l'accusato riusciva a difendersi (cap. 120). I campari erano eletti dal consiglio (cap. 138). I custodi privati erano nominati dal podestà, che, tenendo presso di sè i nomi delle persone abili a quell'incarico (cap. 95), doveva annualmente sceglierne 60 (15 per quartiere), oltre a 20 altre, che avevano la custodia di un bosco (cap. 99, 114). Il Vescovo (2) aveva il diritto di scegliersi egli stesso i proprî campari (capitolo 138). C'erano anche a Bene gli speciali " camparii vinearum " (cap. 267), che infatti sono ricordati in un'aggiunta del 1310. Nel 1308 (cap. 251) si stabilì la nomina di due stimatori, e nelle aggiunte del 1327 si prescrisse (cap. 322) che i campari, prima di percepire dal Comune di Bene il loro stipendio, dovevano soddisfare alle *emende* verso privati, che loro venissero imposte. Il valore delle *emende* veniva sottratto dal loro credito. Quest'ultima disposizione ci chiarisce su molte cose, cioè sullo stipendio dei campari, e sul loro obbligo di soddisfare i danni dei privati, naturalmente quando questi danni fossero, o si ritenessero avvenuti con loro colpa.

Se l'istituto della camparia o saltaria ci si presenta in diversi Statuti, sotto forma imperfetta e molto frammentaria, lo dobbiamo per non piccola parte al fatto che gli statuti miravano a fermare alcuni aspetti soltanto del nostro istituto giuridico. Sarebbe errore il credere che in realtà mancasse tutto quello di cui i documenti tacciono. Anzi il rapporto fra i varî Statuti ci aiuta ad intendere e sopratutto a completare ciascuno di essi.

Lo statuto di Como, che probabilmente spetta al 1296 (3),

---

(1) Assandria, *Capitula et Statuta comunitatis Baennarum*. Romae, 1892.

(2) Di Asti, sotto il cui dominio Bene rimase fin verso il 1387-89, come dice l'Assandria, nelle note a p. 37.

(3) Lo pubblicò A. Ceruti, *Statuta Comunis Novocomi*, in *Mon. hist. patr.*, *Leges municip.*, II, 1, 132. Per la data cfr. A. Lattes, *Le 'limitote'* ecc., " Rend. Istit. Lomb. ", serie II, XXX, 1357.

fa cenno dei campari, ma in modo del tutto sfuggevole, disponendo " quod pro alia accusa camparie datur denarius unus ". È facile il vedere che le consuetudini stabilivano ciò di cui lo Statuto taceva. Nè il caso di Como rimane isolato, e devesi ritenere che anche dove le carte statutarie sono un po' meno laconiche, esse non ci dicono tutto che a noi potrebbe interessare, ma soltanto quello che meglio serviva ai contemporanei per chiarire e fissare la consuetudine.

L'istituto della camparia è presso a poco dovunque il medesimo. Già nel sec. XIII si distinguono le varie specie di campari, e anzitutto i pubblici dai privati. Vi sono poi i campari delle biade (1), quelli delle uve, etc. Sopra di tutti si stende l'autorità comunale, per regolare il buon andamento delle cose, e per esercitare l'officio di tutela. I campari sono puniti della loro negligenza col risarcimento dei danni di cui ignorano l'autore. Si capisce che se ciò non fosse ordinato, il camparo non avrebbe più alcuna effettiva responsabilità, e potrebbe benissimo o darsi buon tempo o accordarsi coi ladri. In alcuni luoghi, e date particolari circostanze, tutta la comunità è responsabile dei danni. Ciò avviene specialmente dove si tratta di piccole comunità, nelle quali si possa presumere la colpabilità generale. Il risarcimento dei danni al proprietario viene distinto dalla pena inflitta al reo, la quale consiste in una multa, regolata sulla entità e sulla specie del danno. A godere del reddito delle multe vengono chiamati il Comune, cui spetta la sorveglianza generale sulla sicurezza campestre, il camparo per cointeressarlo alla custodia, e il proprietario danneggiato. Il salario del camparo si compone di un reddito calcolato sulla estensione del territorio custodito (e quindi si considera l'interesse in rapporto col lavoro), e sul risultato rappresentato dalle multe, in conseguenza delle accuse fatte, e della sorveglianza diligentemente eseguita.

Questi principi non si applicano dovunque con rigidità as-

(1) Se talvolta, come abbiamo visto a Tregnago, si chiamano *campari delle sorti*, ciò non costituisce differenza, poichè significa sempre *dei campi* sottoposti a *regulae*. La parola *sorti* ricorda in qualche modo l'antichissimo costume, per cui Atalarico (presso Cassiodoro, *Var.*, VIII, ep. 26) diceva dei suoi Goti, che erano mantenuti dalle loro sorti, e dagli stipendi regi " ...cum vos et sortes alant propriae et munera nostra ...ditificent ".

soluta. Talvolta si accentua l'uno, talvolta un altro è messo in migliore evidenza. Ma, considerato nella sua sostanza, l'istituto della camparia è identico a sè stesso in tutta la regione da noi considerata, e per il periodo di tempo di cui ci occupammo.

DOCUMENTO

Il documento, su pergamena, esiste in originale nell'archivio capitolare spettante alla basilica di S. Ambrogio di Milano, dove venne paleograficamente copiato dal dott. sac. G. Mercati.

Lo pubblico, sostituendo la punteggiatura moderna all'antica, e ristabilendo le maiuscole al nostro uso. Ma qui dò alcune notizie che serviranno a chiarire le condizioni dell'originale. I soli segni di punteggiatura in esso adoperati sono il punto fermo, e il punto colla lineetta inclinata ad esso sovrapposta, e cioè: " . ! ".

Se dopo il punto si ha una mutazione grave di senso, il nuovo periodo comincia colla lettera maiuscola. In generale segna il principio di una nuova sezione del documento, la parola coll'iniziale maiuscola. Talvolta il nome personale ha la maiuscola, e il famigliare la minuscola (" Anselmus boffa " ecc.), talvolta anche il nome personale ha la minuscola (" monachetum ", " buzettum " ecc.). Spesso i nomi locali hanno l'iniziale in minuscolo (" axilliano ", " axilliascha ", ecc.), ma non sempre (" Axiliano ", " Cuxagi "). La *v* consonante, anche se è all'inizio della parola, si scrive costantemente con " *u* ". Volentieri si unisce la preposizione al nome da essa retto (" deloco ", " procustodia ", " delegniano ", " inciuitate ", ecc.; e anche " inantea "). Ciò peraltro non avviene costantemente (p. e: " in illis ").

Rispetto alla ortografia, la *n* si conserva tale dinanzi alla *p* e alla *m*, nelle parole " conponat " " inmoderate ". Avviene invece l'assimilamento in " campania ", " campariorum ", " camparii ". Conservasi " ci " in: " faciam ", e " ti " in: " totius, consentiam, mendatiis, tertium, estimatione, petiis, taxatione ".

Così hassi " indictione ".

Parecchie *i* sono sormontate dalla solita lineetta inclinata.

In fine di parola la doppia *i* è: *ii*, e non: *ij*.

Dove la soluzione di un'abbreviatura può esser dubbia, e dove la forma della abbreviazione può sembrare notevole, aggiungo in nota la precisa lezione del manoscritto.

1230, dicembre 15. — *Ambrogio Boffa, prevosto della canonica di S. Ambrogio, investe Monachetto e Buzetto, fratelli, figli del fu Anselmo Caino, di Assiano, della camperia sopra alcuni boschi di proprietà di quella canonica, situati in Assiano. Segue il giuramento dei due campari predetti.*

(S. T.) Anno dominice incarnationis (a) milleximo ducenteximo vigeximo, die mercurii quinto decimo die decembris, indictione octava. in presentia infradictorum testium, dominus Ambrosius (b) Boffa canonice sancti Ambrosii (b) prepositus (c), nomine et ex parte dicte canonice, investivit Monachetum et Buzettum fratres, filios quondam Anselmi Caim, de loco Axilliano (c), de camparia totius buschi de Axilliascha iuris ipsius canonice, et de tota illa petia, que dicitur buschus de Axilliascha, iacente in territorio de Axiliano et de camparia totius buschi, qui dicitur buschus de Gazio, et iacet ille buschus in territoriis loci Muzani et loci Gezani et Loyrani et Cuxagi. quas petias buschi custodire et salvare debent hinc ad kalendas februarias (d) proximas et a kalendis februarii (d) proximis in antea usque ad annum unum sequentem proximum, ut continetur in ordinamento facto de custodia ipsorum buscorum. et pro qua custodia dare promisit ipse dominus prepositus nomine et ex parte dicte canonice vel facere dare dictam canonicam dictis fratribus modios (e) sex mesture, scilicet sicali et milii, hinc ad predictum terminum. unde plura instrumenta uno tenore sunt rogata scribi. Actum (f) in ista canonica.

Interfuerunt testes Petrinus filius quondam Ambrosii (g) Emilonghi de loco Axiliano et Passadulter (h) filius (i) Petri de Burgo, qui stat (k) in ista canonica et Ubertinus filius Bruni Brunoldi, qui stat in civitate (l) Mediolani (m) prope Sanctum Sepulcrum.

(S. T.) Ego Miranus filius quondam Sembrucchi (n) de Legnianno, notarius ac nuncius (?) domini domini imperatoris, de burgo porte Vercelline et contrata Paschirolli interfui et scripsi. Interlineavi ubi legitur . prepositus . Axiliano.

---

a) *Ms.* Incar̄, *sicchè potrebbe anche leggersi* incarnacionis; *ma accettai la* t *e non la* c *in conformità con* presentia, *che segue subito dopo e con altre forme simili.*

b) *Ms.* Ambr̄.

c) *Voce aggiunta di prima mano nell'interlinea. Dell'aggiunta il notaio tien conto nella sua sottoscrizione.*

d) *Ms.* febr̄. e) *Ms.* mod'. f) *Ms.* Act̄. g) *Ms.* ambr̄. h) *Ms.* passadult̄. i) *Segue nel ms. una breve raschiatura.* k) *Ms.* sta stat. l) *Ms.* ciuie. m) *Ms.* Mediol. n) *Ms.* sēbrucchi.

Sacramentum campariorum predictorum tale est. Iuro ego ad sancta Dei Evangelia quod usque ad kalendas februarii (*a*) proximas et deinde in antea ad annum unum proximum sequentem expletum salvabo et guardabo omnes predictos buscos bona fide et sine fraude et furtum non faciam in illis buschis, nec facienti consentiam, nec permittam (*b*), et penas que sunt in ordinamento nullo modo donabo, set (*c*) bona fide pignora de mendantiis accipiam, et si habere non potero, infra tertium diem potestati Mediolani (*d*) vel suo misso manifestabo. Et si fuero interrogatus de facienda estimatione alicuius dampni dati in illis buschis, illam estimationem faciam bona fide super predictis petiis buscorum. Item si animal alicuius in buschis predictis inventum fuerit et dampnum dederit, inde pro quolibet animali et bestia, et vice qualibet, solvat ille cuius fuerit pro banno denarios (*e*) duodecim, et exceptis minutis, pro quibus solvatur (*f*) tantum denarii (*e*) quatuor pro qualibet. et si nocte fuerit, duplum. et domino rei in qua dampnum datum fuerit, emendet dampnum in duplum. Et hoc de dampno suo credatur domino, vel sacramento campariorum, vel unius eorum qui fecerint de custodiendis istis buschis et dampnis bona fide estimandis in memoratis buschis. Si autem persona alicuius masculi vel femine dampnum dederit in istis buschis vel arboribus seu plantis, pro qualibet vice et qualibet persona componat pro banno solidos quinque tertiolorum, et dampnum in duplum domino dampnum passo restituat, creditum vel probatum, ut supra, taxatione tamen in omnibus predictis casibus adhibita a potestate, vel ab eo cui commiserit, si videtur dampnum inmoderate estimari. Camparii vero pro custodia habeant medietatem (*g*) omnium istorum bannorum. reliquam partem bannorum comuni Mediolani (*h*), scilicet medietatem (*g*) canevariis comunis Mediolani (*h*) consignet singulis mensibus (*i*).

---

a) *Ms.* ad kāl febr̄.
b) *Ms.* p̄mittam.
c) *Ms.* s;.
d) *Ms.* mediol.
e) *Ms.* dm̄.
f) *Ms. sic.*
g) *Ms.* med'.
h) *Ms.* mediōl.
i) *Sul verso una mano coeva scrisse:* hoc est statutum campariorum de Axiliano.

Documenti piemontesi del sec. XIV riguardanti i campari;

Nota del Socio CARLO CIPOLLA.

Il cav. prof. dott. F. Gabotto (1) mi fece gentilmente conoscere la esistenza di alcuni documenti intorno ai campari, che non mi paiono privi d'importanza. Il 10 novembre 1346 nel consiglio generale di Moncalieri si trattò della elezione di 13 campari, coll'obbligo sia in genere della custodia della campagna, sia in ispecie della restituzione dei danni, a coloro che ne fossero stati colpiti. Si stabilì il salario dei campari in proporzione alle giornate di terreno custodite. I campari erano determinatamente assegnati alle varie località di Moncalieri: Testona, fra i due Po (isola fra il *Po vivo* e il *Po morto*, a brevissima distanza da Moncalieri), Gora o Gorra (verso Carignano), Mairano (in piena vicinanza di Moncalieri, alla riva del Po), Vereria (forse di fronte a Mairano, fra gli antichi sbocchi del Sangone e della Chisola, nel Po), Ruvignano, Montagna (1). Queste proposte, che naturalmente si devono intendere come approvate, ebbero alcune aggiunte (15 novembre 1346), fra le quali parmi specialmente notevole la disposizione che stabiliva il tempo entro cui il danneggiato poteva chiedere il risarcimento del danno subìto. Fu pure disposto perchè il camparo potesse prendere e condurre alla Curia le persone sospette.

Nel 1347 si fecero alcuni ordinamenti, di argomento campestre, confermati poi nel 1349 e nel 1357, e si stabilì che ai campari ne fosse commessa l'esecuzione. Negli ordinamenti deliberati dai Savi l'anno 1349 si inserì un capitolo sui campari, confermato nel 1368, per regolare le accuse che essi doveano

(1) Per identificazioni topografiche e per altre notizie, giovaronmi le indicazioni gentilmente datemi dal Gabotto, cui è famigliarissima anche la storia di Moncalieri, città di cui riordinò l'archivio.

fare, entro tre giorni dal danno scoperto, al castellano, al giudice, o al notaio della Curia. Nel 1357 i Savi compilarono nuovi statuti, obbligando i campari a risarcire i danni, salvo quelli eccettuati dagli antichi statuti. Si prescrisse ancora che se il padrone di alcune bestie, le quali abbiano fatto danno, non potesse pagare il *bando*, vi sia obbligato il custode: e questo, se non paga, sia tenuto in carcere. I Savi a ciò deputati fecero nuovi ordinamenti sui campari e sul loro *sovrastante*, nel 1368. Si deliberò cioè di eleggere sei campari ed un sovrastante, pagati in denaro dal massaro di Moncalieri. Essi custodiranno ogni giorno i campi e accuseranno le persone sospette, e le loro accuse saranno credute, purchè gli accusati non le provino false. Il sovrastante debba sorvegliarli, perchè adempiano al loro dovere. Il 17 aprile di quell'anno vennero eletti i campari, il cui officio dovea durare sino al Natale. È facile il supporre che il risarcimento dei danni da parte dei campari avesse luogo solo nei casi in cui il reo non si trovasse.

Negli statuti di Moncalieri (1), che appartengono presso a poco all'età degli ordinamenti ora riferiti, si riferisce il giuramento dei campari, i quali si obbligano alla custodia dei terreni, ad accusare i rei, a risarcire i danni: hanno uno stipendio proporzionato ai terreni guardati, e il quarto delle multe provenienti dalle accuse da essi fatte. Volgiamo ora lo sguardo a qualche statuto contemporaneo dell'Italia superiore (2).

Nel secolo XIV l'istituto dei campari si disvolse assai. Anche a Chieri c'erano i campari, con speciali ordinamenti, ma intorno ai loro obblighi non ho informazioni precise (3).

Negli statuti mantovani del 1303 (4) il consiglio generale di Mantova eleggeva otto campari per ciascun quartiere, ed essi

---

(1) *Mon. Hist. patriae, Leges municip.*, I, 1387-9.

(2) Non consultai gli Statuti Milanesi del 1396 (che riproducono in gran parte quelli del 1330 e del 1351, come è ormai notissimo, dopo la dimostrazione datane da A. LATTES), perchè difficili a trovarsi; l'unica edizione, del 1480, essendo estremamente rara, essi si possono considerare " quasi come inediti ", siccome disse E. VERGA, *Le leggi suntuarie milanesi*, " Arch. Stor. lomb. ", XXV, 8.

(3) Breve citazione ne fa PIETRO GRIBAUDI, *Olive e zafferano*, ecc., in " Boll. stor.-bibliogr. subalp. ", III, 299-300.

(4) Ed. C. D'ARCO, *Studi sul municipio di Mantova*, III, libro X, rubr. 2 seg.

davano securtà. Il loro salario si proporzionava al terreno sorvegliato. Il camparo accusava presso al giudice deputato *super damnis datis*, e a tre lire potea essere senz' altro obbligato al risarcimento. Di regola, se il reo era trovato, esso dovea emendare il danno. In certi casi il podestà poteva obbligare le *universitates* al risarcimento, con diritto di regresso verso il reo. Anche le *ville* avevano i proprii saltari, e così pure le persone private, ma interveniva sempre l'autorità del Comune di Mantova. Per i danni di minor conto, ma solo per essi, bastava l'assicurazione del danneggiato.

Addì 28 febbraio 1307 nella vicinia della Cucca e di Cavalpone (villaggi della pianura Veronese) il vicario di Federico della Scala, rimosse i saltari allora in carica, e altri ne sostituì, i quali dovessero esercitare il loro officio " secundum morem " et consuetudinem „ (1). E nel 1304 (2) lo statuto di Cerea (grosso villaggio del Veronese) parla abbastanza diffusamente dei saltari, ma senza ritrarre compiutamente la fisonomia giuridica di quella istituzione. I " saltuarii comunis „ devono chiudere i passi delle vigne e degli orti, e il loro salario è proporzionato al terreno custodito, pagandosi in oggetti, se trattasi di campi coltivati, in denaro, se di prato. Devono dar sicurtà. Dietro a queste disposizioni molte altre facilmente si intravvedono, quando si conoscono i caratteri che comunemente riveste la saltaria.

Gli statuti di Treviso (3), del tempo in cui era doge di Venezia Francesco Dandolo (1329-39), prescrivono al podestà di eleggere i saltari dei borghi, che sorveglieranno al solito, e accuseranno il reo al podestà od al rettore; se il reo non può pagare, sia fustigato; se paga, la multa vada divisa fra il Comune e i saltari. Non solo le ville, ma anche i privati possono avere i proprii saltari; anzi se qualche padrone di campi chiusi non potesse trovar saltari, il podestà può costringervi i più vicini, e meglio idonei ad esercitare quell'officio.

Del 1337 sono gli statuti di Mombaruzzo, nell'Alessan-

---

(1) " Arch. Veneto „, XXXVI, 160-2.

(2) " Arch. Veneto „, XXXVII, 363 sgg. (capi 67-73).

(3) *Statuta provisionesque ducales civitatis Tarvisii*, Venetiis 1555 (altra ediz., Venetiis, 1768), lib. V, tratt. 5, rubr. 26-8, 30.

drino (1), che parlano di saltari eletti dai consoli del Comune, coll'obbligo di risarcire quei danni di cui non sapessero denunciare gli autori. Entrando in officio, prestano il giuramento e dànno la cauzione; per stipendio, ricevono oggetti in natura dai proprietari, e percipiscono l'ottava parte dei bandi. Ci sono poi i *camparii vinearum*. Gli statuti di Vercelli, fatti sotto il dominio di Luchino Visconti (2) regolano i campari che ogni *vicinia* della città deve scegliersi, e le accuse che essi devono fare. Contemplano i campari dei privati, e quelli dei borghi e ville del distretto, e anche questi debbono presentare le accuse alla Curia della città. dipendendo dal " iudex damnorum datorum ". Pare che il risarcimento dei danni sia a carico del reo. Quest'ultimo concetto prevale anche negli statuti torinesi del 1360 (3), che vi obbliga i campari solo nel caso in cui non conoscano il reo, riserbando per altro in alcuni casi (furti del vino) tale obbligo al Comune di Torino.

Appartengono alla dominazione di Luchino Visconti anche gli Statuti di Tortona (4), nei quali leggesi la " rubrica de campariis et officio campariorum et ipsorum salario ". Il camparo accusi l'autore del danno, o nel dì stesso del reato, o nel seguente; se il reo gli è ignoto, lo conduca dove sia conosciuto. Se non fa l'accusa, è obbligato a risarcire il danno egli stesso. Viene considerato a parte il camparo delle viti, il quale viene eletto dagli abitanti della *camparitia*. Egli è tenuto a farsi una capanna, " cocuellum ", dove starà in vedetta. Se l'autore del danno è un forestiero, il camparo lo prenderà e lo condurrà al " iude vastorum ": se non può prenderlo, levi a romore la terra (" teneatur facere strumitam post ipsam personam "), sicchè la gente accorra, e il deliquente sia preso. Gravi pene sono minacciate al camparo che andasse d'accordo coi ladri.

A Vezzano-Ligure (5), secondo gli statuti del 1375 incirca,

(1) Franc. Gasparolo, *Gli statuti inediti di M.*, Alessandria, 1896 (estr. dalla " Riv. di storia di Aless. ".

(2) *Hec sunt statuta communis et alma civitatis Vercellarum*, Vercellis, 1541.

(3) *Statuta et privilegia civitatis Taurinensis*, ed. F. Sclopis, Aug. Taur., 1835, p. 392 sgg.

(4) *Statuta civitatis Derthonae*, Mediolani, 1573, fol. 203 *v*.

(5) C. Cottafavi e L. Ferrarini, *Statuti municipali di Vezzano-Ligure*. Spezia, 1895.

il consiglio doveva eleggere annualmente i campari, obbligati poi a risarcire i danni avvenuti nel territorio affidato loro in custodia, purchè non fossero avvenuti di notte. Lo stipendio consisteva in una parte delle multe, e in un correspettivo fisso (un soldo, ovvero un secchio di vino) per ogni famiglia. Qui dunque è messo da parte il criterio dell'ampiezza del terreno custodito. Il consiglio aveva autorità di eleggere anche dei campari segreti. Si vede che i guardiani talvolta erano tutt'altro che fedeli.

Il capitolo sui campari deliberato nel 1377 dai Savi del Comune di Vicenza, ci è stato conservato sotto forma di statuto speciale della villa di Costozza (1), ed è molto diverso dalle disposizioni che sullo stesso argomento si trovano inserte negli statuti vicentini del 1264. Per contro, c'è non piccola affinità fra le indicate disposizioni e quelle contenute negli statuti del 1425 (2). Mancano naturalmente nel caso dello statuto del 1377 i provvedimenti sulle *culture*, poichè essi riguardano le ville, e non quella parte del territorio vicentino, che, trovandosi dappresso alla città, costituiva con questa una unità amministrativa. Nello statuto del 1425 il *marigo* di ciascuna villa e castello, deve scegliersi i campari; e infatti egli è appunto la persona cui spetta in proprio questa parte della sicurezza pubblica. In quello del 1377, mentre si tace dei castelli, giacchè il documento riguarda (come dicemmo) le ville, si fa bensì menzione delle *mariganzie* delle ville, del *marigo*, e dei suoi doveri, ma si suppone anche il caso in cui la villa manchi del *marigo*; e in questo caso, la *convicinia* della villa nomina i saltari. E questo è pure ammesso peraltro anche dallo statuto del 1425, dove descrive il modo con cui nella generale convicinia si procede alla scelta. Si mettono in una borsa i nomi delle persone atte all'officio di saltaro, e di lì si estraggono di volta in volta tanti nomi quanti sono necessari. I nomi estratti si depongono in una seconda borsa, e non ritornano nella prima, se non quando tutti i nomi di quest'ultima siano stati esauriti. Lo stesso prescrive lo statuto del 1377. I due statuti limitano

(1) A. Capparozzo, *Statuto della comunità di Costanza*. Vicenza, 1878.

(2) *Jus municipale Vicentinum*, Venetiis, 1567 (altra ediz.: Vicentiae, 1628).

a due mesi la durata dell'officio di saltaro. Rispetto al risarcimento dei danni, gli ordinamenti del 1377 prescrivono che ci pensino i saltari; dove non possano, suppliscano i comuni. Gli statuti del 1425 ripetono il medesimo, ma poi lasciano intendere che tale obbligo incombe, almeno in forma di regola, ai saltari, quando resti celato il reo. Il *marigo* è obbligato al risarcimento, giusta ambedue gli statuti. Secondo lo statuto del 1377 le multe vanno divise tra il Comune, e l'accusatore, sia questo il saltaro, od altro ivi designato, in sua mancanza. I saltari devono fare le loro denunzie ogni domenica, nella vicinia; il che è ripetuto, con maggiori particolari, dallo statuto del 1425. Ambedue gli statuti ordinano che ogni villa abbia le sue *regulae*, cioè gli ordini circa i bandi. Insomma, gli statuti del 1377, compilati sotto il regime Scaligero, preparano immediatamente quelli, senza dubbio molto più svolti, del 1425, messi insieme sotto il dominio Veneziano.

Del 1379 si deliberò la compilazione di quegli statuti Astigiani, che si pubblicarono poi col nome di Gian Galeazzo Visconti (1): essi dànno l'obbligo al podestà di nominare i campari privati, quando ne sia richiesto da un proprietario. Recano in fronte il nome di Luigi (I) d'Angiò re di Sicilia gli statuti di Centallo (2), villaggio del Cuneese, che pure ammettono il risarcimento dei danni da parte dei campari, i quali sono in conseguenza obbligati a dare una sicurtà all'ingressso nel loro officio (3). È facile intendere al solito modo tale prescrizione. Anche a Cremona, secondo lo statuto del 1387 (4), c'era un " officialis damnorum datorum ", cui toccava di occuparsi dei danni. Ogni villa, distante almeno tre miglia dalla città, doveva avere i suoi saltari, di nomina comunale: accusavano i danneggiatori o al podestà di Cremona, o al suddetto ufficiale, il quale

(1) *Statuta civitatis Ast.* imp. et labore Fr. Garoni [1534?].

(2) *Capitula et Statuta inclyti oppidi Centalli*, Taurini, 1605. Sulla fine del dominio Angioino nel Cuneese, cfr. Gabotto, *Storia di Cuneo,* 1898, p. 78. Sulle relazioni di Lodovico d'Angiò col Piemonte, cfr. Gabotto, *Storia di Bra*, I, 151, e II, 313; Bertano, *Storia di Cuneo*, II, 472. Cuneo si diede a Casa Savoia il 10 aprile 1382, cfr. Bertano, I, 462.

(3) " Bonam sufficientiam ad emendas damnorum datorum in posse Centalli tempore suae campariae ".

(4) *Statuta civitatis Cremonae.* Cremonae, 1578, titolo " de damnis datis ".

doveva decidere sul risarcimento dei danni, e sul pagamento del bando, tenendo responsabili le ville, in mancanza del reo. Rispetto al distretto della città, i campari doveano soddisfare ai danni di cui non denunciavano l'autore; che se il danno era fatto di notte, doveano risarcirlo le ville circostanti.

Del 1396 è lo statuto di Galliate, nel Novarese (1), secondo il quale il camparo, prestato, secondo il solito, il giuramento, esercita il suo officio sotto la direzione della pubblica autorità, e riceve un salario in oggetti dalle persone di cui tutelano i beni. Ha l'obbligo di denunciare tosto il danno scoperto, chè altrimenti sarà nulla l'accusa; e se il reo non viene condannato, egli deve del suo risarcire i danni. È l'applicazione del solito principio, unica guarentigia — seppur valeva — per impedire il facile accordo fra i guardiani ed i ladri. I saltari dividono col Comune le multe.

Poco particolareggiati sono gli " Statuta sive capitula et " ordinamenta " (2) di Alessandria, che recano in testa il nome di Gian Galeazzo Visconti, e che furono " exemplata " nel 1397. Appare tuttavia che essi siano la riproduzione di più antichi statuti, fatti dagli Anziani del Comune e da altre persone a ciò elette, e l'antichità degli statuti spiega la loro brevità. Vi si parla a ogni modo dei campari della città, e di quelli delle ville, le quali facevano parte " de corpore civitatis ". Sono eletti da quattro Savi scelti dal podestà e dai suoi ufficiali, e ricevono salario in denaro.

Nel 1387, sotto Gian Galeazzo Visconti furono compilati anche gli statuti di Valenza (3), secondo i quali il rettore di questa terra elegge i campari dei privati, che prestano il solito giuramento; i *campari* o *saltari del Comune* sono eletti dal Consiglio, ed hanno gli obblighi consueti, compreso quello di accusare i danni. Sono acconsentiti anche i *campari privati*, col diritto di accusa; al pari degli altri campari, hanno anch'essi una

---

(1) *Statuta communitatis oppidi Galliati burgi Mediolani et agri Novariensis.* Novariae, 1593, lib. XI.

(2) *Codex statutorum magnifice Communitatis atque dioecesis Alexandriae.* Alexandriae, 1547, p. 33-4.

(3) *Ordini e riforma stabiliti l'a. 1585 nel Cons. generale et capi di casa della terra di Valenza.* Milano, 1586, p. 189-96.

parte delle multe, restando le altre parti al rettore e al Comune, ma non ricevono pagamento dal Comune.

Recano in testa il nome di Gian Galeazzo anche gli statuti di Biandrate (1), ispirati agli stessi principi. I campari devono dar sicurtà al rettore della loro *vicinanza*, e sono eletti o dal podestà di Biandrate, o dai rettori delle vicinanze; essi accuseranno i danneggiatori dei campi nella propria vicinanza, i quali debbono risarcire il danneggiato e pagare le multe (" com-" pusturae ") al podestà o al vicario di Biandrate, ovvero ai rettori della *vicinanza*. Sono acconsentiti i campari privati, con sicurtà verso il vicario o verso i rettori predetti. Ognuno può accusare, e le multe vengono divise fra l'accusatore e la vicinanza. Al podestà e al vicario di Biandrate è affidata la direzione di tutta la pratica.

Quantunque portino scritto l'anno 1399, sembrano nella loro sostanza assai più antichi gli statuti di Roccaverano (nel territorio di Acqui) (2). I campari devono, di tre in tre giorni, presentare al castellano o al giudicante le loro accuse, che sono credute, purchè l'accusato non si possa difendere: essi avranno il terzo del bando. Rispetto al danno, per le piccole somme sia creduto colui che le sofferse.

Nella Valsesia, nessuna comunità poteva assumere come campari persone che non fossero della valle, secondo che si prescrive negli statuti locali, che portano il nome di Gian Galeazzo Visconti (3).

Il nome di Gian Galeazzo Visconti, conte di Virtù, portano anche gli statuti di Lodi (4). Pubblicando gli statuti di Assiano del 1220, ricordai anche il capitolo sui campari deliberati a Lodi nel 1211. Confrontando questo capitolo cogli statuti, che ora menzionai, si può vedere lo sviluppo sia dell'istruzione, sia della

---

(1) *Statuta insignis oppidi Blanderati et eius comitatus*, Ex ædibus palatinis, s. l. et a., capi 49, 185, 188, 203-4, 208, 222. Corrisponde la tarda edizione di Milano, 1679.

(2) *Statuta Rochae Overani oppidi imperialis*. Mediol., s. a.; capi 75, 78, 79.

(3) *Statuta curiae superioris Vallis Siccidae*. Varalli, 1624, c. 137, p. 42 (nell'ediz. di Varallo, 1726, p. 48).

(4) *Statuta et ordinamenta civitatis Laudae*, Mediol. 1537. In questa edizione le rubriche mancano di numeri che furono aggiunti in quest'altra, *Laudensium statuta seu iura municipalia*, Laude Pompeia, 1586.

scienza giuridica che in quasi due secoli aveva saputo trovare il modo di rappresentare con molto maggiore precisione e larghezza i caratteri delle magistrature, e di ogni cosa riflettente la pubblica amministrazione. Il camparo e il massaro, nelle loro accuse, sono creduti per la piccola somma di soldi 20 di terzuoli; fino a 10 lire, s'aggiunga un teste; per i danni maggiori sono necessarie le prove. Il danneggiato può accusare, entro otto giorni dal danno ricevuto. Se non può accusar nessuno, venga risarcito dalla Comunità nel doppio del danno, a cura del banco delle chiuse del comune di Lodi, se il fatto avvenne nelle chiuse (cioè nel distretto cittadino), o dal giudice deputato all'esazione dei redditi di Lodi, se accadde nell'episcopato (cioè nel territorio). Se il reo si scopre, la Comunità sia libera da ogni aggravio. Ogni comunità e villa, abbia i propri campari; ogni privato li possa avere. Ci siano i notai destinati a scrivere le accuse fatte dai campari. L'ufficio del camparo duri un anno. Gravi pene colpiscono le frodi del camparo. — Le notizie qui non sono complete; poichè come spesso accade, molte cose si presupponeva note. Erano tanto comuni, che non pareva necessario soffermarvisi sopra davvantaggio.

Gli Statuti di Domodossola, ai quali fu dato nel 1424 la forma in cui a noi sono pervenuti (1), sono probabilmente nella loro sostanza più antichi; essi dànno obbligo ai consoli di eleggere annualmente i campari. Di più non sappiamo, essendo manchevole il relativo paragrafo.

Molto diffusi sono gli statuti di Ivrea, che si attribuiscono al secolo XIV (2). I campari (secondo che in essi si legge) erano eletti dalla Credenza (di Ivrea) e doveano per tutto l'anno rimanere sulla loro *camparia*, per la custodia della medesima. Entro determinato tempo, doveano accusare i danneggiatori; altrimenti erano personalmente responsabili dei danni stessi, senza che loro valesse l'accusa posteriore del reo. In caso diverso, essi doveano bensì risarcire il danno, ma poteano rivendicarne l'importo contro del reo. L'accusa faceasi al *vicario*, al *giudice*, ov-

(1) G. V. Amodini, *Gli Statuti antichi di Domodossola*, Parma, 1898, p. 47, (§ 9). Sulla formazione di quegli Statuti cfr. ivi, p. 8.

(2) *Statuta civitatis Eporediae*, ed. P. Datta, Taurini, 1836, p. 337-49, 355-60.

vero ai *notai deputati ai malefici*, e ognuno potea accusare. L'entità del danno si stima, o col giuramento del danneggiato, o col giudizio degli " estimatores „ del Comune di Ivrea. Ci sono anche in Ivrea i " camparii vinearum „, che prima dell'agosto vengono nominati da dodici persone, scelte a ciò dai " procuratores " Comunis „. Ma ognuno può nominare il suo speciale " custos „, che peraltro deve prestar giuramento al podestà ed al giudice: anche alle accuse di questi custodi privati si deve dar credenza. Se avviene un danno, e i campari non ne conoscono l'autore, essi restituiscono il danno, giudicato ad arbitrio " duorum bonorum " hominum non suspectorum „. Se avviene un furto nelle vigne, orti ecc. situati " infra circuitus vicinanciarum „, e gli abitanti della vicinanza non ne conoscono l'autore, essi devono soddisfare il danno, calcolato a stima di due *boni homines*, mandati dal giudice a prendere visione dell'accaduto. Ciò non ha valore nei furti gravi. Ci sono ancora i campari di luoghi speciali, i quali pure sono tenuti al risarcimento dei danni, dei quali ignorano i colpevoli. La prescrizione sulla responsabilità delle *vicinanze* era naturalmente diretta a indurre queste alla nomina dei proprii campari, e nel tempo stesso a costringere chi sapeva alcun che dell'accaduto, a manifestarlo, per non danneggiare sè stesso, e gli amici. — A Bovegno in Val Trompia i saltari erano eletti dal vicario o dai consoli (1).

In tutti i luoghi che abbiamo studiato, identica a sè medesima mantiensi l'istituzione, nelle sue linee generali; che sono sostanzialmente quelle stesse, che prevalgono negli ordinamenti del secolo XIII, sia per riguardo ai diritti, come per rispetto ai doveri. Differenze di ordine secondario se ne possono riscontrare senza dubbio. Puossi, p. e., notare che l'estensione data dall'officio della camparia per se stessa importa un aumento nell'indipendenza d'azione e una maggiore complicazione nella magistratura che vi si riferisce. Troviamo dunque qui il *superstans* dei campari, là il *iudex damnorum*, altrove il *iudex vastorum*, ecc. Peraltro anche nei tempi anteriori a quelli qui considerati si aveva traccia di alcun che di consimile. Quando si parlò dello Statuto Vicentino del 1264, si vide come quel Comune si riserbasse la nomina di due consoli, i quali dovevano regolare l'amministrazione dei campari. Ma ora questo sistema ha preso più largo sviluppo.

(1) B. Nogara, *Statuti del comune di B.*, Milano, 1898.

Nella mia nota sulla salteria di Tregnago, accennai per modo di confronto ai baricelli di Sardegna. Ma questi non sono di antichissima istituzione (1), e nei tempi anteriori vi troviamo i *custodi*, che ricordano meglio dei baricelli i campari del continente. Me li indicano gli statuti dei saltari del 1316 (2), di Pavone (1326-1507), e di Strambino (1438) (3).

DOCUMENTI

1346-1368

Elezione di campari e regolamenti sopra di essi,
nel Comune di Moncalieri.

Dal vol. I, " Ordinamentorum ", vol. cartaceo, legato in pergamena.
Archivio Comunale di Moncalieri (4).

f. XLVIIJ *verso.*

(1346) Die . x . mensis novembris.

In pleno et generali conscilio.

Primo si placet aliquid providere.

Item (5) ordinaverunt quod elligantur . XIIJ . camparios qui custodiant et supersint super custodiam bonorum et rerum finium Montischalerij, scilicet in fines Testone . IIIJ . camparios inter duos Pados et Guram IIJ^{os}, et in Mayrano et Vereria duos, in Montanea duos, et in Ruvignano duos, hij vero camparij, qui elligentur debeant iurare ad sancta Dei evangelia, bona que erunt in eorum custodiam [f. XLVIIIJ r] bene et fideliter custodire et eorum officium continuare et omnia dapna que dabuntur in eorum custodiam quomodocumque et qualitercumque emendare personis quibus data fuissent illa dapna, sine datione libelli vel oppositione gravaminis, alia excusatione admissa, et ad predicta possint compelli pro captione pignorum, tam ipsi camparij quam fide-

---

(1) Cfr. G. M. MANUELI, *Le costituzioni di Eleonora giudichessa d'Arborea intitolate ' carta de Logu '*. Roma, 1805, pp. 184-5, nota.

(2) *Codice d. Statuti della Repubblica di Sassari*, ed. P. TOLA, Cagliari, 1850 (testo latino e testo sassarese), p. 249-53.

(3) *Statuti di Strambino* (" Monum. legali " del regno Sardo), p. 23 e 33; *Stat. di Pavone* (ivi), p. 17.

(4) I fogli sono numerati in antico, con numeri romani.

(5) Al margine, d'altra mano del XIV secolo: ' Additum est huic capitulo, ubi dicitur v den. pro iornata, dicatur: S. vj '.

iussores eorumdem campariorum; prius pignorentur et esse teneantur dicti camparij dare bonos fideiussores de emendando dicta dampna, et quod non possint, nec teneantur aportare, seu aportari facere de finibus Montischalerij aliqua bona, et hoc sub penis et bannis contentis in capitulis Montiscalerij, et etiam possint dicti camparij acusare tam in aliis custodiis campariorum, quam in suis, et habeant pro eorum salario pro qualibet iornata plena denarios . v . vianenses, et non possint ipsi camparij capere ab aliqua persona de Montecalerio vel ibi habitante aliquas gerbas, sub pena solidorum . v . pro quolibet et qualibet vice, salvo quod ab straneis personis habentibus possessiones in finibus ut sibi possint capere gerbas sine pena.

Item ordinaverunt quod unus ex campariis Testone teneatur et debeat continue stare ad balfredum Duchorum (1) pro custodia facienda, et unus ex campariis Montanee ad Pellerinum (2) et unus ex campariis Mayrani ad confurcium ayre (3) domini Andree de Montanario et de Canavexiis (4), unus camparius Ruvignani ad portum (5), unus camparius Calpicis (6) ad pontem, et unus camparius inter duos Pados ad balfredum Guigonis de Ripalta, et hoc sub pena pro quolibet et qualibet vice s. v, et possint dicti camparij acusare omnes personas suspectas et non habentes possessiones in illo finem, unde reperietur venire et aportare aliqua bona; valeant eorum acuse, ac si ipsos invenissent dampnum dantes in eorum custodia.

Una aggiunta, certo del sec. XIV, forse contemporanea a quanto precede, dice:

Item ordinaverunt quod qui voluerint petere emendam a dictis camparijs quod in *octo* (*parola cancellata e sostituita da:* xv) dies et non ultra, a tempore dampni dati, dictum dampnum in actis curie scribi faciat et teneatur petere dictum dampnum restitui sibi facere in alios *octo* (*cancellata questa parola, si scrisse:* xv) dies et non ultra, et si contrafactum fuerit non valeat nec teneat.

---

(1) Cioè al castello della famiglia Duc. Uno di questa famiglia lo ritroveremo fra i Savi, in documenti del 1368, al fine della presente Nota.

(2) La berlina; voce adoperata qui come nome proprio.

(3) Il fortilizio dell'aja.

(4) Canavesi, famiglia di Moncalieri.

(5) " Porto ", nave per traghettare il Po.

(6) Località compresa fra il Sangone, il Po e la Chisola.

Al f. XLVIIIJ, *dopo altri paragrafi:*

Item ordinaverunt quod illi camparii qui fuerint ellecti per dictos sapientes non possint transmutari unus pro alio, aliqua causa, nisi de voluntate conscilij Montiscalerij, vel maioris partis dictorum sapientum; et quod illi qui ellecti fuerint in camparios possint compelli penis et bannis, arbitrio dominorum castellani et iudicis, inponendis eorum officium exercere (1).

f. L *recto:*

Item ordinaverunt quod dicti camparij, seu alter ipsorum, non possint laborare sibi vel aliis personis sub pena pro quolibet et qualibet vice s. IIJ vianensium, et eandem penam incurat illa persona, que locaret eos vel aliquem ex eis, vel acciperet sine loderio (2).

Dopo un paragrafo, che comincia:

Retinentes in se prefati sapientes bayliam et auctoritatem iterate, semel et pluries de novo ordinandi et corrigendi, *etc.*

prosegue:

Lecta et publicata fuerunt supradicta ordinamenta in plena concione seu arengo per me Pelerinum de Valle notarium, coram populo, ad sonum campane congregato, super buyeta palacij comunis Montiscalerii et confirmata per Jacometum Bonondi vicecastellanum Montiscalerii et per dominum Robertum de Jaglono iudicem dicti loci, sub anno Domini Mccc°xLvj, inditione xIIIj, die xv mensis novembris, presentibus Philipino Çandella, Peronio de Gorio et Anthonio Gastaldi testibus.

Dopo questi ' ordinamenta ' *seguono, d'altra mano, quasi contemporanea, sul f.* L *r e* L *v alcuni articoli, il primo dei quali è il seguente:*

Item ordinaverunt quod dicti camparii et quilibet alter, qui ubicumque invenerit aliquam personam offendentem vel portantem aliqua suspecta, possit eam personaliter capere et eam captam ducere ad curiam sine aliqua pena et banno (3).

(1) Sul margine una mano del sec. XIV scrisse: " confirmatum ".
(2) Sul margine una mano del XIV secolo scrisse: " confirmaverunt ".
(3) Sul margine, di mano del sec. XIV: " confirmatum ".

E il terzo:

Item ordinaverunt quod si aliquis camparius acusaverit aliquam personam vel eius bestias, quod talis persona acusata infra sex mensses dictum camparium non possit acusare, et si contrafaciet dicta acussa sit nullius valoris, eo salvo quod si dicti camparii laborarent sibi vel aliis personis in possessionibus aliquibus, quod quilibet eos acusare possit, et penam incurant (1).

f. LIX *r:*

Ista sunt ordinamenta Messium et [confirmata in pleno et generali consilio Montiscalerii, die xxv mensis iunii, anno Domini McccLvij et publicata super baytam palacii comunis, pulsatis campanis, ut moris est, et confirmata per dominum Johannem de Solario (2) castellanum Montiscalerii et per dominum Angilerium de Pedemonte iudicem dicti loci] (3).

In Christi nomine amen. Hec sunt ordinamenta facta per sapientes ad hoc bayliam habentes a conscilio generali Montiscalerii, vigore cuiusdam reformationis facte de anno MccccxLvij, die xxj menssis iunii, qui quidem sapientes ordinaverunt ut infra.

Dopo varii paragrafi, leggesi al f. LX *r:*

Item ordinaverunt quod unus camparius finis Testone stet ad balfredum Duchorum, et unus camparius finis Gurre stet ad balfredum Guigonis de Ripalta et unus camparius Rivignani ad Portum, et unus camparius Calpicii et Vererie ad pontem Padi, et camparius Mayrani ad domum domini Andree de Montanario prope Pixotam et unus camparius Montanee ad Cornafamum (4), qui camparii iurent ad sancta Dei evangelia stare continue omni die in locis predictis et acusare omnes contrafacientes in dictis ordinamentis et detinere totum bladum a contrafacientibus, ut supra, sub pena pro quolibet et qualibet vice solidorum .v. et quod domini castellanus et iudex et dominus Tudeus (5) teneant mitere duo mastrengnos cum dictis campariis in dictis locis ordinatis et decanos.

(1) Sul margine, di mano del sec. XIV: " confirmatum ".
(2) Famiglia Solaro, ben nota.
(3) Pongo fra [ ] un'aggiunta di mano del sec. XIV.
(4) Località anche oggi detta Cornafamo.
(5) Le parole: " et d. T. " sono inserte nell'interlinea, forse di prima mano.

Al fine degli articoli, f. LX *verso, si legge:*

Lecta et publicata fuerunt omnia et singula ordinamenta suprascripta loquencia de messibus in plena et generali contione Montiscalerii, sonu campane et tubarum more solito congregata, per me Peroninum Rocolum notarium curie Montiscalerii, et confirmata per Guilelmum Novellum tenentem locum dominorum Jacobi et Zaberti de Lucerna castellanorum (1) Montiscalerii, presentibus Thoma de la Rippa et Turineto de Oddato (2), anno Domini Millesimo cccxLIX, indictione secunda, die XIIIJ mensis iunij (3).

f. LXVIIJ *recto.*

Ordinamenta domini Dudey Feri de Alaxandria super bonis campestribus.

In nomine Domini amen, anno a nativitate eiusdem McccxLVIIIJ, indictione secunda, die primo februarij.

Hec sunt ordinamenta, statuta et promissiones facte, eddicte et compillate per sapientes infrascriptos habentes bayliam et potestatem a maiori consilio communis et hominum Montischalerij super bonis et rebus hominum Montischalerij, tam intus, quam extra, existentibus in posse seu fine dicti loci, tempore regiminis nobilium virorum dominorum Jacobi et Zaberti cumdominis (4) Lucerne, castellani Montischalerii, Guillelmi de Garn[a]gio (5) iudicis dicti loci pro illustri et magniffico domino Jacobo de Sabaudia principi Achaye, domino dicti loci, et tempore gubernationis dicti domini Tudey officialis super bonis et rebus hominum et personarum dicti loci et in dicto habitantium, prout inferius continetur.

Dopo i nomi dei rettori, che compilarono gli statuti, segue (f. LXVIIJ *v) il testo di questi ultimi, che principiano col capitolo* " de vastatione lignorum ". *Il capitolo è per altro preceduto da una postilla:*

(1) Ms. " castellañ.

(2) Ben conosciuta famiglia Oddasio.

(3) Segue altra pubblicazione e conferma del 1333, giugno 28, apposta d'altra mano. Nelle interlinee e sul margine leggonsi le conferme fatte " per sapientes ad hoc ellectos ", addì 14 giugno 1360 e addì 13 giugno 1361.

(4) Errore per: " condominorum ". Forse si può invece congetturare: " ex " condominis ".

(5) Persona nota.

" MCCCLXVIIJ, indictione vj, die xxvi februarij, istud ordinamentum fuit per sapientes confirmatum et publicatum ". *Segue d'altra mano quasi contemporanea:* " duret per unum annum ".

f. LXXIIJ *r. Dove era detto che* " dominus Tudeus et eius familiares " *dovevano* " capere et detinere pastores et bestias sic offendentes et ducere ad Montemchalerium, usque ad integram satisfactionem banni et emende *etc.* " *le prime parole furono, pur nel sec. XIV, cancellate e sostituite con* " Camparij Montiscalerij ". *Forse la correzione si eseguì quando Taddeo cessò dal suo ufficio.*

Al f. LXXIIJ *v:*

De campariis et iuramenta ipsorum (1).

Item ordinaverunt quod camparii comunis Montischalerij et quilibet ipsorum presentes et futuri teneantur et debeant vinculo iuramenti, bona fide et sine fraude, legaliter custodire et salvare res et bona, tam intus quam extra terratorio Montischalerij, inquirere et rezerchare dapntes dampnum in possessionibus et rebus hominum dicti loci, accusare, capere et detinere offensores et dampnum dantes tam in suis campariis quam in alienis, et dictas accusationes infra terciam diem facere in manibus dominorum castellani, iudicis aut notarij curie dicti loci, et si invenerint aliquem offensorem, qui nollet dicere nomen suum et esset extraneus, possint ipsi camparij ipsum vel ipsos capere et captum coram dominis castellano et iudice et Tudeo (2) ducere et personaliter presentare sine pena et banno, et si dominus Tudeus predictus et familiares ipsius de eodem dampno accusarent, antequam camparij, et camparij antequam ipsi dominus Tudeus et familiares, quod prima accusatio, sive denuncia obtinere debeat et valere, et secunda canzelletur.

Nota marginale, probabilmente del 1368: " valeat totum, quia nichil debet esse cancellatum ".

f. LXXIIIJ *r:*

pro campariis (3)

Item ordinaverunt, quod camparij teneantur et debeant omni die ire extra terram Montischalerij et ad portas in locis eisdem ordinatis et

(1) Come non di rado succede, il titolo è d'altra mano, e forse fu aggiunto nel 1368.

(2) La parola " Tudeo " è raschiata, il che forse fu fatto allorchè quel magistrato cessò dal suo ufficio.

(3) Il titolo è di prima mano.

temporibus, ad suum officium exercendum, continue, a solis ortu usque ad occasum, et hoc facere teneantur precisse, durante eorum officio, videlicet unus ex campariis Testone stare teneatur ad balfredum Duchorum continue, et unus ad Cornafam, unus ex campariis Montanee ad Pellerinum et unus ex campariis Mayrani ad conforcium domini Andree de Montanario, et unus ex campariis Ruvignani ad Portum, et unus ex campariis Calpicis ad pontem Padi Vivy et unus ex campariis de intus duos Pados ad balfredum Gigonis de Ripalta, sub pena et banno solidorum ij pro quolibet et qualibet vice, qui camparij teneantur et debeant quilibet ipsorum se omni die presentare coram dominis castellano, iudici aut domino Tudeo, semel in die tantum, sub pena pro quolibet denariorum vj, et quod dicti camparii teneantur et debeant dampnum emendare prout in capitulis et ordinamentis, et predicta facere teneantur, videlicet de stando in locis superius declaratis et ordinatis *de mensibus iunij et septembris.*

Segue d'altra mano, forse contemporanea: "Additum quod omni tempore stent ad dicta loca ".

Il testo che scrivo in corsivo fu cancellato, e sostituito con: videlicet quocienscumque et quandocumque eis fuerit preceptum per *dictos oficiales.*

Cancellate queste ultime parole, furono sostituite con: dictos dominos castellanum et iudicem.

La numerazione antica termina col f. LXXX. *Seguono cinque fogli non numerati. Vien poscia un f. anticamente segnato col numero* IIJ, *e in appresso un altro col numero* IJ. *Sulla faccia* v e r s o *di quest'ultimo si legge:*

Anno domini Millesimo cccLvij, die xvij mensis februarij, sapientes electi de anno presente in primo consilio huius anni super custodia bonorum campestrum congregati in domo Fratrum Minorum ante presenciam Thebaldi de Megloretis (1) vicecastellani Montischalerij et domini Sorllini de Mediisbarbis (2) iudicis dicti loci, auctoritate et decreto dictorum vicecastellani et iudicis, ordinaverunt ut infra, iuntis aliis que de supra confirmaverunt, et approbaverunt.

Primo ordinaverunt quod supradicti camparij teneantur et debeant emendare omnia dampna que dabuntur in finibus unde sunt camparij illis personis, quibus data essent, et quicumque qui conquestus fuerit sibi

(1) Meglioretti, famiglia di Pinerolo.
(2) Mezzabarba, nota famiglia.

dampnum fuisse (1), illud dampnum faciat scribi in libro curie Montiscalerij, infra octo dies proximos post quam sciuerit dampnum sibi datum, et cuicumque persone de dampno sibi dato credatur et de scientia dampni dati suo iuramento usque ad solidos . x . Et si dampnum fuerit maius de solidis . v . extimetur per extimatores comunis et secundum eorum extimacionem dictum dampnum emendetur. Et in omni casu, si accusa aliqua facta esset de loco dicti dampni, camperij qui ad emendam tenentur percipiant emendam debitam ex accusa. exceptis ab hoc ordinamento illis dampnis ad que per capitula antiqua Comune tenetur [et quod aliqua dillatio non debeat dari per dominos castellanum et iudicem dictis campariis, seu aliquam exceptionem opponere possint, propter quam dictam emendam restituant de presenti] (2).

Item ordinaverunt quod si contingerit accusari per dictos camparios, vel per aliquem ipsorum, aut per aliquem vel aliquos habentem vel habentes potestatem accusandi aliquas bestias, que dicantur esse alicui, qui non sit habilis ad conveniendum pro banno, tunc in illo casu custos sive pastor illarum bestiarum teneatur et debeat solvere bannum et emendam. et si solvere recusaverit, possit et debeat detineri quousque solverit dictum bannum et emendam per curiam.

Foglio interposto tra il f. LXVIJ e il *f.* LXVIIJ.

Ordinamenta superstantis campariorum et ipsorum campariorum.

In nomine Domini nostri Iesu Christi tociusque celestis curie, anno Domini MCCCLXVIIJ, indictione sexta, die etc.

Hec sunt ordinamenta facta et composita super bonis, rebus et aliis campestribus, per Sapientes infrascriptos ad hec deputatos, habentes bayliam a conscilio generali.

Segue lo spazio lasciato vuoto, coll'intenzione d'inscrivervi i nomi dei Savi; ma i nomi mancano.

Primo pro evidenti utilitate comunitati (*sic*) Montiscalerii ut bona campestria integre custodiantur et serventur et pene teneant suos auctores et dantes dapnum in alieno elligerunt sex camparios ydoneos et sufficientes et unum superstantem cum salario, videlicet superstantis libr. XXV et quilibet campariorum libr. XV, quod salarium eis solvatur per massarios comunis Montischalerii in tribus terminis, videlicet tercia pars in

(1) Forse: " factum fuisse ".

(2) Chiudo fra [ ] un'aggiunta di poco posteriore al testo.

festo Pentecostes proxime venturo, alia tercia pars in festo Omnium Sanctorum proxime subsequente, et alia tercia pars in fine anni.

Item statuerunt et ordinaverunt quod predicti camparij teneantur iurare per sacramentum eorum officium bene et legaliter exercere et accusare omnes bestias et personas, quas viderint seu invenerint offendentes seu dampnum dantes in rebus et possessionibus et bonis alienis et teneantur dicti camparii stare omni die continue in finibus dicti loci et ad portas et in omnibus alijs locis, ad hoc ut dicta bona melius custodiantur tam in diebus festivis, quam alijs diebus, sub pena pro quolibet ipsorum et qualibet vice solidorum v debilium, eo salvo quod possint venire semel in die ad locum Montischalerij causa bibendi vel comedendi, non faciendo ibi magnam moram.

Item statuerunt et ordinaverunt, quod dicti camparij et superstans teneantur et debeant ac possint omnes personas suspectas, quas invenerint dapnum dedisse ac portantes aliqua bona, que vissum fuerit ipsis camparijs et superstanti vel alteri ipsorum esse de bonis alienis, accusare ubicumque invenerint, licet in ipsis accusis, non contineatur locus in quo dapnum datum fuisset. quibus accusis credatur, nixi accusatus iustam fecerit deffenxionem per ydoneos testes vel per dominum illius rey in qua dapnum datum fuisset, cui domino rey credatur eius iuramento et aliter non.

f. I *verso:*

Item statuerunt quod dictus superstans teneatur vinculo iuramenti et debeat superesse dictis campariis omni die et inquirere et procurare quod predicti camparij vadant et stent ad eorum custodiam omni die prout supra continetur, et teneatur dictos camparios non facientes eorum officium, pro ut supra continetur, accusare, et quod predicti camparij teneantur obedire dicto superstanti sub vinculo predicti eorum iuramenti et sub pena pro quolibet et qualibet vice solidi . I . debilis, que pena possit absque aliqua condepnatione excuti et dictus superstans habeat terciam partem dicti banni.

Item statuerunt quod dictus superstans teneatur ire omni die in dictis finibus et etiam stare ad portas balfredorum et alibi, ubi melius invenire poterit offensores et maxime de sero, quando laboratores veniunt ad terram, et accusare omnes personas, quas invenerit aportantes palos, ligna, cannas, sarmentas, seu alia bona aliena et hoc sub pena pro qualibet vice solidorum IJ debilium, et quilibet bone fame possit dictum superstantem et camparios cum iuramento suo accusare et habeat terciam partem banni.

f. II, *recto.*

die XVIJ aprilis.

Firmantur camparij usque ad festum Nativitatis, incipiendo servire die qua iurabunt eorum officium ad rationem librarum XV vianensium pro quolibet in anno et eis fiat solutio pro rata temporis per masarios Comunis.

Camparij in fine Calpicis sunt hij, qui iuraverunt eorum officium bene et legaliter exercere die XVIJ aprilis.

Sorcelus de Episcopo
Garaxius
Iohannes Vignotus
} iuraverunt officium camparie ultra Padum. — promisserunt unus pro alio et solempniter fideiusserunt et promiserunt ad emendas.

Iohannes Ratarinus
Petrus Moniotus
} iuraverunt et promiserunt unus pro alio.
Bertinus Canavexius iuravit et promisit (1)
Fruglinus Çayrayta iuravit et promisit (1)
} iuraverunt et unus pro alio promisserunt.

Sapientes ad ordinandum capitula et ordinamenta Montiscalerij tam campariorum, quam alia.

Dominicus de Episcopo
Iohannes Duchus
Ricardus de Cabureto
Franciscus Malcoaldus
Thomasuus Zandela
Mateus de la Valle
Iorgius Monginus
Manfredus Avarenus.

La faccia verso è bianca.

---

(1) Questi due nomi sono stati aggiunti da due altre mani.

L'Accademico Segretario
CESARE NANI.

Torino, VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 11 Dicembre 1898.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: BERRUTI, D'OVIDIO, MOSSO, SPEZIA, CAMERANO, SEGRE, VOLTERRA, JADANZA, FOÀ, GUARESCHI, GUIDI, FILETI e NACCARI Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente seduta.

Il Presidente annunzia alla Classe con parole di rimpianto la morte del Socio corrispondente Teodoro CARUEL.

Il Socio VOLTERRA presenta in omaggio all'Accademia una Memoria stampata del Dr E. ALMANSI e il Presidente presenta pure in omaggio una biografia da lui scritta del Conte Amedeo AVOGADRO DI QUAREGNA. Il Segretario fa menzione d'una Memoria del Socio corrispondente ROSENBUSCH inviata in dono all'Accademia.

Viene accolta per l'inserzione negli *Atti* una Nota del Dott. Adolfo CAMPETTI intitolata: *Sull'uso dell'alluminio per la trasformazione di correnti alternate in continue,* presentata dal Socio NACCARI.

Viene data in esame al Socio CAMERANO e al Socio Corrispondente MATTIROLO una Memoria del Prof. Edoardo MARTEL intitolata: *Contribuzione all'Anatomia della* Dicentra spectabilis *e relazioni che intercedono fra questo genere ed i gruppi affini.*

LETTURE

Sull'uso dell'alluminio per la trasformazione di correnti alternate in continue;

Nota del Dott. ADOLFO CAMPETTI.

In una nota pubblicata nel 1897 da L. Graetz negli " Annali di Wiedemann „ (1), egli propone di convertire correnti alternate in continue, profittando delle proprietà di polarizzazione dell'alluminio nei voltametri. È già noto da molto tempo (2) che un voltametro ad acido solforico diluito, nel quale un elettrodo sia d'alluminio e l'altro di platino o carbone, indebolisce straordinariamente una corrente che lo attraversi in tal senso che l'alluminio faccia da anodo, mentre che l'indebolimento è relativamente assai piccolo, se l'alluminio funge da catodo.

Esperienze posteriori di Beetz (3), Streintz (4) e del Graetz stesso hanno mostrato che una corrente continua diretta dall'alluminio all'altro elettrodo del voltametro passa in quantità apprezzabile solo quando sia prodotta da una forza elettromotrice superiore ai 22 Volt circa, come se nel voltametro si avesse una forza elettromotrice di polarizzazione di 22 Volt. Se la corrente entra invece nel voltametro per l'altro elettrodo, la forza elettromotrice di polarizzazione si mantiene al disotto di un Volt. Il fenomeno vien spiegato, ammettendo che per il passaggio della corrente si formi alle superficie dell'alluminio uno strato isolante o cattivo conduttore, in guisa che il liquido e l'elettrodo costituiscano una specie di condensatore: questo andrebbe d'accordo col fatto che, appena interrotta la corrente, non è possibile constatare una polarizzazione elevata.

(1) " Wied. Ann. „, 1897, 62.
(2) Buff, " Lieb. Ann. „, 102, 1857.
(3) Beetz, " Wied. Ann. „, 1877, 2.
(4) Streintz, " Wied. Ann. „, 1887 e 1888.

Qualunque sia ad ogni modo la causa del fenomeno, il Graetz osserva che, se attraverso ad una serie di voltametri così fatti si manda una corrente alternata, e si sceglie convenientemente il numero di questi voltametri, in modo cioè che la polarizzazione degli anodi superi o almeno uguagli la forza elettromotrice della corrente stessa, allora la porzione della corrente diretta dall'alluminio al carbone non potrà passare, e passerà invece la porzione diretta dal carbone all'alluminio. Con due serie di tali voltametri si potrebbe quindi (con disposizione facile ad immaginare) ottenere da una corrente alternata due correnti dirette in un unico senso o continue, secondo il linguaggio della pratica; non avendosi altra perdita di energia che quella dovuta al calore Joule svolto nel liquido ed alla polarizzazione che si verifica nel caso in cui l'alluminio fa da catodo.

Se non che è da osservare prima di tutto che, dal fatto dell'annullarsi di una corrente continua che fosse diretta dall'alluminio all'altro elettrodo, non è lecito dedurre, come fa il Graetz, che, se si adopera una corrente alternata, il voltametro o la serie di voltametri debba impedire il passaggio a tutta quella porzione di corrente che è diretta in un senso, restando libero il passaggio all'altra parte.

Difatti da alcune esperienze eseguite dall'ing. Alberto Dina a Zurigo (" Rendiconti dell'Istituto Lombardo ", 1898, Vol. XXXI), con voltametri contenenti una soluzione di allume potassico e con elettrodi di alluminio e carbone risulta che, adoperando una corrente alternata, la corrente che egli chiama negativa (diretta cioè dall'alluminio al carbone), non è più nulla; e, per quanto il rapporto fra la corrente positiva (diretta dal carbone all' alluminio) e la corrente totale cresca, almeno sino ad un certo punto, colla differenza di potenziale al voltametro, pure il metodo non dà risultati di sufficiente valore pratico per la trasformazione di una corrente alternata in continua.

Questi i risultati delle esperienze dell'ing. Dina, che sono rimaste incomplete, non avendo il Dina potuto continuarle, come egli avverte in fine della sua nota. È da osservare infatti che all'inconveniente della imperfetta separazione della corrente positiva dalla negativa si potrebbe in parte ovviare, collocando nel circuito un eccesso di voltametri (vale a dire un numero superiore a quello necessario per impedire il passaggio ad una

corrente continua di ugual forza elettromotrice diretta dall'alluminio al carbone) senza avere altra perdita che quella dovuta al calore Joule svolto in seno al liquido e alla polarizzazione dell'idrogeno, qualora però (come infatti accade) una forte quantità di energia non andasse perduta per fenomeni termici secondarî che possono aver luogo nel voltametro.

Ho voluto pertanto eseguire alcune esperienze per esaminare quale porzione dell'energia elettrica si trasformi in calore nei voltametri ad alluminio, quando si mandi attraverso ad essi una corrente alternata.

Se non che, non avendo a mia disposizione una corrente alternata, mi sono accontentato di adoperare la corrente fornita da una batteria di accumulatori, della qual corrente la direzione veniva invertita mediante un commutatore rotante, posto in azione da un piccolo motore Deprez.

Dovendo poi eseguire misure calorimetriche ho trovato più comodo di usare il platino come elettrodo in luogo del carbone: i due elettrodi del voltametro erano dunque formati da due lastrine assai spesse l'una di platino e l'altra di alluminio, di circa 16 cm.q. di superficie, unite a due fili grossi di rame passanti attraverso un disco di ebanite e tenute a distanza invariabile mediante quattro dischetti di vetro interposti. Le lastrine stavano immerse nel liquido contenuto in un vasetto cilindrico di ottone (costituente il calorimetro) della capacità di 120 c.c. circa. Il tutto era poi difeso dall'irradiazione esterna mediante uno dei soliti recipienti a doppia parete che si usano nelle esperienze calorimetriche.

L'interno del vasetto di ottone costituente il calorimetro, al pari delle superficie non affacciate degli elettrodi, erano ricoperti di vernice isolante.

Il circuito attraversato dalla corrente, oltre il detto voltametro e il commutatore conteneva un amperometro Hartmann e Braun, un elettrodinamometro Siemens e una spirale di filo di platino, immersa nell'acqua di un vaso calorimetrico.

L'amperometro indicava l'intensità media della corrente (considerata come continua) diretta dal platino all'alluminio, l'elettrodinamometro indicava la corrente totale media. Dal calore poi svolto dalla corrente nella spirale di platino si può

dedurre un valore medio I_m della corrente totale corrispondente alla formula

$$I_m^2 = \frac{\int i^2 dt}{\int dt}.$$

Osserviamo ora che il calore svolto nel voltametro si compone di due parti: il calore Joule dovuto alla resistenza del liquido (quantità di calore che è in nostro arbitrio il ridurre piccola, sia avvicinando gli elettrodi, sia aumentandone la superficie) e il resto del calore, che può essere dovuto o a resistenze alle superficie di separazione tra l'elettrodo e il liquido o ad azioni secondarie che abbiano luogo nel voltametro. Ora, poichè la stessa corrente che attraversa il voltametro passa anche nella spirale di platino (di nota resistenza), è chiaro che il calore Joule svolto dalla corrente nell'attraversare il liquido del voltametro si potrà avere con precisione, quando la resistenza di esso liquido sia nota. Questa determinazione si faceva, sostituendo alla lastra di alluminio del voltametro una lastra di platino platinato della medesima dimensione e situata in posizione identica, ed usando poi il metodo di Kohlrausch; ripetute esperienze dettero per lo stesso liquido risultati sempre concordanti.

Furono eseguite esperienze con soluzioni di allume potassico, di allume di cromo, di solfato potassico, allume di ammonio, idrato potassico, acido solforico diluito: ma, all'infuori delle prime due, le altre soluzioni si mostrarono inadatte allo scopo.

Il calore specifico delle soluzioni adoperate o si ricavò dalle tavole di Thomsen (" Pogg. Ann. ", 140, ecc.), oppure si determinò direttamente col metodo di Pfaundler, colla misura cioè del calore svolto in una spirale metallica attraversata da una corrente e immersa nella soluzione da studiare confrontato con quello svolto contemporaneamente in un calorimetro contenente acqua: i valori dati per i calori specifici sono la media di tre esperienze.

Esperienze con allume potassico. — La soluzione adoperata ha la densità 1,056 a 17°, e contiene quindi 10,6 circa % di sale cristallizzato; il suo calore specifico è 0,926. Gli equivalenti

in acqua del voltametro e del calorimetro (1), furono determinati prima.

Riporto per intero i dati di una delle esperienze; delle altre riporterò solo i risultati:

Durata dell'esperienza $T = 61$ secondi.
Inversioni della corrente al secondo $n = 24$.
Equivalente totale del calorimetro 101,1.
" " voltametro 105,2.

Calore svolto nel calorimetro per la variazione di temperature $1{,}21 = 122{,}3$.

Calore svolto nel voltametro per la variazione di temperatura $3{,}37 = 354{,}4$.

Resistenza del voltametro 1,55 Ohm a 24° e 1,66 Ohm a 21°.

Temp. media del calorimetro 20,8, del voltametro 21,9.

Intensità I_a della corrente indicata dall' amperometro $= 1{,}75$.

Intensità I_e della corrente indicata dall' elettrodinamometro $= 2{,}70$.

Intensità I_m dedotta dal calore svolto nel calorimetro $= 2{,}78$.

Calore Joule nel voltametro dovuto alla resistenza del liquido (ottenuto dal calore svolto nel calorimetro, moltiplicandolo per il rapporto delle due resistenze) $C_J = 181{,}8$.

Calore residuo $C_R = C_v - C_J = 172{,}6$.

Per avere poi un numero che ci permetta di confrontare una esperienza coll'altra, indicheremo con K il rapporto $\frac{C_R}{I_a^2 . T}$; ed è chiaro che quanto più piccolo sarà K tanto minore sarà, relativamente, la quantità di energia che per noi va perduta in calore nel voltametro.

Nella tavola che segue, sono riportati i risultati di questa e delle altre esperienze, avendo T, n, etc. il significato sopra attribuito.

---

(1) Chiamo senz'altro calorimetro quello dei due apparati che contiene la spirale di platino.

T	n	I_a	I_e	I_m	C_J	C_v	C_R	K
61"	24	1,75	2,70	2,78	181,8	354,4	172,6	0,92
61"	24	1,76	2,71	2,80	183,3	358,8	175,5	0,93
61"	24	1,64	2,50	2,55	154,9	336,5	181,6	1.11
61"	22	1,56	2,32	2,40	143,4	330,0	186,6	1,26
91"	24	1,38	2,10	2,16	159,7	377,8	218,1	1,26
76"	22	1,33	1,98	2,06	119,8	292,4	172,6	1,29
122"	18	0,62	1,14	1,20	69,0	232,4	163,4	3,48
122"	18	0,61	1,15	1,20	69,0	229,5	160,5	3,52
61"	44	1,07	1,80	1,83	74,3	229,9	154,6	2,20
91"	44	1,10	1,85	1,89	122,3	348,8	216,5	1,97
123"	44	0,58	1,02	1,04	50,4	208,0	157,6	3,82
122"	42	0,57	1,05	1,05	50,4	213,2	162,8	4,00

Alcune altre esperienze furono eseguite con una soluzione più diluita di allume potassico e precisamente di densità 1,026 a 17°,5. Questa soluzione contiene quindi 4,93 % circa di sale cristallizzato; il suo calore specifico è 0,962.

T	n	I_a	I_e	I_m	C_J	C_v	C_R	K
81"	36	0,85	1,50	1,54	123,1	265,2	142,1	2,43
80"	30	0,84	1,47	1,52	117,9	258,2	140,3	2,49
91"	30	0,76	1,30	1,37	108,8	256,2	147,4	2,80
90"	28	0,77	1,32	1,37	107,4	253,7	146,4	2,75

Esperienze con soluzione di allume di cromo. — Queste esperienze dànno (per quanto riguarda la trasformazione di corrente alternata in corrente diretta in un solo senso) risultati inferiori a quelle eseguite con soluzioni di allume potassico.

Questo risulta dalla tavola che segue, che si riferisce ad esperienze eseguite con una soluzione di densità 1,119 a 17°,5 e di calore specifico 0,884.

T	n	I_a	I_e	I_m	C_J	C_v	C_R	K
61″	28	0,97	2,06	2,14	58,5	238,4	179,9	3,13
61″	30	0,89	1,79	1,85	44,3	184,0	139,7	2,90
81″	28	0,42	0,93	0,96	15,9	98,0	82,1	5,74
81″	30	0,40	0,90	0,94	15,0	94,8	79,8	6,15

Per quanto le esperienze eseguite non siano applicabili senz'altro al caso di una corrente alternata, per la quale la variazione di forza elettromotrice avviene in modo assai diverso che nel caso di una corrente invertita di direzione col mezzo di un commutatore rotante, tuttavia appare dai risultati delle tavole precedenti che la trasformazione di una corrente alternata in corrente cosidetta continua avverrà nelle migliori condizioni, quando si adoperino elettrodi molto piccoli, in guisa che sia assai forte la densità della corrente, e molto prossimi tra loro in modo che il calore Joule dovuto alla resistenza del liquido possa essere molto ridotto. Sarebbe opportuno eseguire in queste condizioni esperienze con una corrente alternata (cosa che io non avevo modo di fare) e misurare in tal caso con precisione la quantità di energia che va perduta per il calore secondario nel voltametro. Questa perdita, la quale nelle due prime esperienze a pagina 8 (che sono tra le presenti quelle eseguite in condizioni più favorevoli), è circa il 25 % della totale energia elettrica percorrente il circuito (1), potrà proba-

(1) Questo dato è solo approssimato, essendo solo approssimativamente nota la differenza di potenziale agli estremi del circuito.

bilmente in quelle condizioni abbassarsi ancora notevolmente. Tuttavia (V. p. e. le esperienze di Jahn, " Wied. Ann. ", 1886, 28 e le mie proprie " Atti di Torino ", 1893) il calore secondario che si produce nel voltametro non potrà in questo caso ridursi mai a zero; per conseguenza, oltre al fatto che la corrente alternata non potrà completamente trasformarsi in corrente diretta in un sol senso, si avrà sempre un consumo di energia elettrica per il fatto del calore secondario svolto nel voltametro.

Di guisa che, con il mezzo indicato, la trasformazione detta non potrà certamente effettuarsi senza una perdita di energia elettrica superiore a quella del 5 $^0/_0$ indicata dal Graetz.

Istituto di Fisica dell'Università di Torino. Novembre 1898.

L'Accademico Segretario
Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 18 Dicembre 1898.

PRESIDENZA DEL PROF. BERNARDINO PEYRON

SOCIO ANZIANO.

Sono presenti i Socii: BOLLATI DI SAINT-PIERRE, PEZZI, FERRERO, COGNETTI DE MARTIIS, GRAF, PERRERO e NANI Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale della precedente seduta.

Il Socio COGNETTI DE MARTIIS fa omaggio alla Classe di un suo recente lavoro intitolato: *Formazione, struttura e vita del commercio,* Torino, 1898.

Il Socio D. PEZZI condelegato insieme col Socio B. PEYRON ad esaminare una Memoria presentata per la stampa dal Prof. F. G. FUMI col titolo: *Il participio attivo del perfetto nelle lingue ariane* legge lá sua relazione. Questa è favorevole e la Classe delibera prima la lettura, quindi la inserzione del lavoro stesso nel volume delle *Memorie* accademiche. La relazione si inserirà negli *Atti*.

LETTURE

Relazione intorno alla *Memoria* presentata alla Classe di scienze morali, storiche e filologiche della R. Accademia di Torino dal prof. F. G. Fumi col titolo: *Il participio attivo del perfetto nelle lingue ariane.*

In questo suo lavoro il chiarissimo professore di glottologia nella R. Università di Genova tenta, dopo parecchi altri valenti investigatori, d'illustrare l'origine e lo svolgimento del participio attivo del perfetto indogermanico studiandone il suffisso formativo. Tale participio, egli nota, è d'antichità proetnica ed è rimasto come forma viva nella famiglia indoiranica e ne' dialetti greci, lasciando di sè reliquie vitali nella famiglia baltoslava e reliquie fossili nella famiglia italica e nella germanica. Segue una bella serie d'esempî. Indi l'Autore si fa ad esporre e ad esaminare le spiegazioni più notevoli che della forma di cui si discorre vennero proposte. Poscia, valendosi per quanto gli era possibile delle ricerche e delle ipotesi de' suoi predecessori, egli procede a nuove indagini, con cauta indipendenza di mente e con cura di severità di metodo non meno che con copia di buona dottrina. Percorrendo così con molta prudenza la non facile via, ed arrestandosi qua e là ad esaminare fenomeni glottici connessi coll'argomento della propria investigazione, il prof. Fumi giungeva ad una soluzione sua del problema propostosi, soluzione ch'egli volle conforme alle leggi fonetiche e non tale che renda necessario un uso soverchio di spiegazioni per analogia. Così egli riusciva a scorgere le origini dei participî attivi del perfetto in temi nominali generici e come poscia da temi meno semplici, uscenti gli uni in *-u̯e/os*, gli altri in *-u̯e/on* (cui ben presto si sarebbe sostituito

l'esito *-ṷe/ont* per analogia), si svolgesse un paradigma misto, di cui anche i meno cospicui frammenti a noi pervenuti l'Autore raccoglie ed ordina, mettendone in rilievo le varie sorti nelle varie famiglie delle lingue indogermaniche.

Tal è, per quanto è possibile esporla colla maggiore brevità, la conclusione dello scritto del Fumi. Anche chi credesse di doversene scostare, dovrebbe pur sempre dar lode alla serietà intellettuale di cui questo lavoro è prova e per cui i Commissari sottoscritti non esitano a giudicarlo ben degno d'essere preso in considerazione dalla Classe accademica a cui il valente Autore desiderò che venisse presentato.

I Commissari
BERNARDINO PEYRON,
DOMENICO PEZZI.

L'Accademico Segretario
CESARE NANI.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 1° Gennaio 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Bizzozero, Direttore della Classe, D'Ovidio, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti e Naccari Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato.

Fra le pubblicazioni inviate in dono il Segretario segnala uno scritto del Socio Mosso: *Sulla conferenza internazionale per il catalogo della letteratura scientifica.*

Il Socio Segre a nome del Socio Volterra presenta una nota del Prof. Francesco Porro, intitolata: *Sull'eclisse di Luna del 27 dicembre 1898.* Sarà inserita negli *Atti.*

Viene pure accolta per l'inserzione negli *Atti* una nota del Prof. Luigi Sabbatani, intitolata: *Ricerche farmacologiche e chimiche sugli acidi acetondicarbonico e citrico,* presentata dal Socio Guareschi.

LETTURE

Sull'eclisse totale di Luna del 27 dicembre 1898;

Nota di **FRANCESCO PORRO**.

Nel volume XXIII degli *Atti* di codesta Accademia è stata accolta una breve mia relazione sulle osservazioni eseguite alla Specola di Torino in occasione dell'Eclisse totale di Luna che ebbe luogo il 28 gennaio 1888. Dopo un decennio, un'occasione egualmente favorevole si è presentata di trarre partito dallo stesso fenomeno, per accrescere e perfezionare le nostre conoscenze intorno al diametro ed alla parallasse del nostro satellite; e l'Osservatorio di Pulkova, donde era partita nel 1884 la prima idea, insieme con il primo appello all'opera consociata degli astronomi di ogni paese, volle ancora assumersi il laborioso còmpito di preparare le liste delle stelle che in ogni Osservatorio conveniva osservare, alla loro occultazione dietro il lembo della Luna eclissata.

L'esperienza del 1884 aveva indotto gli astronomi di Pulkova a limitare il tempo dell'osservazione alla totalità, estendendo invece la lista a comprendere le stelle di undecima grandezza, le quali a fianco della Luna totalmente eclissata sono perfettamente visibili in un cannocchiale di una certa potenza. La messe di occultazioni osservate riuscì in questo modo considerevolmente maggiore nel 1888: mentre nel 1884 si erano ottenuti 349 appulsi (tra immersioni ed emersioni) in 40 diversi Osservatorii, nel 1888 si salì a ben 841 appulsi, in 60 luoghi distribuiti sopra un'area di 94° di latitudine (tra Helsingfors ed il Capo di Buona Speranza) e di 160° di longitudine (tra Madras e Virginia).

Se non che, l'estensione alle stelle inferiori alla nona grandezza non diede al calcolo i risultati che se ne attendevano, essendo dalla magistrale discussione, che di tutto il materiale

raccolto fece Ludwig Struve (1), luminosamente apparso che le stelle meno lucenti lasciarono sussistere nelle osservazioni errori residui assai superiori a quelli dati dalle altre. Probabilmente, ciò, almeno in parte, è dovuto al carattere fisico dell'Eclisse del 1888, la quale, come ho detto nella mia relazione, fu affatto diversa dalla precedente. L'oscurità veramente eccezionale del disco lunare durante la totalità nel 1884 fu infatti quale a memoria d'uomo non s'era mai veduta. Ricordo che in quell'occasione, trovandomi all'Osservatorio di Milano, udii dallo Schiaparelli che solo in descrizioni di eclissi osservate parecchi secoli fa si trova cenno di un'oscurazione così grande; e che tali descrizioni da molti nel nostro secolo erano state tacciate di esagerazione.

Nel 1888 invece (come nel 1898) anche nel cuore della totalità il disco lunare apparve assai chiaro, con quella caratteristica colorazione cuprea, degradante verso tinte più fosche quanto più si andava verso l'interno del cono d'ombra della Terra. Ne venne per conseguenza una grande incertezza nelle stime degli istanti in cui le stelle più minute scomparivano dietro il lembo, o ne emergevano.

La preparazione alle osservazioni del 27 dicembre 1898 si è limitata adunque alla scelta di 413 stelle superiori alla decima grandezza, appartenenti alla regione coperta dalla Luna durante il periodo della totalità. Le posizioni di queste stelle furono ricavate da due lastre fotografiche, esposte a Pulkova nel refrattore di 13 pollici il 31 dicembre 1897 e il 21 gennaio 1898 dal signor Kostinsky. Il confronto delle due lastre tra di loro e dei risultati fotografici con le posizioni di molte tra le stelle, date nel Catalogo dell' " Astronomische Gesellschaft „ (zona di Berlino), ha mostrato come il catalogo provvisorio raggiunga già un alto grado di precisione.

Su questo Catalogo il signor Wittram ha formato un elenco di 103 stelle più brillanti, calcolando per ciascuna di esse l'istante dell'occultazione (immersione od emersione), e l'angolo di posizione del fenomeno sul lembo del disco lunare, quali dovevano risultare in ognuno degli osservatorii collocati in

---

(1) *Bearbeitung der während der totalen Mondfinsternisse 1884 Oct. 4 und 1888 Jan. 28 beobachteten Sternbedeckungen,* durch Dr. Ludwig Struve.

posizione opportuna per la misura. Tali osservatorii essendo circa centotrenta, distribuiti per tutta Europa, Affrica, parte d'Asia, e quasi tutta America, si spera che il numero di osservazioni sia riuscito notevole, nonostante le accennate limitazioni.

I fenomeni calcolati per Torino sono 17, dei quali dieci immersioni e sette emersioni: ho potuto verificare che i calcoli erano stati eseguiti a Pulkova con grande esattezza, così per i tempi, come per gli angoli di posizione.

Osservando al nostro refrattore equatoriale, ho potuto, grazie al tempo splendido, raccogliere non meno di dodici appulsi. Ho perduto la stella N. 36 del Catalogo di Wittram, all'immersione, perchè tardai a mettermi all'oculare. Non vidi la 31 se non parecchi secondi dopo l'emersione, e così mancai anche il fenomeno quasi contemporaneo dell'immersione della 46. La 51, attentamente cercata prima dell'immersione, fu assolutamente invisibile nel nostro 10 pollici: tenuto conto di questo, e della indicazione *faible*, data nel Catalogo di Kostinsky, nonchè dell'essere essa mancante nelle zone di Berlino, non escluderei che essa sia variabile.

Gli ultimi tre fenomeni, avvenuti quando la fase totale era già ultimata, e il fondo del cielo chiarissimo in prossimità alla falce luminosa, non poterono essere osservati; le stelle erano affatto invisibili.

Sono così, in totale, dieci tra i fenomeni segnati nella lista di Pulkova, insieme a due immersioni di stelle, osservate con sicurezza, benchè la grandezza fosse inferiore alla decima.

Tutti gli appulsi furono registrati cronograficamente. La correzione del pendolo Milani, che servì per le osservazioni, fu determinata prima e dopo l'eclisse dal dottore Balbi, il quale ebbe pure la cortesia di assistermi durante le mie osservazioni. Si deve pure a questo ottimo mio collega, se la preparazione fu fatta in modo da evitare ogni inconveniente durante le osservazioni. Il metodo adottato per guidare l'osservatore, e che mi pare raccomandabile in simili casi, fu di coprire con un foglio di carta trasparente una mappa selenografica, e di segnare con inchiostro rosso i punti del lembo dove i singoli fenomeni si sarebbero presentati. Il confronto della carta con le configurazioni lunari facilmente riconoscibili in prossimità del lembo forniva il mezzo più comodo e più semplice di identificazione del

punto dove bisognava dirigere più attentamente lo sguardo. Per le emersioni particolarmente questo metodo si mostrò pratico ed efficace.

Accogliendo una raccomandazione che è stata fatta in questi ultimi anni, io avevo incominciato durante la fase parziale a segnare gli istanti dell'ingresso nell'ombra dei crateri più cospicui; ma ho dovuto smettere presto, per non affaticare troppo l'occhio e così non compromettere la riuscita delle osservazioni, più importanti, delle occultazioni.

Nel quadro che segue espongo i risultati delle osservazioni. Sui singoli appulsi devo notare che l'effetto dell'irradiazione del disco è stato questa volta assai più cospicuo di quello che avevo notato dieci anni or sono. Non saprei dire se per aumentato astigmatismo del mio occhio, oppure per maggiore illuminazione del disco lunare, o per qualunque altra causa, le stelle mi apparivano sul disco dieci e fin quindici secondi prima di scomparire. Invece nelle emersioni, la comparsa avveniva rigorosamente al lembo, cosa che indurrebbe a credere che nel caso delle immersioni la causa perturbante sia stata di origine fisiologica. Ad ogni modo, per facilitare un eventuale studio del fenomeno, e per dare modo ai calcolatori di confrontare direttamente i miei risultati con quelli forniti da altri osservatori, presento qui tutti i segnali da me dati per ogni stella, avvertendo che l'ultimo rappresenta veramente l'istante della scomparsa della stella.

Risultati delle Osservazioni.

Tempo medio di Greenwich.

$9^h\ 44^m$	Il disco lunare è molto fosco: imagine ondulante.
9 47,9	L'ombra è già avanzata sul disco.
9 49,0	L'ombra raggiunge Grimaldi.
9 49,7	Grimaldi è tutto nell'ombra.
9 50	Il limite dell'ombra è molto confuso.
9 54,5	Marius.
9 59,4	Seleucus.
10 2,2	Keplerus. - Incomincia a farsi sensibile la colorazione cuprea sulla parte della Luna che è già nell'ombra.

$10^h\ 5^s,0$	Aristarco.
10 5,7	L'ombra raggiunge Tycho.
10 8,3	L'ombra è esattamente sul mezzo di Tycho (osservazione sicura).
10 9,0	Tycho tutto in ombra.
10 10,8	Copernico raggiunto dall'ombra.
10 11,9	Copernico a metà eclissato.
10 14,0	Copernico tutto eclissato.

Stella	T. m. Greenwich.	
36 I	$10^h 50^m 46^s,06$	Al primo segnale la stella sembra toccare il disco, sul quale pare proiettata sino all' ultimo, che segna la scomparsa istantanea.
„	52, 53	
Anonima	10 54 39,31	Stellina non indicata nel Catalogo di Pulkova; si occulta istantaneamente nella regione australe del disco, presso Bailly (Q = 165° circa).
	10 57 40	Principio della totalità.
45 I	11 7 2,11	Al primo segnale la stella sembra sul lembo, al secondo scompare istantaneamente.
„	9,77	
	11 20	Esaminato attentamente la regione nella quale dovrebbe trovarsi la stella 51, la quale è affatto invisibile, benchè l'aria sia limpida.
Anonima	11 27 45,75	Scompare istantaneamente - $10^m,5$.
53 I	11 42 29,72	Tra l'istante in cui sembra proiettata sul disco (primo segnale) e quello in cui scompare intervallo di quasi venti secondi.
	47,42	
34 E	11 48 55,08	Buona - il lembo occidentale è ancora molto chiaro.
30 E	11 48 56,31	Istantanea e sicura, nonostante la quasi contemporanea emersione della precedente stella.
32 E	11 52 2,87	Osservazione sicura.
36 E	12 10 27,18	„ „
39 E	12 15 56,99	„ „

64 I	$12^h18^m37^s,77$	La stella appare sul disco al primo segnale, scompare al secondo; cielo già chiaro per la degradazione dell'ombra verso l'estremo orientale del cono.
„	39, 78	
	12 21	Il lembo orientale è già molto chiaro.
	12 25 8	Comparsa del primo filo di luce. La fine della totalità è apprezzabile con molto maggiore sicurezza del principio.
	12 30 48	Grimaldi, lembo orientale.
	12 32 18	Grimaldi tutto emerso.
	12 34 0	Emerge Aristarco.
45 E	12 34 56,27	Istantanea.

A 12^h35^m il fondo del cielo è troppo chiaro presso la falce orientale, e bisogna rinunziare alle ultime tre immersioni preparate a Pulkova.

Ricerche farmacologiche e chimiche sugli acidi acetondicarbonico e citrico;

Nota del Prof. LUIGI SABBATANI.

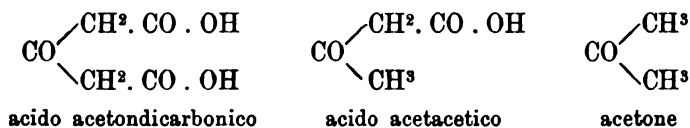
Ho studiato volentieri questi acidi per i rapporti che passano fra essi ed altri corpi importantissimi per la fisiologia e la patologia.

L'acido citrico, da cui si ricava l'acido acetondicarbonico, è già di per sè importantissimo per l'alimentazione e perchè è stata dimostrata la sua presenza normale nel latte di vacca e di donna (1); dell'acetone poi, in cui si trasforma facilmente l'acido acetondicarbonico, una letteratura vastissima da un lato ce ne attesta l'importanza fisiologica e patologica, dall'altro ci pone in evidenza le questioni che ancora rimangono insolute circa

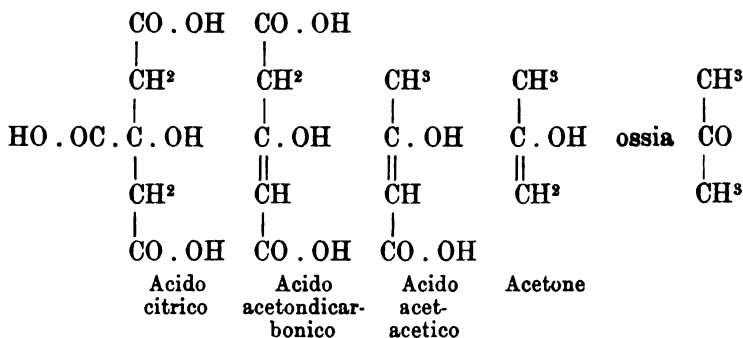
(1) La presenza di acido citrico nel latte, come costituente normale, fu dimostrata da Henkel, Scheiber, Vaudin.

la genesi dell'acetonuria. Uno studio sull'acido acetondicarbonico era poi interessante anche in rapporto all'acido acetacetico, il quale, mentre interessa il clinico, riscontrandolo esso frequentemente assieme all'acetone nell'urina dei malati (diaceturia), per il chimico è un anello di passaggio fra l'acido acetondicarbonico e l'acetone.

$$
CO\begin{cases} CH^2 . CO . OH \\ CH^2 . CO . OH \end{cases} \qquad CO\begin{cases} CH^2 . CO . OH \\ CH^3 \end{cases} \qquad CO\begin{cases} CH^3 \\ CH^3 \end{cases}
$$

acido acetondicarbonico — acido acetacetico — acetone

Ma l'acido acetondicarbonico si ottiene dall'acido citrico, e noi potremo meglio porre in evidenza i rapporti di tutti questi corpi, rappresentando gli acidi chetonici e l'acetone stesso nella loro forma ossidrilica, come da alcuni è ammesso.

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & CO . OH & CO . OH & & & & \\
 & | & | & & & & \\
 & CH^2 & CH^2 & CH^3 & CH^3 & & CH^3 \\
 & | & | & | & | & & | \\
HO . OC . & C . OH & C . OH & C . OH & C . OH & \text{ossia} & CO \\
 & | & \| & \| & \| & & | \\
 & CH^2 & CH & CH & CH^2 & & CH^3 \\
 & | & | & | & & & \\
 & CO . OH & CO . OH & CO . OH & & &
\end{array}
$$

Acido citrico — Acido acetondicarbonico — Acido acetacetico — Acetone

Ricerche farmacologiche (1).

Riguardo all'azione farmacologica comparata di queste sostanze, sappiamo dalle ricerche del Prof. Albertoni (2) che

(1) Per tutte le esperienze ho adoperato sempre sostanze controllate pure. Dall'acido citrico preparai io stesso l'acido acetondicarbonico, seguendo il metodo Pechmann (" Ann. der Chem. ", Bd. 261, s. 151): l'etere acetacetico proveniva da Kahlbaum, e venne prima rettificato: preparai l'acido acetacetico, seguendo il metodo di Ceresole (" Ber. der deutsch. chem. Gesell. ", 1882, Januar-Juni, S. 1326).

(2) Albertoni P., *Azione e metamorfosi di alcune sostanze nell'organismo,*

" l'*acetone* è ben tollerato dall'organismo ed anche a dosi elevate non produce che passeggieri fenomeni di sbalordimento e di ebbrezza „ (1).

L'*acido acetacetico* ed il suo *etere etilico* " non producono negli animali fenomeni tali da spiegare il coma diabetico. Essi producono un'albuminuria anche molto intensa „; se la reazione del parenchima renale è acida, l'acido viene decomposto e si trova nell'urina acetone ed alcool, se è alcalina, neutra o lievemente acida viene eliminato come tale. 2-3 cc. d'etere per iniezione ipodermica nei conigli dànno fenomeni di depressione.

Dalle mie esperienze risulta che l'*acido acetondicarbonico* è farmacologicamente poco attivo. Amministrato per bocca a dosi moderate nei cani e nei conigli non dà affatto fenomeni di ebbrezza, come l'acetone, e neppure fenomeni di depressione; non modifica sensibilmente la funzione del cuore e del respiro, passa attraverso l'organismo senza produrre alcun disturbo apprezzabile. Per contro a dosi molto elevate dà fenomeni di depressione, indebolimento e scomparsa dei riflessi, abolizione dei movimenti volontari e morte. Un coniglio di gr. 833 morì con lievissime scosse convulsive asfittiche dopo ore 1,20′ dall'amministrazione per via gastrica di gr. 4 di acido, sciolti in cc. 50 di acqua. Nell'urina non si riscontrò mai albumina.

Riguardo all'*acido citrico* è noto che viene largamente usato nell'alimentazione, specialmente colle frutta; tossicologicamente poi ha una limitatissima importanza, esso spiega un'azione locale e generale assai debole (2) e solo può riuscire letale, se introdotto ad altissime dosi. Da alcune esperienze fatte sui cani e sui conigli ho potuto constatare che l'acido citrico riesce nocivo solo allorchè se ne introducono rapidamente in circolo quantità tali che l'organismo non riesce a bruciare. Allora esso, come un acido qualunque, fissa una grande quantità di basi, per cui, diminuendo grandemente l'alcalinità del sangue, crea

---

in rapporto alla patogenesi dell'acetonemia e del diabete. Ricerche critico-sperimentali. " Rivista di Chimica medica e farmaceutica „, marzo-aprile 1884.

(1) ALBERTONI P., " Rivista di Chimica medica e farmaceutica „, vol. I (1883), p. 413.

(2) ALBERTONI P., *Avvelenamenti*, nel *Trattato italiano di patologia e terapia medica,* diretto da E. MARAGLIANO, vol. I. parte IV, pag. 9.

uno stato di cose intollerabile alla vita cellulare e l'animale muore. I conigli sopportano bene grosse dosi d'acido citrico, date in modo refratto nella giornata; ma muoiono prontamente se l'acido viene dato in una sol volta. Gr. 10 di acido citrico cristallizzato, sciolti in cc. 20 d'acqua, introdotti nello stomaco d'un coniglio di gr. 967 produssero in pochi minuti la morte; la stessa sorte ebbe un secondo coniglio di gr. 740. La morte avviene per paralisi generale, senza o con lievissime convulsioni asfittiche: alla necroscopia si riscontra un arrossamento diffuso e causticazioni dello stomaco, reazione neutra del sangue del cuore.

Nel cane si possono iniettare impunemente nel sangue piccole quantità di acido citrico in soluzione diluita; ma dosi un po' maggiori riescono prontamente letali. Così un cane di chg. 5 morì con gr. 1,25 di acido, ed un altro di chg. 8 morì con gr. 1,80, iniettato nella giugulare lentamente in sol. al 5 %. Prendendo poi dei campioni di sangue dall'arteria femorale prima e durante l'iniezione dell'acido, vidi che l'alcalinità del sangue andava diminuendo, mano mano che si iniettava l'acido, fino a diventare estremamente debole o neutra affatto: allora l'animale moriva senza scosse convulsive, per arresto contemporaneo del respiro e del cuore.

Da tutte queste osservazioni risulta che l'azione inebbriante dell'acetone, dovuta indubbiamente alla funzione chetonica sua, scompare quando entrano nella molecola dei carbossili: subentra allora la funzione acida, che è massima coll'acido citrico.

Ricerche chimiche.

Ma, più che l'azione farmacologica, è interessante studiare le trasformazioni che l'acido acetondicarbonico e l'acido citrico subiscono nell'organismo.

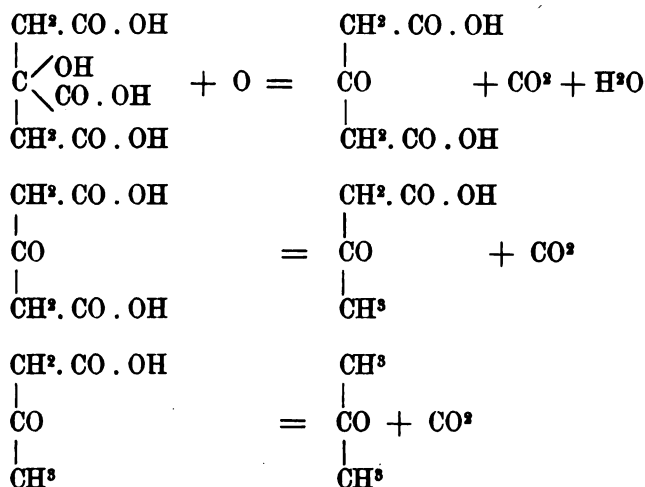
Il Prof. Guareschi (1) poneva l'ipotesi che negli individui affetti da acetonuria l'acido citrico potesse trasformarsi in

(1) I. Guareschi, *Nozioni di Zoochimica*, 1898, pag. 236.

acido acetondicarbonico ed acido acetacetico, questo poi in acetone:

$$\begin{array}{l} \mathrm{CH^2.CO.OH} \\ | \\ \mathrm{C}\begin{array}{l}\diagup \mathrm{OH} \\ \diagdown \mathrm{CO.OH}\end{array} \\ | \\ \mathrm{CH^2.CO.OH} \end{array} + \mathrm{O} = \begin{array}{l} \mathrm{CH^2.CO.OH} \\ | \\ \mathrm{CO} \\ | \\ \mathrm{CH^2.CO.OH} \end{array} + \mathrm{CO^2} + \mathrm{H^2O}$$

$$\begin{array}{l} \mathrm{CH^2.CO.OH} \\ | \\ \mathrm{CO} \\ | \\ \mathrm{CH^2.CO.OH} \end{array} = \begin{array}{l} \mathrm{CH^2.CO.OH} \\ | \\ \mathrm{CO} \\ | \\ \mathrm{CH^3} \end{array} + \mathrm{CO^2}$$

$$\begin{array}{l} \mathrm{CH^2.CO.OH} \\ | \\ \mathrm{CO} \\ | \\ \mathrm{CH^3} \end{array} = \begin{array}{l} \mathrm{CH^3} \\ | \\ \mathrm{CO} \\ | \\ \mathrm{CH^3} \end{array} + \mathrm{CO^2}$$

Egli qualificava questa ipotesi atta a far " tentare nuove ricerche ", ed io ben volentieri ho seguito il consiglio del mio maestro, incominciando lo studio negli animali sani.

Fuori dell'organismo l'acido citrico dà facilmente dell'acido acetondicarbonico; Pechmann (1) l'ottenne per mezzo dell'acido solforico anidro ed a caldo, ed io ho potuto dimostrare (2) che si forma pure nella reazione di Stahre (3) per ossidazione col permanganato di potassio a lieve calore. L'acido acetondicarbonico poi è molto instabile e già in soluzione acquosa a temperatura ordinaria prontamente si scinde in acido carbonico ed acetone, era quindi lecito dubitare che in speciali condizioni potessero avvenire anche nell'organismo i sopradetti passaggi da acido citrico fino ad acetone.

---

(1) H. v. Pechmann, *Untersuchungen über die Spaltungsproducte von α-Oxysäuren,* " Ann. der Chem. ", Bd. 261, s. 151.

(2) Bergesio B. e Sabbatani L., *Formazione di pentabromoacetone dall'acido acetondicarbonico,* " Ann. di Farmacoterapia e Chimica ", dic. 1898.

(3) Stahre L., " Nordisk Farmaceutisk Tidskrift ", *2*, 141.

Metodi analitici.

Volendo studiare come si comporti l'acido acetondicarbonico nell'organismo, se e come venga da questo ossidato, si incontravano difficoltà tecniche non indifferenti. Si potevano prevedere quattro casi:

1° che si ossidasse completamente ad acido carbonico ed acqua;

2° che si ossidasse fino ad acetone;

3° che perdesse solo un carbossile, trasformandosi in acido acetacetico ed eventualmente in etere acetacetico.

4° che passasse inalterato.

Si doveva quindi cercare di riconoscere e separare nell'urina degli animali in esperimento l'acido acetondicarbonico, l'acido e l'etere acetacetico, l'acetone.

Ora avviene che quando si fa la ricerca dell'acetone nell'urina (1), acidificandola prima e distillando, non solo passa acetone, se preesisteva in essa; ma nel distillato se ne trova anche quando le urine contenevano soltanto dell'acido acetacetico od acetondicarbonico.

Per la ricerca dell'acido acetacetico si usufruisce la colorazione rossa che dà col percloruro di ferro (2); ma questa stessa reazione è data pure dall'etere acetacetico e dall'acido acetondicarbonico: tutti e tre poi sono solubili nell'etere, per cui a nulla gioverebbe sbattere prima l'urina con etere onde fare la reazione col percloruro sull'etere di estrazione, anzichè sull'urina direttamente. Così questi metodi, che in condizioni ordinarie sono eccellenti per la ricerca dell'acetone e dell'acido acetacetico, nel caso speciale non potevano servire affatto, e numerose esperienze ne hanno data una prova sicura.

Distillando delle soluzioni all'1-5 % di acido acetondicarbonico, preparate al momento d'usarle con acqua distillata, acqua comune, urina normale d'uomo, di cane e di coniglio, portando

---

(1) Neubauer u. Vogel, *Anleitung zur qualitativen u. quantitativen Analyse des Harns*. Wiesbaden, 1890, s. 35 (Analyt. Theil).

(2) Neubauer u. Vogel, l. c., s. 116.

i liquidi a reazione ora neutra, ora alcalina e qualche volta acida, sempre si otteneva un distillato che dava tutte le reazioni dell'acetone e non si coloriva in rosso col percloruro; non si coloriva neppure con questo reattivo la porzione di liquido rimasto nel pallone di distillazione. Da ciò si vede che la scomposizione dell'acido acetondicarbonico era completa, e non si formava punto acido acetacetico; ma solo acetone.

È notissimo poi quanto sia grande l'alterabilità dell'acido acetacetico, ed io, facendo alcune prove, con quest'acido, vidi che in soluzione acquosa non regge affatto all'ebollizione; ma si trasforma e passa prontamente nel distillato come acetone.

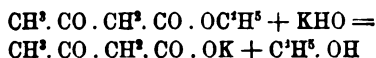
Aggiungasi in fine che l'etere acetacetico viene facilmente trascinato dal vapor d'acqua durante la distillazione, ed esso pure dà la reazione del iodoformio (1).

Riassumendo, troviamo che colla distillazione passano tutti quattro i corpi alterati o no, e sempre nel distillato si trova acetone, ad eccezione dell'etere acetacetico, che passa inalterato; ma questo pure dà la reazione del iodoformio. L'etere estrae dalle soluzioni acquose tutti questi corpi e, ad eccezione dell'acetone, tutti si colorano in rosso col percloruro di ferro.

Era quindi indispensabile per queste ricerche trovare un metodo nuovo di separazione di questi corpi, e ciò ho potuto ottenere usufruendo delle osservazioni fatte assieme al Dottor Bergesio sulla bromurazione dell'acido acetondicarbonico (2).

L'*acetone* per azione diretta del bromo dà vari composti bromurati, il mono-, il di-, il tri-, il tetra- ed il penta-bromoacetone; può dare inoltre del bromoformio e del tetrabromometano. Ma in tutti questi casi occorrono sempre forti quantità di bromo, cosichè già per il monoderivato (3) occorrono 160 gr. di bromo per 58 di acetone, l'acetone poi deve essere in soluzione acquosa non troppo diluita ($^1/_{10}$); del resto non è operando

(1) L'etere acetacetico si saponifica colla potassa

$$CH^3.CO.CH^2.CO.OC^2H^5 + KHO =$$
$$CH^3.CO.CH^2.CO.OK + C^2H^5.OH$$

e però con essa e per aggiunta di iodio si ha iodoformio anche dall'alcool che si rende libero, indipendentemente dal radicale acido di cui ci occupiamo.

(2) Bergesio B. e Sabbatani L., l. c.

(3) Sokolowsky, " Journ. der russischen chem. Gesellschaft. ", *8*, 330.

in soluzione acquosa che meglio si ottiene il monobromoacetone; ma conducendo con una corrente d'aria 138 p. di bromo allo stato di vapore in 100 p. di acetone puro ben raffreddato (1). Il dibromoacetone asimetrico potrebbe aversi da una soluzione acquosa diluita di acetone (2); ma allora occorrerebbe poi una quantità doppia di bromo (320 gr. di Br. per 58 d'acetone). Il dibromoacetone simetrico non si ottiene direttamente col bromo (3). Il tribromoacetone si ottiene solo come prodotto di passaggio, quando, come è noto, si opera in mezzo alcalino per la preparazione del bromoformio. Il tetra ed il pentabromoacetone si ottengono fuori del contatto dell'acqua, mescolando 10-12 p. di bromo con 1 d'acetone e raffreddando la miscela (4). Da una soluzione acquosa d'acetone si può ottenere del bromoformio; ma solo operando in mezzo alcalino, come pure è solo in presenza di una forte quantità di soda che Wallach (5) ottiene del tetrabromometano da una soluzione acquosa diluita d'acetone.

Da molte esperienze fatte ho potuto vedere che a temperatura ordinaria, facendo agire il bromo in lieve eccesso sopra soluzioni acquose d'acetone, diluito molto come può trovarsi nell'urina, ed in mezzo acido per acido solforico, non si formano derivati bromurati; e mentre in queste condizioni l'acetone rimane inalterato, come vedremo appresso, l'etere e l'acido acetacetico, l'acido acetondicarbonico vengono bromurati.

Per le ricerche di Duisberg (6) e Wedel (7) noi conosciamo ora la serie quasi completa dei derivati bromurati dell'*etere acetacetico,* nel quale il bromo si sostituisce all'idrogene atomo per atomo fino a dare l'etere perbromoacetacetico, $CBr^3 . CO . CBr^2 . CO . OC^2Br^5$. Mentre però dapprima il bromo reagisce ener-

---

(1) A. Emmerling u. Rich. Wagner, *Ueber Monobromaceton u. der Alkohol des Acetons,* " Ann. der Chem. ", Bd. 204, s. 27.

(2) Sokolowsky, l. c.

(3) Wölker, " Ann. der Chem. ", Bd. 192, s. 96.

(4) Mulder, " Jahresb. über die Fortsch. der Chem. ", 1864, s. 330. — Steiner, " Ber. der deutsch. Chem. Ges. ", 7, 505 u. 1284.

(5) O. Wallach, *Zur Kenntniss der Terpene u. der ätherischen Oele.*

(6) C. Duisberg, *Beiträge zur Kenntniss des Acetessigesters,* " Ann. der Chem. ", Bd. 213, s. 133.

(7) Wedel Wilh., *Ueber einige Abkömmlinge des Acetessigesters,* " Ann. der Chem. ", Bd. 219, s. 71.

gicamente sull'etere, tanto che bisogna raffreddare di continuo, mano a mano che si procede nella bromurazione, la reazione si fa sempre più lenta, sì che per avere l'etere tetrabromoacetacetico occorre partire dal tribromo e fare intervenire i raggi solari per molti giorni; per il pentasostituito occorre pure partire dal tribromo e spingere la temperatura a 60° C.; in fine per ottenere l'etere perbromo acetacetico Wedel dovette usare un grande eccesso di bromo ed operare sul tetrabromo in tubo chiuso per due giorni a 60-80° C. Notisi poi che tutti questi derivati bromurati sono stati ottenuti fuori del contatto del l'acqua, il mono- ed il bi- in soluzione eterea, il tri- in soluzione cloroformica, gli altri senza intervento di solventi, e Duisberg avvertiva di usare in queste preparazioni etere e bromo privi d'acqua. Nessuno ha studiata l'azione del bromo sull'etere acetacetico sciolto nell'acqua, il che per le nostre ricerche era di massimo interesse.

L'etere acetacetico si scioglie bene nell'acqua all'1 % e però, fatta una soluzione di gr. 20 di etere in 2 litri di acqua distillata, cominciai ad aggiungere bromo. Questo prontamente veniva assorbito, e contemporaneamente si formavano delle goccioline di aspetto oleoso, pesanti: seguitai ad aggiungere bromo a poco a poco fino a che non veniva più assorbito, e così, dopo avere aggiunti 54 gr. di bromo, ottenni un abbondante prodotto, che raccolsi per decantazione, lavai a più riprese con acqua, seccai sul cloruro di calcio, e lo filtrai. Il liquido così ottenuto aveva aspetto oleoso, denso, quasi del tutto incoloro, di odore aromatico piccante, di sapore acre, bruciante. Alla pressione ordinaria bolliva decomponendosi profondamente, spandendo fumi fortemente acidi ed irritantissimi: la densità sua era = 1,812, e da tutti questi dati si può dunque, molto verosimilmente, arguire che il prodotto ottenuto, bromurando una soluzione acquosa di etere acetacetico, è l'*etere αα-dibromoacetacetico* $CH^3.CO.CBr^2.COOC^2H^5$, già noto, e descritto ultimamente da Epprecht (1).

Riguardo all'azione del bromo sull'*acido acetacetico* a me non consta che fino ad ora sia stata studiata; io ho osservato

(1) Epprecht G., *Ueber Chlorirte u. bromirte Acetessigester*, " Ann. der Chem. ", Bd. 278 (1894), S. 69.

che quest'acido in soluzione acquosa assorbe prontamente il bromo e dà un precipitato d'aspetto oleoso, il quale per azione del calore svolge un odore intensamente irritante. Su questi prodotti di bromurazione dell'acido e dell'etere acetacetico non mi sono diffuso più oltre, perchè a me bastava constatare che mercè il bromo si possono sicuramente separare dall'acetone.

L'*acido acetondicarbonico* in fine, quando trovasi in soluzione acquosa, per aggiunta di bromo dà un precipitato cristallino di pentabromoacetone (1), che è insolubile nell'acqua.

Da tutto ciò appare che *mercè il bromo si può separare l'acetone dall'acido e dall'etere acetacetico, e dall'acido acetondicarbonico.* Praticamente poi, per la ricerca nelle urine ho trovato conveniente operare come appresso.

Si acidifica l'urina con acido solforico diluito e quindi vi si aggiunge un lieve eccesso di acqua di bromo satura, in modo che dopo riposo di 12 ore si abbia ancora bene manifesto e persistente l'odore del bromo. Così l'acido e l'etere acetacetico, l'acido acetondicarbonico vengono trasformati in prodotti bromurati insolubili, l'acetone invece rimane inalterato.

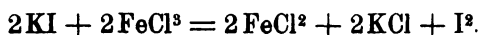
Si filtra il liquido e dal filtrato si toglie l'eccesso di bromo, agitandolo con un pizzico di ferro porfirizzato: si filtra di nuovo e si distilla raccogliendo circa $^1/_3$ del distillato, sul quale si fanno le solite reazioni dell'acetone. Prendendo poi due campioni di una stessa urina, acidificata con acido solforico, e l'uno trattando col bromo come si è detto, l'altro sottoponendo direttamente alla distillazione, si ha che nel distillato del primo passa solo l'acetone preesistente, nel secondo quello preesistente e quello formatosi dalla decomposizione degli acidi acetacetico ed acetondicarbonico, più passa l'etere acetacetico. Facendo la reazione Lieben nei due distillati, dalla differenza delle quantità di iodoformio formatosi potrà ottenersi il valore complessivo dell'acetone proveniente dagli acidi chetonici e dall'etere acetacetico (2). Per quanto è stato detto sopra, la presenza dell'etere acetacetico si potrà riconoscere facendo la reazione col percloruro di ferro sul distillato del secondo campione. Molto più difficile

(1) Bergesio B. e Sabbatani L., l. c.

(2) Notisi che in questo vi è un piccolo errore, dipendente dall'alcool dell'etere acetacetico.

riesce il riconoscimento dell'acido acetondicarbonico e dell'acido acetacetico. Si può a questo scopo raccogliere e lavare sul filtro il precipitato ottenuto colla bromurazione del primo campione, sospenderlo in acqua e scaldarlo con alcune goccie di potassa diluita. Se si trattava di acido acetondicarbonico si avrà formazione di bromoformio, riconoscibile all'odore; se invece si trattava di acido acetacetico, per semplice azione del calore, e senza aggiunta di potassa si avrà sviluppo di intenso odore acre e piccante.

Quest'ultimo risultato però si avrebbe anche coll'etere acetacetico, onde è che il riconoscimento dell'acido acetacetico sarà possibile solo quando si sia potuto escludere prima la presenza dell'etere. Questa ricerca però, mentre dà buoni risultati, se fatta sopra soluzioni pure di acido acetacetico ed acetondicarbonico, nell'urina dà spesso risultato incerto per molte impurità, provenienti dall'urina durante la bromurazione, le quali maschera no facilmente l'odore del bromoformio o quello acre dei prodotti di bromurazione dell'acido acetacetico. A proposito di ciò ricorderò che Mörner (1) per riconoscere l'acido acetacetico aggiunge all'urina del ioduro di potassio e del cloruro ferrico in eccesso e poi fa bollire: svolgonsi allora dei vapori così fortemente irritanti, che rendono la reazione sensibile quasi quanto quella col cloruro ferrico a freddo (colorazione rossa). Questa è manifestamente una reazione trovata a caso, mescolando dei reattivi, che separatamente servono alla ricerca dell'acido acetacetico e dell'acetone: qui il cloruro ferrico serve a mettere in libertà del iodio dal ioduro di potassio:

$$2KI + 2FeCl^3 = 2FeCl^2 + 2KCl + I^2.$$

Infatti ho ottenuto lo stesso risultato sostituendo a questi reattivi un semplice cristallino di iodio. Il iodio poi dà prodotti iodurati di sostituzione coll'acido acetatico e prodotti di decomposizione a caldo analoghi a quelli ottenuti dalla bromurazione. La reazione Mörner poi non è per nulla speciale all'acido; ma comune anche all'etere acetacetico.

---

(1) Mörner, K. A. H., *Eine Reaction auf Acetessigsäure in Harn*, " Skandinavisches Arch. f. Physiologie ", *5*, 276.

Molti saggi qualitativi e quantitativi hanno dimostrato che la bromurazione è un mezzo eccellente per riconoscere l'acetone in presenza degli altri corpi di cui ci occupiamo.

Presi da una soluzione molto diluita d'acetone puro due campioni di 100 cc., e l'uno, acidificato con acido solforico diluito, sottoposi a distillazione direttamente, l'altro trattai prima col bromo, come si è detto sopra. Dai due distillati ottenni:

nel 1° gr. 0,1794 di iodoformio, corrispondenti a gr. 0,026 di acetone,

nel 2° gr. 0,1617 di iodoformio, corrispondenti a gr. 0,023 di acetone.

Parimente trattai due campioni uguali di una soluzione molto diluita di acido acetondicarbonico, e mentre quello non bromurato diede gr. 0,1280 di iodoformio, quello sottoposto all'azione del bromo fornì appena una lieve traccia di acetone (1). Facendo poi saggi di confronto con miscele di acetone ed acido acetondicarbonico, acetone ed etere od acido acetacetico, con e senza bromurazione, ottenni sempre dei risultati nettissimi e sicuri.

Esperienze coll'acido acetondicarbonico negli animali.

Amministrando l'acido acetondicarbonico nei cani e nei conigli a dosi di gr. 1-2 per via gastrica, sempre, distillando le urine loro, si ottiene col distillato la reazione di Lieben. Nelle urine raccolte poco dopo l'assunzione dell'acido la reazione è molto intensa, va poi scemando gradatamente d'intensità; ma dopo 12 ore e più è ancora molto bene manifesta.

Agitando poi l'urina di questi animali con etere, previa aggiunta di alcune goccie di acido solforico, l'etere dava col percloruro di ferro intensa colorazione rossa. Da questa prima serie di ricerche si poteva concludere solo che *attraverso l'organismo il nucleo chetonico dell'acido acetondicarbonico non viene interamente ossidato.*

---

(1) Alla pesata si ebbe gr. 0,0003 di iodoformio, quantità affatto trascurabile e dipendente probabilmente da incipiente scomposizione dell'acido già per la semplice soluzione in acqua.

Facendo allora dei saggi di confronto nelle urine degli animali in esperimento con e senza bromurazione, si vide che *costantemente le urine contenevano dell'acetone libero e dei derivati acetonici,* i quali erano rimossi dalla bromurazione.

Trattando poi il distillato normale delle urine con percloruro di ferro non ottenni mai colorazione rossa, per cui devesi *escludere che in esse si contenesse dell'etere acetacetico.*

In fine, facendo delle ricerche quantitative, si vide che *la quantità d'acetone e derivati suoi che passano nelle urine è molto piccola.*

Ad un coniglio di Chg. 0,682 si amministrarono colla sonda gr. 1 di acido acetondicarbonico, sciolto in cc. 50 di acqua: la urina delle 24 ore successive fu di cc. 250, e di questa 100 cc. vennero trattati come al solito per la ricerca dell'acetone (1) e 100 cc. vennero prima bromurati. Dal primo saggio si ebbero gr. 0,0666 di iodoformio, dal secondo gr. 0,0068, da cui: acetone preformato nell'urina delle 24 ore gr. 0,0025, acetone proveniente dagli acidi chetonici gr. 0,0217 (2).

Ad un secondo coniglio di Chg. 1,770 si diedero gr. 2 di acido acetondicarbonico sciolti in cc. 50 d'acqua, e raccolte le urine delle 24 ore successive (cc. 237), si ebbero da 50 cc. di esse senza bromurazione gr. 0,0527 di iodoformio; da altri 50 cc., dopo bromurazione, gr. 0,0197 di iodoformio. Da cui: acetone preformato nell'urina delle 24 ore gr. 0,0137, acetone proveniente dagli acidi chetonici gr. 0,0228.

Ad un cane di Chg. 5,700 si amministrarono colla sonda gr. 2 di acido acetondicarbonico, sciolti in cc. 100 di acqua. Le urine delle 24 ore successive erano cc. 492. Sopra 200 cc. di esse si fece ricerca diretta dell'acetone e sopra altri 200 cc. si ripetè il saggio, previa bromurazione.

Dal primo saggio si ebbero gr. 0,3886 di iodoformio, dal secondo gr. 0,0162; per cui nelle urine delle ventiquattro ore si contenevano gr. 0,0058 di acetone preformato e gr. 0,1349 di acetone proveniente dagli acidi chetonici.

Da queste esperienze si vede che, dopo l'assunzione di acido

(1) Determinai il iodoformio per pesata. Sempre si controllava prima dell'esperienza che l'urina normale non conteneva acetone.

(2) Dalla differenza dei valori ottenuti nei due saggi.

acetondicarbonico, si eliminano costantemente per le urine dell'acetone e degli acidi chetonici; la quantità totale loro però è molto piccola, piccolissima poi quella dell'acetone libero. Solo la ventesima parte circa dell'acido acetondicarbonico, amministrato per bocca ai conigli, passa nelle urine, in minima parte come acetone libero, in quantità assai maggiore come acido chetonico: nei cani passa in proporzione un po' maggiore.

Restava a vedere se, come acido chetonico, passasse nella urina dell'acido acetondicarbonico inalterato o dell'acido acetacetico; ma non ho potuto risolvere questo dubbio in modo sicuro per la quantità esigua di acidi che comparivano nelle urine e per le difficoltà che, como dissi sopra, presenta questa distinzione. Parmi tuttavia potere asserire come probabile assai il passaggio nell'urina di acido acetondicarbonico e non di acido acetacetico, poichè in alcuni casi ebbi, per riscaldamento con potassa del precipitato ottenuto dalla bromurazione, odore manifesto di bromoformio.

Esaminando poi l'aria espirata (1) dei conigli, cui aveva dato per bocca dell'acido acetondicarbonico, vidi che passava una grande quantità di acetone. Inoltre, quando si amministravano grosse dosi di acido ai conigli, si rendeva manifesta una decomposizione abbondante di esso già nello stomaco, che si rigonfiava grandemente: raccogliendo allora i gas dello stomaco, si trovavano costituiti interamente da acido carbonico.

Esperienze coll'acido citrico negli animali.

In molte esperienze fatte nei cani e nei conigli sani con piccole, medie e fortissime dosi letali di acido citrico, amministrato libero per bocca o per iniezione intravenosa, mai non ho trovato acetone nelle urine, e questo risultato negativo, per le cose dette, esclude anche il passaggio di acidi acetacetico od acetondicarbonico.

Si deve ammettere quindi che *durante il processo di ossidazione dell'acido citrico libero nell'organismo sano non si ha forma-*

(1) Feci questa ricerca seguendo le indicazioni di GEELMUYDEN CHR., *Ueber die Messinger'sche Methode zur Bestimmung des Acetons*, " Zeitschr. für analytische Chem. ", Bd. 35, s. 503.

zione di acido acetondicarbonico. Resta ora a vedere, se in condizioni patologiche dell'organismo, o sotto forma di citrato, l'acido citrico segua un processo di ossidazione diverso e produca acetonuria.

Riepilogando, possiamo notare come bene dimostrato che:

1° La bromurazione in soluzione acquosa e con acqua di bromo è un buon metodo per separare l'acetone dagli acidi chetonici (acido acetacetico, etere acetacetico e acido acetondicarbonico).

2° Amministrando dell'acido acetondicarbonico per bocca ai cani ed ai conigli sani, in parte si decompone già nello stomaco con sviluppo di anidride carbonica; si elimina poi abbondantemente coll'aria espirata ed in quantità minima coll'urina come acetone; solo una piccola parte dell'acido passa inalterato nelle urine.

3° L'acido acetondicarbonico è poco tossico e riesce letale solo a dosi molto alte con fenomeni di paralisi generale.

4° Per ossidazione dell'acido citrico negli animali sani o non si formano affatto acidi chetonici, o la loro produzione è così piccola e lenta che non si riesce a dimostrarli nelle urine.

Rendo vive grazie al Prof. Guareschi, il quale mi ha accordata ospitalità nel suo laboratorio e mi ha dati i mezzi a ciò potessi completare queste ricerche.

Cagliari, dicembre 1898.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza dell'8 Gennaio 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: CLARETTA, Direttore della Classe, PEYRON, ROSSI, MANNO, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, PEZZI, FERRERO, COGNETTI DE MARTIIS, GRAF, BOSELLI, CIPOLLA, PERRERO, ALLIEVO e NANI Segretario.

Si legge ed approva l'atto verbale della precedente seduta.

Il Presidente, a nome del Prof. Lando LANDUCCI, offre in dono alla Classe due opuscoli, intitolati l'uno: *Lex Pompeia de parricidiis,* Modena, 1898; e l'altro: *Aliuta. Ricerche d'antichità giuridiche romane,* Padova, 1898 e brevemente ne discorre, lodandoli.

Il Socio CLARETTA, Direttore della Classe, presenta pure, per incarico dell' autore, quattro opuscoli del sig. Demetrio MARZI: *Una questione libraria fra i Giunti ed Aldo Manuzio il vecchio ecc.,* Firenze, 1896; *Notizie storiche di Monsummano e Montevettolini, ecc.*, Firenze, 1894; *Notizie storiche intorno ai documenti ed agli archivi più antichi della repubblica fiorentina,* Firenze, 1897; *Giovanni Maria Tolosani, Alessandro Piccolomini e Luigi Giglio,* Castelfiorentino, 1897; 8°.

Il Socio Cipolla presenta e legge due note da inserirsi negli *Atti*, l'una del dott. P. Giuseppe Boffito intitolata: *Il codice Vallicelliano C III e un frammento di Uffizio del secolo X-XI*, l'altra del Prof. Ferdinando Gabotto col titolo: *Contributi alla storia del Conte Verde negli anni 1361-1362*.

La Classe quindi si costituisce in seduta privata per procedere ad elezioni e riescono eletti, salvo l'approvazione Sovrana, a Soci residenti i Sigg. Proff. dell'Università di Torino, Dott. Cav. Rodolfo Renier e Dott. Cav. Italo Pizzi.

LETTURE

Il codice Vallicelliano C III e un frammento di Uffizio del sec. X-XI;

Nota del p. GIUSEPPE BOFFITO barnabita.

La storia del Breviario presenta ancora di molte lacune, nonostante i diligenti studî che vi han spesi attorno in questi ultimi anni il Batiffol, il Bäumer (1) e, ancor più di recente, il Plaine (2). Accadde anche in questa, come di sovente in altre ricostruzioni di singole storie particolari, che facesser difetto più d'una volta sicure testimonianze; e in mancanza di queste i suddetti storici ebbero fatto ricorso ad ipotesi, a cui non sempre le scoperte che si van facendo, posson dare ragione. Ond'è che il frammento di Uffizio, da me scoperto, mentre sembra confermare un'ipotesi emessa dal Bäumer, dà invece forse una smentita a un'altra del Batiffol.

Nello sfogliare il codice Vallicelliano C III, già da me illustrato in una nota precedente, mi avvenni con sorpresa in due carte (9 v. e 199 v.), tutte tempestate nel largo margine d'antifone e di responsori dei due Uffizî di Natale e di Santo Stefano e d'un terzo Uffizio che è probabilmente d'una domenica dell'Avvento. La mano che capricciosamente ve li ha tracciati fu dai proff. Cipolla e Patetta giudicata appartenere al secolo X o al più tardi all'XI, cioè a un'epoca di cui niun altro documento, ch'io mi sappia, sinora si possedeva che riguardasse la storia del Breviario. Ma credo opportuno di riferire anzitutto il brano nel suo ordine testuale, solo sciogliendone le abbreviazioni,

(1) P. Batiffol, *Histoire du Bréviaire Romain.* Paris, Picard, 1893; S. Baeumer, *Geschichte des Breviers.* Freiburg im Breisgau, 1895.

(2) Cfr. C. Cipolla, *Pubblicazioni di storia medievale italiana,* in " Nuovo Arch. Veneto ", XV, p. I, 1898, p. 229.

prima di fare ulteriori osservazioni e giudicare della sua importanza.

c. 9 *v.*

R. uerbum caro V. In principio
R. benedictus V. lapide
R. In principio deus V. ego ex ore
R. natus est nobis V. super solium
R. ante colles V. quando etera
R. ecce agnus Dei V. Iohannes testimonium peribet de ipso et clamat dicens
R. natus est nobis V. multipli
A. natus est
A. tenuit
A. angelus ad
A. facta est
A. parvulus
A. Gloria In ex

ad uesperas

A. tecum
A. Redemcionem
A. exortus est
A. apud dominum
A. destructa
A. tecum prin
A. lux orta est
de sancto stephano
R. stephanus autem
V. cum autem esset plenus spiritu sancto et fide beatus stephanus faciebat
R. videbant omnes
V. et concurrentes
R. video celos

V. et eicientes eum
R. Impetum V. lapidabant
R. lapidabant V. positis
R. Intuens in celum uidit ecce ui
R. cum autem esset plenus
R. stola iucunditatis
V. cibauit illum
R. iustus
V. et erit
R. corona
A. lapidabant
ecce uere
si quis mihi
stephanus A. stephanus autem
ecce uideo A. sepelierunt

c. 199 *v.*

R. ecce apparebit dominus V. dominus sicut fortis egredietur
R. betleem ciuitas V. de sion egredietur lex
R. qui uenturus est V. et auferet dominus deus
R. prope est ut ueniat V. qui uenturus
R. descendet dominus V. et dominabitur
R. ueni domine et noli V. a solis ortu
R. ecce Radix iesse V. multiplicabitur eius
R. docebit nos dominus V. domus iacob uenite
R. terminauerunt
V. tunc exultabunt
AN. ueniet dominus et
AN. hierusalem gaude
AN. dabo in sion
AN. montes et omnes col
AN. iuste et pie ui
AN. dicit dominus

AN. quaerite dominum
R. canite tuba
V. congregate senes

In euuangelio

R. non auferet
V. pulcriores sunt
R. me oportet mi
V. hoc est testimo
R. israel
V. uertetur iacob
R. dominus
V. montes
V. non discedimus
V. ostende nobis domine
R. orietur stella ex
R. dictus dominus V. et requiescet super eum

La serie or riferita di Responsorî, di Versetti e d'Antifone non solo ci è documento al tutto nuovo per la storia del Breviario dei secoli X-XI, ma non trova che in menoma parte riscontro nei Responsoriali e Antifonari anteriori e posteriori a questo periodo. Appena uno o due Responsorî e Antifone si trovan conformi a quelli indicatici come propri dei rispettivi Uffici da Amalario nel suo *Liber de ordine antiphonarum* (sec. IX), dal *Responsoriale et Antiphonarium romanae Ecclesiae* (sec. XII) edito dal cardinal Tommasi e dal *Liber antiphonarius* e *responsalis sive antiphonarius*, attribuiti entrambi a san Gregorio Magno (1). Onde, quando non si voglia considerare il nostro frammento come il

(1) Si confrontino col nostro frammento gli Ufficii attribuiti a san Gregorio (Migne, *P. L.*, LXXVIII, 646-47, 734-37) e l'opera di Amalario (pure in Migne, *P. L.*, CV, 1272) e ancora il *Responsoriale et Antiphonarium Romanae Ecclesiae de Circulo anni a beato olim Gregorio coactum sed nonnullis accretionibus ac demptionibus aliquantulum immutatum ad ritumque monasticum ex parte accomodatum* (Vener. viri Ios. M. Thomasii, *Opera omnia*, IV, Romae, 1749, pp. 30 e 41).

ghiribizzo solitario d'un monaco o il serio progetto d'un nuovo Ufficio, converrà dire o che ci sia documento d'un Ufficio, sinora ignoto, di qualche Chiesa particolare, oppure che ci sia segno, come mi par più probabile, di quell'alterazione e trasformazione, a cui andò soggetto il Breviario dal secolo ottavo all'undecimo, negata dal Batiffol e ammessa invece dal Bäumer (1).

Mi sia lecito ora, quasi a complemento dell'altra mia nota sul codice Vallicelliano C. III (2), fare ad essa alquante dichiarazioni ed aggiunte, suggeritemi dalla cortesia di qualche conoscente ed amico.

Parlando dello scambio fra il *b* e il *v* che si osserva in non poche parole di quel codice, avevo espresso il dubbio che potesse provenire da influsso spagnuolo. Ma il ch. prof. Patetta mi fece avvertito che un siffatto scambio " è frequente nei mss. del sesto e settimo secolo e si conserva in alcune parti d'Italia durante tutto l'alto Medio Evo ".

Al sig. Spezi che di quella mia nota m'ha fatto l'onore di parlare nell'ultimo fascicolo della " Rivista Storica italiana " (N. Serie, III, 420), rispondo senz'altro dichiarando di non aver per nulla inteso in essa di trattare a fondo la questione dell'ortodossia di Claudio, ma sì bene di mostrare, come diceva la conclusione, che " nell'815, quando appunto Claudio componeva il suo commento a San Matteo, egli non s'era ancor allontanato dalla verità cattolica ". Che quella non fosse la mia intenzione, appariva anche, chi ben avesse badato, dal titolo e dal sottotitolo, che dànno anche ragione d'una censurata sproporzione tra la prima e la seconda parte della nota. A questa veramente io non avevo assegnate nè prime nè seconde parti, mirando solo a illustrare il codice sotto tutti gli aspetti e quindi anche, com'era giusto, nel rispetto delle accuse d'eresia mosse da varie parti a Claudio. La parola ultima e definitiva su tale questione potrebbe solo, a mio parere, esser pronunziata da chi prendesse ad esaminare, come farò forse in un non

(1) *Op. cit.*, p. 279. Non è questo l'unico dissenso che vi sia fra i due valenti storici, come mette molto bene in rilievo il nostro MINOCCHI nell' " Arch. stor. it. ", serie V, t. XVIII, 1896, pag. 400.

(2) Cfr. " Atti ", vol. XXXIII, 250.

lontano avvenire, le molte opere esegetiche posteriori del vescovo di Torino, manoscritte le più nella Nazionale di Parigi e nella Vaticana, alle quali, per quanti sforzi si facciano, non si potrà mai togliere un valore obiettivo.

Alcune notizie intorno alla storia esterna del codice mi furono comunicate da altri, a cui ho caro di poter esprimere pubblicamente i sensi della mia più viva gratitudine. Sono essi il sig. De Terrebasse e il bibliotecario della Vallicelliana di Roma, prof. Gennaro Buonanno.

Il sig. De Terrebasse mi scriveva per mezzo d'un mio confratello, il p. Clemente Berthet, savoiardo, una lettera che giudico opportuno di qui trascrivere quasi per intiero, avendo egli potuto consultare l'opera voluminosa del Niepce sulle biblioteche di Lione, il che non avevo potuto far io, non trovandosi essa nelle biblioteche italiane. " Je viens, egli così mi scriveva, de " rentrer dans mes foyers après avoir eu l'occasion de jeter un " coup d'œil sur les *Bibliothèques Lyonnaises* de M. Niepce, où il " n'y a pas grand' chose concernant votre désir. En août et " septembre 1562, pendant et après la prise de Lyon par les " protestants, un grand nombre des bibliothèques de couvents " et de chapitres ont été brulées. Je me contente de citer celles " des chapitres de St Jean, de St Just et de l'Ile Barbe: ce sont " les plus remarquables. La bibliothèque de l'Ile Barbe était " tout particulièrement riche en manuscrits anciens provenant " des dons de Charlemagne provoqués par l'archevêque Leidrade. " Je ne serais pas étonné que les feuillets évangéliques en lettres onciales volés par Libri et rentrés à Lyon; d'autres provenant du même manuscrit, vendus à la vente de Verna, ayent " été la propriété de cette abbaye, ainsi qu'une foule de traités " religieux, homélies etc. Le manuscrit du IXe, écrit par Claudius " évêque de Turin, peut équitablement rentrer dans cette catégorie et avoir été pris par un huguenot lors de la destruction " et de l'incendie relatés par Le Laboureur. — Le célestin Du " Bois eût été un peu jeune en 1562. C'est une objection. Mais " le texte de sa note (1) permet de croire qu'il constate simplement les aventures d'un manuscrit qu'il a pu acquérir, rai-

(1) Allude alla nota ms. che si legge nella guardia interna del codice. Cfr. vol. cit. degli " Atti ", p. 254.

" sonnablement, d'un tiers, quelques vingt ans plus tard, à Lyon,
" où il a habité longtemps. Il se qualifie volontiers " lugdunensis „,
" quoique né à Paris „.

Come poi il codice dalle mani del monaco celestino Du Bois sia passato alla biblioteca Vallicelliana dove ancora si conserva, ricaviamo da un documento che al Buonanno venne fatto di rintracciare nelle ricerche da lui intraprese all'intento di tessere la storia della biblioteca che egli dirige.

Nel Codice miscellaneo N. 204, appartenente alla Vallicelliana, alle Carte 29-30 dell'antica numerazione, 58-59 della moderna, trovasi un'istanza " All'Ill.mo et R.mo Sig.re il Sig.re | Card.le Baronio | Per | Li Preti della congregazione dell' | oratorio di Roma „. Segue l'istanza così concepita:

" Ill.mo et R.mo Sig.re

" Don Giovanni á Bosco Celestino há donato alla nra Libraria
" dui tomi manuscritti, da lui compri da un'Eretico, che gl'haveva
" ritolti dall'incendio della libraria di Lione, che fù da gl' Eretici
" abbrugiata; uno de quali contiene alcuni opusculi di Beda;
" l'altro Claudio sopra S. Matheo. Hora perche pare che non
" senza qualche scrupolo possino da noi ritenersi, sì per esser
" libri spettanti à d.a Libraria, come per esserci stati da reli-
" gioso donati; supplicamo V. S. Illma á degnarsi di dirne una
" parola á sua S.tà, acciò ristiamo in conscienza assicurati, mas-
" sime, che se in essi è qualche cosa di buono, più possono á
" giovare qui in Roma appresso sua S.tà che in Lione; et rista-
" remo di questa gratia á tante altre maggiori congionta mag-
" giormente á V. S. Ill.ma obligati. Quam Deus etc. „.

A piè di questa istanza si legge di mano del Baronio: " Santiss.us annuit. | Caes. Card. Baronius „; e la firma è accompagnata dal suo suggello a secco.

Contributi alla Storia del Conte Verde negli anni 1361-1362;

Nota del Prof. FERDINANDO GABOTTO.

Anche dopo i libri assai pregevoli del Datta (1), dello Scarabelli (2), del Cibrario (3) e di più altri fino allo scrivente (4), la storia di quel gigante fra i sovrani sabaudi che fu il Conte Verde attende ancora un vero e proprio narratore. Con questo ed altri lavori, già publicati od in corso di stampa (5), mi propongo sia di recar nuovo materiale, sia di chiarir punti incerti della vita e della politica di Amedeo VI e dei suoi tempi in rapporto con lui: nulla, in niun caso, di esauriente e definitivo, ma solo un avviamento modesto alla miglior conoscenza della persona e dell'opera di quell'interessante personaggio della Casa di Savoia. Considerando come essenzialmente importante quel periodo che comprende, negli anni 1360-1363, la prima riunione degli Stati piemontesi del ramo di Acaia a quelli del ramo comitale, oggetto del presente scritto è la dilucidazione di alcuni avvenimenti di quegli anni finora oscuri e tali da lasciar luogo a dubbi e controversie finchè non siano chiariti, congiunti inoltre fra loro più che dalla sola cronologia.

---

(1) *Spedizione in Oriente di Amedeo VI conte di Savoia*, Torino, 1836. I documenti ivi publicati devono esser presto ristampati, con quelli della spedizione del Conte Verde in Puglia, dal barone Bollati di Saint-Pierre.

(2) *Paralipomeni di storia italiana*, in " Arch. st. it. ", I, XIII, Firenze, 1847.

(3) *Storia della monarchia di Savoia*, III, 93 segg., Torino, 1844, ed in molti degli scritti minori.

(4) *L'Età del Conte Verde in Piemonte*, Torino, 1895 (in " Misc. stor. ital. ", II, II, ed a parte).

(5) Così *Due assedi di Cuneo (1347-8; 1515)*, Torino, 1898 (in " Atti R. Accad. Sc. ", ed a parte); *Nuovi Documenti sul matrimonio d'Isabella di Francia con Gian Galeazzo Visconti*, Roma, Lincei, 1899; ecc.

I.

Intorno ad un passo del cronista Gioffredo Della Chiesa. La rivolta e l'assedio di Carignano (giugno-settembre 1361).

Il cronista Gioffredo Della Chiesa, di cospicua famiglia saluzzese, è, con Oggero Alfieri e con Guglielmo Ventura, il principale fra i cronisti del Piemonte avanti la seconda metà del secolo XV. Il testo della sua cronaca (1) ci è giunto alquanto guasto, con trasposizioni di fatti ed errori grafici di date (2); ma, sopratutto pei tempi meno antichi, egli ha adoperato in genere ottime fonti — scrittori anteriori e spesso documenti —, onde l'autorità di lui è meritamente assai grande, ed una sua testimonianza, quale si sia, val la pena di una discussione. Ora egli scrive sotto l'anno 1360 (col. 1004 seg., ed. cit.): " A 23 dy iugno el signore Iacomo dy Sauoya principe cum missere Reynerio de Grimaldy e certy soldaty intrò in Cargnano in l'aurora, e presero la villa et el castello per tractato d'alcuny che erano dentro, ciohè quely de Sartoris, e caciarono fory quely de Provana, e ne presono molty. Questo dimonstra che il principe, che era stato destenuto el genaro, non stete tropo destenuto, et che per esso principe la più parte teniua parte guelpha. Li Sartory dy Cargnano, che sono guelphi, tirareno el principe dentro loro signore per caciare fuory ly Provana parte gebellina. Fatto questo, fu praticata la pace dal conte col principe per via dy parenty e amicy, et ditto conte andò a poco a poco restituendoly le terre soe, come vedereti. Primo, a 18 di septembre fu fatta anco la pace dil conte e soy colligaty al marchexe dy Monferrato: fu fatta a l'Hospital de Stura presso Turino. Fatte queste doy pace, quelo mese medemo esso conte restituy al principe Mancaliero, poy Turino, poi Gasson; il penultimo dy septenbre restituy Pinirolo, poy Vigon. El primo di ottobre restituy Villafrancha, poy Cumiana ". Dopo di ciò Gioffredo ricorda, in data 20 settembre, la sospensione delle rappresaglie fra Saluzzo e Savoia, e quindi soggiunge: " L'anno 1361

(1) Edito nei *M. h. p.*, *SS.*, III, coll. 841-1076.

(2) Di ciò ho recato esempî in parecchi dei miei lavori di storia subalpina, e non mi pare sia questo il luogo di tornarvi su.

e 1362 non troviamo altra cossa che ne sia venuta a noticia, si non roberie e corrarie fatte per ly bannity dil marchixato [saluzzese] „. Infine, dopo accennata la nuova disfida corsa fra il marchese Federico II di Saluzzo ed il Conte Verde, il cronista avverte conscienziosamente: " Ma non trouiamo bem il vero in questo, ciohè in qual millesimo sia, o 1360, o 1361, o 1362, ma dice la cronicha loro (*di Savoia*) che rifudato che ly haue la fidelità el marchexe, el conte deliberò volere fare uno ordine dy 14 caualiery e luy el 15 a lo honore de 15 gaudy dy Nostra Dona „, enumerati i quali cavalieri, passa a narrare la guerra di Amedeo VI contro Saluzzo, notando però sempre che " ly è qui dice l'anno 1360, e qui dice de l'anno 1363 „. Tutto questo passo è molto importante, perchè contiene la storia sommaria dei rapporti fra il Conte Verde e Giacomo di Acaia, e la notizia di molti altri fatti, con abbondanza di date di mese e di giorno: l'inconveniente è nell'incertezza degli anni. Vediamo anzitutto di por bene la questione al riguardo.

La guerra di Saluzzo, su cui avrò anche a tornare altra volta di proposito, è ormai accertato essere, non del 1360, ma del 1363 (1); nè vi è dubbio che anche del 1363, soltanto, sono le restituzioni a Giacomo per parte di Amedeo VI, frammezzo alle quali, il 18 settembre di detto anno, si conchiuse la pace fra Savoia e Monferrato all'Ospedale di Stura (2). Per contro, tutto ciò che precede le parole " A 23 dy iugno etc. „ si riferisce realmente al 1360 sotto cui lo pone il Della Chiesa, riguardando la lotta fra il Conte ed il Principe fino alla resa di Savigliano (3). La difficoltà, adunque, è sopratutto per il tratto compreso fra le parole " A 23 dy iugno „ e " Primo, a 18 di septenbre „, il quale sembra per un lato riferirsi piuttosto al 1360, mentre per l'altro si collega strettamente ad avvenimenti del 1363, e non è neppur escluso potersi assegnare a qualcuno degli anni intermezzi, tenuto conto della candida confessione del cronista che dei casi di tutto quel periodo 1360-1363 spesso non ha " trovato bene il millesimo „. Per iscoprire il vero, bisogna dunque ricorrere ad altre vie.

---

(1) Cfr. il mio libro *Ricerche e studî sulla storia di Bra*, I, 190 segg., Bra, 1891. Cfr. *L'Età del Conte Verde*, 131 segg.

(2) *L'Età del Conte Verde*, 133 segg.

(3) *Ibidem*, 115 segg.

Analizzando accuratamente il tratto accennato del passo gioffrediano, vediamo che vi si racconta in sostanza: 1) che i Provana furono cacciati da Carignano, come ghibellini, dai guelfi della terra; 2) che questo avvenne con partecipazione del Principe; 3) che dopo di ciò, e forse in relazione con ciò, si fece, per opera di amici comuni, pace fra il Principe ed il Conte. Stabiliamo anzitutto se tutto questo è vero: vedremo quindi, e in parte anche nello stesso tempo, il momento a cui si devono assegnare i fatti, procedendo anche per via di esclusione.

Che i Provana fossero fuorusciti di Carignano ed in lotta col Comune fin dal novembre 1362, al più tardi, risulta da documenti ineccepibili, poichè uno, almeno, di essi ha la data dell'anno, e gli altri sono talmente collegati a quello come parte di un medesimo carteggio che non si possono riportare ad un anno diverso. Siccome il testo dei documenti non mi pare abbastanza interessante per riferirlo in disteso, ecco un sunto sommario, ma preciso, dei medesimi.

[1362]. XI. 21. Da Carignano, il castellano, il Consiglio ed i savî del luogo accusano ricevuta al castellano, al giudice, ai savî ed al Comune di Moncalieri, di una lettera contenente lagnanze per offese recate da armigeri dimoranti in Carignano col bastardo della Bruna, i quali avrebbero corso il territorio di Moncalieri, catturandovi bestiame; e rispondono aver diligentemente inquisito senza nulla trovare; onde invitano i Moncalieresi a mandare alcuni dei loro a verificare se trovino in Carignano bestie appartenenti ad essi, le quali tosto sarebbero loro restituite, tranne quelle dei Provana e loro seguaci riducentisi sul territorio di Moncalieri, che intendono ritenere per compenso dei danni ricevuti da essi Provana.

1362. XI. 22. Da Moncalieri, il castellano, il giudice, i savî ed il Consiglio del luogo replicano al castellano, ai savî ed al Consiglio di Carignano che le bestie furono tolte nel territorio di Moncalieri ai Merlenghi, che le tenevano in un loro casale, negando appartener esse ai Provana; essere perciò indebitamente ritenute a Carignano e doversi tosto restituire " ad evitare ogni occasione di scandalo ".

[1362]. XI. 23. Da Carignano, il castellano, il Consiglio ed i savî del luogo replicano alla loro volta al castellano, al giudice, al Consiglio ed ai savî di Moncalieri esser pronti a restituire quante bestie siano in Carignano tolte ad altri di Moncalieri fuorchè ai Provana e seguaci, ma non esservene punto; intanto chiedono che i Moncalieresi facciano loro indennizzare i danni recati ad essi dai Provana, che radunano ogni dì

nuove genti d'arme nei loro casali, i quali non costituiscono territorio a sè, ma appartengono o al territorio di Moncalieri, od a quello di Carignano, o ad entrambi.

[1362]. XII. 1. Da Moncalieri, il giudice, il castellano ed i savî del luogo dichiarano al castellano, ai savî ed al Consiglio e Comune di Carignano essere " assurde, enormi e ridicole „ molte fra le cose contenute nella loro ultima lettera; li rimproverano di dar ricovero ai " banditi di Moncalieri, ribelli del conte di Savoia „, dei quali parecchi intervennero alla cattura delle bestie in questione; contestano infine il processo formato in Carignano, declinando la competenza di quelle autorità ed affermando essersi constatata in altro processo fatto a Moncalieri la pertinenza di esse bestie a Vieto Merlone ed a Barleto Raverio, borghesi di Moncalieri, onde se quelle non vengano restituite, prenderanno i necessarî provvedimenti al riguardo (1).

Il rimprovero contenuto in quest'ultima lettera delle autorità locali di Moncalieri a quelle di Carignano, di " dar ricovero ai banditi moncalieresi, ribelli del conte di Savoia „, è già per se stesso abbastanza significativo; ma la sua portata è cresciuta ancora quando si noti che Moncalieri, fidatissima prima a Giacomo di Acaia, dipendeva in autunno 1362 dal Conte Verde e dal suo " capitano di Piemonte „, Simone di Saint-Amour, mentre dei fautori del Principe parte era stata confinata in Savoia, e parte — come appare dall'ultimo documento citato — erano appunto " banditi del luogo „ e " ribelli del Conte di Savoia „ (2). Sopratutto poi è a notare che i Provana, una delle tre famiglie nobili subalpine più avverse ad Acaia, mantennero sempre con Amedeo VI quegl'intimi rapporti stabiliti dal noto trattato del 12 aprile 1360 (3), finchè, restituiti poi a Giacomo gli antichi dominî, dovettero da capo far atto di sottomissione verso di lui, come i Luserna ed i Piossaschi, loro compagni in detto atto 12 aprile 1360 (4): facile ed abbondante la documentazione al

---

(1) *Arch. Com. di Monc., Ordin.*, Vol. VII, ff. 256 *v.*-260 *v.*

(2) Mi si permetta di rinviar senz'altro, al riguardo, al mio *Inventario e regesto dell'Archivio di Moncalieri*, d'imminente publicazione.

(3) In Datta, *St. dei princ. di Ac.*, II, 212 segg. Cfr. *L'Età del C. V.*, 129.

(4) Per i Piossaschi è molto importante l'atto di accordo con Giacomo, in data 6 ottobre 1363, nell'*Arch. del Conte di Piossasco d'Airasca, nel castello di Airasca.* Cfr. anche *Biblioteca di S. M. in Torino, Miscell. patria*, Vol. LXXXVIII, n. 37.

riguardo (1). Ne consegue che se i Provana erano fuorusciti di Carignano in novembre 1362, la loro cacciata, mentre erano in ottimi termini col Conte Verde, implica una rivolta del luogo contro quest'ultimo. È un peccato che nei *Conti della castellania di Carignano* dell'Archivio Camerale di Torino manchino proprio quelli dalla metà del 1360 (2) a tutto il 1363; ma questa stessa

---

(1) Eccone una serie, tutt'altro che compiuta: 1360. I. 27: Guido Provana è investito dal conte di Savoia di quanto teneva dal principe di Acaia (*Arch. di St. di Tor., Prott. ducc., Serie Corte*, Vol. CCCCVIII, f. 306); 1360. II. 4: Antonio Provana è investito dal medesimo Conte del castello e luogo di Faule (*Ibidem,* f. 153); 1360. III. 19: Giacomo di Acaia ingiunge ai Provana signori di Druent di riconoscere i loro feudi dal conte di Savoia (*Ibidem*, f. 356); 1360. IV. 2: I Provana, i Salvagni ed altre famiglie di Carignano stipulano fra loro concordia per volere e mediazione di Amedeo VI (*Prott. ducc., Serie Camer.*, Vol. LXVIII, f. 7); 1360. IV. 6: Amedeo VI infeudò il castello e luogo di Pianezza a Stefano Provana per 8150 fiorini, con patto di riscatto entro 10 anni (*Prott. ducc., Serie Corte*, Vol. cit., ff. 228-243); 1360. IV. 8: Amedeo VI investe Riccardo Provana del feudo di Pancalieri (*Prott. ducc., Serie Camer.,* Vol. cit., f. 10 *v.*); 1360. VII. 24: Amedeo VI riconosce un debito di 19.000 fiorini verso i Provana (*Ibidem,* f. 34); 1360. IX. 18-20: Aimaroto Provana, castellano di Morienna [per ben maggior tempo] (*Arch. Camer. di Tor., Conto Casa Conte,* Rot. LXII); 1361. V. 18: Amedeo VI investe i fratelli Provana di una parte di Vinovo (*Arch. di St. di Tor., Prott. ducc., Serie Corte,* Vol. cit., f. 249); 1361. V. 19: Amedeo VI investe i medesimi del feudo di Druent e Rubiana (*Ibidem,* f. 250); 1361. VII. 15: Amedeo VI manda pagarsi a Pietro Provana 5460 fiorini dovutigli (*Arch. Camer. di Tor., Conto Tes. gen. Sav.,* Rot. XXIII); 1361. estate: Raineri Provana di Pancalieri serve in guerra Amedeo VI (*Ibidem, Conto Tes. guerra*, Rot. XVI); 1361. IX. 20 circa: Giacomo, Giacotto e Nicolò Provana al servizio di Amedeo VI all'assedio di Carignano (*Ibidem*); 1361. IX. 27: Tredici persone della famiglia Provana promettono di stare agli ordini di Amedeo VI (*Arch. di St. di Tor., Prott. ducc., Serie Corte,* Vol. XXXIII, f. 7); 1361. X. 20: Amedeo VI concede in feudo a Pietro e Daniele Provana il castello e luogo di Perosa per 15.000 fiorini (*Ibidem,* Vol. LXVIII, f. 10 *v.*); 1362. XI. 27: Giacotto Provana e Giacomo di Luserna controfirmano una lettera di Simone di Saint-Amour, capitano di Piemonte pel conte di Savoia, al Comune di Moncalieri (*Arch. Com. di Monc., l. c.,* f. 259 *v.*); 1363. X. 7, 19, 22, 23 e 28: Serie di accordi fra Giacomo di Acaia e molte persone della famiglia Provana, con investitura di quello a questi di varî feudi, dei quali erano già stati investiti da Amedeo VI (*Arch. di St. di Tor., Prott. ducc., Serie Corte,* Vol. XLV, ff. 63-68, 94-95, 104; LXIX, f. 42). Soltanto Simondino Provana aveva già reso omaggio semplice, ossia personale, al Principe, il 14 giugno 1363 (*Ib.*, Vol. LV, f. 65 *r*).

(2) Dove termini propriamente il Rot. 1359-1360 non si può determi-

mancanza non può attribuirsi al puro caso, ed attesta di per sè una condizione di cose anormale in quel tempo.

Accertato, ad ogni modo, il primo punto, passiamo ad esaminare il secondo ed il terzo. Noi sappiamo che il " Principe ", vinto rapidamente e spogliato ad una ad una di tutte le terre che teneva dal cugino Amedeo VI, dovette il riacquisto, almeno, della libertà personale al contegno energico dei suoi fedeli Moncalieresi, i quali non vollero sottomettersi al Conte, anche dopo il triste esempio dell'eccidio di Savigliano e la terribile fama dei condottieri ch'egli aveva al suo servizio (1), se non quando fu rilasciato " da ogni carcere e prigionia " il loro amato signore (2). Mantenendo gl'impegni assunti, Giacomo fece rendere ad Amedeo anche i castelli di Torino e di Carignano (25 e 29 marzo 1360) e ricevere il Conte persino in Fossano, che pure teneva in feudo non da Savoia, ma dai Visconti (3), cedendogli il 3 maggio ogni sua ragione sul Piemonte contro altre terre al di là delle Alpi, indi a poco definite con atto solenne dell' 8 stesso mese (4). Ma ecco, fatto curioso, che appunto in quei giorni si ritrova da capo il Principe a Fossano, dove Amedeo VI gli manda Lodovico Rivoyre (5): poi non se ne ha più

---

nare, per esser detto rotolo mancante del principio. Quanto all'*Arch. Cam. di Carign.*, le attuali condizioni del medesimo e del Comune mi hanno reso impossibile farvi ricerche: mi si assicura però che le carte anteriori al 1500 sono in gran parte scomparse.

(1) Oltre Anichino di Baumgarthen, colla sua " parva societas ", ed a Giacomo di San Giorgio, con altra " compagnia " ugualmente designata, dei quali è già noto che servirono a quest'epoca il Conte Verde, è pure a ricordare il famoso Malerba. Vedi *Arch. Camer. di Tor.*, *Conto Tes. gen. Sav.*, Rot. XXII: " Jtem datos dicto Malaherba, qui Domino servivit in dicta cavalcata, C florenos boni ponderis " (Cfr. anche *Arch. cit.*, *Pezze origg. di Conto,* 1359-1360). Colgo l'occasione per esprimere qualche dubbio sull'autenticità, od almeno genuità, della *Destructio Savillani*, in SCARABELLI, 166 segg., sul che avrò a tornare altra volta di proposito.

(2) *L'Età del C. V.*, 118.

(3) Nell'*Arch. Com. di Foss.*, *Categ. Privil. e franch.*, è infatti la conferma delle medesime da parte di Amedeo VI, in data 22 aprile 1360. *L'Età del C. V.*, 119.

(4) *L'Età del C. V.*, 119-120.

(5) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conto Tes. gen. Sav.*, *l. c.* Cfr. *Pezze origg. citt.*: Lettera di Amedeo VI: " Amedeus comes Sabaudie etc. dilecto fideli suo ... thesaurario ... Tibi mandamus quatenus domino Ludovico Rivore, militi,

notizia documentaria — non fino al 12 agosto 1361, quando Giovanni II marchese di Monferrato avrebbe risposto ad una lettera di Giacomo con cui gli dichiarava la guerra, perchè vi è un equivoco di data al riguardo (1) —, ma fino al 26 settembre 1361 medesimo, quando ha luogo un nuovo compromesso fra il Principe ed il Conte per definir meglio le loro controversie (2). Amedeo VI, invece, dopo aver già tentato in aprile di riconciliar le fazioni di Carignano (p. 220, n. 1), vi ripassò il 4 giugno, l'8 era in Avigliana, il 12 lo si rivede già di ritorno in Chambéry (3). Rimase in Savoia tutto il rimanente dell'anno (4), lasciando suo " capitano generale „ in Piemonte Umberto di Corgeron sire di Mélionat (5). La sua mente era allora essenzialmente occupata nella pratica nuziale da lui combinata fra Gian Galeazzo Visconti, figlio di sua sorella Bianca e di Galeazzo II signore di Milano, e la piccola Isabella di Francia, nata dal re Giovanni II e cognata di Giovanna di Borbone sorella della propria moglie (6): all'infuori di quanto riguarda il viaggio della giovane sposa attraverso lo Stato sabaudo, i documenti non segnalano che minaccie e scorrerie di capitani di ventura, le quali si fanno anche più gravi nei primi mesi del 1361. Soltanto in principio di maggio 1361 stesso, si riparla del ritorno del Conte Verde in Piemonte: il 6, lo si attendeva già a Moncalieri; il 9 erano mandati ambasciatori di questo Comune a sentire che cosa volessero egli ed il capitano di Piemonte; dal 20 in poi abbondano le sue lettere da Pinerolo per chieder sussidi, indire congreghe di deputati comunali, levar

---

domino Domaysini et Gerbaysij, consiliario nostro dilecto, solvas et expedias undecim florenos auri boni ponderis, quatuor denarios et obolum gross. turon., quas quantitates expendit eundo, stando et redeundo de Taurino apud Foxanum ad fratrem nostro carissimum principem Achaye de nostro mandato et pro nostris negociis cum certa eius comitiva... Datum Taurini, die X maij anno Domini M°CCC°lx „.

(1) Bianchi, *Le materie politiche relative all'estero degli Archivi di Stato piem.*, 151 seg., Torino, 1876. Il documento, qui citato come del 12 agosto 1361, è del 12 agosto 1356 (Cfr. *Età C. V.*, 100).

(2) *L'Età del C. V.*, 123.

(3) *Arch. Camer. di Tor.*, *Pezze origg. citt.*

(4) Darò presto i " Soggiorni di Amedeo VI negli anni 1359-1363.

(5) *Arch. Com. di Monc.*, *Ordin.*, Vol. VII, f. 84 *v.*

(6) Mi si permetta rimandare al riguardo al mio già citato lavoro sul *Matrimonio d'Isabella di Francia con Gian Galeazzo Visconti.*

truppe e concentrarle " a difesa di Savigliano „ (1). Il 4 giugno, stando sempre Amedeo in Pinerolo (2), duravano le ostilità verso Savigliano (3): il 19 ed il 20, per contro, erasi il Conte Verde trasportato a Chieri (4), dov'erano minaccie fin dal principio del mese (5); ma ecco il 28 ordinarsi prontamente in Moncalieri il soldo di clienti per difesa del luogo " propter novitates occurrentes „ (6). Ora se si nota che Moncalieri e Carignano distano poco più di due ore di cammino a piedi, ed i territorî erano confinanti (7), come ci hanno già fatto sapere i documenti qui dietro analizzati, l'espressione citata assume un carattere di gravità eccezionale per la questione cronologica del passo gioffrediano da cui abbiamo preso le mosse. Altra volta, io ho assegnato senz'altro la cacciata dei Provana da Carignano al 23 giugno 1360: ora bisogna che mi corregga, e l'assegni al 1361, anche perchè il 19 novembre 1360 Carignano obbediva sempre al capitano di Piemonte pel conte di Savoia (8). D'altronde, solo nell'agosto 1361, dopo un nuovo viaggio in Savoia nel luglio (9), si accinse Amedeo VI a riprendere colle armi quell'importante luogo e castello, raccogliendo a tal fine un esercito numeroso e possente.

Costituivano le forze militari di Amedeo VI molti gentiluomini di Savoia ed alcuni anche di Piemonte, parecchie bandiere

(1) *L'Età del C. V.*, 120 segg.

(2) Vi era ancora il 7 (*Arch. Camer. di Tor.*, *Pezze origg.*).

(3) *L'Età del C. V.*, 122.

(4) *Arch. Camer. di Tor., Pezze origg.*

(5) *L'Età del C. V.*, *l. c.*

(6) *Arch. Com. di Monc.*, *l. c.*, f. 150 *r.*

(7) Dico " erano „ in quanto adesso non sono più che per un piccolo tratto sulla destra del Po, mentre prima del distacco del Comune della Loggia il confine correva notevolmente anche sulla sinistra del fiume.

(8) *Arch. Com. di Monc.*, *l. c.*, f. 84 *v.*: lettera del capitano generale di Piemonte, di tal data, diretta, fra altri, anche al " castellano di Carignano „.

(9) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Casa Conte*, *Straord.*, Rot. XV. Il viaggio fu probabilmente per raccoglier truppe. Cfr. infatti *Conti Tes. gen. Sav.*, Rot. XXIII, ove sono citate lettere di Amedeo VI, da Évian, in data 15, 28 e 29 luglio 1361, in cui nell'ultima si mandano pagare: " Stephano Marescallo, misso versus magnas societates, XXX flor. — Johanni Eyrardj, misso in Pedemontium, XXV flor. — Francisco Balli, misso in Burgondia, V flor. — Amedeo de Castellione, misso in Ypporigia, V flor. „, ed altre somme per messi in Piemonte, Borgogna, Vaud, Gruyère, Grandson ecc.

di brigandi a cavallo ed a piedi; contingenti di quasi tutti i Comuni sabalpini dello Stato sabaudo (1). La concentrazione delle truppe cominciò il 10 del mese, nel qual giorno il Conte Verde chiedeva vettovaglie ai Chieresi per l'esercito che intendeva formare (2); dal 16 al 23, Amedeo si trovava ancora a Rivalta, donde mandava uno scudiero ed altri suoi rappresentanti in Asti a soldar genti (3): il 26, infine, aveva omai posto il campo sotto Carignano ed oppugnava gagliardamente la piazza (4). Piantate le tende, si pensò a fare una bastita, che fu detta di San Remigio (31 agosto—2 settembre), nè forse fu la sola: la direzione dei lavori venne specialmente affidata a Nicolò ed a Giacotto Provana, mentre pel Po grossi barconi portavano il materiale necessario alla costruzione di macchine da guerra, e venivano all'esercito carpentieri per diriger le balestre, a volte

(1) *Arch. cit.*, *Conti Tes. guerra*, Rot. XVI. Oltre i gentiluomini ivi enumerati, il connestabile Armando Sprember conduceva 40 uomini d'arme; Rufino d'Ala, 25 brigandi (1 bandiera); il monaco di Châtillon, 18; il capitano David, 5 bandiere di uomini d'arme e 10 di brigandi e balestrieri, con 1562 fiorini di soldo; Dragone, 1 bandiera di fanti; Andreone Panissera, 4 bandiere c. s.; Pietro di Casale, 1 c. s.; Luigi d'Onson, 1 c. s.; Oddoneto Marquis, 1 c. s.; Francesco Merlo[ne] visconte di Moncalieri (*sic*), 5 c. s.; Brunetto di Rocca, 1 c. s; Panizat, 1 c. s.; Jasperio, 6 brigandi. Sotto Davide, poi, erano connestabili Antonio Alessandri, Nicodo di Perosa, e Garmagnone di Vignale, che ebbero 140 fiorini di soldo; Pietro di Milano e Bona Divetra (*sic*), che n'ebbero 120. Si ricordano infine il Monaco di Beinasco con 1 bandiera di fanti; Giovanni d'Onson, di Savigliano, con 5; Filippo Cotin, di Fossano, con 1; Giovanni Cagna di Castellamonte, con 1; e Francesco ed Emerico, connestabili, con 2. Non è però certo se queste ultime genti servirono tutte anche nell'impresa di Carignano, non soltanto posteriormente. A chieder truppe a Torino, Moncalieri e Chieri andò due volte Umberto bastardo di Savoia, la prima insieme col capitano di Piemonte.

(2) *L'Età del C. V.*, 122.

(3) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Tes. guerra*, Rot. XVI: " Libravit de mandato Dominj dicto Treverney, scutiffero Domini, misso apud Ast cum litteris Dominj, iiij florenos. Et allocantur per litteram Dominj de testimonio et mandato allocandi datam Ripalte, die xvij mensis augusti anno [MCCC]lx primo ". E più innanzi: " Libravit Bonifacio de Mota misso apud Ast pro gentibus armigeris aducendis et quos idem Bonifacius tradidit castellano Montiscalerij in civitate astensi ... qui castellanus gentibus armigeris et brigandis dictos florenos libravit... Ciiij^{xx}xj florenos b. p. " (mandato pagamento, da Rivalta 18 agosto).

(4) *L'Età del C. V.*, *l. c.*

regalati di armature dal Conte. Comparvero anche trombetti del marchese di Saluzzo e di Luchino Dal Verme, capitano visconteo; messi con doni della marchesana di Monferrato; persino uno scudiero della regina di Navarra a portar l'annunzio della nascita del primogenito di lei; nè, dal canto suo, tralasciava il Sabaudo di mandar molte spie in “ luoghi segreti „, una delle quali, di nome Bersano, fu catturata dai difensori di Carignano. Resistevano questi con non minor energia degli assalitori, dei quali parecchi ebbero uccisi o magagnati i cavalli, Giovanni Erardi perdette un occhio, alcuni furono a dirittura fatti prigionieri, come Guglielmo di Chalamont, certo Moysson ed altri (1). Il 17 settembre, una solenne cerimonia si compieva

(1) *Arch. Camer.*, *l. c.*: “ Libravit de mandato Dominj diebus penultima augusti, prima et secunda septembris [1361] Nycolao Provana domino de Sontes (*sic*) pro operibus bastite Sancti Remegij facte ante Cargnanum... lij flor. b. p. — Libravit Jacoto Provane pro eodem, xxj flor. b. p. — Pro quibusdam navibus conducendis per aquam dou Po... pro operibus ingeniorum faciendis... — Pro expensis domini Guillelmi de Chalamont et eius sociorum factis dum erant captivj in Cargnano... xxxv flor. b. p. — Pro postibus emendis ad opus bastite sancti Remegij predicte... — Libravit... Bertholomeo de grasso operanti in navigiis super aquam dou Po pro se et eius sociis die xiij septembris... vj flor. b. p. — Libravit magistro Johanni tailliatori domine marchionisse Montisferrati qui Domino in duabus vicibus quedam (*sic*) jocos apportaverat. sibi datos per Dominum, xxv flor. b. p. — Libravit... duobus brigandis pro duabus bastitis emendis... — Libravit... Bertholomeo de Oyer, brigando, misso ad quedam loca secreta pro Domino, vj flor. b. p. — Libravit... Bersano. qui captus fuit ante Cargnanum missus (*sic*) per Dominum ad quedam loca secreta, vj flor. b. p. — Libravit trompete marchionis Saluciarum, vj flor. b. p. — Libravit manu domini Jacobi de Provanis trompete dominj Luquinj dou Vermo, v flor. b. p. — Libravit... sex carpentariis missis Cargnanum pro balistis diricendis (*sic*), vj flor. b. p. — Libravit... duobus fratribus minoribus conventus Lausanne venientibus de Janua..., iij flor. b. p. — Libravit... in empcione cordarum pro bovis (*sic*) et pavaillonibus Dominj tendendis et aptandis... — Libravit duobus balisteriis existentibus cum Domino, pro armaturis emendis pro ipsis, ex dono eis facto per Dominum, xx flor. b. p. — Libravit... scutiffero regine Novarie (*sic*) qui Domino nunciavit nativitatem filij primi nati predicte Regine, sibj datos per Dominum, l flor. b. p. — Libravit Johanni Capol, Bono Nyclaux et dicto Regnibocz in exoneracionem precij quatuor corseriorum perditorum in servicio Dominj cavalcate Cargnanj, xxv flor. b. p. — Libravit dicto Johanni de Nauz tam pro precio unius corserij empti per Dominum, quam empcione unius alterius curserij perditi in dicto servitio in predicta cavalcata, iij^{c} flor. b. p. — Et primo libravit de mandato Dominj dicto Moysson,

nel campo di Amedeo dinanzi a Carignano: Riccardo Musard, donzello inglese, prestava omaggio ligio al Conte Verde contro tutti, eccettuato il re d'Inghilterra, e di ciò si stendeva atto in piena regola a memoria presso i posteri (1); ma forse quella notte medesima altri Inglesi (*societas Anglorum*) scalavano la villa di Rivarolo, nel Canavese. Certo, il 18, Amedeo, informato dell'urgente pericolo da quella parte, era costretto a rivolgere un caloroso appello ai Comuni del Piemonte per averne truppe, " di grazia speciale ", e confidando che il crudele comportarsi dei venturieri li avrebbe eccitati a pronti energici provvedimenti (*confidando eorum opera crudelia vos debent excitare*) (2). Tuttavia non si dipartì subito da Carignano: per negoziare colla " compagnia " che si trovava a Rivarolo fu mandato a Front un " signor Riccardo de la Vache, milite e cameriere del re d'Inghilterra " (3), che pel nome e cognome io non sarei alieno dal-

---

ex dono sibi facto in subsidium redempcionis sue capcionis Cargnani, lxx flor. b. p. ". Cfr. *Conti Tes. gen. Sav.*, Rot. XXIII: " Libravit... Petro de Altavilla... in quinquaginta florenos auri pro emenda unius corserii perditi per eum apud Carinianum ". E *Conti Casa Conte, Straord.*, Rot. XV: " Libravit in pluribus et diversis particulis ad expensas factas occasione exercitus Cargnanj factas tam in bastitis et bastimento quam aliis operibus jbidem diversimode factis, quam eciam pluribus victualibus et pecuniarum quantitatibus per dictum dominum proinde emptis, libratis et solutis... per literam Dominj de confessione premissorum mandatoque allocandj datam Rippolis, die xvj Januarij anno Domini Millesimo ccclxsecundo... iiij^xx^xix lbr., v sol. vian., quorum xxxij, et iiij^c^lxx flor., xj den. gross. b. p. ". Infine, *Conti Casa Conte*, Rot. LXIII: " Libravit de mandato Dominj, et ipso presente, in exercitu Carignani, quj missi fuerunt Johanni Erardj de Bargiis apud Montemcalerium, ubj jnfirmabatur de occulo quem amisit in quadam escaramochia ante Cargnanum, videlicet una vice sex, et alia octo, xiiij flor. b. p. ".

(1) Claretta, *Sulla vera patria e sulle principali gesta di Riccardo Musard*, 9, Torino, 1884 (estr. " Atti R. Acc. Sc. "). Al Musard si riferiscono questi due curiosi documentini appartenenti al periodo fra il 6 giugno e il 17 settembre 1361, in *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Casa Conte*, Rot. LXIII: " Libravit... ad expensas Richardj Musardj scutifferi nigri et eius equorum factas Secusie in domo Jacobi Gili per decem septem dies, ubi steterat eo quia erat jbidem detemptus ad requisitionem capitanei Pedemoncium, xix flor., iij d. gross. b. p. — L^t^... dicto Savoy eyraudo pro expensis scutifferi nigri faciendis per terram Dominj conducendo eum usque in Alamagniam, xv flor. b. p.

(2) *L'Età del C. V.*, 122, 275.

(3) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Tes. guerra*, Rot. cit.: " Libravit per

l'identificare col Musard, sebbene faccia qualche difficoltà la qualifica di milite a chi poc'anzi era appena donzello e nel febbraio dell'anno successivo veniva chiamato lo " scudiero nero „ (1). Ancora il 26 il Conte Verde era " *in exercitu Cargnani* „ (2), ed ecco appunto in tal giorno ed in tal luogo stipularsi il già accennato nuovo compromesso fra Amedeo VI ed il Principe; ecco la domane prestarsi il giuramento di 13 Provana di stare alle decisioni del primo (cfr. p. 220, n. 1); ecco rivolgersi infine subito le forze del medesimo verso altra parte del Piemonte — senz'aver preso Carignano, si noti, perchè non solo ne tace il *Conto* del tesoriere di guerra che ci è stato guida così preziosa nella precedente narrazione, ma perchè sopratutto abbiamo visto che più di un anno dopo i Provana, devotissimi al Conte Verde, erano sempre fuorusciti della terra, che accoglieva invece i " banditi di Moncalieri, ribelli del conte di Savoia „; pur, nonostante le piccole offese di questi e di quelli, i due Comuni corrispondevano amichevolmente, come due luoghi appartenenti a Stati amici, non a signori in guerra tra loro.

A questo punto, la conchiusione riassuntrice di quanto si è detto fin qui, mi par ovvia: l'invasione della " compagnia „ nel Canavese, colla sorpresa di Rivarolo, costrinse Amedeo VI, dinanzi al pericolo più grave, a rinunziare al minor interesse dell'espugnazione di Carignano; ma l'indugio ad allontanarsene finchè non fu conchiuso col Principe il nuovo compromesso — che poi condusse in capo di due anni, fra molte proroghe e soste, alla restituzione dei suoi Stati subalpini a Giacomo di Acaia — mostra l'intima connessione di quegli avvenimenti. Giacomo, inoltre, da quel momento riappare presso il cugino di Savoia (3) e ne segue fedelmente la fortuna, fin sposando la

---

easdem literas (*di Amedeo VI, da Lanzo, 21 ottobre 1371*) Johanni de Laymont, de mandato Dominj, pro expensis domini Richardj de la Vache, militis, camerarij dominj regis Anglicorum faciendis apud Frontem, ubi jverat pro negociis domini locumtenentis cum jllis de societate existenti apud Rippayrolium, v flor. b. p. „.

(1) Claretta, *Op. cit.*, 9-11. Cfr. tuttavia sopra, p. 14, n. 1.

(2) *Arch. Camer. di Tor.*, *l. c.*

(3) *Ibidem:* " Libravit... domino Guillelmo de Chalamont pro expensis equorum domini principis faciendis, qui vero fuerunt librati in hospicio Dominj per certum tempus, x flor. p. b. „. Non può parer casuale la circo-

figlia di quel sire Roberto di Beaujeu che i documenti ci mostrano carissimo al conte Verde non meno della figliuola Margherita — la nuova moglie del Principe (1). Ma se Gioffredo Della Chiesa è esatto riguardo al primo ed al terzo punto, perchè non credergli — in mancanza di prove in contrario, anche rispetto al terzo, cioè alla cacciata dei Provana da Carignano? E come spiegare d'altronde la coincidenza fra la desistenza dall'assedio di Carignano, l'atto dei Provana ed il nuovo accordo di Amedeo VI con Giacomo (pp. 220 e 222), se non si ammette che il luogo fosse tenuto appunto dal Principe? Infine, non vediamo che la terra sia stata in alcun altro momento da lui ricuperata: eppure nel 1364 torna certamente ad appartenergli — segno evidente che il castellano del novembre 1362, per quanto non ne rimangano i *Conti,* teneva l'ufficio in nome dell'Acaia. A farla breve, la sorpresa del 23 giugno 1361, e la conseguente energica difesa dal 16 agosto al 26 settembre, costituiscono il principio del risorgimento della fortuna del Principe, al quale venne poi in buon punto a giovare l'invasione della " com-

---

stanza che il Chalamont era stato appunto prigione in Carignano. Cfr. anche *L'Età del C. V.*, 123, e nel *Conto* cit.: " Libravit ad expensas duorum minorum et ipsius Ludovici [de Rivoyra] factas eundo apud Cargnianum ubi fuerunt de mandato Dominj pro ipsius negociis, cum quatuordecim equis per tres dies, vij flor. p. b. (*verso 8 dicembre 1361*). — Libravit de mandato Dominj... dicto Roaz, misso cum uno socio de nocte ad Principem..., ij flor. b. p. „.

(1) *L'Età del C. V.,* 148, testo e n. 2. Cfr. *Arch. Camer. di Tor., Conti Tes. guerra*, Rot. cit., in cui figurano frequenti doni di Amedeo VI al sire di Beaujeu. Quanto alla nuova vedovanza di Giacomo, i documenti mostrano che Sibilla del Balzo visse più a lungo di quanto si creda. In *Arch. Camer. di Tor., Conti Castell. Perosa,* Rot. XXXI, è citata una lettera di lei del 30 maggio 1357; in *Conti Tes. guerra,* Rot. XVI, si legge: " Recepit [thesaurarius comitis Sabaudie] a Berthono de Angilia, habitatore Perusie, pro quadam condempnacione eo quia literas ad Principissam destinaverat, non obstante jnhibicione facta in contrarium, et de quibus habet literam Domini de quitacione datam Pinerolij, die vij Junij Anno Dominj Mccclxprimo, ij^c flor. b. p. „, e finalmente in *Conti Casa Conte, Straord.*, Rot. XV: " Jtem die tercia Junij [1361] a Ruffineto de Montanario, quos Domino debebat pro quitacione quatercentum librarum in quibus fuerat condempnatus per Consilium Dominj cum ipso residentem, quia duabus vicibus tam jverat, quam miserat ad dominam Principissam, penas super hoc impositas ne aliquis de Pedemontio ad illam iret nec miteret oontraveniendo, ij^c flor. „.

pagnia „ nel Canavese. Che il matrimonio di lui colla Beaujeu sia stata una delle condizioni imposte da Amedeo VI al cugino, continuo a credere fermamente (1); ma, dopo tutto, vediamo ora dover Giacomo l'inizio del suo ristabilimento alla propria energia ed alla devozione di sudditi, e non ad un vile consentimento come finora avrebbe potuto parere.

II.

Le compagnie di ventura in Piemonte e l'alleanza sabaudo-viscontea negli anni 1361-1362.

In un altro lavoro (2) ho avuto occasione di esporre le ragioni del mutamento dei rapporti del Conte Verde col marchese Giovanni II Paleologo, da una parte, e coi Visconti, dall'altra, fino alla conchiusione della pratica nuziale fra Isabella di Francia ed il piccolo Giovan Galeazzo, ed alla venuta della

---

(1) Specialmente se è vero che Amedeo VI offrisse prima a Filippo, figlio di Giacomo di Acaia, la mano di Margherita di Beaujeu, colla restituzione dello Stato paterno, e solo pel rifiuto di lui, l'una e l'altra cosa offrisse a Giacomo stesso. Non dimentichiamo che sembra esser stato Roberto di Beaujeu, il padre di Margherita, che procurò poi l'accordo definitivo fra il Conte Verde ed il Principe (*L'Età del C. V.*, 126). Nell'*Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Tes. gen. Sav.*, Rot. XXIII, figurano le spese fatte dal Conte e, bel caso! anche dalla Contessa per Margherita quando andò sposa: " Jtem pro uno veluto et dimidio pro domina principissa, liiij flor. — Jtem pro duabus pennis minutorum vayrorum pro eadem domina principissa, xxxij flor. — Jtem pro tribus duodenis et quatuor leyticis pro eadem, xiij flor. — Jtem pro dimidia uncia de sirico, una libra filj, duabus ulnis cendalis et pro salario decemocto valetorum, qui fecerunt robas dicte domine principisse, xiiij flor. — Jtem pro una corona auri data per dominam dicte domine principisse, ij^c flor. „. E quando nacque il primo figlio di Margherita, il Conte Verde accorse subito a visitarla: *Arch. cit.*, *Conti Tes. guerra*, Rot. XVII: " Libravit Anthonio de Gorena qui bona nova de jocunda nacione (*sic*) filij domini principis apud Secusiam Domino notiffìcavit, lx flor. b. p. — Libravit menestreriis domini Principis quos Dominus donavit eisdem quando fuit visum apud Pinarolium dominam Principissam, iij flor. b. p. „. Amedeo VI era a Susa il 22 giugno 1363 (*Arch. Com. di Monc.*, *Ordin.*, Vol. XIII, f. 206 *v.*), e fu a Pinerolo alla fine del mese (*Arch. Camer.*, *l. c.*).

(2) Cfr. lo scritto cit. sul *Matrimonio d'Isabella di Francia ecc.*

sposa a Milano attraverso agli Stati e sotto la protezione di Amedeo VI. Ho detto quanto dovesse averne mal animo il Monferrino, e come ne fosse espressione il brutto caso di Cuorgnè: nondimeno il Conte, pur sempre più stringendosi ai signori di Lombardia, cercava di evitare una rottura col zio. Questi, dal canto suo, salvava sempre le apparenze: anche dopo l'arrivo d'Isabella a Milano, non erano soltanto scambi di doni e di messaggi fra il Sabaudo ed i Visconti (1), ma anche menestrelli del Marchese che si recavano alla corte del primo, portatori indubbiamente di lettere dell'uno all'altro, o mandati per cagion d'onore, secondo l'uso del tempo (2). Intanto, però, Bonifacio di Cocconato, allora braccio destro del Paleologo, fin dal dicembre 1360 minacciava Lanzo da Favria, obbligando a precauzioni il Capitano savoino di Piemonte, Umberto di Corgeron, ed in principio di febbraio 1361 aveva già operate " molte e gravi offese „ sul territorio del Conte. La mano scagliava la pietra, e poi si ritraeva, almeno finchè la " compagnia „ inglese, chiamata dal Paleologo in Piemonte, non fosse giunta e in grado di agire contro tutti gl'invisi all' agile " Balzana „ di Monferrato. Da capo, in maggio, un' altra schiera di venturieri sotto Roberto d'Asperin, anch'egli Inglese a quanto pare, si avanzava fin nel cuore del paese subalpino, minacciando Savigliano (3),

(1) *Arch. Cam. di Tor.*, *Pezze Origg.:* Lett. di Amedeo VI da Rochefort, 3 novembre 1360, che manda pagarsi un dono a 16 valletti di Milano, ed altra anteriore, da Chambéry, 9 ottobre st. a., che manda pagarsi 6 fiorini a maestro Pietro. orefice, " pro finali solucione arnesiorum per nos missorum dominis Mediolanj, fratribus nostris carissimis „. Cfr. *Ibidem*, *Conti Tes. gen. Sav.*, Rot. XXIII: " Libravit [thesaurarius] Johanni de Scalis dicto Joylliet quos Dominus sibi donavit pro emenda unius roncinj quem perdidit apud Mediolanum, videlicet xx flor. „ (per lettera da Pont-d'Ain, 25 [novembre] 1360). E per mandato 3 gennaio 1361: " Libravit cuidam valeto dominj Galeachij, quj Domino farinam ad faciendum panem apportavit, et pro una roba, vj flor., viij den. gross. „. Infine, per altro mandato 25 st. m.: " Datos cuidam messagerio dominj Galeachij, qui apportavit unum oytour et aduxit canes duo, xxx flor. „.

(2) *Arch. cit.*, *Conti Casa Conte*, Rot. LXIII: " Libravit... qui dati fuerunt menestreriis marchionis Montisferrati, iiij flor. b. p. „ (in un conto inserto che abbraccia il periodo 19 marzo-8 dicembre 1360). È a rilevare anche, come significativo, che i doni a messi monferrini sono minori che quelli a messi viscontei.

(3) *L'Età del C. V.*, 121 seg.

in quella appunto che Amedeo VI scendeva a grandi giornate di qua dei monti (p. 222). Il Conte Verde sarebbe stato un ingenuo — e non era — se non avesse provveduto a qualche riparo: da Milano, Galeazzo e Bernabò lo sollecitavano con una solenne ambasciata ad unirsi con loro, ed egli, intesone il 18 maggio stesso l'oggetto in Pinerolo (1), non tardava a ricambiarla prima di lasciare il Piemonte, coll' invio di Giovanni Ravais e Giacomo di Clermont, già mandati rimborsar delle spese il 26 giugno (2). La situazione si faceva ogni giorno più grave, ed in questo accadevano la sorpresa di Carignano da parte di Giacomo di Acaia; e tutte quelle altre " novità „ della fine di giugno, onde insospettiva ed armava il vicino Comune di Moncalieri, decidevano Amedeo VI, dopo un breve ritorno in Savoia, a ripassare in armi le Alpi per assediare Carignano stessa, come si è poc'anzi narrato (pp. 223 segg.).

Durante l'assedio di Carignano vedemmo ancora inviarsi doni dalla Marchesana al Conte; ma il Monferrino, dopo aver disertato il Novarese colle compagnie assoldate, costretto a ritirarle per mancanza di viveri (3), nè volendo nutrirle colla rovina dei proprii sudditi, le gettava volontieri, sotto colore

---

(1) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Casa Conte*, Rot. cit.: " Libravit ad expensas decemocto equorum et famulorum dominj Johannis de Papulo, ambaisiatoris dominorum Mediolani, factas jbidem [apud Pineyrolium] diebus jovis precedente sero, veneris tota die et sabbati presenti in mane xxix maij [1361] in domo dicti Gracasoilli et alterius hospitis vocati Canestrerij, xxxvij lbr., xij s. vien. experon. „. (Nel conto inserto citato). Cfr. anche quest'altro passo che immediatamente precede: " Libravit... Martineto de Sancto Martino pro (eius) expensis ipsius Martini factis quia plurimis diebus fuit destinatus per eius literas, et veniendo ad Dominum apud Pineyrolium, jbidem stando et jnde apud Querium pro negociis Dominj secretis redeundo, x flor. b. p. „.

(2) *Arch. cit.*, *Conti Casa Conte*, *Straord.*, Prot. XIV: " Libravit domino Johanni Ravaisij, legum doctori et militi, de mandato Dominj pro expensis jpsius [et] dominj Jacobi de Claromonte, partim, trium septimanarum pro quibus vacaverunt eundo pro tempore Mediolanum. stando et inde redeundo pro negociis Dominj jbidem peragendis, ultra alias certas quantitates per ipsum dominum Johannem a Johanne de Marbosio proinde receptas; et allocantur sibi per literam Dominj de mandato tradendi et allocandj datam Rippolis, die xxvj mensis Junij anno Dominj Millesimo ccclx primo... lj flor. b. p. „.

(3) *L'Età del C. V.*, 122.

di licenziamento o di disobbedienza, a spogliare quelli di Amedeo VI, il quale, dal canto suo, non interrompeva le relazioni ed i negoziati coi Visconti (1). I rapporti anteriori del Conte Verde cogl'Inglesi sono molto oscuri: tuttavia sappiamo da alcuni documenti già riferiti in nota che Riccardo Musard, prima di associare la sua fortuna a quella di lui coll'omaggio del 17 settembre 1361, era stato detenuto alcun tempo in Susa e rinviato sotto buona scorta " in Alemagna „ (p. 226, n. 1), nè sorte dissimile toccava pure, avanti il 4 settembre, al captal di Buch (2), mentre altri, come Umberto Cadoc, milite, erano dalla primavera del 1360 in intime relazioni col Conte, e ne ricevevano danaro (3). Io non sono ancora in grado di dire se si trattasse della " compagnia bianca „ di Alberto Sterz, o soltanto di quella minore dell'Asperin, quantunque ora sia assai meno ritroso che in passato a riconoscere la prima negli occupatori di Rivarolo: certo, quella sorpresa, determinando l'accordo fra il Principe ed Amedeo, produceva in realtà un effetto tale da crescere, non iscemare, il malanimo di Giovanni II. Se questi rendeva il castello di Andrate al vescovo d'Ivrea (25 settembre), gl'Inglesi occupavano anche San Martino e Pavone, e vi facevano prigioniero il vescovo stesso, costringendolo a gravoso riscatto (4); onde il Conte Verde passava a Lanzo, e di là mandava al Marchese, presso Valenza, un certo Treverneis con una missione " segreta „, non dopo, ma neanche molto prima del 21 ottobre 1361, in cui ordinava pagarsene le spese (5). In queste circostanze, mentre

(1) *Arch. cit., Conto Tes. gen. Sav.*, Rot. XXIII: " Jtem dicto Verneta, misso Mediolanum ad dominum Galeachium die xix augusti [1361], x flor. — Jtem Johanni Guersi de Chamberiaco... misso in Sabaudiam ad accellerandum equites armatos, vj flor. „ (Mandato pagamento 10 ottobre 1361).

(2) *Ibidem:* " Jtem quos solvit Hensermo de Porrentru pro precio unius roncinj donati cuidam scutiffero de Dalphinatu precio alterius roncinj donati filio dominj Hugonis de Grangia [pro] emenda alterius roncinj dicti Henselmj affollati per Guillelmum de Pasquerio in suo regresso de Anglia quando duxit lo Catal de Busc, et pro omnibus que sibi debere poterat Dominus pro salario suo usque ad die[m] quartam septembris anno M°CCC°lx „.

(3) *Arch. cit., Pezze origg.*: mandato pagamento 9 aprile 1360.

(4) *L'Età del C. V.*, 123 seg.

(5) *Arch. cit., Conti Tes. guerra*, Rot. XVI: " Primo [libravit] dicto Treverneis misso cum tribus equis ad marchionem Montisferrati versus

Amedeo disponeva ogni cosa per la difesa delle sue terre (1), ebbe luogo il triste incidente di Lanzo: il Conte salvo per caso nella subita irruzione della " compagnia ", non trattenuta dai negoziati del Musard, e costretto a pagare molto danaro ai venturieri affinchè si ritirassero; presi e messi a riscatto molti dei suoi nobili; guasto e saccheggiato il luogo da amici e nemici in quella brutta giornata di novembre (2). Naturalmente, il Paleologo non assunse sopra di sè alcuna responsabilità dell'accaduto; anzi di quel mese stesso la marchesana mandava partecipare ad Amedeo la nascita di un figlio. Non mancò il galante cavaliere di regalare signorilmente lo scudiero apportatore della notizia, in fondo certo non gradita (3); ma questa diede

---

Valenciam pro quibusdam secretis ipsi Domino Marchioni pro Domino exponendis, vj flor. b. p. " (Mandato pagamento da Lanzo, 21 ottobre 1361).

(1) *Ibidem*, st. mand.: " Libravit Bertholeto Marquisii pro quibusdam secretis per ipsum pro Domino faciendis, xxxv flor. b. p. — Libravit dicto Trevermeis (*sic*), misso ad omnia castra et loca vallis Secusie, tam ecclesiastica, quam secularia, pro bona custodia et reparacione castrorum predictorum, iiij flor. b. p. — Libravit dicto Moyson, misso apud Ypporrigiam gentibus Dominj, ij flor. b. p. ". Cfr. *L'Età del C. V.*, 123.

(2) *L'Età del C. V., l. c.* Ai documenti riferiti dalle fonti là citate si aggiungano questi altri dell'*Arch. Camer. di Tor., Conti Tes. gen. Sav.*, Rot. XXIII: " Libravit... pro precio unius corserij empti et donati domino Jacorino (*sic*) Berardi in exhoneracionem doni sibi facti per Dominum contemplacione redempcionis sue, quia decaptus (*sic*) fuit per Englicos..... iiij^{xx} flor. auri b. p. — Libravit domino Girardo d'Estres quos Dominus sibi donavit in exhoneracionem captionis sue apud Lanceum per Englicos... ij^{c} flor. b. p. ". *Conti Tes. guerra*, Rot. XVI: " Libravit domino Johanni de Laya misso per Dominum apud Acquianum antequam dominus Belli Joci fuisset ab Englicis captus, x flor. b, p. — Libravit Musuet, scutiffero Domini Belli Joci, misso in Sabaudiam pro quibusdam negociis domini faciendis post capcionem ipsius dominj Belli Joci, x flor. b. p. — Libravit Francisco Duranton scutiffero dominj Aymonis de Gebennis de mandato Dominj pro expensis suis faciendis, prosequendo expedicionem ipsius dominj Aymonis dum erat captus per societatem Anglicorum, x flor. b. p. — Libravit de mandato Domini die xxiij decembris [1361] domino Aymoni de Gebennis, et quos receperunt dominj Petrus bastardus de Gebennis et (dominus) Franciscus Candie in subsidium redempcionis eiusdem dominj Aymonis, Mv^{c} flor. b. p. — Libravit... domino Belli Joci in subsidium sue redempcionis, xj^{c} flor. b. p. — Libravit... Francisco de Satavay, scutiffero dominj Humberti bastardi, ex dono sibi facto per Dominum in subsidium sue redempcionis capcionis sue Lancei, xx flor. b. p. ".

(3) *Arch. cit., Conti Tes. guerra, l. c.:* " Libravit cuidam scutiffero do-

probabilmente l'ultimo stimolo al Conte Verde di vendicare l'onta di Lanzo e gli strazi delle " compagnie ", rompendola apertamente col zio. Le recriminazioni toccavano lo stadio acuto: appositi messi andavano in Savoia a prender carte negli archivi per le vertenze monferrine (1), ed intanto altri più ragguardevoli facevano e rifacevano la strada di Milano (2). A negoziare con Giovanni II si recavano ancora in Asti, da parte di Savoia, durante il dicembre 1361, Bonifacio della Motta ed Antonio Maillet (3), ed il Marchese, tra il sì ed il no di parer contrario, restituiva il 23 alla Chiesa d'Ivrea anche il castello e luogo di Albiano. Ma oramai era troppo tardi: fin dall'8 Lodovico Rivoyre ed Umberto bastardo di Savoia, il fidatissimo di Amedeo VI (4), ricevevano le necessarie istruzioni per conchiuder lega coi Visconti contro il Paleologo e le " compagnie ", e, recatisi alla loro volta a Milano, stipulavano il trattato il 26, con divisione preventiva delle eventuali conquiste, convenzione militare pei reciproci aiuti, cessione dell'omaggio di Fossano, Cavallermaggiore e Sommariva del Bosco da parte dei signori lombardi al Conte Verde (5). L'evoluzione politica era interamente compiuta.

---

mine marchionisse Montisferrati, quj ad dominum venerat notifficandum nativitatem filij ipsius domine Marchionisse, ex dono sibi factum per Dominum, 1 flor. b. p. ".

(1) *Ibidem:* " Libravit... clerico Johannis de Marbosio, misso in Breyssam pro quibusdam jnstrumentis Dominum et marchionem Montisferrati tangentibus apportandis, v flor. b. p. " (Mand. pagam. 28 novembre 1361).

(2) *Ibidem*, st. mand.: " Libravit Johanni de Chales, misso versus Mediolanum, x flor. b. p. ". E mandato 20 dicembre: " Libravit Mahueto de Marbosio... misso Mediolanj, x flor. b. p. — Libravit domino Ludovico de Scabillone eunti Mediolanum, pro eius expensis, 1 flor. b. p. — Cuidam berruatori misso Mediolanum per Dominum, v flor. b. p. ".

(3) *Arch. cit.*, *Conti Casa Conte*, Prot. LXIII: " Libravit ad expensas Bonifacij de Mota usque Ast, ubi fuit pro negociis Dominj pluribus diebus... ". (Conto inserto che comincia col 9 dicembre 1361, in principio). — " Libravit sibi ipsi [Anthonio Mailleti] pro quibusdam expensis per eum factis versus Ast " (mand. 20 gennaio 1362).

(4) *Arch. cit.*, *Conti Tes. guerra*, *l. c.:* " Libravit de mandato Domini domino Humberto bastardo pro ipsis tradendis quibusdam pro quibusdam secretis Dominum tangentibus faciendis, xx flor. b. p. ".

(5) *L'Età del C. V.*, 124. Cfr. *Arch. e l. citt.*: " Recepit a Domino manu dominj Humbertj bastardj, tam libratos per ipsum garnisioni Ypporrigie,

L'alleanza visconteo-sabauda non tardò a profittare ad ambe le parti, e specialmente ad Amedeo VI. Dopo l'avventura di Lanzo si era questi portato a Rivoli ed attendeva a raccoglier truppe, in attesa della ratifica del trattato del 26 dicembre, quando gli giunse il 30 notizia che la " compagnia " marciava a dirittura su Pinerolo, considerata in quel tempo come capitale del Piemonte. Provvide subito il Conte a metter sull'avviso i Comuni e ad invitarli a tener pronte le loro genti alla prima chiamata (1), nè desistè dagli apparecchi dopo l'allontanamento degli Inglesi, perchè informato dover presto ritornare a nuove ostilità (2). Alla difesa di Pinerolo era accorso prontamente Guglielmo Rivoyre; Nicodo di Foras era stato inviato a negoziare colla " compagnia "; altri corrieri e personaggi più notevoli avevano calcato a furia le vie di Cuorgnè, Milano, Savigliano, Vercelli e più luoghi " segreti " (3). Non dovette

---

quam pro expensis ipsius et dominj Ludovici Revoyre et eius societatis eundo Mediolanum et jnde redeundo, ix^c^lx flor. et dimidium b. p. — Libravit ad expensas dominorum Ludovici Revoyre et Humberti bastardi de Sabaudia, militum, consiliariorum Dominj, et eorum comitive factas eundo versus Mediolanum, stando jbidem et redeundo ab ipso loco ad Dominum apud Rippolas, ut per literam Dominj de testimonio et mandato allocandj datam Rippolis sub signeto secreto Dominj die xxx mensis Januarij anno Mccclxij, iiij^c^xxxj flor. b. p. ".

(1) *Arch. Com. di Monc.*, *Ordin.*, Vol. VII, ff. 202 *r* ed inss.: Lettere di Amedeo VI, in data 11, 18, 21, 30 dicembre 1361. Ecco quest'ultima, che è la più importante: " Amedeus, comes Sabaudie, universis et singulis officiariis, banneretis, nobilibus, subditis, sapientibus et consulibus terre villarum nostrarum francharum Pedemontis salutem. Quia societas equitat in Pedemonte tendendo per iter Pinayrolium, vobis ad (*l.*: ac) vestrum singulis mandamus quatenus loca vestra sub tuta custodia die et note (*sic. l.*: note) teneatis, et gentes vestras congregetis in villis et faciatis adeo parari, quod possint nobischum sine mora equitare; nam jncontinentj vobis mitemus de gentibus nostris, que vobis exponent nostre voluntatis intentum. Datum Ripolis, die penultima decembris anno dominj Mccclxij (*perchè si cominciava l'anno a Natale*), sub signeto nostro, absente cancellario ".

(2) *L'Età del C. V.*, 124 seg., 275.

(3) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Tes. guerra,* Prot. XVI: " Libravit domino Guillelmo de Revorea... misso apud Pynarolium, vij flor. b. p. — Libravit Brocardo pro emenda unius roncinj traditi Nycodo de Foras, misso versus societatem Anglicorum, xxxvj flor. b. p. — Libravit... cuidam berruyer misso apud Mediolanum, vj flor. p. b. — Libravit... alteri berruyer misso apud Corniay, iij flor. b. p. — Libravit Johanni de Challes misso

mancare neanche qualche corruzione fra gli assalitori, mentre si seguivano i messi ai Del Carretto, ad Alba, a Vercelli, a Milano, ad Agliè, a San Maurizio per tutto il Piemonte (1). Giacomo di San Giorgio dovette, per amore o per forza, rientrare al servizio del Conte Verde mediante regolare trattato (2); Barbania ed Ivrea furono convenientemente fortificate; lo spionaggio esercitato su vasta scala (3). Tuttodì sollecitati (4), gli ausiliari lombardi arrivavano: — anche i connestabili tedeschi di Bernabò colle loro " bandiere „ e cogl'immancabili menestrelli (5); parte posti a presidio d'Ivrea, Agliè ed altre terre subalpine (6), parte aggiunti al corpo di operazione di

---

Savillanum, ij flor. b. p. — Libravit dicto Rey misso apud Verceyl, iiij flor. b. p. — Libravit... quibusdam nunciis per Dominum et de suo mandato ad loca secreta, vij flor. b. p. „ (mand. 15 gennaio 1362).

(1) *Ibidem:* " Libravit Johanni de Galles ex dono sibi facto, iiij flor. b. p... — Libravit... Benedicto de Tranavesio, clerico illorum de Carreto, ex dono sibi facto per Dominum die x Januarij [1362], x flor. b. p. — L.t Monacho de Benasc misso bis apud Albam, iiij flor. b. p. — L.t dicto Reaz misso apud Vercellos, iij flor. b. p. — L.t... dicto Caselat misso apud Mediolanum, vij flor. b. p. — L.t Stephano Marescalci misso apud Alladium, ij flor. b. p. — L.t... domino Gringete misso apud Sanctum Mauritium cum quibusdam aliis gentibus armigeris pro negociis Dominj, xx flor. b. p. — L.t... cuidam berruario... misso ad quedam loca secreta pro negociis Dominj, xxv flor. b. p. „ (st. mand.).

(2) *L'Età del C. V.*, 124 seg. Cfr. *Arch. e l. citt.:* " Libravit... domino de Balma pro expensis suis eundo apud Sanctum Georgium cum gentibus armigeris Dominj missis jbidem per Dominum dicta die (*ma non è detto*), xl flor. b. p. „ (mandato 22 gennaio 1362).

(3) *Ibidem:* " L.t... Monacho de Benasc misso apud Arbam (*l.:* Albam), ij flor. b. p. — L.t Stephano Marescalci, de Ponte Vele, misso apud Barbaniam pro ediffiicacione dicti loci, x flor. b. p. — L.t... Hugoneto Bonardi et et eius socio pro eorum stipendiis apud Ypporrigiam in garnisione dimissis, x flor. b. p. „ (mand. 30 gennaio 1362). E mand. 16 febbraio: " L.t Johanni de Pulon, de mandato Dominj misso ad quedam loca secreta, ij flor. b. p. „.

(4) *Ibidem:* " L.t dicto Caselat misso Mediolanum, die xxvj Januarij [1362], vj flor. b. p. — L.t dicto Reaz misso apud Vercellas, iiij flor. b. p. „.

(5) *Ib.:* " L.t menestrerijs conestabuli dominj Barnabonis, vj flor. b. p. „.

(6) *Ibidem:* " Vadia gencium armatarum Mediolani: Henricus de Scala; Henrichus de Focho; Andrelinus de Sterreo; Henricus de Sambat; Fridericus Gioselar; Conradus Bulender; Theodericus de Campanith; Henricus Furniz; Henricus de Turen; Jacotus de Max; Girardus de Coleta; Stephanus de Bechemont: Girardus de Scupr; Lanzalitus de Andris; Thomas Pesterius, Benturos Rehet: tutti coi loro compagni. Sono inoltre ricordati

Amedeo in marcia contro i venturieri raccolti a Staffarda. Erano questi condotti da quel David, che ho già segnalato in nota come soldato del Conte all'assedio di Carignano con 5 bandiere d'uomini d'arme, 10 di fanti ed altri capitani subordinati, fra cui ora vediamo primeggiare certi Floro e Bartolomeo da Verona. Io ho qualche sospetto che Davide, Floro e Bartolomeo si trovassero alla sorpresa di Lanzo, o cogl'Inglesi assalitori, o alla difesa del luogo — tradito invece da essi: certo, è con ispeciale accanimento che si svolge la lotta contro di loro. Vinti a Staffarda e fatti prigioni, i tre condottieri furono vituperosamente impiccati (1): le genti d'arme viscontee ricevettero, secondo l'uso, le paghe doppie e lo stipendio di un mese sull'atto (2). In quale giorno propriamente avvenisse lo scontro,

---

come " genti di Milano a presidio di ville e castelli piemontesi ": Enrico de Scala, ricordato, con 1 bandiera di gente d'arme; Giovanni Scamber (il Cibrario, *St. mon.*, III, 179 n., ha letto Scaraber, ed io scrissi in *Età del C. V.*, 125, Scalaber), con 1 bandiera c. s.; Andrelino Asfolt, con 1; Enrico de Fayo (forse lo stesso che il De Focho già menzionato), con 1; Eberardo Destein, con 1; Diethrich von Champinis (*sic;* certo che lo stesso che Teodorico di Campanith), con 1; Fritz Scoffer (Cibrario ed *Età C. V.*, Stofler), con 1; Penz Roch (probabilmente Benturos Rehet), con 1, Corrado de Bunlender (pur già nominato), con 1; Girardo di Coloyng (lo stesso che di Coleta sopradetto), con 1; Giovanni di Ferreria, con 1; Enrico Turenj (già nominato), con 1. Le due liste rappresentano probabilmente due momenti diversi. I connestabili presenti all'esercito saranno or ora nominati.

(1) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conto Castell. Avigl.*, Rot. 1361-1363: " ... fuerunt edu[c]ti apud Avillianam et pendicti ibidem propter eius (*sic. l.:* eorum) demerita, inclusis expensis pro factura trium pennonorum de eorum armis positorum super capita sua in forchis, jnclusis tribus cheynis ferri pro ipsis pendendis et cyssellis qui ceciderant de capitibus eorum... ". *Cheynis* = *chaines*, catene; *cysselle* = *cysoires*, forbici. Cfr. anche *L'Età del C. V.*, 125, da correggersi con quanto è ora scritto qui.

(2) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Tes. guerra*, *l. c.:* " Solucio facta gentibus armorum domini Mediolani pro mense integro eo quia fuerunt cum domino nostro comite apud Estaffardam in conflictu societatis dicti David et sociorum suorum die xij februarij (*fin qui anche in* Cibrario, *l. c.*, *con qualche inesattezza*): Libravit Ancellino de Broncz, conestabulo unius banderie gencium armorum pro plena solucione unius mensis eo quia fuit in conflictu societatis dicti David die xij februarij... ij^c flor. b. p. — L.^t pro eodem et eodem modo domino Henrico de la Ro pro se et eius sociis die predicta, xl flor. b. p. — L.^t pro eodem et eodem modo eadem die Brocardo Villermy, xxxij flor. b. p. — L.^t pro eodem et eodem modo eadem die dicto

rimane incerto: una lettera di Amedeo VI, da Rivoli, 12 febbraio 1362, dice che le milizie di Moncalieri e molti Tedeschi " *pridie nobiscum in Estaffarda fuerunt* ", e i pagamenti ai connestabili ausigliarî sono invero dei giorni dal 12 al 15 di quel mese, ond'io altra volta posi la battaglia l'11 (*C. V.*, *l. c.*); ma d'altra parte, mentre consta la presenza del Conte Verde a Villafranca il 2 ed il 3 febbraio, vi sono lettere in nome di lui da Rivoli in data 5-7 e 9 e segg. A rigor di termini, potrebbe Amedeo esser partito l'11 da Rivoli, giunto in tempo a combattere a Staffarda, e ripartito tosto per Rivoli stessa in modo da esservi di ritorno entro il 12; ma d'altra parte è molto più semplice anticipare la battaglia al periodo 3-5, o, meglio, ritener le lettere da Rivoli del 5, 6, 7, 9, 10 ed 11, od almeno le cinque prime, come scritte in assenza del Conte, senza farne menzione, cosa non rara e qui tanto più credibile che di dette lettere non rimane il testo, ma solo la menzione nei rotoli di conto. Ad ogni modo, oscillando la data entro il termine di una settimana, la questione è di secondaria importanza.

Subito dopo la vittoria, Amedeo VI, spacciati molti messi a portarne l'annunzio e a dare le disposizioni necessarie durante la sua assenza (1), si recò in Lombardia: il 16 era già

Firz (*sic. l.:* Fritz) de Vardemlot, clxvij flor. b. p. — L.[t] *ut supra* Conrado Sachidorf le primmer, cxxx flor. b. p. — L.[t] *ut s.* Bernardo de Voirf, cxx flor. b. p. — L.[t] *ut s.* Johanni de Lincester, cxxiiij flor. b. p. — L.[t] *ut s.* Gonrado Sachidor[f] le secont, cxlj flor. b. p. — L.[t] *ut s.* Rovico de Ramasgrot, clij flor. b. p. - L.[t] *ut s.* domino Johanni de Teruzpert, clxxvj flor. b. p. — L.[t] *ut s.* Albergron, xxx flor. b. p. — L.[t] *ut s.* Ywrard Crosser, vij[xx]viij flor. b. p. — L.[t] Thome Pascalis, capitaneo gencium armorum dominj Barnabonis pro se et dictis gentibus quia fuerunt in confluctione (*sic*) dicti David et sociorum suorum apud Estafardam in duabus particulis, videlicet diebus xiiij et xv februarij, jnclusis ducentis florenis sibi datis per Dominum pro emenda quorumdam corseriorum per ipsos ibidem perditorum, ij[M]v[c]xxv flor. b. p. ". Altrove, nello stesso *Conto*, si legge invece: " Recepit a Domino, manu domini Humberti bastardi, die xiiij februarij [1362] pro conestabulis domini Barnabonis qui fuerunt in conflictu societatis dicti David apud Estafardam, ij[M]iij[c]xx flor. boni ponderis ". E più avanti: " L.[t] de mandato Dominj Armando Sprinbar in exoneracione et emenda corseriorum perditorum in sua societate dum Domino servierat, lx flor. b. p. — L.[t] in emptione saparum et pichiarum apud Estaffardam, vj flor. b. p. ".

(1) *Ibidem:* " L.[t] Johanni de Suloir, misso Mediolanum, iiij flor. b. p. L.[t] Mahueto de Marbosio, misso versus Ypporrigiam, vij flor. b. p. — L.[t]

a Vercelli, la sera e la domane a Novara, indi a Milano, dove si trattenne fino alla prima settimana di marzo; infine, dall'8 almeno al 20, a Pavia. Furono giorni trascorsi in feste, giuochi e banchetti, ed anche in pie visite a chiese e conventi, a lieti colloquii coi fratelli Visconti, con Bianca di Savoia, colla giovinetta Isabella di Francia; non mai però trascurando il Conte infrattanto le cose di Piemonte, dove spediva frequenti messaggi, nè pure senza mandar nuove spie nel paese monferrino. L'alleanza si faceva sempre più stretta: fra i molti pagamenti a camerieri, famigliari ed ufficiali alti e bassi dei signori lombardi, qualcuno non fu fatto da Amedeo soltanto per larghezza e cortesia, ma bensì anche per fini più reconditi ed importanti, come il saldo di una pensione annua a Giordano " chierico ", cancelliere di Galeazzo, e forse non questo soltanto. Resero onoranze al Sabaudo anche il marchese di Ferrara ed il conte Lando, ossia di Landau, e le città di Milano e di Pavia coi loro menestrelli e trombetti; e se Galeazzo e Bernabò gli facevano presentar destrieri e falconi, egli spediva fin nel Vaud ed a Lione e Valence nel Delfinato per procurar cani all' uno ed all'altro Visconti. Ritornò per la solita via di Novara, Vercelli ed Ivrea, accompagnato da uno scudiero milanese, largheggiando di conviti a cittadini, in doni a frati, menestrelli, ufficiali e privati (1). Durante l'assenza di lui, i suoi Stati sub-

---

dicto Reaz misso ad quemdam locum secretum die xj februarij, iij flor. b. p. — L.[t] domino Bertholomeo de Chignin, misso ad terram regiam, iiij flor. b. p. — L.[t]... Chivardo de Mentone et Guigonj de Submonte, missis bis Taurinum pro negociis Dominj, videlicet una vice iiij flor. et alia sex flor... ".

(1) *Ibidem*. " L.[t] ...apud Novayram die xx marcij omnibus menestreriis qui interfuerunt prandio dato omnibus nobilibus civitatis dicta die per Dominum, c. flor. b. p. - L.[t] ...qui dati fuerunt in helemosinis fratribus predicatoribus dicti loci Novayre, xx flor. b. p. — L.[t] ...fratribus minoribus, xv flor. b. p..... — L.[t] dicto Meriant, scutiffero Jmperatoris, ex dono sibi facto per Dominum, l flor. b. p. — L.[t] Tomaino, scutiffero Domini Barnabonis, *ut s.*, xl flor. b. p..... — L.[t] fratribus minoribus de Vercellis in helemosinam sibi factam per Dominum, x flor. b. p. — L.[t] menestreriis comitis de Lando ex dono... x flor. b. p. — L.[t] hospiti de *Capello*, de Vercellis, pro expensis plurium famulorum Dominy et plurium equorum remansorum jbidem, quando Dominus jbat Mediolanum, jnfirmi (*sic*), xxxviij flor. et dim. b. p. — L.[t] ...Henrico, scutiffero domini Barnabonis, quj cum Domino venerat de Mediolano apud Rippollas, ex dono sibi facto per Dominum,

alpini erano stati minacciati un' altra volta, ora proprio dalla " Compagnia bianca " dello Sterz (1); ma egli, per raccoglier truppe, e chiamato anche da altre cure, si limitava omai a sostituire Simone di Saint-Amour ad Umberto di Corgeron come " capitano di Piemonte " e ripassava tosto le Alpi [tra il 6 ed il 16 aprile 1362] (2), pago pel momento dei successi ottenuti. Soltanto le calde sollecitazioni viscontee e l'aggravarsi della situazione l'avrebbero deciso, dopo più di un anno, a riportare la sua attenzione e la sua persona in Piemonte, abbandonato frattanto alle depredazioni delle compagnie di ventura che il Paleologo scatenava omai ugualmente contro il paese visconteo e contro il paese sabaudo (3).

---

xx flor. b. p. — L.ᵗ Vuillelmo de Perruchio, cavalario, misso per Dominum ad quedam loca secreta Marchionatus, iiij flor. b. p. — L.ᵗ dicto Caselat, cavalario, apud Vercellos, die xvj februarij [1362], remisso cum literis Dominj ad plures officiarios et stipendiarios Dominj genium armorum terre Pedemontis, iij flor. b. p. — L.ᵗ dicta die apud Novariam, qui dati fuerunt de mandato Dominj menestreriis comitis de Lando manu Angellinj menestrerij Dominj, x flor. b. p. — L.ᵗ trompetis dicti loci Novayre manu eadem, ex dono .....iij flor. b. p. — L.ᵗ die xxvij februarij Migniono, messagerio Dominj, misso ad partes Pedemontis ad plures officiarios et stipendiarios Dominj, iij flor. b. — L. dicto Operto, messagerio Domini, die prima marcij misso ad partes Pedemontis ut supra ... etc. ".

(1) *Arch. Com. di Monc.*, *Ord.*, Vol. VII, f. 210 *v.*: " Humbertus de Corgerono, milex, dominus Mellianeti, Pedemontis capitaneus generalis, universis et singulis vicariis, castellanis et officiariis ac subdictis, necnon nobilibus [et] vassallis dominj nostri comitis Sabaudie, ad quos presentes pervenerint, salutem. Noveritis nos hodie scivisse fide digno rellatu et per literas et per nuncios sicut dominus Allebretus (*sic*) cum maxima quantitate venit et est apud Sanctum Georgium et Sanctum Martinum in Canapicio, et quod versus has partes tendit venire sub speque prodicionis alterum Pedemontis locorum intrare, quod absit; unde caveatis quod cuilibet oportet cavere, et taliter provideatis super custodia diligenti et continua vestrorum locorum, quod si eum vel eos venire contingeret, advissos vos inveniat et paratos eis redere offensas potius quam substinere. Datum Taurini, die vᵗᵒ marcij Millesimo ɪɪɪᶜlxij. Redantur litere portitori ".

(2) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conto Tes. gen. Sav.*, Rot. XXIII.

(3) *Ibidem*. Cfr. *L'Età del C. V.*, 426 segg.

L'Accademico Segretario
CESARE NANI.

PROGRAMMA

PER IL

XII PREMIO BRESSA

La Reale Accademia delle Scienze di Torino, uniformandosi alle disposizioni testamentarie del Dottore Cesare Alessandro Bressa, ed al Programma relativo pubblicatosi in data 7 Dicembre 1876, annunzia che col 31 Dicembre 1898 si chiuse il Concorso per le scoperte e le opere scientifiche fatte nel quadriennio 1895-98, al quale concorso erano chiamati Scienziati ed Inventori di tutte le nazioni.

Contemporaneamente essa Accademia ricorda che, a cominciare dal 1° Gennaio 1897, è aperto il Concorso per il dodicesimo premio Bressa, a cui a mente del Testatore saranno ammessi solamente **Scienziati ed Inventori Italiani.**

Questo Concorso ha per iscopo di premiare quello Scienziato italiano, che durante il quadriennio 1897-1900, " a giu- " dizio dell'Accademia delle Scienze di Torino, avrà fatto la " più insigne ed utile scoperta, o prodotto l'opera più celebre " in fatto di scienze fisiche e sperimentali, storia naturale, " matematiche pure ed applicate, chimica, fisiologia e patologia, " non escluse la geologia, la storia, la geografia e la stati- " stica ".

Questo Concorso verrà chiuso col 31 dicembre 1900.

La somma destinata al premio, dedotta la tassa di ricchezza mobile, sarà di lire **9600** (novemila seicento).

Chi intenda presentarsi al Concorso dovrà dichiararlo, entro il termine sopra indicato, con lettera diretta al Presidente dell'Accademia, e inviare l'opera con la quale concorre. L'opera

dovrà essere stampata; **non si terrà alcun conto dei manoscritti**. Le opere presentate dai Concorrenti, che non venissero premiati, non saranno restituite.

Nessuno dei Soci nazionali, residenti o non residenti, dell'Accademia Torinese potrà conseguire il premio.

L'Accademia dà il premio allo Scienziato che essa ne giudica più degno, ancorchè non si sia presentato al Concorso.

Torino, 1° Gennaio 1899.

Il Presidente dell'Accademia
G. Carle.

Il segretario della Giunta
E. d'Ovidio.

PREMII DI FONDAZIONE GAUTIERI

L'Accademia Reale delle Scienze conferirà nel 1899 due premii di fondazione Gautieri alle opere di letteratura, storia letteraria e critica letteraria, che saranno giudicate migliori fra quelle pubblicate negli anni 1891-98. I premii saranno di circa L. 3000 caduno, da cui però dovranno dedursi le tasse e le spese di amministrazione; saranno assegnati a soli autori italiani (esclusi i membri nazionali residenti e non residenti dell'Accademia) e per opere scritte in italiano.

Gli autori, che desiderano richiamare sulle loro pubblicazioni l'attenzione dell'Accademia, possono inviarle a questa. Essa però non farà restituzione delle opere ricevute.

A partire poi dal 1900 si conferirà ogni anno un premio della somma indicata nel seguente ordine per ciascun triennio: 1° anno Filosofia, 2° anno Storia, 3° anno Letteratura. Le opere da premiarsi dovranno essere state stampate nei tre anni antecedenti a quello, in cui il premio si conferisce.

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 15 Gennaio 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Cossa, Vice-Presidente dell'Accademia, Bizzozero, Direttore della Classe, Salvadori, D'Ovidio, Mosso, Spezia, Camerano, Segre, Peano, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti e Naccari Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Segretario legge una lettera del Presidente della *Società Africana d'Italia* residente a Napoli, il quale chiede il parere dell'Accademia sopra una relazione che la Società intende presentare al Ministero affinchè si facciano esperienze di colture tropicali nella colonia Eritrea. L' esame della relazione viene affidato ad una Commissione.

Il Socio Volterra presenta quale omaggio per incarico dell'autore una memoria stampata del dott. Ermenegildo Daniele.

Il Socio Camerano legge anche a nome del Socio corrispondente Mattirolo la relazione sulla memoria del Prof. Edoardo Martel, intitolata: *Contribuzione all' anatomia della " Dicentra spectabilis " DC, e relazioni che intercedono fra questa e i gruppi affini.*

La relazione che è favorevole alla lettura della memoria, viene approvata, e compiuta la lettura, si accoglie la memoria per l'inserzione nei volumi accademici.

La relazione si inserirà negli *Atti*.

Il Socio VOLTERRA presenta per essere inserita nei volumi accademici una memoria del prof. Tullio LEVI-CIVITA, intitolata: *Tipi di potenziali che si possono far dipendere da due coordinate*. Viene affidata per esame ai Soci VOLTERRA e SEGRE.

Vengono accolti per l'inserzione negli *Atti* i seguenti scritti:

1° *Sopra una classe di movimenti permanenti stabili,* nota del Socio VOLTERRA,

2° *Alcune osservazioni sulla teoria del movimento delle superficie,* nota del dott. Ermenegildo DANIELE, presentata dal Socio VOLTERRA,

3° *Sulla struttura del tessuto muscolare liscio,* nota del dott. Guido VOLPINO, presentata dal Socio BIZZOZERO,

4° *Sull'angolo di due rette e di due piani. Perpendicolarità e parallelismo in coordinate omogenee,* nota del dott. Francesco GIUDICE, presentata dal Socio PEANO.

Raccoltasi poi la Classe in seduta privata, procede alla votazione per elezione di Soci residenti. Risulta eletto a Socio residente, salvo l'approvazione sovrana, il prof. Carlo Fabrizio PARONA.

LETTURE

Sopra una classe di moti permanenti stabili;

Nota del Socio VITO VOLTERRA.

1. — Mi propongo di estendere in questa breve Nota alcune proprietà che ho dimostrato riguardo alla stabilità delle rotazioni di sistemi che hanno moti interni stazionari (*) ad un caso generale di quei *moti a caratteristiche indipendenti* che ho esaminati in alcune comunicazioni che ebbi l'onore di fare l'anno scorso (**).

2. — Riferendomi alle notazioni stesse che ho usato nelle comunicazioni suddette, si può dire che un moto qualsiasi a caratteristiche indipendenti darà luogo alle equazioni

$$\text{(A)} \qquad p'_s = \Sigma_{kr} e_{skr} \frac{d(\mathrm{T}, \mathrm{F})}{d(p_k, p_r)}$$

ogni qualvolta esisteranno degli integrali di primo ed uno di secondo grado F = cost la cui equazione determinante sia diversa da zero (Vedi il § 10 della prima delle due comunicazioni citate). Il moto si dirà permanente allorchè le caratteristiche $p_1, p_2 \ldots p_v$ saranno costanti, quindi i moti permanenti verranno individuati dalle equazioni

$$\Sigma_{kr} e_{skr} \frac{d(\mathrm{T}, \mathrm{F})}{d(p_k, p_r)} = 0$$

le quali saranno evidentemente verificate quando avremo

$$\frac{d(\mathrm{T}, \mathrm{F})}{d(p_k, p_r)} = 0,$$

(*) " Annali di Matematica ", T. 23.

(**) *Sopra una classe di equazioni dinamiche*, 27 febbr. e 27 marzo 1898.

vale a dire

$$(1)\qquad \frac{\frac{\partial F}{\partial p_1}}{\frac{\partial T}{\partial p_1}} = \frac{\frac{\partial F}{\partial p_2}}{\frac{\partial T}{\partial p_2}} = \ldots = \frac{\frac{\partial F}{\partial p_\nu}}{\frac{\partial T}{\partial p_\nu}}.$$

Noi otteniamo dunque infiniti moti permanenti determinando le $p_1, p_2 \ldots p_\nu$ in modo da soddisfare le precedenti equazioni (*).

3. — Supponiamo ora di aver scelto le caratteristiche in modo che la forza viva sia ridotta alla semisomma dei loro quadrati e la funzione F non contenga i rettangoli delle variabili. Si otterrà allora

$$(2)\qquad \begin{gathered} T = \frac{1}{2}(p_1^2 + p_2^2 + \ldots + p_\nu^2), \\ F = \frac{1}{2}(\lambda_1 p_1^2 + \lambda_2 p_2^2 + \ldots + \lambda_\nu p_\nu^2) + \mu_1 p_1 + \ldots + \mu_\nu p_\nu \end{gathered}$$

in cui $\lambda_1, \lambda_2 \ldots \lambda_\nu$ si supporranno diverse fra loro.

Quindi le (1) diverranno

$$\frac{\lambda_1 p_1 + \mu_1}{p_1} = \frac{\lambda_2 p_2 + \mu_2}{p_2} = \ldots = \frac{\lambda_\nu p_\nu + \mu_\nu}{p_\nu}$$

e chiamando ρ questo rapporto, avremo

$$(3)\qquad p_1 = \frac{\mu_1}{\rho - \lambda_1},\quad p_2 = \frac{\mu_2}{\rho - \lambda_2}, \ldots p_\nu = \frac{\mu_\nu}{\rho - \lambda_\nu}$$

e perciò tutti gli infiniti moti permanenti considerati si avranno dalle formole precedenti dando a ρ tutti i possibili valori.

Nel caso in cui tutte le $\mu_1, \mu_2 \ldots \mu_\nu$ siano nulle, allora le condizioni dei moti permanenti si verificheranno scegliendo nulle tutte le caratteristiche, una eccettuata, per esempio p_i il che corrisponderà nelle formule precedenti a prendere ρ eguale a λ_i.

(*) Le condizioni (1) sono evidentemente condizioni *sufficienti*, non necessarie affinchè il moto sia permanente.

4. — Se noi cerchiamo i massimi e minimi di F compatibilmente colla condizione T=cost. dovremo annullare le derivate parziali della differenza

$$F - \rho T$$

in cui ρ denota una costante. Si troveranno dunque le condizioni (3) ossia quelle sufficienti alla permanenza del movimento.

5. — Un moto permanente si dirà *stabile*, quando preso un numero σ piccolo a piacere, si potrà trovare un numero ϵ tale che perturbando il moto in modo da alterare le caratteristiche $p_1, p_2 \ldots p_\nu$, meno di ϵ, nel moto perturbato le caratteristiche differiscano in ogni istante dai valori corrispondenti che esse hanno nel moto permanente meno di σ.

Possiamo ora dimostrare il teorema:

Ai massimi e ai minimi effettivi di F, *compatibilmente colla condizione* T = cost., *corrispondono dei moti permanenti stabili del sistema* (*).

(*) Secondo la definizione che molti autori dànno di massimo di F compatibilmente colla condizione T = cost, dovremo intendere che F avrà un massimo corrispondente a $p_1 = p^0{}_1$, $p_2 = p^0{}_2$, $\ldots p_\nu = p^0{}_\nu$ quando per tutti i valori di p_1, $p_2 \ldots p_\nu$ compresi rispettivamente fra $p^0{}_1 - \delta$, $p^0{}_1 + \delta$; $p^0{}_2 - \delta$, $p^0{}_2 + \delta$; ...$p^0{}_\nu - \delta$, $p^0{}_\nu + \delta$, i quali verificano la condizione T=cost, si abbia:

$$F(p_1, p_2, \ldots p_\nu) \leqq F(p^0{}_1, p^0{}_2 \ldots p^0{}_\nu).$$

A noi preme invece di considerare il caso che si presenta quando (purchè $p_1, p_2, \ldots p$ non siano tutti eguali a $p^0{}_1, p^0{}_2 \ldots p^0{}_\nu$) vale la diseguaglianza

$$F(p_1, p_2, \ldots p_\nu) < F(p^0{}_1, p^0{}_2, \ldots p^0{}_\nu)$$

essendo sempre le $p_1, p_2, \ldots p_\nu$ comprese entro i limiti suddetti e tali che sia T = cost.

A scanso di equivoci per distinguere questo caso speciale di massimo noi lo designeremo col nome di *massimo effettivo*. In modo perfettamente analogo noi intenderemo il significato di *minimo effettivo*. Senza la specificazione fatta il teorema enunciato non sarebbe esatto. A questo proposito notiamo che allorquando Dirichlet dimostra il teorema che le configurazioni in cui il potenziale è massimo sono configurazioni di equilibrio stabile egli sottintende che si tratta di un *massimo effettivo* come il contesto della dimostrazione lo prova (Vedi Nota II, al 1° vol. delle *Meccan. Anal.* di LAGRANGE, IV ediz.), altrimenti il teorema fondamentale della stabilità dell'equilibrio non sarebbe rigoroso.

Per dimostrare questo teorema denotiamo con $p_1^0, p_2^0, \dots p_\nu^0$ uno di questi massimi o minimi, e poniamo

$$T(p_1^0, p_2^0, \dots p_\nu^0) = T_0$$

$$F(p_1^0, p_2^0, \dots p_\nu^0) = F_0$$

$$\Phi = (T - T_0)^2 + (F - F_0)^2.$$

Per la definizione di massimo e di minimo effettivo, avremo che, allorquando

$$T(p_1, p_2, \dots p_\nu) = T_0,$$

sarà

$$| F(p_1, p_2, \dots p_\nu) - F_0 | > 0$$

purchè siano le

$$| p_i - p_i^0 | \leq \delta, \tag{4}$$

senza che tutte queste differenze sian nulle.

Ciò premesso, prendiamo un numero positivo σ qualsiasi minore di δ, e consideriamo Φ per tutti i valori di $p_1, p_2, \dots p_\nu$ che soddisfano le diseguaglianze (4), ma tali che una almeno delle differenze

$$| p_i - p_i^0 | = \sigma.$$

Nessuno dei valori corrispondenti di Φ sarà nullo, perchè per quei valori pei quali si annullerà il termine $(T - T_0)^2$, non potrà annullarsi l'altro termine $(F - F_0)^2$, onde per la continuità di Φ, potremo concludere che il limite inferiore di questi valori sarà un numero m diverso da zero e positivo.

Ora potremo prendere $\epsilon < \sigma$ tale che se sono tutte le

$$| p_i - p_i^0 | < \epsilon \tag{5}$$

si abbia

$$\Phi < m.$$

Si prenda uno stato iniziale di moto in cui le $p_1, p_2, \dots p_\nu$ verificano le diseguaglianze (5), allora poichè durante tutto il movimento T ed F si conservano costanti, anche Φ sarà costante

e quindi sempre inferiore ad m. Ne segue che nessuna delle differenze $p_i - p_i^0$ potrà in valore assoluto raggiungere il valore σ, e perciò tutte si conserveranno inferiori a questo limite. Le condizioni per la stabilità del moto saranno dunque verificate.

È evidente che nella dimostrazione precedente si possono invertire le due funzioni F e T, e perciò potremo anche enunciare il teorema:

Ai massimi e minimi effettivi della forza viva compatibilmente colla condizione $F = \text{cost.}$ *corrispondono dei moti permanenti stabili del sistema.*

6. — Facciamo subito un'applicazione delle precedenti proposizioni al caso in cui F sia omogenea e di secondo grado. Supponiamo che il massimo dei coefficienti $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_\nu$ (che supponiamo diversi fra loro) sia λ_i ed il minimo λ_s. Allora

$$\lambda_i T - F = \sum_{1}^{\nu}{}_h (\lambda_i - \lambda_h) p_h^2 \tag{6}$$

$$\lambda_s T - F = \sum_{1}^{\nu}{}_h (\lambda_s - \lambda_h) p_h^2 . \tag{7}$$

Il secondo membro della (6) è sempre positivo e si annulla solo quando tutte le p_h sono nulle, eccettuata p_i, mentre il secondo membro della (7) è sempre negativo e si annulla quando le p_h sono nulle, eccettuata p_s.

Possiamo dunque concludere.

I moti del sistema corrispondenti all'annullarsi di tutte le caratteristiche, eccettuata la p_i *oppure la* p_s, *sono moti permanenti stabili.*

7. — Mostriamo ora come nel caso più generale esistano sempre dei moti stabili del sistema. Differenziando le (2) avremo

$$dT = \sum_{1}^{\nu}{}_i p_i dp_i , \quad dF = \sum_{1}^{\nu} (\lambda_i p_i + \mu_i) dp_i$$

donde

$$\rho dT - dF = \sum_{1}^{\nu}{}_i ((\rho - \lambda_i) p_i - \mu_i) dp_i$$

e prendendo le p_i in modo che siano verificate le (3) otterremo

$$\rho dT - dF = 0.$$

Differenziando le (2) una seconda volta si avrà

$$d^2T = \sum_1^\nu {}_i dp_i^2 + \sum_1^\nu {}_i p_i d^2 p_i$$

$$d^2F = \sum_1^\nu \lambda_i dp_i^2 + \sum_1^\nu {}_i (\lambda_i p_i + \mu_i) d^2 p_i$$

da cui segue

$$\rho d^2T - d^2F = \sum_1^\nu {}_i (\rho - \lambda_i) dp_i^2 + \sum_1^\nu {}_i ((\rho - \lambda_i) p_i - \mu_i) d^2 p_i$$

e per le (3)

$$\rho d^2T - d^2F = \sum_1^\nu {}_i (\rho - \lambda_i) dp_i^2.$$

Applicando le proposizioni del § 5 potremo dunque dire che *i moti stabili si avranno allorchè la forma quadratica precedente sarà una forma definita essendo*

$$\sum_1^\nu {}_i p_i dp_i = 0.$$

Di qui resulta facilmente che si avranno sempre dei moti stabili quando ρ sarà maggiore della più grande delle λ_i, oppure sarà più piccola della minore delle λ_i, il che prova la esistenza dei moti stabili in ogni caso. Evidentemente però non saranno in generale questi soli i valori di ρ corrispondenti a moti stabili.

8. — Dimostrata così la esistenza dei moti permanenti stabili, si possono studiare le piccole perturbazioni dei moti stessi. A tal fine poniamo nelle equazioni (A) in luogo delle p_i, $p_i^0 + \omega$, in cui le p_i^0 corrispondono ad un moto stabile della specie sopra

esaminata e le ω_i vengono considerate come quantità infinitesime del primo ordine.

Nell'ipotesi che T ed F abbiano la forma (2), e trascurando infinitesimi del 2° ordine, le (A) divengono:

$$\omega'_s = \Sigma_{kr}\, e_{skr} \begin{vmatrix} \omega_k & , & \omega_r \\ \frac{\mu_k(\rho - \lambda_r)}{\rho - \lambda_k} & , & \frac{\mu_r(\rho - \lambda_k)}{\rho - \lambda_r} \end{vmatrix} .$$

E ponendo

$$\sum_1^{\nu}{}_r \frac{\mu_r(\rho - \lambda_s)(\rho - \lambda_k)}{(\rho - \lambda_r)} e_{skr} = G_{sk} ,$$

si trova

$$(\rho - \lambda_s)\,\omega'_s = \sum_1^{\nu}{}_k G_{sk}\, \omega_k . \tag{8}$$

Si riconosce immediatamente per le proprietà dei coefficienti e_{skr} che

$$G_{sk} + G_{ks} = 0$$

$$\Sigma_s G_{sk} \frac{\mu_s}{(\rho - \lambda_s)^2} = 0$$

quindi le equazioni precedenti ammettono gl'integrali

$$\sum_1^{\nu}{}_s (\rho - \lambda_s)\, \omega_s^2 = \text{cost.}$$

$$\sum_1^{\nu}{}_s \frac{\mu_s}{\rho - \lambda_s}\, \omega_s = \text{cost.}$$

Per integrare le (8), osservando che esse sono lineari, basterà porre

$$\omega_s = P_s e^{zt}$$

e determinare le P_s e z in modo da verificare le equazioni

$$(\rho - \lambda_s)\, P_s z = \sum_1^{\nu}{}_k G_{sk}\, P_k . \tag{9}$$

Eliminando le P_s troviamo per z l'equazione:

$$(10)\qquad \begin{vmatrix} (\lambda_1-\rho)z, & G_{12}, & G_{13} & \dots & G_{1\nu} \\ G_{21}, & (\lambda_2-\rho)z, & G_{23} & \dots & G_{2\nu} \\ G_{31}, & G_{32}, & (\lambda_3-\rho)z & \dots & G_{3\nu} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ G_{\nu 1}, & G_{\nu 2}, & G_{\nu 3} & \dots & (\lambda_\nu-\rho)z \end{vmatrix} = 0.$$

Questa equazione ammette la radice $z=0$. Per riconoscerlo basta osservare che le (9) sono soddisfatte prendendo $z=0$ e $P_k=\frac{\mu_k}{(\rho-\lambda_k)^2}$. Mostriamo ora che tutte le altre radici della (10) sono puramente immaginarie. Infatti se esistesse una radice reale z si potrebbero trovare dei valori reali delle P_k tali da verificare le (9). Moltiplicando queste equazioni per P_s e sommando, e poi moltiplicandole per $\frac{\mu_s}{(\rho-\lambda_s)^2}$ e pure sommando si otterrebbe contemporaneamente

$$(11)\qquad \Sigma_s\,(\rho-\lambda_s)\,P_s^2=0$$

$$(12)\qquad \Sigma_s\,\frac{\mu_s}{\rho-\lambda_s}\,P_s=0$$

il che è in contradizione col fatto che la forma (11) è definita allorchè è soddisfatta la (12) (Vedi il § 7).

Proviamo che non esistono nemmeno radici complesse. Infatti se si avesse una radice complessa $\alpha+i\beta$, si avrebbe anche una radice coniugata $\alpha-i\beta$, e se corrispondentemente alla prima si avessero per le P_s che soddisfano le (9) i valori Q_s+iR_s, alla seconda corrisponderebbero i valori Q_s-iR_s, onde

$$(\rho-\lambda_s)\,(Q_s+iR_s)\,(\alpha+i\beta)=\sum_1^\nu{}_k\,G_{sk}\,(Q_k+iR_k)$$

$$(\rho-\lambda_s)\,(Q_s-iR_s)\,(\alpha-i\beta)=\sum_1^\nu{}_k\,G_{sk}\,(Q_k-iR_k).$$

Moltiplicando la prima di queste equazioni per $Q_s - iR_s$ e la seconda per $Q_s + iR_s$, sommandole membro a membro, e poi per tutti i valori dell'indice s, si otterrebbe

$$\sum_1^\nu {}_s (\rho - \lambda_s)(Q_s^2 + R_s^2) = 0$$

mentre d'altra parte dovrebbe aversi

$$\sum_1^\nu {}_s \frac{\mu_s}{\rho - \lambda_s} Q_s = \sum_1^\nu {}_s \frac{\mu_s}{\rho - \lambda_s} R_s = 0$$

resultato che offrirebbe la stessa contradizione precedentemente esaminata.

Essendo le radici della (10) puramente imaginarie, scriviamole sotto la forma

$$\frac{2\pi}{T_1} i, \qquad \frac{2\pi}{T_2} i, \qquad \frac{2\pi}{T_3} i \ldots\ldots$$

avremo allora che i periodi delle perturbazioni saranno dati dalle quantità reali $T_1, T_2, T_3 \ldots\ldots$, e le ω_s saranno date dalle formule $\omega_s = \Sigma A_h \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{T_h} + \alpha_h\right)$, ove le A_h e α_h sono costanti, giacchè con un semplice ragionamento può riconoscersi che termini non periodici non possono sussistere nelle ω_s.

Le perturbazioni essendo periodiche e non smorzandosi sono quindi di natura essenzialmente diversa da quelle perturbazioni che abbiamo esaminate pei moti a caratteristiche indipendenti del 2° ordine nella seconda Nota sopra citata.

Alcune osservazioni preliminari sulla teoria del movimento delle superficie;

Nota del Dott. **ERMENEGILDO DANIELE.**

Suppongasi di avere una superficie flessibile ed inestendibile, che per semplicità supporrò di densità eguale ad uno, in equilibrio sotto l'azione di forze unitarie P applicate nei punti interni, e P_1 al contorno. A mantenere l'equilibrio contribuiscono, oltre alle forze applicate (esterne), anche le forze interne o tensioni, che rappresentano l'effetto dei vincoli cui è soggetta la superficie; l'espressione analitica di questi vincoli, quando si assuma il quadrato dell'elemento lineare della superficie sotto la forma

$$ds^2 = \mathrm{E}du^2 + 2\mathrm{F}\,du\,dv + \mathrm{G}\,dv^2,$$

è contenuta, come è noto, nelle equazioni

$$\delta\mathrm{E} = 0, \qquad \delta\mathrm{F} = 0, \qquad \delta\mathrm{G} = 0.$$

Il sopprimere o l' alterare alcuni di questi vincoli altera, generalmente, le condizioni dell'equilibrio, tanto che rimanendo sempre le stesse le forze applicate, non accadrà più, salvo casi speciali, che l' equilibrio continui a sussistere. In particolare ammettiamo che per la nostra superficie, supposta in equilibrio, venga a mancare ad un tratto il vincolo espresso dall' equazione $\delta\mathrm{F} = 0$; ciò significa che la superficie perde la sua inestendibilità eccetto lungo le linee coordinate; in altre parole si riduce ad una *rete,* i cui *fili* sono le linee coordinate. Si presentano allora spontaneamente due questioni: 1ª Quali forze

occorra aggiungere sia nei punti interni che al contorno affinchè la superficie, resa estendibile, continui a stare in equilibrio nella medesima configurazione; 2ª Non facendo nessuna modificazione nelle forze applicate, quale movimento si induca nella superficie in seguito alla perdita della sua inestendibilità. Nelle linee che seguono farò vedere come si risolva semplicemente la prima questione, la quale non è altro che una generalizzazione di un'altra da me già posta e risolta in un lavoro precedente (*); indicherò pure gli elementi da cui dipende la risoluzione della seconda, senza però accingermi alla sua trattazione, che involgerebbe il grave problema dell'integrazione delle equazioni del moto di una rete.

I.

Come equazioni dell'equilibrio di una superficie flessibile ed inestendibile assumo quelle date dal Beltrami al § 4 della sua Memoria " Sull'equil. delle superficie flessibili ed inestendibili " (**), le quali dànno le componenti della forza applicata in un punto qualunque secondo le direzioni delle linee u e v passanti per quel punto e secondo la normale w alla superficie. Queste equazioni sono:

$$(1)\quad \begin{cases} \mathrm{HU} = \sqrt{\mathrm{E}}\left(\frac{\partial\lambda}{\partial u} + \frac{\partial\mu}{\partial v} + \mathrm{E}_1\lambda + 2\mathrm{F}_1\mu + \mathrm{G}_1\nu\right) \\ \mathrm{HV} = \sqrt{\mathrm{G}}\left(\frac{\partial\mu}{\partial u} + \frac{\partial\nu}{\partial v} + \mathrm{E}_2\lambda + 2\mathrm{F}_2\mu + \mathrm{G}_2\nu\right) \\ \mathrm{HW} = \mathrm{D}\lambda + 2\mathrm{D}'\mu + \mathrm{D}''\nu, \end{cases}$$

nelle quali U, V, W sono le componenti della forza applicata P secondo le direzioni u, v, w; inoltre s'è posto

---

(*) *Sull'equilibrio delle reti*, n. 4. " Rendic. del Circolo matematico di Palermo ", 1899.

(**) " Memorie dell'Acc. delle Scienze di Bologna ", 1882.

$$H = \sqrt{EG - F^2}$$

$$E_1 = \frac{G \frac{\partial E}{\partial u} + F \frac{\partial E}{\partial v} - 2F \frac{\partial F}{\partial u}}{2H^2} \qquad E_2 = \frac{-F \frac{\partial E}{\partial u} + 2E \frac{\partial F}{\partial u} - E \frac{\partial E}{\partial v}}{2H^2}$$

$$F_1 = \frac{G \frac{\partial E}{\partial v} - F \frac{\partial G}{\partial u}}{2H^2} \qquad F_2 = \frac{E \frac{\partial G}{\partial u} - F \frac{\partial E}{\partial v}}{2H^2}$$

$$G_1 = \frac{-F \frac{\partial G}{\partial v} + 2G \frac{\partial F}{\partial v} - G \frac{\partial G}{\partial u}}{2H^2} \qquad G_2 = \frac{E \frac{\partial G}{\partial v} + F \frac{\partial G}{\partial u} - 2F \frac{\partial F}{\partial v}}{2H^2};$$

le funzioni D, D', D'' sono ben note nella teoria delle superficie come i coefficienti della seconda forma fondamentale; quanto a λ, μ, ν furono introdotti come fattori indeterminati nello scrivere l'equazione simbolica dell'equilibrio secondo il principio di Lagrange, e la loro conoscenza ci fa nota la distribuzione delle tensioni sulla superficie.

Alle equazioni indefinite (1) sono poi da aggiungersi le equazioni ai limiti:

$$(1_s) \qquad \begin{cases} U_s = \sqrt{E}\left(-\lambda \frac{dv}{ds} + \mu \frac{du}{ds}\right) \\ V_s = \sqrt{G}\left(-\mu \frac{dv}{ds} + \nu \frac{du}{ds}\right) \\ W_s = 0, \end{cases}$$

dove s indica l'arco del contorno.

Se io pongo

$$(2) \qquad \begin{cases} HU' = HU - \sqrt{E}\left(\frac{\partial \mu}{\partial v} + 2F_1\mu\right) \\ HV' = HV - \sqrt{G}\left(\frac{\partial \mu}{\partial u} + 2F_2\mu\right) \\ HW' = HW - 2D'\mu \end{cases}$$

le (1) si scrivono sotto la forma

$$(3)\qquad \begin{cases} HU' = \sqrt{E}\left(\frac{\partial\lambda}{\partial u} + E_1\lambda + G_1\nu\right) \\ HV' = \sqrt{G}\left(\frac{\partial\nu}{\partial v} + E_2\lambda + G_2\nu\right) \\ HW' = D\lambda + D''\nu. \end{cases}$$

Queste ultime non sono altro che le equazioni dell' equilibrio di una rete (*) che ha la stessa forma della superficie inestendibile precedente, sotto l' azione di altre forze P', le cui componenti sono $U'\,V'\,W'$; mentre per la superficie inestendibile la legge, secondo cui sono distribuite le tensioni, è contenuta nell'equazione

$$\nu\, du\,\delta u + \mu(du\,\delta v + dv\,\delta u) + \lambda\, dv\,\delta v = 0,$$

per la rete invece l'equazione analoga è

$$\nu\, du\,\delta u + \lambda\, dv\,\delta v = 0,$$

nella quale le funzioni λ e ν sono le stesse che nell'equazione precedente. Le nuove forze che tengono in equilibrio la superficie resa estendibile hanno le loro componenti date dalle (2); se allora consideriamo la forza P'' le cui componenti sono

$$U'' = U' - U, \quad V'' = V' - V, \quad W'' = W' - W,$$

essa è precisamente la forza che bisogna aggiungere a quella già esistente affinchè la superficie continui a rimanere in equilibrio anche dopo l'estensione; dalle (2) poi abbiamo:

$$(4)\qquad \begin{cases} HU'' = -\sqrt{E}\left(\frac{\partial\mu}{\partial v} + 2F_1\mu\right) \\ HV'' = -\sqrt{G}\left(\frac{\partial\mu}{\partial u} + 2F_2\mu\right) \\ HW'' = -2D'\mu. \end{cases}$$

(*) Cfr. il mio lavoro già citato, n° 2.

Considerazioni analoghe fatte sulle equazioni ai limiti (1_s) ci dicono che le forze da aggiungersi al contorno, affinchè l'equilibrio sussista anche dopo l'estensione, hanno per componenti:

$$(4_s)\qquad U_s'' = -\mu\sqrt{E}\frac{du}{ds}\,,\qquad V_s'' = \mu\sqrt{G}\frac{dv}{ds}\,,$$

od anche

$$U_s'' = -\mu\frac{ds_u}{ds}\,,\qquad V_s'' = \mu\frac{ds_v}{ds}\,,$$

indicando con ds_u e ds_v gli elementi delle linee u e v uscenti dal punto considerato del contorno.

Sulle equazioni (4) e (4_s) si possono fare alcune osservazioni. È noto il significato che ha la funzione μ rispetto alle tensioni di una superficie inestendibile in equilibrio: se si considera cioè gli elementi delle linee u e v passanti per un suo punto qualunque, essi sopportano tensioni, le cui proiezioni sulle linee u e v risp. sono eguali, ed il loro comune valore è dato (facendo opportune convenzioni riguardo ai segni) da $-\mu$. Ora la terza delle (4) fornisce per μ un nuovo significato: difatti essa ci dà

$$(5)\qquad W'' = -\frac{2D'}{H}\mu\,,$$

donde risulta che " μ è proporzionale in ogni punto alla proiezione, sulla normale w, della forza che bisogna aggiungere a quella preesistente affinchè la superficie continui a rimanere in equilibrio perdendo l'inestendibilità salvo lungo le linee coordinate ". Il fattore di proporzionalità poi è noto, e non dipende che dalla forma della superficie. Si può anzi vedere quale significato semplice, e ad un tempo notevole, abbia quel fattore in certi casi speciali. Poniamo ad es. che la superficie data sia a curvatura negativa, ed uno almeno dei sistemi di linee coordinate sia formato da assintotiche. Allora la curvatura totale, che in generale è espressa da

$$K = \frac{DD'' - D'^2}{H^2}\,,$$

prende la forma

$$K = -\frac{D'^2}{H^2},$$

donde si ricava

$$\sqrt{-K} = \pm \frac{D'}{H};$$

sicchè nella nostra ipotesi il coefficiente di μ nella (5) diventa:

$$-2\frac{D'}{H} = \pm\sqrt{-K}.$$

Se la superficie da noi considerata è a punti essenzialmente iperbolici, non è mai $D' = 0$, e quindi, essendo D' da riguardarsi come funzione continua, essa sarà o sempre positiva o sempre negativa, onde il segno $\sqrt{-K}$ è in ogni caso ben definito.

La terza delle (4) per $D' = 0$ dà $W'' = 0$, e quindi si ha il teorema: " Se una superficie inestendibile in equilibrio perde l'inestendibilità salvo lungo un doppio sistema di linee coniugate geometricamente, la forza che bisogna aggiungere, affinchè l'equilibrio continui a sussistere, dev' essere tangente alla superficie ".

Le stesse equazioni (4), quando si ponga $\mu = 0$, dànno:

$$U'' = 0, \qquad V'' = 0, \qquad W'' = 0;$$

ora l'essere, per una superficie inestendibile in equilibrio, $\mu = 0$ significa (*) che le linee coordinate sono coniugate rispetto alle tensioni: si ha dunque che " se una superficie inestendibile sta in equilibrio sotto l'azione di certe forze, continua a rimanervi anche conservando solo più l' inestendibilità lungo un doppio sistema di linee coniugate rispetto alle tensioni ". Si ritrova così un teorema che già ebbi a dimostrare nel lavoro citato. Veramente la dimostrazione data colà partendo dalle equazioni dell'equilibrio conteneva anche la proposizione inversa, in quanto che da essa risultava che l' annullarsi di μ è condizione non solo sufficiente, ma anche necessaria affinchè l'equilibrio si man-

(*) V. Beltrami, Mem. citata, § 7.

tenga anche dopo l'estensione; però il teorema inverso di quello enunciato si dimostra brevemente coll'osservare che in una rete in equilibrio i fili sono linee coniugate rispetto alle tensioni (V. il n° 3 del mio lavoro); ora siccome la distribuzione delle tensioni non dipende dal suo grado di estendibilità, ne viene che le linee u e v dovevano essere coniugate rispetto alle tensioni anche prima che l'inestendibilità andasse perduta. Del resto non sarà inutile vedere la cosa senza ricorrere alla proprietà ricordata delle reti, ma facendo uso direttamente delle (4). Il supporre che le linee u e v siano tali che, conservando esse sole l'inestendibilità, non sia necessario aggiungere forza alcuna per mantenere l'equilibrio, equivale a supporre che nelle (4) si abbia $U'' = V'' = W'' = 0$; ora se le linee u e v non sono coniugate geometricamente, cioè se $D' \neq 0$, si vede immediatamente che l'unico valore di μ che verifichi le (4) è $\mu = 0$. Ma consideriamo anche il caso che sia $D' = 0$; la terza delle (4) è verificata da ogni valore, anche non nullo, di μ, mentre le due prime diventano:

$$(6) \qquad \frac{\partial \mu}{\partial v} + 2F_1\mu = 0, \qquad \frac{\partial \mu}{\partial u} + 2F_2\mu = 0,$$

e la condizione affinchè siano soddisfatte da una medesima funzione μ non identicamente nulla è che sia

$$(6') \qquad \frac{\partial F_1}{\partial u} = \frac{\partial F_2}{\partial v},$$

condizione che in generale non è verificata. Esaminiamo infine quelle superficie i cui coefficienti E, F, G soddisfanno alla (6'); farò vedere che anche per queste superficie l'unico valore possibile per μ è lo zero. Difatti ammessa la condizione d'integrabilità (6'), l'integrale generale delle (6) sarebbe

$$(7) \qquad \mu = c\, e^{-2\int (F_2 du + F_1 dv)},$$

dove c indica una costante arbitraria, e $F_2 du + F_1 dv$ è certamente un differenziale esatto. Ricorriamo adesso alle condizioni al contorno. Nell'ipotesi che sia $U_s'' = V_s'' = 0$, le (4_s) danno:

$$\mu \frac{du}{ds} = 0, \quad \mu \frac{dv}{ds} = 0;$$

non potendo essere il contorno ad un tempo una linea u ed una linea v, segue dalle equazioni precedenti che al contorno dev'essere $\mu = 0$, e poichè la μ ha la forma (7), deve aversi al contorno:

$$c e^{-2\int (F_2 du + F_1 dv)} = 0. \tag{8}$$

Prendiamo ora le espressioni di F_1 e di F_2, o meglio, per semplicità di calcolo, le loro espressioni quando si supponga $F = 0$, il che non infirma per nulla la generalità del ragionamento. Si ha così:

$$F_1 = \frac{1}{2} \frac{\partial \lg E}{\partial v}, \qquad F_2 = \frac{1}{2} \frac{\partial \lg G}{\partial u},$$

onde

$$2 \int (F_2 du + F_1 dv) = \int \left(\frac{\partial \lg G}{\partial u} du + \frac{\partial \lg E}{\partial v} dv \right);$$

d'altronde la (6') si riduce, per $F = 0$, alla seguente:

$$\frac{\partial^2}{\partial u \, \partial v} \lg \frac{E}{G} = 0,$$

la quale dice che sulla nostra superficie le linee di curvatura formano un sistema isotermo, sicchè cambiando opportunamente i parametri u e v si può rendere $E = G$. Ponendo

$$E = G = L,$$

si avrà allora

$$2 \int (F_2 du + F_1 dv) = \lg L,$$

per cui la (7) diventa

$$\mu = \frac{c}{L},$$

e la condizione (8) da verificarsi al contorno si riduce a

$$\frac{c}{L} = 0.$$

Ora non potendo essere, neanche lungo il contorno, $\frac{1}{L} = 0$, perchè le funzioni E e G si suppongono essenzialmente finite, dovrà aversi $c = 0$; e poichè c è costante, sarà nulla su tutta la superficie, onde si avrà, per tutti i punti della superficie, $\mu = 0$. Il nostro teorema risulta così dimostrato completamente.

Nello stesso modo con cui si sono ottenute le componenti della forza P″ rispetto alle direzioni u, v, w, si potrebbero ottenere le sue componenti rispetto a tre assi ortogonali fissi nello spazio; basterebbe partire, invece che dalle (1), dalle equazioni

$$(9) \qquad \left\{ \begin{aligned} HX &= \frac{\partial}{\partial u}\left(\lambda \frac{\partial x}{\partial u} + \mu \frac{\partial x}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\mu \frac{\partial x}{\partial u} + \nu \frac{\partial x}{\partial v}\right) \\ HY &= \frac{\partial}{\partial u}\left(\lambda \frac{\partial y}{\partial u} + \mu \frac{\partial y}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\mu \frac{\partial y}{\partial u} + \nu \frac{\partial y}{\partial v}\right) \\ HZ &= \frac{\partial}{\partial u}\left(\lambda \frac{\partial z}{\partial u} + \mu \frac{\partial z}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\mu \frac{\partial z}{\partial u} + \nu \frac{\partial z}{\partial v}\right), \end{aligned} \right.$$

ed operando su queste come si fece per le (1), si avrebbe le componenti X″ Y″ Z″ della forza P″ rispetto agli assi x, y, z date da

$$(10) \qquad \left\{ \begin{aligned} -HX'' &= 2\frac{\partial^2 x}{\partial u \partial v}\mu + \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial \mu}{\partial u} + \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial \mu}{\partial v} \\ -HY'' &= 2\frac{\partial^2 y}{\partial u \partial v}\mu + \frac{\partial y}{\partial v}\frac{\partial \mu}{\partial u} + \frac{\partial y}{\partial u}\frac{\partial \mu}{\partial v} \\ -HZ'' &= 2\frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v}\mu + \frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial \mu}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial \mu}{\partial v}. \end{aligned} \right.$$

Quanto alle forze da aggiungersi al contorno esse hanno per componenti

$$(10_s) \qquad \left\{ \begin{aligned} X_s'' &= \mu\left(\frac{\partial x}{\partial v}\frac{dv}{ds} - \frac{\partial x}{\partial u}\frac{du}{ds}\right) \\ Y_s'' &= \mu\left(\frac{\partial y}{\partial v}\frac{dv}{ds} - \frac{\partial y}{\partial u}\frac{du}{ds}\right) \\ Z_s'' &= \mu\left(\frac{\partial z}{\partial v}\frac{dv}{ds} - \frac{\partial z}{\partial u}\frac{du}{ds}\right). \end{aligned} \right.$$

Tanto le (4) e (4_1) quanto le (10) e (10_1) mostrano che, data la configurazione di equilibrio della superficie, le forze P'' e P_1'' risultano perfettamente determinate quando si conosca la funzione μ. Ora il calcolo di questa funzione è un problema tutt'altro che facile, almeno nei casi più generali. E difatti se dalle (1) o, che fa lo stesso, dalle (3) eliminiamo λ e ν, si trova un'equazione che in generale è del 3° ordine in W' e del 2° ordine in U' e V' (*), e quindi, per le (2), è del 3° ordine rispetto a μ. In quel mio lavoro, dopo avere eseguito effettivamente l'eliminazione di λ e ν dalle (3), esaminai varii casi particolari in cui l'ordine dell'equazione risultante si abbassa; fra i più notevoli sono da ricordarsi quello corrispondente all'essere la superficie rigata, in cui μ viene a dipendere solo più da un'equazione del prim' ordine, e l'altro in cui le linee u e v sono assintotiche, nel qual caso μ è dato senz'altro dall'equazione

$$HW = 2D'\mu\,,$$

da cui si ricava, ricordando ciò che si è detto a proposito della (5):

$$\mu = \pm \frac{W}{2\sqrt{-K}}\,,$$

essendo K la curvatura totale della superficie.

II.

Le equazioni generali del moto di una rete si ottengono, secondo il principio di d'Alembert, da quelle dell'equilibrio sostituendo alle componenti delle forze applicate le componenti delle forze perdute, sicchè se noi prendiamo le equazioni dell'equilibrio di una rete, riferita a tre assi ortogonali fissi, sotto la forma

$$HX = \frac{\partial}{\partial u}\left(\lambda\frac{\partial x}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\nu\frac{\partial x}{\partial v}\right)$$

$$HY = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$HZ = \ldots\ldots\ldots\ldots,$$

(*) V. n° 6, l. c.

le equazioni del movimento saranno:

$$
(11) \qquad \left\{
\begin{aligned}
H\left(X - \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right) &= \frac{\partial}{\partial u}\left(\lambda \frac{\partial x}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\nu \frac{\partial x}{\partial v}\right) \\
H\left(Y - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) &= \frac{\partial}{\partial u}\left(\lambda \frac{\partial y}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\nu \frac{\partial y}{\partial v}\right) \\
H\left(Z - \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\right) &= \frac{\partial}{\partial u}\left(\lambda \frac{\partial z}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\nu \frac{\partial z}{\partial v}\right).
\end{aligned}
\right.
$$

Delle quantità che vi compaiono, X, Y, Z si suppongono funzioni note delle sole coordinate, le quali a loro volta sono funzioni da determinarsi di u, v, t; anche λ e ν sono da considerarsi come funzioni incognite delle stesse variabili. In sostanza le funzioni incognite che intervengono nel problema sono cinque, cioè x, y, z, λ, ν, e cinque sono pure le equazioni da cui esse dipendono, cioè le (11) e le

$$
(12) \qquad \frac{\partial E}{\partial t} = 0, \qquad \frac{\partial G}{\partial t} = 0
$$

che esprimono l'inestendibilità delle linee coordinate.

Accanto alle (11), che si riferiscono ai punti interni della superficie, dobbiamo scrivere anche le equazioni relative ai punti del contorno. Dalle equazioni dell'equilibrio

$$
\begin{aligned}
X_s &= -\lambda \frac{\partial x}{\partial u}\frac{dv}{ds} + \nu \frac{\partial x}{\partial v}\frac{du}{ds} \\
Y_s &= -\lambda \frac{\partial y}{\partial u}\frac{dv}{ds} + \nu \frac{\partial y}{\partial v}\frac{du}{ds} \\
Z_s &= -\lambda \frac{\partial z}{\partial u}\frac{dv}{ds} + \nu \frac{\partial z}{\partial v}\frac{du}{ds}
\end{aligned}
$$

si dedurrà come equazioni del moto:

$$
(11_s) \qquad \left\{
\begin{aligned}
X_s - \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} &= -\lambda \frac{\partial x}{\partial u}\frac{dv}{ds} + \nu \frac{\partial x}{\partial v}\frac{du}{ds} \\
Y_s - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= -\lambda \frac{\partial y}{\partial u}\frac{dv}{ds} + \nu \frac{\partial y}{\partial v}\frac{du}{ds} \\
Z_s - \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} &= -\lambda \frac{\partial z}{\partial u}\frac{dv}{ds} + \nu \frac{\partial z}{\partial v}\frac{du}{ds},
\end{aligned}
\right.
$$

il cui significato è il seguente: il contorno della superficie dobbiamo imaginarlo in contatto con altri corpi, i quali si muovono in conseguenza del moto impresso alla superficie; le forze che sollecitano questi corpi in causa del contatto sono appunto quelle di componenti $X_1 Y_1 Z_1$. Ora le (11_1) hanno per ufficio di farci conoscere queste forze. Difatti se noi supponiamo integrate le (11), si viene a conoscere in ogni istante la posizione di ciascun punto della rete ed i valori di λ e ν; dunque in ogni istante vengono ad essere noti i secondi membri delle (11_1) nonchè le quantità $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}$, $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$ che entrano nei primi membri; in tal modo anche le X_1, Y_1, Z_1 risultano note.

Le funzioni incognite, oltre alle condizioni generali di essere funzioni finite e continue di u, v, t, insieme colle loro derivate successive fino all'ordine che occorre di considerare, devono, a seconda dei varii casi, soddisfare ad altre condizioni restrittive che valgono a maggiormente determinarle. Volendo considerare il moto della nostra rete nel modo che dissi in principio, sarà facile vedere quali siano queste nuove condizioni. Se noi ammettiamo di conoscere la configurazione d'equilibrio della superficie inestendibile e la distribuzione delle tensioni su di essa, contando il tempo dall'istante in cui la superficie perde l'inestendibilità, possiamo dire che le funzioni definite dalle (11) e (12) si riducono, per $t = 0$, a funzioni note di u e v. Anzi per x, y, z possiamo aggiungere che per $t = 0$ si conoscono anche le loro derivate prime e seconde rispetto al tempo. Quanto alle derivate prime è evidente che nell'istante iniziale sono nulle, poichè esse rappresentano le componenti della velocità, e nell'istante iniziale la superficie è supposta in equilibrio. Le derivate seconde poi ci dànno le componenti dell'accelerazione o forza motrice unitaria; ora la forza motrice che si sviluppa nei varii punti della superficie, allorchè questa perde la sua inestendibilità, è evidentemente eguale ed opposta alla forza P'' che occorrerebbe aggiungere affinchè l'equilibrio persistesse. Le componenti dell'accelerazione nell'istante iniziale si ottengono dunque dalle (10); esse sono:

$$
(13)\quad \left\{
\begin{aligned}
\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} &= \frac{1}{\mathrm{H}}\left[\frac{\partial}{\partial u}\left(\mu\,\frac{\partial x}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\mu\,\frac{\partial x}{\partial u}\right)\right]\\
\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= \frac{1}{\mathrm{H}}\left[\frac{\partial}{\partial u}\left(\mu\,\frac{\partial y}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\mu\,\frac{\partial y}{\partial u}\right)\right]\\
\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} &= \frac{1}{\mathrm{H}}\left[\frac{\partial}{\partial u}\left(\mu\,\frac{\partial z}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\mu\,\frac{\partial z}{\partial u}\right)\right];
\end{aligned}
\right.
$$

in queste equazioni i secondi membri risultano formati di quantità che si suppongono note nell'istante considerato, quindi sono noti anche i primi membri.

Anche per i punti che stanno al contorno si può dire che per $t=0$ le funzioni x, y, z, λ, ν si riducono a funzioni note di u e v, mentre le derivate prime di x, y, z rispetto al tempo si annullano, e le derivate seconde sono fornite da una terna di equazioni analoghe alle (13), e si ottengono dalle (10_1) colla stessa osservazione con cui si dedusse le (13) dalle (10); si ha cioè per i punti del contorno nell'istante $t=0$:

$$
(13_1)\quad \left\{
\begin{aligned}
\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} &= \mu\left(\frac{\partial x}{\partial u}\frac{du}{ds} - \frac{\partial x}{\partial v}\frac{dv}{ds}\right)\\
\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= \mu\left(\frac{\partial y}{\partial u}\frac{du}{ds} - \frac{\partial y}{\partial v}\frac{dv}{ds}\right)\\
\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} &= \mu\left(\frac{\partial z}{\partial u}\frac{du}{ds} - \frac{\partial z}{\partial v}\frac{dv}{ds}\right).
\end{aligned}
\right.
$$

Non è mia intenzione di esaminare qui se le equazioni (11) e (12) insieme colle condizioni aggiunte valgano a individuare il movimento della rete. Invece mi servirò delle equazioni ottenute per dedurre alcune proprietà di questo movimento.

Anzitutto è chiaro che nell' istante successivo a quello iniziale è nota la configurazione della superficie; difatti se sono x_0, y_0, z_0 le coordinate di un suo punto qualunque nell' istante $t=0$, e x, y, z le coordinate del punto stesso al tempo τ, sviluppando x, y, z secondo le potenze di τ, si ottiene, se τ è supposto tendente a zero:

$$
\begin{aligned}
x &= x_0 + \left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_0 \tau + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right)_0 \tau^2 + \dots\\
y &= y_0 + \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)_0 \tau + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)_0 \tau^2 + \dots\\
z &= z_0 + \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_0 \tau + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\right)_0 \tau^2 + \dots
\end{aligned}
$$

Osservando poi che è $\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)_0 = \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)_0 = \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_0 = 0$, e trascurando i termini di ordine superiore al secondo si avrà:

$$x = x_0 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right)_0 \tau^2, \qquad y = y_0 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)_0 \tau^2,$$

$$z = z_0 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\right)_0 \tau^2,$$

le quali equazioni ci fanno conoscere x, y, z al tempo τ.

Dalle stesse equazioni si deduce anche:

$$(14) \qquad x - x_0 : y - y_0 : z - z_0 = \left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right)_0 : \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)_0 : \left(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\right)_0,$$

cioè lo spostamento che riceve un punto qualunque della superficie nell'istante iniziale è parallelo all'accelerazione del punto stesso. Ricordando il teorema che si è dedotto al n° 1 col supporre nelle (4) $D' = 0$, e tenendo conto della relazione che passa tra la forza P'' e l'accelerazione dei punti della rete nell'istante iniziale, le (14) dànno la seguente proposizione: “ Se una superficie flessibile ed inestendibile in equilibrio perde ad un tratto l'inestendibilità eccetto lungo un doppio sistema di linee coniugate geometricamente, lo spostamento, che in quell' istante subisce un punto qualunque della superficie, sta nel piano tangente in quel punto „. Siccome poi nelle (4_1) è $W_1'' = 0$, ciò vuol dire che in ogni caso un punto qualunque che stia al contorno si muove inizialmente nel piano tangente alla superficie.

Si consideri la superficie in moto dopo che perdette l'inestendibilità, e si supponga di aver determinato le funzioni x, y, z, λ, ν che verificano in ogni istante le equazioni del movimento. Prendiamo poi le equazioni (13) e (13_1), le quali si riducono, per $t = 0$, a identità, e consideriamole in un istante qualunque t. In generale non accadrà che esista in questo istante una funzione μ che verifichi le due terne di equazioni; posto però che vi sia un istante in cui ciò abbia luogo, e indicandolo con t', sostituiamo nelle equazioni del movimento (11) e (11_1) a $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$ i loro valori dati dalle (13) e (13_1) e calcolati per $t = t'$: le (11) e (11_1) continueranno ad essere soddisfatte, ma in questo modo esse

assumono la forma delle equazioni dell'equilibrio di una superficie inestendibile sotto l'azione delle forze X, Y, Z applicate nei punti interni e X_1, Y_1, Z_1 al contorno, e con un sistema di tensioni definito da λ, μ, ν. La configurazione corrispondente all'istante t' è dunque una configurazione possibile di equilibrio per la nostra superficie resa inestendibile, ed è certo che se nel suo moto vi arrivasse con velocità nulla, e vi perdesse l'estendibilità, ivi si arresterebbe. Queste particolari configurazioni si presentano in condizioni per alcuni riguardi analoghe alla primitiva configurazione d'equilibrio. Per esempio, se calcoliamo le componenti a_u, a_v, a_w dell'accelerazione secondo le direzioni u, v, w (il che si può ottenere ricorrendo alle (4) e (4_1)), si ha:

$$(15) \quad a_u = \frac{\sqrt{E}}{H}\left(\frac{\partial\mu}{\partial v} + 2F_1\mu\right), \quad a_v = \frac{\sqrt{G}}{H}\left(\frac{\partial\mu}{\partial u} + 2F_2\mu\right), \quad a_w = \frac{2D'}{H}\mu,$$

e per le componenti a'_u, a'_v, a'_w dell'accelerazione dei punti del contorno:

$$(15_1) \qquad a'_u = \mu\frac{ds_u}{ds}, \quad a'_v = -\mu\frac{ds_v}{ds}, \quad a'_w = 0.$$

L'ultima delle (15_1) dice che mentre la rete passa, nel suo movimento, per una di quelle tali configurazioni, i punti del contorno si muovono, in quell'istante, nel piano tangente; l'ultima delle (15) dice poi che, se in quella configurazione i fili formano due sistemi coniugati geometricamente, tutti i punti della superficie si muovono nel piano tangente.

La seguente considerazione ci fornirà una nuova proprietà di quelle configurazioni. Poniamo per brevità

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \xi, \qquad \frac{\partial y}{\partial t} = \eta, \qquad \frac{\partial z}{\partial t} = \zeta;$$

poscia moltiplichiamo le (13) rispettivamente per ξ, η, ζ e sommiamole membro a membro, indi moltiplichiamo per $d\sigma$ e integriamo su tutta l'area σ della superficie; si otterrà:

$$(16) \qquad \frac{\partial}{\partial t}\int_\sigma \frac{1}{2}(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)\,d\sigma = \int_\sigma \Sigma\,\xi\frac{\partial}{\partial u}\left(\mu\frac{\partial x}{\partial v}\right)du\,dv + \\ + \int_\sigma \Sigma\,\xi\frac{\partial}{\partial v}\left(\mu\frac{\partial x}{\partial v}\right)du\,dv.$$

Ora si ha, applicando note formole di trasformazione degli integrali di superficie:

$$\int_\sigma \xi \frac{\partial}{\partial u}\left(\mu \frac{\partial x}{\partial v}\right) du\, dv = -\int_\sigma \mu \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial \xi}{\partial u}\, du\, dv + \int_s \mu \xi \frac{\partial x}{\partial v}\frac{dv}{ds}\, ds$$

$$\int_\sigma \xi \frac{\partial}{\partial v}\left(\mu \frac{\partial x}{\partial u}\right) du\, dv = -\int_\sigma \mu \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial \xi}{\partial v}\, du\, dv - \int_s \mu \xi \frac{\partial x}{\partial u}\frac{du}{ds}\, ds\,,$$

e insieme a queste si hanno due altre coppie di formole relative agli assi y e z. Sostituendo nella (16) e dicendo T la forza viva di tutta la superficie all'istante considerato, avremo:

$$\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t} = -\int_\sigma \mu \Sigma\left(\frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial \xi}{\partial u} + \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial \xi}{\partial v}\right) du\, dv + \tag{16'}$$

$$+\int_s \mu \Sigma \xi \frac{\partial x}{\partial v}\frac{dv}{ds}\, ds - \int_s \mu \Sigma \xi \frac{\partial x}{\partial u}\frac{du}{ds}\, ds.$$

Facciamo adesso l'analogo calcolo sulle (13_s); cioè moltiplichiamole ordinatamente per ξ, η, ζ, sommiamole membro a membro, moltiplichiamo poi per ds e integriamo lungo tutto il contorno s; indicando con T_s la forza viva del sistema formato dai punti che stanno al contorno, avremo:

$$\frac{\partial \mathrm{T}_s}{\partial t} = \int_s \mu \Sigma \xi \frac{\partial x}{\partial u}\frac{du}{ds}\, ds - \int_s \mu \Sigma \xi \frac{\partial x}{\partial v}\frac{dv}{ds}\, ds.$$

Sommando questa equazione colla (16') si ottiene:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathrm{T} + \mathrm{T}_s) = -\int_\sigma \mu \Sigma\left(\frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial \xi}{\partial u} + \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial \xi}{\partial v}\right) du\, dv;$$

notiamo ora che si ha:

$$\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \Sigma \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v} = \Sigma\left(\frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial \xi}{\partial u} + \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial \xi}{\partial v}\right),$$

onde la precedente equazione si scrive, indicando con Θ la forza viva totale della superficie e del contorno:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = -\int_\sigma \mu \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial t}\, du\, dv. \tag{17}$$

Poniamo che nella configurazione considerata la rete perda l'estendibilità, cioè si abbia $\frac{\partial F}{\partial t} = 0$; allora l'equazione precedente si riduce a

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = 0. \tag{17'}$$

Se la superficie passasse per quella configurazione con una forza viva nulla, e ivi perdesse la sua estendibilità, per quel che s'è detto poco sopra vi si arresterebbe; se invece la forza viva in quell'istante non è nulla, il moto continua, ma la (17') dice allora che la forza viva totale della superficie e del contorno vi rimane stazionaria. Si può anche enunciare la cosa in questo modo. Non è escluso che in certi istanti il movimento della rete avvenga senza che vi sia estensione in nessuna sua parte; orbene, se uno di questi istanti corrisponde ad una di quelle configurazioni speciali di cui ho parlato, in quell'istante la forza viva Θ non soffre alterazione.

Nel caso poi che la rete, passando per quella configurazione, non perda l'estendibilità, la (17) porge modo di misurare la variazione che subisce in quell' istante la forza viva Θ. In particolare questa variazione è nulla quando, anche senza essere $\frac{\partial F}{\partial t} = 0$, è però

$$\int_\sigma \mu \frac{\partial F}{\partial t}\, du\, dv = 0.$$

Sulla struttura del tessuto muscolare liscio;

Nota di GUIDO VOLPINO.

L'antica opinione che le fibre muscolari liscie fossero unite per mezzo di un cemento amorfo venne più tardi scossa dalla scoperta fatta dal Kultschitzki di piccoli ponti protoplasmatici fra fibro-cellule.

Da allora le osservazioni si moltiplicarono senza che però gli autori riuscissero a mettersi d'accordo sulla reale esistenza e sulla conformazione dei ponti protoplasmatici, della sostanza cementante, come anche di un reticolo connettivo interstiziale messo più tardi in campo da altri osservatori e di un sarcolemma o membrana cellulare che Guido Werner nel laboratorio di Barfurth crede di avere scoperto.

Io intrapresi appunto lo studio di questa quistione nell'Istituto diretto dal prof. Bizzozero.

Feci oggetto delle mie ricerche l'intestino della cavia che un esame preliminare mi aveva fatto ritenere come il più adatto allo scopo; però ultimamente estesi lo studio anche all'intestino del ratto bianco ed alla musculatura liscia volontaria del lombrico.

Prima ricercai la forma della cellula muscolare.

A questo scopo, mi servii di sezioni trasversali di intestino fresco e di sezioni trasversali dopo fissazione in liquido di Müller e colorazione con picro-carmino; come pure di dilacerazioni del tessuto prima e dopo fissazione in liq. di Müller.

La cellula muscolare nell'animale ucciso in periodo di digestione si presenta sotto due forme: una è provveduta di prolungamenti lineari in guisa di spine, l'altra è a superficie liscia. Le spine nell'elemento sezionato si vedono raggiare dalla superficie di sezione trasversa (Fig. 1); nell'elemento isolato si vedono partire dai suoi limiti (dove si scorgono di profilo), ed alzarsi

da tutta la sua superficie (dove se ne percepiscono le sezioni ottiche), conservando quasi sempre la stessa altezza, disponendosi in serie regolari, ora circolari ed ora longitudinali (Fig. 2 e 3). Nell'animale affamato, Barfurth aveva già visto mancare i ponti protoplasmatici, ed io ora ripetendo l'esperimento ho potuto vedere che la fibro-cellula isolata, sia a fresco, sia dopo l'azione dei liquidi fissatori, è sempre in tale condizione sprovvista di spine. Mi pare che questo fatto ci può far ritenere che le due forme diverse di cellule, le quali si trovano nell'intestino dell'animale in digestione, siano dovute a diversi stadii di nutrizione o di funzionalità.

Questo esperimento di Barfurth meritava ora una conferma e la dimostrazione del reperto anche sulle cellule fresche ed isolate, data l' attuale tendenza dei più recenti osservatori a negare le spine e ad ammetterle come prodotto artificiale dovuto ai reagenti.

Ora io, avendole trovate nei preparati a fresco per sezione e anche nei preparati per dilacerazione pure a fresco; e, d'altra parte, non avendole viste mai formarsi da cellule che non le avessero prima, per l'aggiunta al preparato di alcool; nè trovate mai negli animali affamati, nè prima nè dopo l'azione dei liquidi fissatori; devo ritenere che la cellula muscolare sia realmente in certe condizioni fisiologiche provveduta di spine regolari. Le divergenze degli autori sulla loro conformazione dipendono dall'essersi molti accontentati del solo reperto di sezioni.

Chiarito questo punto e venendo ai rapporti che le fibro-cellule hanno fra loro, ho potuto, per mezzo di due colorazioni elettive, stabilire che le fibro-cellule sono separate l' una dall'altra da sepimenti sottilissimi di una sostanza ialina, i quali con la loro fusione formano un sistema di cassette, entro le quali i singoli elementi son contenuti. Ho fissato il tessuto in liquido di Flemming, negli alcool progressivi, nel sublimato, nella soluzione osmio-bicromica. Le colorazioni di cui mi sono servito sono state: la miscela picro-fucsinica di Van Gieson e l'ematossilina fosfo-molibdica di Mallory.

La colorazione di Van Gieson ho modificato allo scopo di ottenere colorati i particolari più fini nel modo il più elettivo: mettendo le sezioni prima in una soluzione satura di acido picrico e poi nella miscela picro-fucsinica d'un rosso molto intenso.

Così la fibro-cellula si colora in giallo rosso; invece in rosso il sistema di sepimenti membranosi, che ci si presentano, nelle sezioni longitudinali, quali linee tra una fibro-cellula e l'altra; nelle sezioni trasversali come una rete nelle cui maglie stanno le sezioni delle fibro-cellule (Fig. 5 e 6). Con l'ematossilina di Mallory le espressioni ottiche delle membrane sono azzurre, le fibro-cellule grigie piombo. Queste due colorazioni, oltre rivelarmi l'esistenza di questa sostanza interstiziale, differenziando la cellula per diversità di colore dal resto del tessuto, mi fecero vedere anche chiaramente che le spine appartengono proprio al corpo cellulare e non sono immagini dovute ad altre formazioni, come avevano pensato alcuni osservatori.

Le fibro-cellule non hanno sarcolemma; se Guido Werner pensa che esse siano provvedute di una membrana cellulare o sarcolemma, è perchè egli non ha potuto avere nei suoi preparati che una manifestazione imperfetta del sistema di sepimenti che ho io potuto mettere in evidenza; del resto per ammettere un sarcolemma alle fibro-cellule occorrerebbe vedere doppie le trabecole della rete nelle sezioni trasversali, cioè per ogni cellula una membrana; il che non riesce mai.

Le fibro-cellule si attaccano alle pareti delle camere che le contengono per mezzo delle spine, le quali non realizzano mai ponti protoplasmatici, come era stato finora universalmente ammesso, non attraversando esse le membrane, le quali, per ciò appunto, non si presentano mai interrotte. Si vede benissimo in molti punti, che le spine di due cellule contigue dirigendosi allo stesso sepimento non si oppongono sempre con la loro estremità, ma spesso si alternano, e se le cellule si sono alquanto ritirate sotto l'influsso dei reagenti, le spine tirando per conto proprio, ognuna la membrana dal proprio punto d'inserzione, fanno prendere a questa un andamento a zig-zag (Fig. 5).

Fra queste membrane, le quali sono consistenti, perchè spesso in condizioni fisiologiche non in contatto immediato con il corpo degli elementi muscolari, e gli elementi muscolari spinosi, restano degli spazii, destinati secondo ogni probabilità al circolare dei succhi: ma quando le cellule in altre condizioni si presentano a superficie liscia, allora le pareti delle camere che le contengono, le membrane cioè, sono addossate ai lati delle cellule e gli spazii non sono più che virtuali.

Nel tessuto muscolare liscio non si insinua connettivo fra gli elementi contrattili. Molti autori hanno descritto minutamente un reticolo connettivo, ed anch' io esaminando alcuni antichi preparati del prof. Bizzozero, ho potuto convincermi come sia facile credere di avere presente del connettivo, vedendo provenire dallo strato interposto alle due tonache muscolari dell'intestino e passare sulle fibro-cellule della tonaca interna, delle fine linee ondulate in tutto simili a fibre di connettivo (Fig. 4). I miei preparati, come si vede dalla figura 8, hanno messo in evidenza che si tratta soltanto di un' apparenza dovuta ad un pieghettamento trasversale delle membrane; del che si ha la controprova nel fatto che, mentre questa apparenza si osserva nell'intestino non disteso, distendendolo forte con un'iniezione nel lume di liquido fissatore in modo da dispiegare anche le membrane, questa apparenza non c'è più.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1. — Sezioni trasversali di cellule muscolari nella tonaca esterna del retto della cavia in periodo di digestione. Tessuto fresco. Oc. 4. Ob. $^1/_{18}$. Apocr. Zeiss.

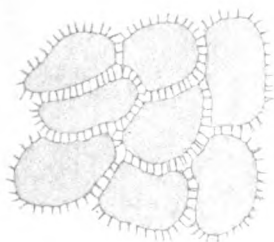
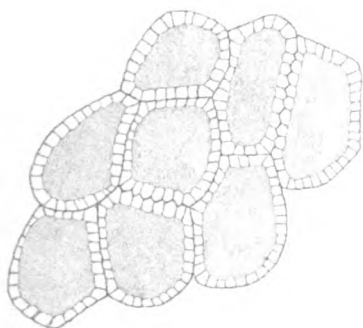
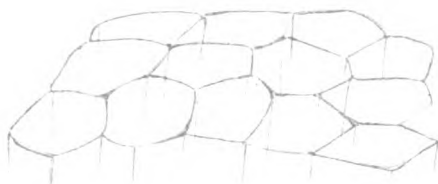
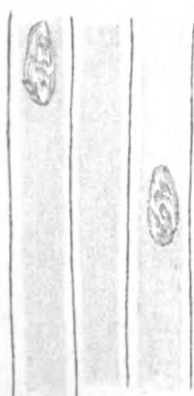
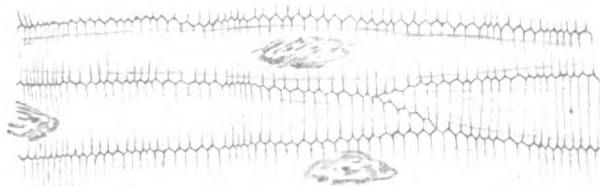
Fig. 2 e 3. — Cellule muscolari isolate del retto della cavia provvedute di spine. Fissate in liquido di Müller. Le spine dànno alla cellula della Fig. 2 un aspetto di striatura trasversa, alla cellula della fig. 3 un aspetto di striatura longitudinale. Oc. 4. Ob. $^1/_{18}$. Apocr. Zeiss.

Fig. 4. Apparenza di connettivo nella tonaca m. int. dell' intestino della cavia. Fiss. in liq. di Müller. Oc. 4. Ob. $^1/_{12}$. Reicherth.

Fig. 5. — Sezione trasversale di tessuto muscolare liscio nella tonaca esterna dell'intestino della cavia. Le sezioni trasversali dei sepimenti sono in qualche punto tirate in parti opposte dalle spine di cellule contigue e prendono un andamento a zig zag. Fiss. in alcool, colorato con ematoss. Mallory. Oc. 4. Ob. $^1/_{18}$. Apocr. Zeiss.

Fig. 6. — Sezione longitud. di tessuto muscolare liscio della tonaca interna. Fiss. in alcool, colorato con acido picrico e fucsina. Oc. 4. Ob. $^1/_{18}$. Apocr. Zeiss.

Fig. 7. — Sezione trasversale dopo lo sbattimento nell'alcool. Oc. 4. Ob. $^1/_{18}$. Apocr. Zeiss.

Fig. 8. — Sezione longitudinale della tonaca interna mostrante il pieghettamento trasversale delle membrane. Fiss. in liquido di Flemming, colorato con acido picrico e fucsina. Oc. 4. Ob. $^1/_{18}$. Apocr. Zeiss.

Lit. Salussolia-Torino

Angolo di due rette e di due piani. Perpendicolarità e parallelismo in coordinate omogenee;

Nota di FRANCESCO GIUDICE.

In una precedente memoria (*) ho dato i fondamenti di noti sistemi di coordinate omogenee in modo naturale e facile. Non essendomi occupato allora di parallelismo e di perpendicolarità, me ne occupo adesso; e mediante una considerazione molto semplice ed elementare ottengo risultati (v. num. 3 e 4), che si potrebbero ricavare da formule, che il D'Ovidio ha dedotte da relazioni di poligonometria e di poliedrometria (**). Nella memoria citata, l'interpretazione geometrica d'una particolare espressione mi condusse spontaneamente a considerare i triangoli podarii: ciò mi suggerì la considerazione dei tetraedri podarii; e così fui condotto ad una famiglia notevole di superficie, ognuna delle quali è luogo di punti d'equivalenti tetraedri podarii; e segnalava particolarmente la superficie luogo dei punti di tetraedri podarii nulli, perchè connettesi alla superficie di Steiner; questa connessione però era già stata posta in evidenza dal Beltrami, il quale anzi fa, in proposito, delle considerazioni molto generali (***).

(*) " Rend. Circ. Mat. ", XII, adunanza 22 maggio e 12 giugno 1898.

(**) D'Ovidio, *Nota sui punti, piani e rette in coordinate omogenee*, " Giornale di Battaglini ", VIII, 1870. V., p. es., formula (226) a pag. 282. V. anche D'Ovidio, *Relazioni metriche in coordinate omogenee*, " Giornale di Battaglini ", XI, 1873, pag. 197-220. Dopo d'aver date importanti relazioni metriche in coordinate di rette, ne deduce con procedimento duale le stesse relazioni in coordinate di piani e di punti.

(***) E. Beltrami, *Considerazioni analitiche sopra una proposizione di Steiner*, " Mem. Acc. delle Scienze dell'Ist. di Bologna ", 1876, pag. 241-262. Osserva che, nel piano, si possono considerare un luogo di punti ed un inviluppo di rette in tal corrispondenza univoca fra loro che le perpendicolari alle rette del triangolo fondamentale nelle loro intersezioni con una retta dell'inviluppo concorrano nel punto corrispondente a questa retta; e che, nello spazio, si possono parimenti considerare un luogo di punti ed

Avendo riprese ora in considerazione le espressioni incontrate nella precedente memoria con lo scopo prefisso di interpretare geometricamente nello stesso modo due espressioni, che sono analoghe fra loro per origine e per aspetto analitico, scoprii una interessante proprietà, che ritengo nuova e potrebbesi enunciare dicendo che nel piano, o nello spazio, *la potenza di un punto relativamente ad un triangolo, o ad un tetraedro, è uguale alla potenza dello stesso punto relativamente alla circonferenza, od alla sfera, circoscritta a quel triangolo, od a quel tetraedro.*

1. (*) **Retta e piano all'infinito.** — Se si cercano le condizioni a cui debbono soddisfare $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ o T_1, T_2, T_3, T_4 perchè siano infiniti $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ o $\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3, \Lambda_4$ (v. num. 16′ e 18′), si riconosce immediatamente che (v. num. 24′):

La retta all'infinito, nel piano fondamentale, è rappresentata dall'equazione

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0; \tag{1}$$

ed il piano all'infinito, nello spazio fondamentale, è rappresentato dall'equazione

$$T_1 + T_2 + T_3 + T_4 = 0. \tag{2}$$

---

un inviluppo di piani in tal corrispondenza univoca tra loro, che i piani perpendicolari ai piani del tetraedro fondamentale nelle loro intersezioni con un piano dell'inviluppo concorrano nel punto corrispondente a questo piano. In uno spazio ad *n* dimensioni considera quindi il luogo di punti e l'inviluppo di spazii lineari (che dice ancora piani) che sono tra loro in corrispondenza univoca della specie emergente dalla corrispondenza considerata nel piano e nello spazio ordinario; chiama luogo steineriano il luogo di punti ed inviluppo steineriano l'inviluppo di piani. Trova che sono reciproci rispetto alla quadrica assoluta, che sono d'ordine e di classe, rispettivamente, uguale al numero delle dimensioni aumentato d'uno; e che, se s'ammette l'ipotesi euclidea, allora dal luogo steineriano si può separare il piano all'infinito, cosicchè l'ordine, dopo questa separazione, è uguale al numero delle dimensioni dello spazio considerato; mentre invece non viene modificata, dall'ipotesi euclidea, la classe dell'inviluppo steineriano. Rileva diverse proprietà che riscontransi nel luogo o nell'inviluppo steineriano nel piano e nello spazio euclideo e sono ancora proprietà del luogo o dell'inviluppo steineriano nello spazio generale.

(*) I numeri accentati si riferiscono alla memoria citata in principio; gli accenti però sono messi soltanto qui, per evitar confusione.

Si possono stabilire queste equazioni anche (v. num. 17′ e 19′) osservando che le forme quadratiche $\rho(v_1, v_2, v_3)$ e $P(v_1, v_2, v_3, v_4)$ s'annullano allora e solo allora che le v_i sono tutte uguali.

2. Parallelismo. — Perchè le rette (v_1, v_2, v_3), (v'_1, v'_2, v_3') non si taglino è necessario che l'una appartenga al fascio, che l'altra determina con la retta all'infinito, cioè che si possano fissare un numero l diverso da zero ed altri due numeri m ed n in modo d'aversi identicamente

$$l(v'_1\sigma' + v'_2\sigma_2 + v'_3\sigma_3) = m(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) + n(v_1\sigma_1 + v_2\sigma_2 + v_3\sigma_3).$$

Ponendo λ e μ per $m:l$ ed $n:l$, si riconosce così (v. n. 17′ e 19′) che: *Le rette* (v_1, v_2, v_3), (v'_1, v'_2, v'_3), *od i piani* (v_1, v_2, v_3, v_4), (v'_1, v'_2, v'_3, v'_4), *non si tagliano, se si possono fissare* λ *e* μ *in modo d'aversi che*

$$v'_i = \lambda + \mu v_i \quad \left(i = \begin{smallmatrix}1, 2, 3\\ 1, 2, 3, 4\end{smallmatrix}\right); \tag{3}$$

e precisamente le due rette, od i due piani, coincidono se $\lambda = 0$, cioè se le v_i son proporzionate alle v'_i; e le due rette sono invece parallele, o sono paralleli i due piani, se $\lambda \neq 0$, cioè se le v_i non sono proporzionate alle v'_i, ma le differenze $v_r - v_s$ sono proporzionate alle $v'_r - v'_s$.

Si può giungere alla stessa conclusione osservando (v. numeri 17′ e 19′) che le rette di coordinate tripunte naturali u_1, u_2, u_3 ed u'_1, u'_2, u'_3 sono parallele, o sono paralleli i piani di coordinate quadripunte naturali u_1, u_2, u_3, u_4 ed u'_1, u'_2, u'_3, u'_4, allora e solo allora che le differenze $u_i - u'_i$, oppure le somme $u_i + u'_i$, sono tutte eguali e non sono nulle. Saranno uguali le differenze o le somme secondo che le normali alle due rette, od ai due piani, saranno di stesso verso o di verso opposto.

3. Angolo di due rette e di due piani. — Se nelle formule del numero 25′ si pone

$$\frac{\sigma_i}{\sigma} = \frac{1}{3}, \quad \frac{T_i}{T} = \frac{1}{4} \quad \left(i = \begin{smallmatrix}1, 2, 3\\ 1, 2, 3, 4\end{smallmatrix}\right),$$

si riconosce che: le distanze dei baricentri del triangolo e del tetraedro fondamentali dalla retta (v_1, v_2, v_3) o dal piano (v_1, v_2, v_3, v_4) sono date rispettivamente da

$$\frac{2\delta.(v_1+v_2+v_3)}{3\sqrt{\rho(v_1, v_2, v_3)}}, \quad \frac{3\Lambda.(v_1+v_2+v_3+v_4)}{\sqrt{P(v_1, v_2, v_3, v_4)}}.$$

Se si prendono i valori positivi dei radicali $\sqrt{\rho}$ e $\sqrt{P}$, esse distanze risultano, rispettivamente, del segno di $v_1+v_2+v_3$ e di $v_1+v_2+v_3+v_4$; per farle risultare positive dovrebbesi quindi o far sì che le Σv_i sian positive, ciò che può ottenersi sempre con leciti cambiamenti di segno, o prendere $\sqrt{\rho}$ col segno di $v_1+v_2+v_3$ e $\sqrt{P}$ con quello di $v_1+v_2+v_3+v_4$.

Siccome le espressioni (30) e (31) del numero 25′ non possono mutar segno mentre un punto si muove nel piano, o nello spazio, fondamentale senza attraversare la retta (v_1, v_2, v_3), od il piano (v_1, v_2, v_3, v_4), così vedesi che: Se per segno della distanza d'un punto da una retta, o da un piano, s'accettasse quello offerto dalla (30) o dalla (31) del numero 25′, dove per $\sqrt{\rho(v_1, v_2, v_3)}$ prendasi il valore di stesso segno di $v_1+v_2+v_3$ e per $\sqrt{P(v_1, v_2, v_3, v_4)}$ prendasi quello di stesso segno di v_1+v_2+ $+v_3+v_4$, allora si ha che: La distanza d'un punto del piano, o dello spazio, fondamentale da una retta o da un piano sarebbe positiva o negativa secondo che quel punto ed il baricentro del triangolo o del tetraedro di riferimento fossero dal medesimo lato o da lato opposto relativamente alla retta od al piano.

Osserveremo ancora che, se sono fissati i versi delle normali a due rette segantisi ed una di queste rette, rotando con la propria normale, intorno al punto d'intersezione, va a coincidere con l'altra, le normali alle due rette coincidenti avranno versi uguali od opposti secondo il senso della rotazione, che produsse la sovrapposizione d'una retta all'altra.

Veniamo ora a ciò ch'è scopo di questo paragrafo. Siano (v. num. 17′ e 24′).

$$u_1\sigma_1+u_2\sigma_2+u_3\sigma_3=0, \qquad u'_1\sigma_1+u'_2\sigma_2+u'_3\sigma_3=0$$

le equazioni di due rette. Se s'osserva che il luogo dei punti

equidistanti da due rette segantisi è la coppia di bissetrici degli angoli formati dalle due rette, si riconosce (v. num. 25′) che queste bissettrici hanno per equazioni

$$(u_1 + u'_1)\sigma_1 + (u_2 + u'_2)\sigma_2 + (u_3 + u'_3)\sigma_3 = 0$$
$$(u_1 - u'_1)\sigma_1 + (u_2 - u'_2)\sigma_2 + (u_3 - u'_3)\sigma_3 = 0;$$

indichiamo con (rr') l'angolo dimezzato dalla prima: la tangente della metà di quest'angolo è data dal rapporto delle distanze di queste due bissettrici da un punto qualunque d'una delle due rette, per cui (v. num. 25′)

$$\text{(4)} \qquad \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}(rr') = \frac{\rho(u_1 - u'_1,\ u_2 - u'_2,\ u_3 - u'_3)}{\rho(u_1 + u'_1,\ u_2 + u'_2,\ u_3 + u'_3)}.$$

In modo affatto analogo, pei piani α ed α' di coordinate quadripunte naturali u_1, u_2, u_3, u_4 ed u'_1, u'_2, u'_3, u'_4, si trova che

$$\text{(5)} \qquad \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}(\alpha\alpha') = \frac{P(u_1 - u'_1,\ u_2 - u'_2,\ u_3 - u'_3,\ u_4 - u'_4)}{P(u_1 + u'_1,\ u_2 + u'_2,\ u_3 + u'_3,\ u_4 + u'_4)}.$$

Il rapporto inverso, naturalmente, è quadrato della tangente della metà dell'altro angolo dei due piani.

Osservando che le rette r, r' sono parallele, o sono paralleli i due piani α, α' allora e solo allora che il loro angolo od è nullo od è 180°, cosicchè la tangente della metà di tal angolo deve essere o nulla od infinita, si ritrovano le condizioni date nel num. 2.

Se s'osserva che

$$\cos A = \left(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{A}{2}\right) : \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{A}{2}\right)$$

e che

$$a_1^2(u_1 - u_2)(u_1 - u_3) + \ldots = \frac{1}{2}(a_1^2 + a_2^2 - a_3^2)(u_1 - u_2)^2 + \ldots,$$

$$[(u_r + u'_r) - (u_s + u'_s)]^2 + [(u_r - u'_r) - (u_s - u'_s)]^2 =$$
$$= 2(u_r - u_s)^2 + 2(u'_r - u'_s)^2,$$

$$[(u_r + u'_r) - (u_s + u'_s)]^2 - [(u_r - u'_r) - (u_s - u'_s)]^2 =$$
$$= 4(u_r - u_s)(u'_r - u'_s),$$

dalle (4) e (5) deducesi che (v. num. 3′, 8′, 17′, 19′)

$$(6) \qquad \cos(rr') = \pm \frac{\rho(vv')}{\sqrt{\rho(v)}\sqrt{\rho(v')}},$$

$$(7) \qquad \cos(\alpha\alpha') = \pm \frac{P(vv')}{\sqrt{P(v)}\sqrt{P(v')}},$$

dove (*)

$$\rho(v) = \rho(v_1, v_2, v_3), \; P(v) = P(v_1, v_2, v_3, v_4)$$

e $\rho(vv')$ e $P(vv')$ indicano ciò che divengono $\rho(v)$ e $P(v)$ ponendovi $(v_r - v_s)(v'_r - v'_s)$ in luogo di $(v_r - v_s)^2$.

(*) Per le note relazioni tra le funzioni circolari e le esponenziali imaginarie

$$e^{2ix} = \frac{\cos x + i \operatorname{sen} x}{\cos x - i \operatorname{sen} x}$$

per cui

$$x = \frac{1}{2i} \log \frac{\cos x + i \operatorname{sen} x}{\cos x - i \operatorname{sen} x}.$$

Ponendo (rr') od $(\alpha\alpha')$ per x e tenendo conto delle formule (6) e (7) si trova che

$$(rr') = \frac{1}{2i} \log \frac{\varrho(vv') + i\sqrt{\varrho(v)\varrho(v') - \varrho^2(vv')}}{\varrho(vv') - i\sqrt{\varrho(v)\varrho(v') - \varrho^2(vv')}}$$

$$(\alpha\alpha') = \ldots\ldots$$

La formula, che s' ottiene estendendo questa ad uno spazio d'un numero qualunque n di dimensioni e prendendo per assoluto una quadrica n-aria generale, è relazione metrica fondamentale per gli spazii di curvatura costante: la distanza di due punti x, y è così il prodotto del fattor costante $\frac{1}{2i}$ per il logaritmo del rapporto anarmonico di quella coppia di punti coi due di segamento della retta xy con l'assoluto [V. p. es. D'Ovidio, " Atti R. Acc. Lincei ", vol. I, serie 3ª, 1877, pag. 949]. Si riconosce immediatamente che le forme quadratiche $\rho(u)$ e $P(u)$ hanno discriminanti nulli: questo è anzi carattere dello spazio euclideo [V. p. es. D'Ovidio, loc. cit., pag. 980]. Il discriminante, p. es., di $2\rho(u)$, (v. num. 17′), è

$$\begin{vmatrix} 2a_1^2 & -a_1^2 - a_2^2 + a_3^2 & -a_1^2 + a_2^2 - a_3^2 \\ -a_1^2 - a_2^2 + a_3^2 & 2a_2^2 & a_1^2 - a_2^2 - a_3^2 \\ -a_1^2 + a_2^2 - a_3^2 & a_1^2 - a_2^2 - a_3^2 & 2a_3^2 \end{vmatrix}$$

e questo determinante è nullo, perchè è zero la somma degli elementi omologhi delle sue linee parallele. Gli assoluti dei punti nel piano e nello spazio, delle rette nel piano e dei piani nello spazio ordinario sono dati da (1) e (2) del num. 1 e da (5″) e (13‴) del num. 4 (Cfr. D'Ovidio, " Rend. Acc. Lincei ", 1877, pag. 980 e 981). Per le ricerche fatte sulla geometria non euclidea giova consultare anche: Beltrami, " Giorn. di Battaglini " ed " Ann. di Mat. "; Klein, " Math. Ann. " e conferenze di Chicago.

4. **Perpendicolarità.** — Dalle formule del numero precedente segue che: *Le rette* r, r', *od i piani* α, α', *sono perpendicolari fra loro quando e solo quando*

$$(8) \qquad \rho(vv') = 0, \quad \text{o} \quad \mathrm{P}(vv') = 0.$$

Ricorrendo ad una nota formula relativa alle forme quadratiche (*) s' esprimono subito per determinanti la relazione esistente fra le coordinate tripunte d' una retta e quella esistente fra le coordinate quadripunte d'un piano, quindi anche le condizioni di perpendicolarità.

Considerando come forma quadratica ternaria, nelle variabili $(u_r - u_s)$, il primo membro della (5′) del num. 3′, e ricordando che $a_1 a_2 a_3 = 4\mathrm{R}\mathfrak{d}$, si trova così che: *La relazione esistente tra le coordinate tripunte naturali d'una retta si può scrivere nel seguente modo*

$$(5_1) \qquad \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 & \frac{u_2 - u_3}{a_1^2} \\ 1 & -1 & 1 & \frac{u_3 - u_1}{a_2^2} \\ 1 & 1 & -1 & \frac{u_1 - u_2}{a_3^2} \\ \frac{u_2 - u_3}{a_1^2} & \frac{u_3 - u_1}{a_2^2} & \frac{u_1 - u_2}{a_3^2} & -\frac{1}{4\mathrm{R}^2} \end{vmatrix} = 0.$$

Si potrebbe dare facilmente un altro aspetto alla stessa relazione, scrivendola prima così

$$(a_1^2 + a_2^2 - a_3^2)(u_1 - u_2)^2 + \ldots = 8\mathfrak{d}^2$$

e considerando poi il primo membro come forma quadratica ter-

(*) V. p. es. E. Cesàro, *Analisi algebrica*, Torino, 1894, pag. 61. — E. D'Ovidio, *Geometria analitica*, Torino, 1896, form. [12] a pag. 6; oppure " Giornale Battaglini ", VI, 1868, pag. 49; dove espone la teoria delle coniche in coordinate trilineari, nei vol. VI e VII. — Ora la trattazione delle coniche e delle quadriche in coordinate omogenee è affatto comune.

naria. Conviene però osservare che, se $u_3 - u_1 = x$ ed $u_3 - u_2 = y$, la precedente relazione si può scrivere così

$$a_1^2 x^2 + a_2^2 y^2 + (a_3^2 - a_2^2 - a_1^2) xy = 4\mathfrak{b}^2.$$

Se si considera il primo membro come forma quadratica nelle variabili x, y e si tien conto della (3′) del num. 2′ per la quale

$$(3_1) \qquad \begin{vmatrix} 2a_2^2 & a_1^2 + a_2^2 - a_3^2 \\ a_1^2 + a_2^2 - a_3^2 & 2a_1^2 \end{vmatrix} = 16\mathfrak{b}^2,$$

si riconosce subito che la relazione precedente si può anche scrivere nel seguente modo

$$(5'') \qquad \begin{vmatrix} 2a_2^2 & a_1^2 + a_2^2 - a_3^2 & u_3 - u_1 \\ a_1^2 + a_2^2 - a_3^2 & 2a_1^2 & u_3 - u_2 \\ u_3 - u_1 & u_3 - u_2 & \frac{1}{2} \end{vmatrix} = 0.$$

Similmente, se si riduce a forma quadratica ternaria il primo membro della (13′) del num. 8′, ponendo $u_4 - u_1 = x$, $u_4 - u_2 = y$, $u_4 - u_3 = z$, e si tien conto della (12′) del num. 7′ per la quale

$$(12'') \quad \begin{vmatrix} 2d_{14}^2 & d_{14}^2 + d_{24}^2 - d_{12}^2 & d_{14}^2 + d_{34}^2 - d_{13}^2 \\ d_{24}^2 + d_{14}^2 - d_{21}^2 & 2d_{24}^2 & d_{24}^2 + d_{34}^2 - d_{23}^2 \\ d_{34}^2 + d_{14}^2 - d_{31}^2 & d_{34}^2 + d_{24}^2 - d_{32}^2 & 2d_{34}^2 \end{vmatrix} = 288\Lambda^2,$$

si riconosce che (*):

(*) Le (5″) e (13‴) si ottengono pure eseguendo trasformazioni molto semplici e comuni sui determinanti delle formule (228) e (229) date dal D'Ovidio a pag. 282 del vol. VIII, 1870, del Giornale di Battaglini; ivi, pag. 263-64, le condizioni di perpendicolarità sono dedotte da relazioni generali di poligonometria e di poliedrometria, dalle quali sono pur dedotte parecchie formule interessanti relative al tetraedro.

La relazione esistente tra le coordinate quadripunte naturali d'un piano (v. num. 19') *si può scrivere anche nel seguente modo*

$$(13')\quad \begin{vmatrix} 2d_{14}^2 & d_{14}^2+d_{24}^2-d_{12}^2 & d_{14}^2+d_{34}^2-d_{13}^2 & u_4-u_1 \\ d_{24}^2+d_{14}^2-d_{21}^2 & 2d_{24}^2 & d_{24}^2+d_{34}^2-d_{23}^2 & u_4-u_2 \\ d_{34}^2+d_{14}^2-d_{31}^2 & d_{34}^2+d_{24}^2-d_{32}^2 & 2d_{34}^2 & u_4-u_3 \\ u_4-u_1 & u_4-u_2 & u_4-u_3 & \frac{1}{2} \end{vmatrix} = 0.$$

Di qui e da quanto fu detto in tutto questo num. segue immediatamente che

Le due rette (v_1, v_2, v_3), (v'_1, v'_2, v'_3) *sono perpendicolari fra loro se e soltanto se*

$$(9)\quad \begin{vmatrix} 2a_2^2 & a_1^2+a_2^2-a_3^2 & v_3-v_1 \\ a_1^2+a_2^2-a_3^2 & 2a_1^2 & v_3-v_2 \\ v'_3-v'_1 & v'_3-v'_2 & 0 \end{vmatrix} = 0;$$

i due piani (v_1, v_2, v_3, v_4), (v'_1, v'_2, v'_3, v'_4) *sono perpendicolari fra loro se e soltanto se*

$$(10)\quad \begin{vmatrix} 2d_{14}^2 & d_{14}^2+d_{24}^2-d_{12}^2 & d_{14}^2+d_{34}^2-d_{13}^2 & v_4-v_1 \\ d_{24}^2+d_{14}^2-d_{21}^2 & 2d_{24}^2 & d_{24}^2+d_{34}^2-d_{23}^2 & v_4-v_2 \\ d_{34}^2+d_{14}^2-d_{31}^2 & d_{34}^2+d_{24}^2-d_{32}^2 & 2d_{34}^2 & v_4-v_3 \\ v'_4-v'_1 & v'_4-v'_2 & v'_4-v'_3 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

I primi membri di (9) e (10) sono $2\rho(vv')$ e $P(vv')$; ora siamo quindi in grado d'esprimere per determinanti anche le (6), (7) del num. 3.

5. Parametri direttivi. — Per equazioni d'una retta nello spazio si possono prendere quelle di due piani passanti per essa. È però molto comodo, ed usato, dare una *retta mediante*

le coordinate di punto generante essa retta, le quali coordinate vengon date con equazioni della seguente forma

$$(11) \qquad T_i = a_i + \rho b_i \qquad (i = 1, 2, 3, 4),$$

dove le a_i e b_i sono costanti mentre ρ è variabile. Si riconosce immediatamente che, se le a_i sono proporzionate alle b_i, allora (a) e (b) sono un medesimo punto nel quale resta fermo il punto (T) mentre varia ρ; se invece le a_i non sono proporzionate alle b_i, a valori diversi di ρ corrispondono diversi punti e precisamente il luogo dei punti (T), cioè la traiettoria descritta dal punto di coordinate tetraedriche T_1, T_2, T_3, T_4 col variare di ρ da $-\infty$ a $+\infty$ è una retta, che, in particolare, è all'infinito se $\Sigma a_i = \Sigma b_i = 0$.

I punti (a), (b) sono due punti della retta e corrispondono ai valori 0 ed ∞ del parametro ρ; ed in luogo delle a_i, b_i si possono mettere le coordinate di altri due punti qualunque, distinti della retta. Il punto d' incontro col piano all' infinito (v. num. 2) corrisponde al valore di ρ determinato dall' equazione $\Sigma T_i = 0$, ossia

$$\Sigma a_i + \rho \Sigma b_i = 0:$$

le coordinate di tal punto, se non sono le b_i, cioè se $\Sigma b_i \neq 0$, sono quindi

$$a_1 - \frac{\Sigma a_i}{\Sigma b_i} b_1, \quad a_2 - \frac{\Sigma a_i}{\Sigma b_i} b_2, \quad a_3 - \frac{\Sigma a_i}{\Sigma b_i} b_3, \quad a_4 - \frac{\Sigma a_i}{\Sigma b_i} b_4.$$

La direzione d'una retta è determinata dal punto d'incontro col piano all'infinito; per ciò le coordinate del punto all'infinito d'una retta diconsi *parametri direttivi* della medesima. Si ha così che:

Due rette sono o non sono parallele secondo che i parametri direttivi d'una sono o non sono proporzionati a quelli dell' altra.

Se $\Sigma b_i = 0$, ne segue che $\Sigma T_i = \Sigma a_i$ per cui (v. num. 18'), il rapporto di proporzionalità delle coordinate naturali del punto (T) alle omogenee T_i è lo stesso per tutti i punti della

retta. Se (T′) e (T″) sono i punti corrispondenti ai valori ρ', ρ'' dalle equazioni della retta si deduce che

$$b_i = \frac{T_i' - T_i''}{\rho' - \rho''} \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

ed indicando con r la retta in assegnato verso e con n_i la normale, diretta verso l'interno del tetraedro, alla faccia α_i, si riconosce (v. num. 18′) che

$$b_1 : b_2 : b_3 : b_4 :: \alpha_1 \cos(rn_1) : \alpha_2 \cos(rn_2) : \alpha_3 \cos(rn_3) : \alpha_4 \cos(rn_4).$$

Si vede anche di qui che, se $\Sigma b_i = 0$, le b_i determinano la direzione della retta. Dal risultato ultimo si deduce la nota (*) relazione

$$\Sigma \alpha_i \cos(rn_i) = 0. \tag{12}$$

6. **Parametri di giacitura.** — I punti d'un piano si possono dare con equazioni della forma

$$T_i = a_i + \lambda b_i + \mu c_i \quad (i = 1, 2, 3, 4),$$

dove le a_i, le b_i e le c_i sono costanti mentre λ e μ sono variabili. E precisamente si riconosce subito che il luogo dei punti (T) è un piano, se i tre punti (a), (b), (c) non sono in linea retta, cioè se non è possibile fissare ρ in modo d'aversi che

$$a_i = b_i + \rho c_i \quad (i = 1, 2, 3, 4);$$

se ciò è possibile, ma due punti son distinti, cioè se le a_i sono proporzionate alle b_i e non alle c_i oppure alle c_i e non alle b_i, allora il luogo dei punti (T) è una retta: se poi le a_i sono proporzionate alle b_i ed alle c_i, allora (a), (b), (c) sono in un medesimo punto nel quale resta fermo (T) mentre λ e μ variano, indipendentemente, da $-\infty$ a $+\infty$.

(*) V. p. es. Baltzer, *Trigonometria*, tradotta da L. Cremona, Genova, 1878, pag. 101.

Se i tre punti (a), (b), (c) non sono sopra una retta, l'intersezione del piano all'infinito con quello rappresentato dalle precedenti equazioni si determina (v. num. 2) mediante la $\Sigma T_i = 0$; si trova così che la retta all' infinito del piano considerato ha per equazioni

$$T_i = \left(a_i - \frac{\Sigma a_r}{\Sigma c_r} c_i\right) + \lambda \left(b_i - \frac{\Sigma b_r}{\Sigma c_r} c_i\right) \quad (i = 1, 2, 3, 4).$$

La direzione normale ad un piano ne determina la giacitura, al pari della retta all'infinito; per ciò i parametri direttivi della normale ad un piano diconsi anche *parametri di giacitura* di esso piano.

Se b_1, b_2, b_3, b_4 sono i parametri di giacitura del piano (v_1, v_2, v_3, v_4), si ha che $\Sigma b_i = 0$ e sono perpendicolari a questo piano tutti quelli passanti pel punto (b); sono cioè perpendicolari fra loro i due piani

$$v_1 T_1 + v_2 T_2 + v_3 T_3 + v_4 T_4 = 0,$$

$$a_1 T_1 + a_2 T_2 + a_3 T_3 - \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{b_4} T_4 = 0,$$

qualunque siano a_1, a_2, a_3; per cui si ha (v. n. 4) che

$$\begin{vmatrix} 2d^2_{14} & d^2_{14} + d^2_{24} - d^2_{12} & d^2_{14} + d^2_{34} - d^2_{13} & v_4 - v_1 \\ d^2_{24} + d^2_{14} - d^2_{21} & 2d^2_{24} & d^2_{24} + d^2_{34} - d^2_{23} & v_4 - v_2 \\ d^2_{34} + d^2_{14} - d^2_{31} & d^2_{34} + d^2_{24} - d^2_{32} & 2d^2_{34} & v_4 - v_3 \\ \frac{a_1(b_1+b_4)+a_2b_2+a_3b_3}{b_4} & \frac{a_1b_1+a_2(b_2+b_4)+a_3b_3}{b_4} & \frac{a_1b_1+a_2b_2+a_3(b_3+b_4)}{b_4} & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Questa deve sussistere identicamente, qualunque siano a_1, a_2, a_3: per ciò, se $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ sono i complementi algebrici dei tre primi elementi dell' ultima linea del precedente determinante e

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = -\theta_4,$$

si ha che

$$b_1 : b_2 : b_3 : b_4 :: \theta_1 : \theta_2 : \theta_3 : \theta_4, \tag{13}$$

7. Sistemi semplici di coordinate. — Le formule fondamentali date qui o nella precedente memoria si semplificano, se si fissa convenientemente il triangolo od il tetraedro fondamentale: se è regolare ed il suo lato è unità di lunghezza, la relazione tra le coordinate tripunte naturali d'una retta (v. (5) del num. 3') diviene

$$\Sigma'(u_m - u_n)^2 = \frac{3}{2} \tag{14}$$

e quella tra le coordinate quadripunte naturali di un piano (v. (13') del num. 8') diviene

$$\Sigma(u_m - u_n)^2 = 2. \tag{15}$$

La condizione di perpendicolarità di due rette nel piano o di due piani nello spazio (v. num. 4) diviene quindi

$$\Sigma(v_m - v_n)(v'_m - v'_n) = 0. \tag{16}$$

Se invece per triangolo o tetraedro, fondamentale, prendasi quello staccato da un angolo retto A_3, o da un triedro trirettangolo A_4, mediante una retta, o piano, che stacchi segmenti uguali all'unità di lunghezza dai lati dell'angolo, o dagli spigoli del triedro, allora le relazioni fra le coordinate tripunte naturali di retta nel piano e fra le quadripunte naturali di piano nello spazio divengono

$$(u_3 - u_1)^2 + (u_3 - u_2)^2 = 1, \tag{17}$$

$$(u_4 - u_1)^2 + (u_4 - u_2)^2 + (u_4 - u_3)^2 = 1, \tag{18}$$

e le condizioni di perpendicolarità, di due rette nel piano e di due piani nello spazio, divengono:

$$(v_3 - v_1)(v'_3 - v'_1) + (v_3 - v_2)(v'_3 - v'_2) = 0 \tag{19}$$

$$(v_4-v_1)(v'_4-v'_1)+(v_4-v_2)(v'_4-v'_2)+(v_4-v_3)(v'_4-v'_3)=0. \tag{20}$$

Le formule per la trasformazione delle coordinate, le con-

dizioni di perpendicolarità, ecc. in coordinate cartesiane generali si ottengono ponendo

$$a_1 = a_2 = 1\,, \quad a_3 = 2\,\mathrm{sen}(1, 2);$$

$$d_{41} = d_{42} = d_{43} = 1\,, \quad d_{ij} = 2\,\mathrm{sen}(i, j) \qquad (i, j = 1, 2, 3).$$

8. Notevole relazione segmentaria. — Le formule date precedentemente possono giovare anche alla geometria recente del triangolo e del tetraedro. Dal num. 30', p. es. segue che

$$a_1 z_2 z_3 + a_2 z_3 z_1 + a_3 z_1 z_2 = k \tag{21}$$

è equazione della circonferenza, che ha lo stesso centro di quella circoscritta al triangolo fondamentale ed ha per raggio

$$\mathrm{R}\sqrt{1 - \frac{k}{\mathrm{R}\delta}}.$$

La (21) si può anche scrivere così

$$\Sigma \frac{a^2_{rs}}{\mathrm{sen}(rs)} z_r z_s = h \ \ (a_{12} = a_3, \ldots)$$

ed allora il raggio è

$$\sqrt{\mathrm{R}^2 - \frac{h}{2\delta}}.$$

Parimenti, dalle (23) e (25) del num. 22' deducesi che

$$\Sigma \frac{\mathrm{T}_i}{\mathrm{T}} \overline{\mathrm{MA}}_i^2 = \Sigma d^2_{rs} \frac{\mathrm{T}_r \mathrm{T}_s}{\mathrm{T}^2} = \frac{1}{6\Lambda} \Sigma \frac{d^3_{rs}}{\mathrm{sen}(rs)} z_r z_s = \mathrm{R}^2 - \overline{\mathrm{OM}}^2,$$

per cui

$$\Sigma \frac{d^3_{rs}}{\mathrm{sen}(rs)} z_r z_s = k \tag{22}$$

è equazione della sfera, che ha lo stesso centro di quella circoscritta al tetraedro fondamentale ed ha per raggio

$$\sqrt{\mathrm{R}^2 - \frac{k}{6\Lambda}}.$$

Nel tetraedro $A_1 A_2 A_3 A_4$ indichiamo con M_{rs} il punto di incontro della faccia opposta ad A_r con la parallela ad $A_r A_s$ condotta pel punto M, indichiamo con M_r il punto d'incontro della stessa faccia con la retta $A_r M$ ed indichiamo con x_{rs} la segnata lunghezza di $M M_{rs}$. Mediante la considerazione di triangoli simili si riconosce che

$$MM_r : A_r M_r = x_{rs} : d_{rs},$$

per cui, siccome

$$T_i : T = MM_i : A_i M_i,$$

si ha che:

$$\frac{T_r T_s}{T^2} d_{rs}^2 = x_{rs} x_{sr}.$$

Di qui e da quanto precede segue che

$$\Sigma x_{rs} x_{sr} = R^2 - OM^2. \tag{23}$$

Una conseguenza immediata di questa relazione è questo teorema:

La somma dei sei segnati rettangoli delle parti in cui un punto divide le sei corde condotte per esso alla superficie d'un tetraedro parallelamente agli spigoli è costante per tutti i punti di una sfera, che sia concentrica a quella circoscritta al tetraedro; in particolare tal somma è nulla pei punti della sfera circoscritta.

In modo analogo, e con analoga notazione, nel piano, si trova che

$$x_{12} x_{21} + x_{23} x_{32} + x_{31} x_{13} = R^2 - OM^2. \tag{24}$$

Sussiste quindi nel piano il teorema seguente, che è analogo a quello già enunciato per lo spazio:

La somma dei tre segnati rettangoli delle parti in cui un punto divide le tre corde condotte per esso al contorno d'un triangolo parallelamente ai lati è costante per tutti i punti d'una circonferenza concentrica a quella circoscritta al triangolo: in particolare, tal somma è nulla pei punti della circonferenza circoscritta.

Relazione intorno alla Memoria del Prof. E. Martel:

Contribuzioni all'Anatomia della Dicentra spectabilis DC. e relazioni che intercedono fra questo genere ed i gruppi affini.

Lo scopo della Memoria presentata dal prof. E. Martel è quello di constatare se il diagramma empirico, quale era stato desunto dall'esame delle relazioni apparenti delle varie parti del fiore della *Dicentra spectabilis* DC, possa essere paragonato a quello che si può desumere dalla attenta investigazione del decorso dei fasci vascolari.

L'A. fondandosi sopra i risultati ottenuti dalle analisi microscopiche, illustrate nella presente Memoria; ricordando inoltre i risultati già notificati all'Accademia in una Memoria precedente (" Memorie della Reale Accademia ", vol. XLVIII), entra in un campo più vasto, trattando delle relazioni che esistono fra il gen. *Dicentra* ed i generi affini, giungendo a conclusioni assai interessanti ed originali, perchè dimostrano il legame strettissimo che esiste fra le Crucifere e le Fumariacee.

L'A. in questo suo lavoro descrive minutamente il decorso dei fasci vascolari, la forma e la disposizione dei due sepali atrofizzati della *Dicentra* passa quindi allo esame dei Petali, che in numero di quattro sono disposti in due verticilli e tratta infine delle falangi staminali in numero di due e dei carpelli pure in numero di due.

Alle singole descrizioni vanno unite delle considerazioni intorno al valore o alla dignità dei verticilli, alle analoghe formazioni dei generi vicini.

Interessanti particolarmente sono le considerazioni relative al valore delle falangi staminali della *Dicentra,* le quali per l'A. risulterebbero essere delle foglie staminali trinervate; e quelle che hanno rapporto al Gineceo, le quali portano l'A. ad

enunciare vedute originali, basate sopra numerose osservazioni microscopiche, intorno alla siliqua ed al *replum* delle Crucifere.

Numerose figure illustrano il testo.

I sottoscritti ritengono la memoria del prof. Martel degna di essere ammessa alla lettura, e qualora la Classe lo approvi alla stampa nei volumi accademici.

ORESTE MATTIROLO, *relatore*.
L. CAMERANO.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 22 Gennaio 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO BARONE GAUDENZIO CLARETTA
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Socii: Peyron, Manno, Perrero, e Ferrero, il quale fa le veci del Segretario Nani, che, per indisposizione, non ha potuto intervenire all'adunanza.

Si legge e si approva l' atto verbale della precedente adunanza.

Fra le pubblicazioni mandate in dono alla Classe il ff. di Segretario segnala il vol. III dell'opera *Papiniano* (Bologna, 1899) e il libro *Le orazioni di diritto privato di M. Tullio Cicerone,* del Prof. Emilio Costa, ed una serie di opuscoli del cav. Giovanni Sforza, Direttore dell'Archivio di Stato di Massa, cioè: *Il testamento di Paolina Bonaparte* (Modena, 1898); *Baltroméo Calzolaro,* commedia in dialetto massese, edita ed illustrata (Firenze, 1899); *Lettere inedite dell'avv. Luigi Fornaciari al marchese Antonio Mazzarosa* (Firenze, 1898); *Fabrizio Maramaldo governatore di Pontremoli* (Parma, 1898); *I giornali fiorentini degli anni 1847-49* (Torino, 1898).

Lo stesso Socio legge una sua nota, che è inserita negli *Atti*, intorno ad una *Iscrizione classiaria scoperta a Roma.*

LETTURE

Iscrizione classiaria scoperta a Roma;

Nota del Socio ERMANNO FERRERO.

Fra le iscrizioni scoperte sulla via Ostiense nei lavori di sterro per il collettore della sinistra del Tevere, edite dal ch. Luigi Borsari nel quaderno delle *Notizie degli scavi* dell'agosto 1898, distribuito però soltanto in questi giorni, si trova la seguente, incisa sopra una " stele marmorea alta " m. 0,55, larga m. 0,46, arcuata nella parte superiore „ (1):

D I IS · MANIBVS
M · MARIO · MAXIMO
MILITI · EX · CLASSE
PR · MISENENSE
BENEFICIARIO · PRAEFCTI *sic*
MILITAVIT · ANNIS · XVIII
VIXIT · ANNIS · XXXX
L · VALERIVS PVDENS
AMICO · KARISSIMO BENE
MERENTI · FECIT

Oltre a parecchi esempii di *beneficiarii*, senz'altra indicazione, appartenenti alla marineria dell'impero romano (2), si

(1) Pag. 320, n. 123.

(2) Ai tre esempii sicuri somministrati dalle iscrizioni n. 108, 109 (armata di Miseno), 401 (armata di Ravenna) ed a quello assai probabile del titolo n. 578 (armata incerta) della mia raccolta, è da aggiungere quello di un *beneficiarius*, con tutta probabilità dell'armata britannica, fatto conoscere da una lapide scoperta nel 1895 a Boulogne-sur-mer, stazione impor-

aveva in un'epigrafe del museo di Napoli un *b(eneficiarius) stolarchi* (1). Nello *stolarchus* alcuni videro il prefetto dell'armata di Miseno grecamente designato (2); altri preferirono trovarvi il comandante di una divisione navale (3). Parlando di questa lapide nel mio libro *L'ordinamento delle armate romane,* dissi lasciare indecisa la questione (4); più tardi accettai l'opinione dei primi (5). La nuova lapide di Roma ci presenta adunque una seconda testimonianza del *beneficiarius praefecti classis,* e questa volta più precisa della prima. Onde possiamo sicuramente registrare il *beneficiarius* del prefetto dell'armata coi beneficiarii dei *legati Augusti pro praetore,* dei legati e dei tribuni delle legioni, dei prefetti delle legioni, delle ali, delle coorti ausiliarie, dei prefetti del pretorio e della città, dei tribuni delle coorti pretorie ed urbane, dei prefetti, dei sottoprefetti e dei tribuni dei vigili, dei tribuni degli equiti singolari (6).

tante di quest'armata (Cagnat, nella *Rev. arch.*, 3e série, t. XXVII, 1895, p. 125, da comunicazione del chiaro illustratore delle antichità di quel luogo, il sig. V. J. Vaillant).

(1) *Armate,* n. 107.

(2) Mommsen, *I. R. N.*, n. 2685, e *C. I. L.*, X, n. 3413, p. 1131; Garrucci, *Class. praet. Misen. mon.*, n. 47; Fiebiger, *De class. Italic. hist. et inst.*, in *Leipz. Stud.*, XV, 1894, p. 347.

Il *praefectus classis* è detto στολάρχης in un'iscrizione metrica greca (*Arm.*, n. 499). Nelle altre, a cominciare dalla fine della repubblica, è chiamato ἔπαρχος στόλου o κλάσσης (*Arm.*, n. 3, 18; *Arch.-epigr. Mittheil. aus Oesterr.*, VIII, 1884, p. 22; *Aegypt. Urk. aus den k. Mus. zu Berlin, Griech. Urk.*, I, n. 142).

(3) Henzen, in Orelli, III, n. 6870 e pag. 521; Marquardt, *Röm. Staatsverw.*, 2a ed., t. II, p. 513; La Berge, *Étude sur l'organ. des flottes rom.*, mém. posthume, Vienne, 1887, p. 42 (estr. dal *Bull. épigr.*, t. VI).

(4) Pag. 33, cf. p. 59. E quindi non so perchè lo Chapot, che giudica lo *stolarchus* essere il prefetto (*La flotte de Misène,* Paris, 1896, p. 116), mi metta fra coloro, che credono fosse " le chef d'un petit groupe de navires ".

(5) Art. *classis* in De Ruggiero, *Diz. epigr.*, vol. II, p. 277.

(6) V. art. *beneficiarius* in De Ruggiero, op. cit., vol. II, pag. 332. Qui è indicato come di un *beneficiarius* dell'armata il titolo misenense *C. I. L.*, X, n. 3075. Non parve tale al Mommsen: io pure stento ad accogliere questa attribuzione.

L'Accademico Segretario
CESARE NANI.

TORINO VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 29 Gennaio 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Berruti, D'Ovidio, Mosso, Spezia, Camerano, Segre, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti e Naccari, Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale della seduta precedente che viene approvato.

Il Socio D'Ovidio presenta a nome dell'editore Prof. Gino Loria il primo volume del *Bollettino di Bibliografia e Storia delle matematiche*. Dice come questa pubblicazione sia destinata a continuare quella che fu per molti anni diretta dal principe Boncompagni, ne dimostra l'utilità e come siano opportune e sagge le modificazioni introdotte dal Loria nel riprendere la pubblicazione del Bollettino.

Il Socio Camerano anche a nome del Socio Salvadori riferisce intorno alla proposta fatta dalla Società africana di Napoli di chiedere al Governo l' istituzione di poderi agricoli sperimentali nell' Eritrea. La relazione propone che la Classe dia voto contrario a tale proposta, ritenendo che l' avvenire politico della colonia sia ancora troppo incerto, che vi sia poca

probabilità che i capitali necessari alle coltivazioni di cui si tratta, sieno impiegati con vantaggio e infine che sia più opportuno sollecitare il Governo a migliorare le condizioni agricole ed economiche d' Italia. La Classe approva all' unanimità queste conclusioni.

Il Socio Volterra anche a nome del Socio Segre, legge la relazione sulla memoria del Prof. Tullio Levi-Civita, intitolata: *Tipi di potenziali che si possono far dipendere da due sole coordinate.* La proposta di leggere la memoria alla Classe fatta dal relatore viene approvata e, compiuta la lettura, la memoria viene accolta nei volumi accademici.

Vengono poi accolti per l'inserzione negli *Atti* gli scritti seguenti:

1° *Sopra l'azione fisiologica di alcuni eteri chetonici e dei dichetoni corrispondenti,* nota del Dott. Alberico Benedicenti, presentata dai Soci Mosso e Guareschi,

2° *Sulla rappresentazione analitica delle funzioni reali discontinue di variabile reale,* nota del Dott. Carlo Severini, presentata dal Socio Volterra.

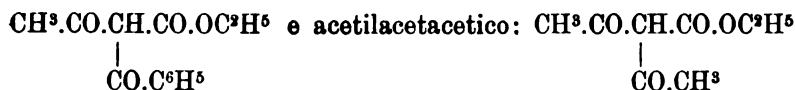
LETTURE

Sopra l'azione fisiologica di alcuni eteri chetonici e dei dichetoni corrispondenti;

Nota IIª del Dott. ALBERICO BENEDICENTI.

In una precedente memoria (1) ho studiata l'azione fisiologica degli eteri β-chetonici ed ho dimostrato come legge generale che essi si decompongono nell'organismo in alcool, CO^2 e nel chetone corrispondente.

Nel presente lavoro ho studiato gli eteri benzoilacetacetico:

$$CH^3.CO.\underset{\displaystyle CO.C^6H^5}{\overset{}{CH}}.CO.OC^2H^5$$ e acetilacetacetico: $$CH^3.CO.\underset{\displaystyle CO.CH^3}{\overset{}{CH}}.CO.OC^2H^5$$

i quali sono per costituzione chimica affini a quelli già precedentemente studiati, ma contengono un carbonile nel radicale di sostituzione così che il gruppo CH viene ad essere legato a tre carbonili. Era interessante il vedere se questi eteri subivano la scissione chetonica dando origine a dei β-dichetoni, cioè a sostanze contenenti due volte il gruppo funzionale dell'acetone. L'azione fisiologica dei dichetoni non fu ancora studiata: alcuni di essi sono più tossici dell'acetone.

Etere benzoilacetacetico.

L'etere benzoilacetacetico, ottenuto da Bonne (2) è liquido bolle a 202° e distillandolo si decompone facilmente in CO, CO^2, acido benzoico ed etere etilbenzoico. Bollito con H^2O o con KOH si decompone in acido benzoico, acido acetico, CO^2, alcool, acetofenone e benzoilacetone: $C^6H^5.CO.CH^2.CO.CH^3$. Con $FeCl^3$ si colora in rosso violaceo.

(1) Benedicenti, *Sull'azione fisiologica e sul comportamento nell'organismo degli eteri β chetonici,* " Mem. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. XLIX, 1898.

(2) Bonne, " Liebig's Ann. ", Vol. 187, p. 285.

Questo etere, come quelli già studiati, impedisce a dosi elevate la fermentazione e la germinazione; in soluzione di 0,5 o 0,8 % uccide i piccoli crostacei e le larve d'insetti. Per brevità cito solo alcune delle esperienze eseguite sulle rane e sui mammiferi.

Esp. I. — Rana del peso di gr. 45.

Ore 2.45. Iniezione nei linfatici del dorso di gr. 0,2 di etere.

2.49. L'animale salta meno bene. Dopo il salto rimane cogli arti posteriori estesi.

2.52. Messo sul dorso non si risolleva. I movimenti ioidei sono divenuti lentissimi, in numero di 6 al minuto.

3. Cessati i movimenti ioidei; aboliti i riflessi; forte risoluzione muscolare. L'animale pare morto.

4.30. Messo il cuore allo scoperto si vede pulsare regolarmente con 14 pulsazioni al minuto. La sistole è assai lenta.

Esp. II. — Cavia del peso di gr. 120.

Ore 10.20. Iniezione sottocutanea di 1 gr. di etere.

10.45. Incominciano fenomeni di paresi. L'animale cammina barcollando, grida e cade sul fianco.

2.30. La cavia è in cattive condizioni, messa a giacere non riesce a sollevarsi. Più tardi diviene completamente paralitica; si abolisce ogni movimento volontario; si accentua la flaccidezza muscolare, si rallentano i movimenti respiratori; si abbassa la temperatura e l'animale muore verso le sei pomeridiane in stato comatoso.

Applicato direttamente sul muscolo cardiaco l'etere benzoilacetacetico ne rallenta i battiti; il cuore però è l'organo che risente meno di ogni altro l'azione del farmaco. Anche la pressione del sangue rimane a lungo costante e solo, poco prima della morte dell'animale decade rapidamente.

L'etere benzoilacetacetico passa nell'orina trasformato in parte in acido benzoico ed acido ippurico.

Iniettato ad una cagnetta del peso di kg. 8,300, 15 cm^3 di etere. Quattro ore dopo l'iniezione emette 50 cm^3 di orina di colore giallo-paglierino; nelle venti ore successive emette 200 cm^3 di orina colorata in giallo-rosso. Tratto per tre volte quest'orina con etere solforico. Distillato l'etere, ottengo un piccolo residuo oleoso. Una goccia di questo residuo, sciolta in alcool e trattata con $FeCl^3$ si colora debolmente in rosso. Un'altra porzione sciolta in acqua ha reazione acida e trattata con acetato di rame

dà un precipitato che non ho potuto analizzare essendo in minima quantità.

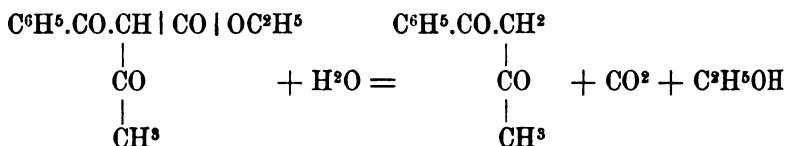
Ho poscia ricercato nell'orina l'acido ippurico col metodo di Bunge e Schmiedeberg, alcalinizzando l'orina con carbonato sodico, concentrando fino a consistenza sciropposa, estraendo con alcool, e trattando con etere acetico il residuo alcoolico acidificato con acido cloridrico. Dall'etere acetico cristallizzarono circa due grammi di una sostanza la quale asciugata bene fra carta bibula e al torchio fondeva male fra 186 e 190°. Ho trattato questa sostanza con etere di petrolio per separare l'acido ippurico dall'acido benzoico. La parte rimasta indisciolta nell'etere di petrolio, ricristallizzata dall'acqua bollente, del peso di circa grammi uno e mezzo si ha pura e bianca in piccoli prismi duri i quali fondono a 187°. Questa sostanza è poco solubile in acqua fredda, solubile in alcool, poco solubile in etere, insolubile in benzina e solfuro di carbonio. È azotata; la sua soluzione ha reazione acida: scaldata fino oltre fusione in un tubetto da saggio sviluppa un forte odore di amandorle amare e la massa si colora in rosso. Alcuni cristalli trattati con acido nitrico fumante dànno la reazione di Lücke. È adunque certo che si tratta di acido ippurico.

Dall'etere di petrolio per evaporazione si separa un'altra sostanza, nella quantità di un decigrammo circa, la quale asciugata fra carta bibula al torchio si ha in lamine bianchissime e splendenti. Questa sostanza è acido benzoico e lo provano il suo aspetto cristallino, i suoi caratteri di solubilità e tutte le altre sue proprietà. La soluzione di questa sostanza è acida; con $FeCl^3$ dà un precipitato abbondante di colore roseo: con nitrato d'argento dà un sale d'argento stabile e coi caratteri del benzoato d'argento. La sostanza in parola non è azotata e fonde a 121°,5 precisi.

Una seconda esperienza eseguita nello stesso modo ha condotto ai medesimi risultati per cui devesi concludere che l'etere benzoilacetacetico si trasforma nell'organismo e passa almeno in parte nelle orine sotto forma di acido ippurico e benzoico.

Ma l'avere rinvenuto questi due acidi nell'orina non ci dà un'idea sufficiente della trasformazione che l'etere benzoilacetacetico può avere subìto nell'organismo. Infatti potrebbe darsi che

questo etere avesse subìta la scissione chetonica, come è espresso dall'equazione seguente:

$$\begin{array}{l} C^6H^5.CO.CH \mid CO \mid OC^2H^5 \\ \quad\quad | \\ \quad\quad CO \\ \quad\quad | \\ \quad\quad CH^3 \end{array} + H^2O = \begin{array}{l} C^6H^5.CO.CH^2 \\ \quad\quad | \\ \quad\quad CO \\ \quad\quad | \\ \quad\quad CH^3 \end{array} + CO^2 + C^2H^5OH$$

e che alla sua volta il benzoilacetone si fosse trasformato in acido ippurico e benzoico. Ho pertanto preparato del benzoilacetone col metodo di Claisen (1) per vedere come questo si comportasse nell'organismo. A questo scopo ho mescolato insieme in un piccolo matraccio gr. 10 di etilato di sodio ben polverizzato, con gr. 20 di etere acetico, agitando quindi bene fino a completa soluzione dell'etilato sodico. Ho aggiunto quindi poco per volta gr. 10 di acetofenone ed ho ottenuta una massa nera e densa che ho lasciato a sè per alcune ore, raffreddando bene con ghiaccio il recipiente. Ho lavato la massa così ottenuta con etere, per asportare la materia colorante, indi ho sciolto in acqua. Ho decantato con apparecchio a spostamento un poco di acetofenone che non aveva reagito e dalla soluzione acquosa ho precipitato il benzoilacetone con acido cloridrico. Il benzoilacetone così ottenuto, raccolto su filtro, essiccato al torchio, ricristallizzato dall'alcool, si ha in begli aghetti bianchi, di gradevole odore aromatico, fondenti a 60°-61°. Il benzoilacetone è quasi insolubile in acqua fredda, facilmente solubile in alcool ed etere, solubile in idrato sodico, insolubile invece in carbonato sodico. Dal $FeCl_3$ è colorato intensamente in rosso-bordeaux. Dagli alcali è facilmente decomposto in acetofenone e acido acetico.

Ad un coniglio del peso di kg. 2,800 ho somministrato per bocca gr. cinque di benzoilacetone. L'animale non ha provato alcun fenomeno di malessere e al mattino seguente, dopo un po' di sonnolenza ed apatia è tornato perfettamente normale. L'orina emessa dall'animale è torbida, e questo intorbidamento scompare per aggiunta di HCl. 50 cm³ di orina sono trattati direttamente con etere per vedere se questo solvente estragga

(1) Claisen, " Ber. d. deutsc. Chem. Gesells. „, 20, 665.

del benzoilacetone inalterato. La reazione dell'orina è neutra. Decantato l'etere che ha servito al trattamento, essiccato con cloruro di calcio fuso, filtrato ed evaporato non lascia che un minimo residuo liquido. Aggiungo a questo residuo due goccie d'alcool ed una goccia di $FeCl^3$ ma non si ha colorazione di sorta, il che dimostra che non vi è traccia di benzoilacetone inalterato. Infatti mi assicuro che questo composto può essere estratto dall'orina nelle condizioni descritte, per mezzo dell'esperienza seguente.

A 50 cm^3 di orina normale del coniglio unisco due o tre cristallini di benzoilacetone, cioè una quantità assolutamente minima. Estraggo questa orina con etere e distillo l'etere. Il residuo minimo lasciato dall'etere ha l'aspetto del residuo della precedente esperienza e non odora quasi affatto di benzoilacetone. Aggiungo due gocce di alcool ed una goccia di $FeCl^3$ ed ottengo così una intensa colorazione rosso-ciliegia, caratteristica del benzoilacetone. Questa esperienza prova che il benzoilacetone anche in tracce può essere estratto coll'etere dall'orina e riconosciuto colla reazione del $FeCl^3$ e che somministrato per bocca il benzoilacetone non passa inalterato nell'orina.

Un'altra porzione delle orine del coniglio, circa 50 cm^3, viene distillata. Le prime porzioni del liquido distillato, trattate con NaOH e ioduro di potassio iodurato, dànno un precipitato abbondante di iodoformio. Lo stesso precipitato si ha pure sostituendo all'idrato sodico l'NH^3, il che rivela la presenza di un chetone. Questo può essere il metilfenilchetone o acetofenone, poichè gli alcali e l'H^2SO^4 concentrato decompongono il benzoilacetone con formazione appunto di acetilbenzina; ovvero può essere acetone.

L'orina del coniglio, la quale era stata trattata direttamente con etere, viene poscia sottoposta al trattamento per la ricerca dell'acido ippurico e benzoico col metodo di Schmiedeberg e Bunge, insieme ad altra orina emessa più tardi dall'animale. Quest'orina concentrata, dopo alcalinizzazione con carbonato sodico, estratta con alcool, indi acidificata ed estratta ripetute volte con etere acetico, lascia un residuo liquido, di consistenza sciropposa che lasciato a sè si consolida senza cristallizzare. Tratto con etere di petrolio questo residuo, evaporo l'etere ed ottengo solo alcune tracce di acido benzoico, dall'etere

evaporato. La parte rimasta indisciolta nell'etere di petrolio pesa circa $^1/_2$ decigrammo ; è costituita da una polvere amorfa fortemente colorata la quale dà le reazioni dell'acido ippurico.

Del benzoilacetone somministrato per bocca una parte adunque è assorbita e si ritrova nelle orine come acido ippurico e in minima quantità forse come acetofenone. Non passa, neppure in piccola parte, inalterato.

Per meglio convincermi di questi fatti ho voluto somministrare il benzoilacetone in soluzione alcoolica per via sottocutanea. Per sciogliere un grammo di benzoilacetone occorrono circa 12 cm^3 di alcool a 90°. Ad un coniglio del peso di kg. 2,500 inietto 1 gr. di benzoilacetone sciolto nell'alcool. Poco dopo insorgono i fenomeni dell'alcoolismo acuto. L'animale socchiude gli occhi, lascia penzolare il capo, giace sul fianco. Questi fenomeni di paralisi generale divengono ancor più marcati un'ora circa dopo l'iniezione, indi poco per volta scompaiono ed il coniglio ritorna normale.

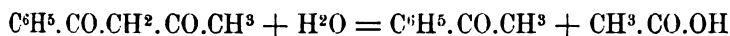
L'orina emessa dall'animale nelle 24 ore dopo l'iniezione misura circa 150 cm^3, è di colore giallo-rosso, ed ha un odore aromatico assai gradevole che ricorda le amandorle amare. Una metà di quest'orina è distillata. Nel refrigerante scorrono durante la distillazione delle piccole goccioline oleose le quali si raccolgono insieme all'acqua in una piccolissima bevuta. Le prime porzioni del liquido distillato hanno un forte odore di acetofenone; separate dal rimanente liquido, alcune goccioline oleose, introdotte in un piccolo tubicino e trattate con $NaHSO^3$ non dànno alcuna combinazione cristallina. Le prime porzioni del liquido distillato non si colorano affatto con $FeCl_3$ il che dovrebbe avvenire se si trattasse di benzoilacetone inalterato il quale è volatile col vapor d'acqua.

Il liquido distillato dà pure con nitroprussiato sodico la reazione di Legal, la quale è comune all'acetone ed allo acetofenone: ma dà altresì la reazione di Simon (1) la quale è propria solo degli eteri ed acido piruvico e dell' acetofenone, ma non è data dall'acetone. Questa reazione, descritta recentemente da Simon, consiste nell'aggiungere ad 1 cm^3 della soluzione da provare un ugual volume di soluzione concentrata di NH^3, indi

(1) Simon, " Compt. rend. Acad. des Sciences ", tomo CXXV.

una goccia di nitroprussiato e tracce di acido acetico. Si ottiene così una colorazione verde o azzurra a seconda della quantità di acetofenone contenuta nella soluzione.

Mi pare quindi di poter asserire che il benzoilacetone si decompone nell'organismo in acetofenone e acido acetico:

$$C^6H^5.CO.CH^2.CO.CH^3 + H^2O = C^6H^5.CO.CH^3 + CH^3.CO.OH$$

e che una parte minima dell'acetofenone passa nelle orine, mentre l'altra si trasforma in acido ippurico.

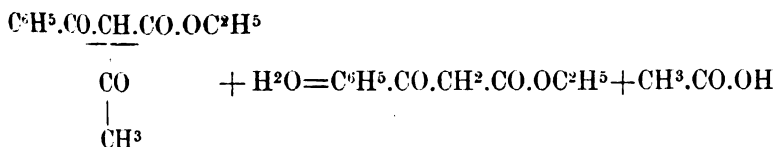
Dalle orine del coniglio infatti ho potuto separare col metodo di Schmiedeberg delle quantità piccole, ma pure pesabili di acido ippurico le quali sono degne di considerazione se si tien mente alla piccola quantità di benzoilacetone iniettato.

Rimaneva a dimostrare se, iniettando delle quantità rilevanti di etere benzoilacetacetico ad un animale, si poteva rinvenire nel distillato delle orine l'acetofenone.

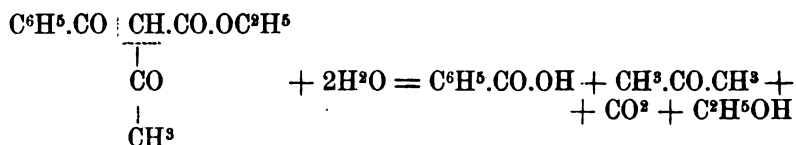
A tale scopo ho iniettato ad un coniglio del peso di kg. 3.120, 10 cm³ di etere benzoilacetacetico. L'orina emessa dall'animale dopo l'iniezione (nelle ventiquattro ore successive) è di color giallo-scuro, ha odore aromatico e gradevole.

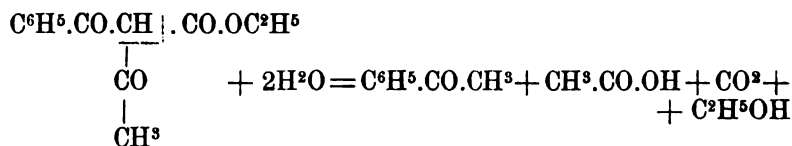
Distillo 100 cm³ di questa orina e raccolgo le prime porzioni del distillato. Questo ha l'*identico* aspetto e gli stessi caratteri del distillato delle orine dopo l'iniezione di benzoilacetone. Si hanno cioè nel liquido parecchie goccioline oleose che non si colorano con $FeCl^3$, non si combinano con $NaHSO^3$ ed hanno forte odore di amandorle amare.

Le prime porzioni del distillato dànno assai spiccatamente la reazione di Lieben, la reazione di Legal e la reazione di Simon. Si può quindi, molto probabilmente, ammettere, anche in questo caso, la presenza di acetofenone nelle orine. Il fatto che il liquido oleoso distillato non si colora con $FeCl^3$ esclude la trasformazione dell'etere benzoilacetacetico in acido acetico ed etere benzoilacetico:

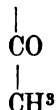
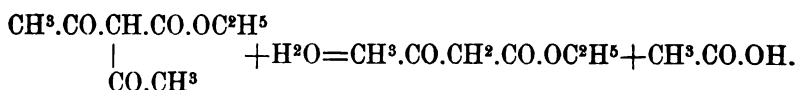
$$\begin{array}{l} C^6H^5.CO.\underline{CH}.CO.OC^2H^5 \\ \qquad\quad | \\ \qquad\quad CO \qquad + H^2O = C^6H^5.CO.CH^2.CO.OC^2H^5 + CH^3.CO.OH \\ \qquad\quad | \\ \qquad\quad CH^3 \end{array}$$

L'etere benzoilacetico dà infatti alla sua volta la reazione di Lieben e di Legal, si colora anche in azzurro colla reazione di Simon, ma si distingue dall'acetofenone perchè le sue soluzioni nell'alcool diluito si colorano in rosso-violetto col $FeCl^3$.

Anche la decomposizione dell'etere benzoilacetacetico in acido benzoico, acetone, alcool e acido carbonico, resta esclusa dai risultati delle esperienze eseguite non avendo rinvenuto l'acetone che dovrebbe formarsi in tale reazione:

$$C^6H^5.CO \vdots \underset{\underset{CH^3}{|}}{\underset{\underset{CO}{|}}{CH}}.CO.OC^2H^5 + 2H^2O = C^6H^5.CO.OH + CH^3.CO.CH^3 + CO^2 + C^2H^5OH$$

Dobbiamo pertanto ammettere che l'etere benzoilacetacetico si scinda in metilfenilchetone, acido acetico, CO^2 e alcool:

$$C^6H^5.CO.\underset{\underset{CH^3}{|}}{\underset{\underset{CO}{|}}{CH}} \vdots .CO.OC^2H^5 + 2H^2O = C^6H^5.CO.CH^3 + CH^3.CO.OH + CO^2 + C^2H^5OH$$

ovvero, come è più probabile, subisca la scissione chetonica dando origine a benzoilacetone il quale alla sua volta si decompone nell'organismo in acetofenone e acido acetico.

Etere acetilacetacetico.

L'etere acetilacetacetico: $CH^3.CO.\underset{\underset{CH^3}{|}}{\underset{\underset{CO}{|}}{CH}}.CO.OC^2H^5$ è liquido, poco solubile in acqua e bolle a 200°-205°. Con $FeCl^3$ si colora in rosso-fragola. Dall'acqua fredda è già decomposto in acido acetico ed etere acetacetico:

$$CH^3.CO.\underset{\underset{CO.CH^3}{|}}{CH}.CO.OC^2H^5 + H^2O = CH^3.CO.CH^2.CO.OC^2H^5 + CH^3.CO.OH.$$

Questo etere è alquanto più tossico del benzoilacetacetico e cito come esempio una esperienza di confronto sulle rane:

Rana di 49 gr.	Rana di 48 gr.
3.54. Iniezione gr. 0,2 *etere benzoilacetacetico.*	3.56. Iniezione gr. 0.2 *etere acetilacetacetico.*
4. Messa sul dorso si risolleva un po' stentatamente.	4. Normale.
4.15. Movimenti ioidei conservati, ma deboli. Messa sul dorso tenta di sollevarsi.	4.15. Abolizione dei movimenti ioidei; flaccidezza muscolare assai pronunciata.
4.24. Fa ancora qualche movimento spontaneo.	4.24. La rana ha l'aspetto di un animale morto. Metto il cuore allo scoperto. Pulsa debolissimamente, e si arresta alle 4.50 pom.
4.30. È immobile in paralisi completa, di senso e di moto.	—
5.30. Il cuore messo allo scoperto pulsa ancora bene.	—

Nel coniglio alla dose di 1 gr. per chilo non ha alcuna azione. A forti dosi produce incoordinazione dei movimenti volontari e abolizione dei riflessi. L'aria espirata dagli animali avvelenati con etere acetilacetacetico fatta passare attraverso ad una soluzione di $FeCl^3$ non la colora affatto in rosso il che dimostra che questa sostanza non è eliminata pel respiro, come accade invece pel chetone corrispondente, acetilacetone.

Cito come esempio un'esperienza fatta su una cavia, del peso di gr. 350 iniettando 2 gr. di etere sotto la cute.

Ore 2.35. Iniezione.

2.40. Risoluzione muscolare; 88 resp. in 30″ con oscillazioni del capo ad ogni movimento respiratorio.

2.48. Aumento della risoluzione muscolare; l'animale cammina barcollando; cade; si risolleva a stento.

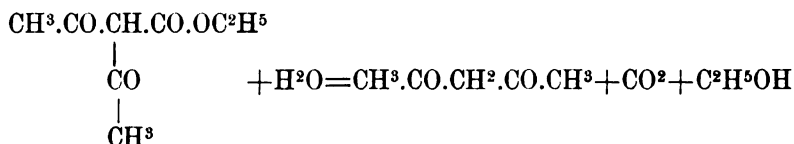
2.49. L'animale si trascina pel tavolo; cade sul fianco nè si risolleva più; convulsioni cloniche, abboccamento dell'aria, dilatazione della pupilla, temperatura bassa; orecchie fredde.

2.55. Emette poche gocce di orina che si colorano con $FeCl^3$; il respiro diviene raro; il bulbo oculare si fa alquanto protendente. Il respiro cessa e alle 2.56 si arresta il cuore in diastole.

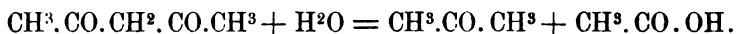
Ho fatto alcune esperienze per studiare il comportamento nell'organismo dell'etere acetilacetacetico e ne riferisco brevemente i risultati.

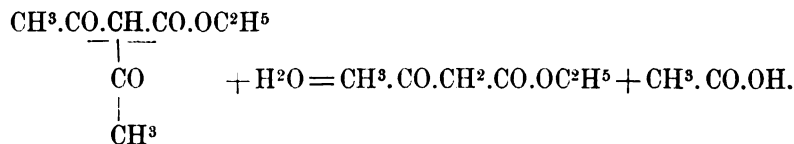
Coniglio di kg. 1,500. Iniezione sottocutanea di gr. 2 etere acetilacetacetico. Nessun fenomeno. Distillo l'orina emessa nelle 48 ore successive all'iniezione. Le prime porzioni del distillato dànno colla reazione Lieben molto iodoformio, ma non si colorano con $FeCl^3$. L'etere acetilacetacetico non passa pertanto inalterato nelle orine se non somministrato a dosi elevate.

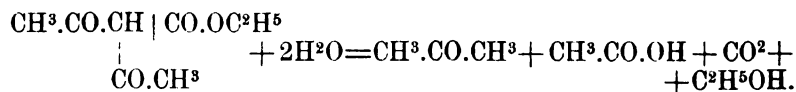
Se l'etere subisse la scissione chetonica, dovrebbe dare acetilacetone:

$$\begin{array}{l} CH^3.CO.CH.CO.OC^2H^5 \\ \qquad\quad | \\ \qquad\quad CO \qquad + H^2O = CH^3.CO.CH^2.CO.CH^3 + CO^2 + C^2H^5OH \\ \qquad\quad | \\ \qquad\quad CH^3 \end{array}$$

il quale si colora intensamente in rosso con $FeCl^3$ e passa in gran parte inalterato, come vedremo, nelle orine. Nel distillato delle orine è contenuto invece dell'acetone il quale si riconosce colla reazione di Gunning, colla reazione di Legal e colla prova di Chautard.

Questo acetone può provenire o da una decomposizione dello acetilacetone, come avviene per azione degli alcali:

$$CH^3.CO.CH^2.CO.CH^3 + H^2O = CH^3.CO.CH^3 + CH^3.CO.OH.$$

o da una decomposizione dell'etere acetacetico il quale potrebbe formarsi staccandosi il gruppo acetossilico : CH^3 . CO come segue:

$$\begin{array}{l} CH^3.CO.CH.CO.OC^2H^5 \\ \qquad\quad | \\ \qquad\quad CO \qquad + H^2O = CH^3.CO.CH^2.CO.OC^2H^5 + CH^3.CO.OH. \\ \qquad\quad | \\ \qquad\quad CH^3 \end{array}$$

o finalmente dall'etere acetilacetacetico direttamente con formazione di acido acetico e alcool:

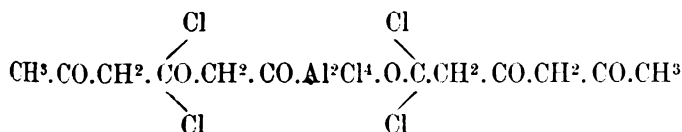
$$\begin{array}{l} CH^3.CO.CH \mid CO.OC^2H^5 \\ \qquad\quad | \qquad\qquad + 2H^2O = CH^3.CO.CH^3 + CH^3.CO.OH + CO^2 + \\ \qquad\quad CO.CH^3 \qquad\qquad\qquad\qquad + C^2H^5OH. \end{array}$$

Ho iniettato ad un coniglio di Kg. 2,100 due gr. di etere acetilacetacetico sotto la cute; l'orina emessa e distillata si colorava debolissimamente con $FeCl^3$, ma dava intensamente la reazione di Lieben, e le altre reazioni dell'acetone.

Ho esperimentato anche sui cani iniettando dosi abbastanza elevate di etere. Ad un cane di Kg. 7 ho iniettato 5 cm^3 di etere acetilacetacetico. Le prime porzioni del distillato delle orine si colorano intensamente in rosso con $FeCl^3$; trattate con soluzione di acetato di rame dànno il sale di rame dell'etere: $Cu(C^8H^{11}O^4)^2 2H^2O$, il quale è insolubile in acqua; disidratato è solubile in alcool e fonde precisamente a 149°-150° come è indicato per questa sostanza. Il distillato dà anche molto evidenti le reazioni di Lieben e di Gunning. In un'altra esperienza ho iniettato allo stesso cane, dopo molti giorni, 10 cm^3 di etere. Il distillato dell'orina si colorava intensissimamente in rosso-ciliegia con $FeCl^3$ e dava le reazioni dell'acetone. La maggior parte dell'orina fu estratta più volte con etere. L'etere filtrato, seccato con cloruro di calcio, evaporato lasciò un residuo minimo il quale non si colorava con $FeCl^3$ e non dava le reazioni dell'acetone. L'orina estratta con etere previa acidificazione lasciò circa $^1/_2$ cm^3 di residuo il quale dava le reazioni dell'acetone, si colorava abbastanza chiaramente con $FeCl^3$ e con acetato di rame dava un precipitato insolubile in cloroformio e che non era perciò il sale di Cu. dell'acetilacetone. Bisogna quindi concludere che l'etere acetilacetacetico passa nell'orina in piccola parte inalterato, in parte come acetone. Dopo ciò ho voluto studiare come si comportasse nell'organismo l'acetilacetone.

Acetilacetone.

L'acetilacetone è un β-dichetone, cioè un chetone in cui i due carbonili CO sono separati da un metilene: $CH^3 . CO . CH^2 . CO . CH^3$. Nell'acetonilacetone si hanno due metileni: se ne hanno quattro nel diacetilbutano; 5 nel diacetilpentano, etc.

Fu ottenuto da Combes dal seguente composto di alluminio:

$$CH^3.CO.CH^2.\overset{Cl}{\underset{Cl}{C}}O.CH^2.CO.Al^2Cl^4.O.\overset{Cl}{\underset{Cl}{C}}.CH^2.CO.CH^2.CO.CH^3$$

È un liquido incoloro, di odore gradevole, bolle a 136°, è solubile in otto volte il suo peso d'acqua, molto solubile in acqua acidulata con HCl, miscibile in qualunque proporzione all'alcool, etere e cloroformio. Con bisolfito sodico non dà una combinazione cristallina.

L'acetilacetone è circa sei volte più tossico dell'acetone, come risulta dalle esperienze seguenti:

Colloco sul vetro portaoggetti una goccia di infusione di fieno preparata da alcuni giorni, la copro con un vetrino e l'esamino al microscopio. Gli infusori sono numerosissimi. Da un lato del vetrino colloco una goccia di soluzione di acetilacetone al 10 %, e la faccio penetrare sotto il vetrino aspirando con un pezzettino di carta bibula. Gli infusori venendo in contatto della soluzione presentano un forte eccitamento e si muovono più rapidamente; in pochi istanti però i movimenti divengono più lenti e cessano nello spazio di circa due minuti. I Paramoecium sono i primi a risentire l'azione del veleno; le Anguillule muoiono le ultime.

Con due pipette perfettamente uguali metto sul vetrino portaoggetti una goccia di soluzione di acetilacetone 10 % ed una goccia di infusione di fieno. Gli infusori, i quali si trovano così in una soluzione al 0,5 % cessano in gran parte il loro movimento; dopo 1 minuto non si vedono nuotare nel campo del microscopio che le Anguillule; dopo tre minuti tutti gli infusori hanno cessato di vivere. Se la soluzione di acetilacetone è al 2,5 % gli infusori continuano a muoversi normalmente per 4-5 minuti, poscia i movimenti dei Paramoecium e delle Vorticelle si fanno più lenti e cessano nello spazio di 8-10 minuti, mentre continuano quelli delle Anguillule. Dopo mezz'ora tutti gli infusori sono morti.

Sui Cladoceri e altri piccoli crostacei che vivono nei nostri stagni l'acetilacetone agisce pure come un forte veleno. Se questi animali si trovano in una soluzione all'1 %, dopo 1-2 minuti cessano di nuotare, non riescono più a risalire alla superficie del liquido e dopo tre minuti al massimo, cadono al fondo del vaso nel quale erano contenuti, fanno ancora qualche movimento coi piedi branchiali poi cessano completamente di muoversi.

Nelle rane alla dose di gr. 1,4 per chilo non ha grande azione; alla dose di gr. 1,7-1,8 per chilo è mortale e la morte avviene in 3-4 ore, come appare dall'esperienza seguente:

Rana del peso di gr. 57. — Alle ore 5.20 iniezione sottocutanea di gr. 0,1 acetilacetone pari a gr. 1,7 per chilo.

Ore 5.24. L'animale è pigro nei movimenti; eccitato salta normalmente.

5.26. Spiccata risoluzione muscolare. Messa sul dorso la rana non si risolleva.

6.30. Ancora leggeri movimenti spontanei. Movimenti ioidei rari e lenti.

7.30. La rana pare morta. Sono cessati i movimenti volontari, riflessi e ioidei. Al mattino seguente la rana è morta col cuore in diastole.

Negli animali a sangue caldo l'acetilacetone è letale a dosi relativamente piccole. Cito alcune esperienze:

Cavia del peso di gr. 305. — Alle ore 5.30 iniettto sotto cute gr. 0,3 di acetilacetone.

5.31. L'animale rimane immobile cogli occhi socchiusi; il respiro è frequente e profondo. Ogni tanto sussulti.

5.34. Il respiro cresce di frequenza e di profondità; forte risoluzione muscolare; l'animale cammina barcollando e cade.

5.37. Aumenta l'incoordinazione dei movimenti; il respiro diviene affannoso. La sensibilità al dolore diminuisce.

5.40. Messo sul fianco l'animale non si risolleva; il respiro diviene lento; il polso frequente; ad ogni inspirazione dilata le narici.

5.50. Emissione di orina che dà allo spettroscopio le strie dell'ossiemoglobina e si colora in rosso con $FeCl^3$; completa paralisi dei movimenti volontari.

5.51. Persistono i riflessi; la respirazione diviene lenta; rapidamente discende da 26 a 10 al minuto primo. L'animale abbocca l'aria; la temperatura si abbassa moltissimo.

6.5. Arresto del respiro e poco dopo del cuore.

All'autopsia si trovano le intestina dilatate da gas; la cistifellea ripiena di bile incolora che dà allo spettroscopio le strie della ossiemoglobina; il cuore dilatato e flaccido.

Nel coniglio l'acetilacetone è mortale alla dose di gr. 0,6 per chilo.

Coniglio di gr. 1460. Iniezione sottocutanea di 1 cm^3 acetilacetone.

Ore 4.4. Iniezione. Temperatura rettale 39,2.

4.9. Paresi del treno posteriore. Resp. 104 al minuto.

4.12. Emissione d'orina. L'animale giace col ventre sul suolo e gli arti posteriori divaricati. Respiro 80. Polso molto frequente; sensibilità normale.

4.14. Esagerazione dei riflessi. L'animale giace sul fianco col capo sul suolo, Respirazione stertorosa; 28 al minuto.

4.20. Scosse muscolari. Bulbo protundente; pupilla dilatata; cuore 68 in 15″; temperatura rettale 38°.

4.31. Lievi movimenti spontanei. Resp. 22 al minuto; temp. 36°,3. Alito acetonico.

4.48. Cuore debole. Pulsazioni 50 in 15″. Temp. 35°,3.

4.53. Respiro profondo e periodico. Temp. 34°,6; cuore 74 in 30″.

5.3. Forte risoluzione muscolare. Temp. 34°3; cuore 82 in 30.

5.20. Esagerazione dei riflessi. L'animale è in preda a forte angoscia; si getta qua e là e scuote violentemente il capo.

6. La temperatura si abbassa; l'animale diviene irrequieto; i sintomi di paralisi progrediscono.

9. Il coniglio è in completa paralisi, il respiro raro e profondo.

Al mattino seguente si trova morto. All'autopsia si rinviene cuore in diastole, polmoni congesti, reni di colore livido, con capsula non facilmente distaccabile, milza coi caratteri della tumefazione acuta; intestina dilatate da gas e con feci liquide.

Esp. II. — Coniglio del peso di kg. 1,500. Iniezione sottocutanea di gr. 2 acetilacetone pari a gr. 1,3 per chilo.

Ore 10.35. Cinque minuti dopo l'iniezione le condizioni dell'animale sono già gravissime; la paralisi è molto spiccata; la respirazione è difficile con abboccamento dell'aria.

10.40. La temperatura rettale è discesa da 39°,4 a 36,4.

11. L'animale muore in stato di coma con forte rallentamento del respiro e grande abbassamento della temperatura.

Alla dose di gr. 0,6 per chilo l'acetilacetone è letale anche per la via dello stomaco.

Coniglio del peso di gr. 1485.

Ore 3.30. Somministrazione con sonda esofagea di 1 gr. di acetilacetone sciolto in 25 cm³ di acqua.

3.45. L'animale è meno vispo; lascia penzolare il capo; tiene gli occhi socchiusi. Respiro 28 in 30″. Poco dopo tocco l'animale, cade sul fianco e non si risolleva più. Abolizione dei movimenti volontari, risoluzione muscolare.

4. Respiro 17 in 30″. Paralisi completa. Pupilla dilatata. Alito con forte odore di acetilacetone.

7. Morte. All'autopsia si rinvengono lesioni simili a quelle descritte da von Buhl negli animali avvelenati con acetone, cioè iniezione e turgore della mucosa gastrica, dalla quale facilmente si distaccano al tatto grandi lembi di epitelio. Nel fondo dello stomaco si rinvengono macchie brune, rotondeggianti della grossezza di una ca-

pocchia di spillo le quali ricoprono ulcerazioni profonde della mucosa. Le intestina contengono un liquido torbido e sono dilatate da gas.

A dosi più forti si trovano nello stomaco lesioni ancora più gravi ed una poltiglia color fondo di caffè formata di sangue coagulato e dovuto ad emorragie gastriche.

Nei cani alla dose di gr. 0,8 per chilo l'acetilacetone è letale in cinque o sei ore.

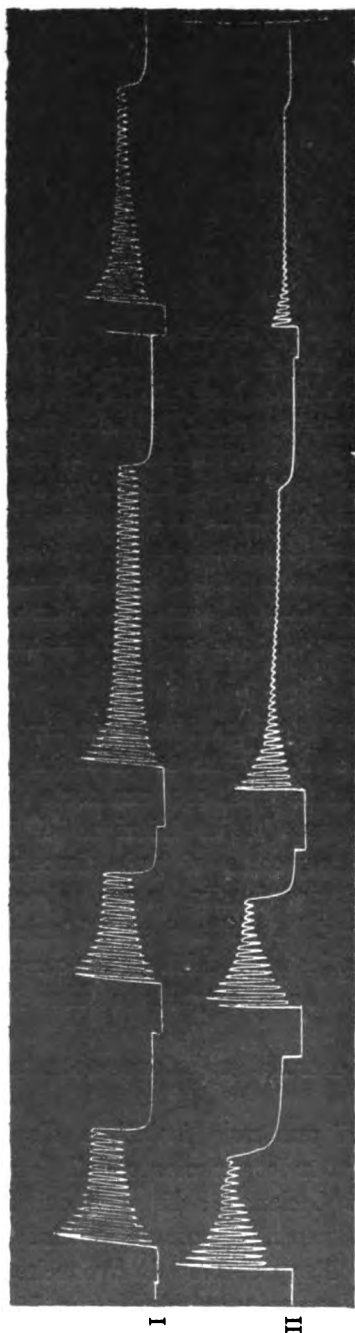
Ad una cagnetta del peso di kg. 4,500, ne inietto 4 gr. diluito in 32 cm^3 di acqua. L'animale dopo $^1/_2$ ora giace sul fianco, cogli occhi spalancati e la bocca piena di cibo vomitato. L'animale inspira rumorosamente contraendo ad ogni inspirazione l'angolo delle labbra. Dopo 40 minuti diminuisce la sensibilità, il polso diviene frequente, la tensione arteriosa bassa. I movimenti volontari poco dopo si aboliscono e scompaiono i riflessi. Dopo un'ora dall'iniezione si ha una forte risoluzione muscolare, abbassamento della temperatura, aritmia del polso. Poco per volta poi il respiro si rallenta fino a discendere a 5 resp. al minuto; la pelle diviene gelida; le mucose cianotiche, il cuore debolissimo. La coscienza si abolisce e l'animale muore dopo sei ore dall'iniezione in coma profondo.

L'azione locale dell'acetilacetone si manifesta con arrossamento della pelle e caduta dei peli nel punto dell'iniezione, con un forte edema sottocutaneo e, nelle rane, con una forte ipersecrezione cutanea. La cute nel punto della iniezione diviene insensibile completamente al dolore, come si può dimostrare eccitandola con una corrente elettrica fornita da due elementi Leclanchè, distanza dei rocchetti della slitta 8 cm. L'animale non reagisce affatto mentre l'applicazione della stessa corrente al punto corrispondente dell'arto opposto produce una forte reazione.

Sui muscoli l'acetilacetone esercita un'azione abbastanza spiccata.

I due muscoli gastrocnemi di una rana isolati e disposti su due miografi sono eccitati contemporaneamente dalla stessa corrente fornita da due elementi Leclanché; distanza dei rocchetti della slitta 13 cm.; eccitamenti, al minuto secondo, in numero di cinque, determinati coll'apparecchio di Kronecker.

Uno dei muscoli è inumidito con soluzione di NaCl 0,75 $^0/_0$;

Fig. 1.

I. — Contrazioni del muscolo normale della rana.
II. — Contrazioni del muscolo avvelenato con acetilacetone. Si nota il rapido esaurimento del muscolo avvelenato.

l'altro è pennellato con soluzione di acetilacetone 10 %. Ottengo i tracciati I e II della figura 1ª dai quali emerge chiaramente l'influenza esercitata dallo acetilacetone sul muscolo. Si nota infatti che il muscolo avvelenato si esaurisce molto più rapidamente del muscolo normale e cessa di contrarsi, mentre il muscolo normale risponde ancora molto sensibilmente agli eccitamenti elettrici.

Per meglio convincermi dell'influenza esercitata dallo acetilacetone sui muscoli ho voluto vedere come si modificasse la curva della fatica. Per ciò ho isolato i due muscoli gastrocnemi di una rana e li ho eccitati colla stessa corrente di due pile Leclanchè.

L'interruzione era data da un metronomo, col quale si potevano avere 60 eccitamenti al minuto primo.

Non riporto per ragioni di brevità i tracciati e mi limito a notare che nel muscolo

avvelenato con acetilacetone si nota dapprima una ipereccitabilità muscolare, quindi una irregolarità nella curva della fatica ed infine un più rapido esaurimento del muscolo.

Fig. 2.

Tracciati della pressione sanguigna
nel coniglio avvelenato con acetilacetone.

La pressione sanguigna è influenzata dall'acetilacetone allo stesso modo che dall'acetone. In un primo periodo si ha nei

conigli aumento della pressione, mentre il polso diviene più ampio, ed il respiro più frequente; in un secondo periodo si ha diminuzione progressiva della pressione, rallentamento del respiro e del polso.

I tracciati della fig. 2ª sono ottenuti con un manometro messo in rapporto colla carotide di un coniglio del peso di kg. 2,500, avvelenato con 2 cm^3 di acetilacetone. Il tracciato I rappresenta il polso normale piccolo e frequente. Subito dopo l'iniezione, in α, si ha un aumento della pressione da 48 a 51 mm. Hg.; il polso, come appare dal tracciato II, si fa più ampio; poco per volta la pressione discende, come si vede, nel tracciato III; le curve respiratorie della pressione si rendono sempre più evidenti come si rileva dai tracciati IV, V, VI e la pressione va continuamente discendendo mentre il respiro diventa raro e si aboliscono i movimenti volontari e scompaiono i riflessi e la sensibilità.

Ho fatto anche delle esperienze sui cani iniettando l'acetilacetone a dosi refratte e scrivendo la pressione e il respiro sul chimografo a carta continua. Non riferisco per brevità i tracciati e mi limito a dire che in questi animali in un primo periodo la pressione non è molto modificata o decade solo lentamente, mentre il respiro e il polso si fanno assai frequenti, e in un secondo periodo si comporta come nel coniglio, cioè diminuisce rapidamente insieme al respiro il quale diviene rarissimo e profondo.

L'acetilacetone viene eliminato molto rapidamente coll'aria espirata, come dimostra l'esperienza seguente:

Ad un coniglio di Kg. 2,300 pratico la tracheotomia e faccio passare l'aria inspirata ed espirata attraverso a due valvole di Müller, contenenti soluzione diluita di $FeCl^3$. Alle ore 10.3 inietto sottocutaneamente 1 gr. di acetilacetone; alle 10.8 la soluzione nella valvola dell'aria espirata ha già assunto un colorito rossiccio; nell'altra valvola la soluzione rimane inalterata. Alle 10.23 la soluzione di percloruro è colorata intensamente in rosso ciliegia dall'acetilacetone espirato. Sostituisco a questa una nuova soluzione e anche quest'ultima si colora in 20 minuti in colore rosso ma meno intenso. L'eliminazione dell'acetilacetone per la via dei polmoni va sempre diminuendo e quattro ore dopo l'iniezione non se ne riscontrano più tracce nell'aria espirata.

Anche per la via dei reni l'acetilacetone si elimina assai

rapidamente; tutte le orine, negli animali avvelenati con questa sostanza, distillate, si colorano intensamente in rosso-ciliegia. Cito come esempio un'esperienza:

Coniglio peso kg. 1,450. — Iniezione sottocutanea gr. 1 acetilacetone. Raccolgo separatamente l'orina emessa 10 minuti, 15 minuti, 1 ora e 50 minuti dopo l'iniezione e quella trovata in vescica all'autopsia. L'orina emessa 10 minuti dopo l'iniezione, distillata, si colora già debolmente con $FeCl^3$; più intensamente si colora quella emessa 15 minuti dopo; intensissimamente poi quella emessa 1 ora e 50 minuti dopo e quella rinvenuta in vescica.

Il distillato di questi due ultimi campioni trattato con acetato di Cu, dava un precipitato polverulento, colore bleu-cielo e che è il sale di Cu dell'acetilacetone. Il precipitato, raccolto su filtro, essiccato fra carta bibula e all'aria, pesava gr. 0,0832. Messo in stufa a 100° per due ore non variò di peso. Il non contenere acqua di cristallizzazione è appunto un carattere differenziale fra il sale di rame dell'acetilacetone e dell'etere acetilacetacetico.

Il precipitato è insolubile in acqua, quasi completamente insolubile in alcool e si decompone senza fondere. Una parte del precipitato sciolto in cloroformio imparte al solvente un bel colore azzurro scuro; evaporato il cloroformio, il sale di rame dell'acetilacetone $(C^5H^7O^2)^2Cu$ si ha in aghi di un colore *bleu*-scuro assai belli. Questi caratteri non lasciano dubbio che nell'orina la sostanza la quale colora il percloruro di ferro sia acetilacetone inalterato.

Rimaneva a cercare se l'acetilacetone si decomponesse in parte nell'organismo dando origine a dell'acetone, come ho già detto parlando dell'etere acetilacetacetico.

Se a dell'orina normale si aggiunge una piccola quantità di acetilacetone e si distilla, si ottiene nel distillato la colorazione rossa col $FeCl^3$, ma si ha anche molto spiccata la reazione di Lieben la quale potrebbe facilmente indicare la presenza dell'acetone. Anche le altre reazioni caratteristiche dell'acetone sono date in modo più o meno evidente dall'acetilacetone.

Ho fatto perciò diversi tentativi allo scopo di separare l'acetilacetone dall'acetone nel caso che anche questa sostanza fosse contenuta nell'orina. Son riuscito a ciò trasformando l'acetil-

acetone in sale di Cu, filtrando il liquido per separare il precipitato e distillando. Le prime porzioni del liquido distillato non si colorano più con $FeCl^3$, ma dànno ancora con ioduro di potassio iodurato e NaOH un precipitato abbastanza notevole di iodoformio.

Per separare completamente l'acetilacetone allo stato di sale di Cu, si possono trattare le prime porzioni del distillato delle orine con soluzione diluita di acetato di rame, evitando di aggiungerne un eccesso, poichè il sale di rame dell'acetilacetone è solubile in un eccesso di reagente.

L'acetilacetone adunque passa in gran parte inalterato; in parte si trasforma nell'organismo in acetone.

L'azione fisiologica dell'acetilacetone è interessante perchè si potrebbe forse pensare a questa sostanza quale cagione del coma diabetico. KAULICH (1) e CANTANI (2) attribuirono pei primi questa grave complicazione all'acetone, ma le esperienze e le osservazioni di BETZ (3), KRUSZKA (4), KUSSMAUL (5), EULENBURG (6), DUJARDIN-BEAUMETZ (7), VON BUHL, QUINCKE, TAPPEINER (8), FRERICHS (9), ALBERTONI (10), WEST, SENATOR ed altri dimostrarono ad evidenza la poca tossicità dell'acetone e come non esista nessun rapporto fra acetonemia e coma diabetico. GERHARDT, JAKSCH, DEICHMÜLLER, TOLLENS pensarono all'etere o all'acido acetacetico come causa del coma diabetico, ma anche queste sostanze non sono abbastanza energiche per produrre i gravi sintomi dell'intossicazione diabetica. Albertoni studiò sotto questo punto di vista l'aldeide crotonica e l'acido levulinico; questo stesso acido fu anche recentemente studiato da WEINTRAUD (11) il quale lo rinvenne poco velenoso. FÜRBRINGER (12) pensò che il coma diabe-

(1) KAULICH, " Prager Vierteljahrsch. ", Bd. III, 1860.
(2) CANTANI, *Monogr. sull'acetone*, " Morgagni ", 1864.
(3) BETZ, " Schmidt's Jahrb. ", Bd. 112, 1861.
(4) KRUSZKA, *Ueber Acetonämie*, Diss. Greifswald, 1873.
(5) KUSSMAUL, " Deutsch. arch. klin. med. ", XIV, 1874.
(6) EULENBURG, " Handb. Gewerbehyg. ", 1876.
(7) DUJARDIN-BEAUMETZ, *Recherches sur les alcools*. Paris, 1879.
(8) VON BUHL, QUINCKE, TAPPEINER, " Zeitschr. f. Biol. ", XVI.
(9) FRERICHS, " Zeitschr. f. klin. med. ", Bd. VI.
(10) ALBERTONI, " Ach. f. exp. Path. u. Pharm. ", XVIII.
(11) WEINTRAUD, " Arch. f. exp. Path. u. Pharm. ", XXXIV.
(12) FÜRBRINGER, " Deutsch. Arch. f. klin. med. ", XVI.

tico potesse essere prodotto da una intossicazione per acido ossalico; COHN (1) volle attribuirlo alla grande quantità di zucchero circolante nel sangue, HALLERWORDEN, STADELMANN, WALTER (2) e molti altri lo attribuirono ad una intossicazione da acidi e più specialmente all'acido β-ossibutirico. Recenti esperienze hanno dimostrato che si hanno casi di coma diabetico grave, senza aumento, anzi con diminuzione dell'acidità del sangue.

Considerando l'azione fisiologica dell'acetilacetone; la facilità colla quale viene eliminato pel respiro e per le orine; la colorazione che le orine dànno con $FeCl^3$, assume una certa probabilità l'ipotesi che l'acetilacetone possa considerarsi come causa del coma diabetico.

Metilacetilacetone.

Dopo l'acetilacetone ho voluto studiare il metilacetilacetone il quale fu ottenuto da DUNSTAN e DYMOND (3). Questo omologo superiore dell'acetilacetone: $CH^3 . CO . \underset{\substack{| \\ CH^3}}{CH} . CO . CH^3$ è un liquido di colore giallo-chiaro, di odore aromatico, bollente a 74°-75°.

Ho studiato l'azione fisiologica di questo chetone in confronto con quella dell'acetilacetone e riferisco alcune esperienze come esempio:

ESP I. — Rana del peso di 47 grammi.

Ore 10.33. Iniezione di gr. 0,1 di metilacetilacetone sotto la cute del dorso.

10.35. L'animale è fortemente agitato. Battendo sul tavolo spicca un salto ad ogni colpo: ogni tanto apre la bocca.

10.39. Messo sul dorso è incapace di risollevarsi; pizzicato reagisce abbastanza energicamente.

10.41. Rimessa la rana in posizione normale ed eccitata riesce a fare un piccolo salto. Spiccatissima flaccidezza muscolare.

10.45. Paralisi completa dei movimenti volontari; poco dopo sono aboliti anche i movimenti riflessi.

---

(1) COHN, Inaug. Dissert. Bonn.

(2) HALLERWORDEN e segg., " Arch. f. exp. Path. u. Pharm. ", Bd. VII, XII, XVII.

(3) DUNSTAN e DYMOND, " Journ. am. Chem. Soc. ", 59, 428.

10.48. Abolizione dei movimenti ioidei. La rana è completamente immobile e sembra una rana morta. Il cuore messo allo scoperto pulsa regolarmente.

Esp. II. — Coniglio del peso di kg. 2,500.

Ore 11.15. Iniezione di gr. 0,5 metilacetilacetone sotto la cute del dorso. Poco dopo l'iniezione l'alito odora alquanto di metilacetilacetone. L'animale si mantiene perfettamente normale e non presenta nessun segno di malessere.

11.45. Faccio una seconda iniezione di gr. 0,5 di metilacetilacetone; l'animale non risente nemmeno dopo questa iniezione nessun malessere. Si mantiene in buone condizioni e mangia avidamente.

Dopo l'iniezione l'animale emette 110 cm^3 di orina di colore rosso. Esaminato allo spettroscopio presenta molto visibile le strie di assorbimento dell'ossiemoglobina. L'orina contiene anche un poco di albumina. Il metilacetilacetone esercita quindi una azione spiccata sui reni. L'orina distillata con cautela e trattata con $FeCl^3$ si colora in violetto assumendo lo stesso identico colore del metilacetilacetone con $FeCl^3$. Il distillato dell'orina dà anche abbondante precipitato con ioduro di potassio iodurato e NaOH. L'orina emessa ventiquattro ore dopo l'iniezione, distillata non si colora più con $FeCl^3$ e non dà la reazione di Lieben.

Cito ora alcune esperienze di confronto coll'acetilacetone dalle quali si rileverà meglio la tossicità di queste due sostanze nelle rane e sugli animali a sangue caldo.

Acetilacetone.

Rana del peso di gr. 35.

Iniezione gr. 0,05.

Ore 9.40. Si pratica l'iniezione.

9.42. Eccitata salta, battendo sul tavolo.

10.25. Messa sul dorso si risolleva. Eccitata salta bene e lontano. È perfettamente normale.

Metilacetilacetone.

Rana del peso di gr. 35.

Iniezione gr. 0,05.

Ore 9.40. Si pratica l'iniezione.

9.45. È meno vispa di prima. Eccitata salta male lasciando estesi dopo il salto gli arti posteriori. Forte flaccidezza muscolare.

10.5. L'animale pare morto. Sono cessati i movimenti volontari e riflessi e sono aboliti i movimenti ioidei.

Ad una rana del peso di 42 gr. inietto gr. 0,06 di acetilacetone alle 6 pom.

Ore 6.15. L'animale è normale. Messo sul dorso si risolleva prontamente. Eccitato salta come un animale normale.

All'indomani mattina si trova la rana normalissima, per cui si conclude che alla dose di gr. 1,4 per chilo nelle rane l'acetilacetone rimane senza effetto.

A questa stessa rana, vispa e normale, inietto allora gr. 0,06 di metilacetilacetone alle ore 9 ant.

Ore 9.10, L'animale è meno vispo; messo sul dorso non si capovolge più.
9.15. Abolizione completa dei movimenti volontari.
9.20. I riflessi sono deboli. I movimenti ioidei rari e lenti. Forte flaccidezza muscolare.
10. Pizzicato fortemente si ha una debolissima reazione.
10.30. L'animale è immobile; non reagisce più agli stimoli; sono cessati i movimenti ioidei e solo il cuore continua lentamente a pulsare.

Altre esperienze fatte sulle rane hanno condotto alla conclusione che negli animali a sangue freddo l'acetilacetone è meno velenoso dell'omologo superiore metilacetilacetone.

Nelle cavie invece e nei conigli le cose vanno in senso inverso perchè questi animali sono molto più sensibili all'azione dell'acetilacetone, come appare dalle esperienze seguenti di confronto che qui riferisco.

Acetilacetone.	*Metilacetilacetone.*
Cavia del peso di gr. 311.	Cavia del peso di gr. 305.
Ore 5. Iniezione gr. 0,3 sottocutaneamente.	Ore 4.58. Iniezione gr. 0,3, sottocutaneamente.
5.1. Paralisi. L'animale cade sul fianco. Persistono i riflessi e la sensibilità.	5.4. L'animale cammina barcollando. Messo sul dorso si risolleva ancora e riesce a camminare per la tavola.
5.4. L'animale giace sul ventre cogli arti divaricati. Eccitato non può camminare; messo sul dorso non si risolleva.	—
5.6. Forte dispnea. Esagerazione dei riflessi. Contrazioni dei fianchi ad ogni inspirazione.	5.6. L'animale va a rincantucciarsi. Socchiude gli occhi; lascia cadere il capo penzoloni. Ogni tanto ha movimenti disordinati e scosse.

5.10. L' animale abbocca l'aria; orecchie fredde; temperatura rettale bassissima; riflessi scomparsi.

5.15. Respiro raro; 5 in $^1/_2$ minuto. Abolizione della sensibilità.

5.30. Morte.

5.10. L'amimale cammina barcollando, ed ha l'aspetto come di un animale ebbro. Le orecchie sono calde. Il respiro frequente e un po' dispnoico.

—

5.30. L'animale continua a mantenersi nelle stesse condizioni. Il respiro poco per volta diviene più regolare e l'animale torna a ristabilirsi completamente.

Anche le esperienze sui conigli, che per brevità non riferisco, condussero agli stessi risultati. Conviene quindi concludere che l'acetilacetone è negli animali a sangue caldo più velenoso del metilacetilacetone.

Acetonilacetone.

Allo studio dell'acetilacetone ho voluto far seguire quello dell'acetonilacetone il quale si distingue dall'acetilacetone per l'introduzione di un metilene in più nella molecola. L'acetonilacetone è liquido, bolle a 194° ed è mescolabile in qualunque proporzione con acqua, alcool, etere.

L'introduzione di un metilene in più nella molecola dell'acetilacetone basta a far diminuire molto la tossicità. L'acetonilacetone CH^3. CO . CH^2 . CH^2. CO . CH^3 è infatti molto meno tossico, come appare dalle esperienze seguenti:

Ad una rana del peso di gr. 39 inietto sotto la cute del dorso 1 cm^3 di una soluzione di acetonilacetone al 10 $^0/_0$ alle ore 15.59.

Alle ore 16 si nota forte ipersecrezione cutanea, ma nessun altro fenomeno degno di nota. La rana si mantiene perfettamente normale e non risente alcun effetto del veleno.

Iniettando ad una rana dello stesso peso, la stessa quantità di acetilacetone si ha diminuzione del respiro; flaccidezza muscolare, paresi degli arti posteriori, e dopo un tempo abbastanza lungo anche arresto dei movimenti ioidei.

Anche negli animali a sangue caldo la differenza fra la tossicità dell'acetilacetone e dell'acetonilacetone è molto notevole come appare dall'esperienza seguente:

Acetilacetone.

Cavia del peso di 315 gr.

Ore 10.45. Iniezione di 2 cm^3 di soluzione 10 $^0/_0$.

11.4. L'animale è in cattive condizioni; giace sul fianco; respiro frequente. Emissione di feci e orina.

11.10. La cavia giace sul ventre cogli arti divaricati. Respiro dispnoico. Riflessi esagerati.

2.15. Il respiro è divenuto raro, 10 in 30″, e profondo. La temperatura è bassissima. Le orecchie fredde e pallide.

2.25. L'animale abbocca l'aria. Il respiro è periodico; l'animale lascia cadere il capo penzoloni. Forte risoluzione muscolare. L'alito odora di acetilacetone. L'orina emessa si colora con $FeCl^3$.

3.30. Perdita della sensibilità. Collasso.

4. Morte.

Acetonilacetone.

Cavia del peso di 240 gr.

Ore 10.50. Iniezione di 1,5 cm^3 di soluzione 10 $^0/_0$.

11.4. L'animale è in buone condizioni; ogni tanto grida ed ha tremore generale.

11.10. La cavia corre incessantemente sul tavolo; grida.

2.15. Mangia avidamente il cibo che le vien somministrato. Corre pel tavolo ed è perfettamente normale.

2.15. Le condizioni dell'animale si mantengono del tutto normali; cosicchè si può concludere che l'acetonilacetone non ha avuto a tale dose alcun effetto.

—

—

Alla dose di gr. 1,2 per chilo l'acetonilacetone non produce alcun effetto sensibile. Occorrono dosi molto più forti per produrre paralisi e dosi assai elevate per produrre la morte.

Ad una cavia del peso di gr. 240 iniettο alle ore 10.24 1 cm^3 di soluzione di acetonilacetone al 50 $^0/_0$.

Ore 10.30. L'animale grida; pizzicato reagisce normalmente. Messo sul fianco si risolleva prontamente.

10.47. Pratico una nuova iniezione di 1 cm^3 di soluzione al 50 $^0/_0$ di acetonilacetone e poco dopo ancora una terza di gr. 0,05.

11. L'animale grida, cammina barcollando, cade sul fianco e non si risolleva più. Il respiro è dispnoico.

11.10. Le condizioni dell'animale sono gravi. L'animale rimane immobile cogli occhi socchiusi; la temperatura è bassa, le orecchie fredde.

11.15. L'animale rimesso in posizione normale non è capace di reggersi sugli arti e cade. Poco dopo si risolleva a stento, scuote fortemente il capo e cerca di muoversi ma non riesce.

11.20. L'animale è in istato di narcosi. I riflessi e la sensibilità sono conservati.

11.35. Continua lo stesso stato di sopore: l'animale ha gli occhi chiusi e pare dorma. Toccato si mette a camminare barcollando, cade, si rialza.

16.30. Continuano gli stessi fenomeni; la paralisi però invade poco per volta il corpo e verso sera l'animale eccitato non fugge più, incapace di muoversi. Muore nella notte.

Ad un coniglio del peso di gr. 2480 ho iniettato 5 cm^3 di àcetonilacetone. Non ho osservato alcun sintomo degno di nota all'infuori di un po' di apatia e sonnolenza.

Alla dose quindi di gr. due per chilo nel coniglio non produce l'acetonilacetone alcun effetto. L'orina di questo coniglio raccolta e distillata dà, nel distillato, le reazioni caratteristiche dell'acetone.

Riepilogando i risultati di queste ricerche possiamo giungere alle conclusioni seguenti:

1° L'etere benzoilacetacetico si trasforma nell'organismo e passa nelle orine come acido ippurico e benzoico.

2° L'etere acetilacetacetico è più tossico del benzoilacetacetico e passa in parte inalterato nelle orine, in parte come acetone.

2° Dei dichetoni corrispondenti a questi eteri il più tossico è l'acetilacetone. Il benzoilacetone non ha quasi alcuna azione e nell'organismo si decompone probabilmente in acetofenone e acido acetico.

4° L'acetilacetone produce dei sintomi che ricordano molto quelli del coma diabetico. È rapidamente eliminato per la via dei reni e dei polmoni.

5° Il metilacetilacetone è negli animali a sangue caldo meno tossico dell'acetilacetone. L'acetonilacetone è meno tossico dell'omologo superiore dell'acetilacetone.

Sulla rappresentazione analitica delle funzioni reali discontinue di variabile reale;

Nota del Dott. CARLO SEVERINI, a Bologna.

In una mia nota *Sulla rappresentazione analitica delle funzioni reali discontinue di variabile reale,* pubblicata negli Atti di questa illustre Accademia (1), ho dimostrato che, *se* $f(x)$ *è una funzione ad un valore, reale per ogni valore reale della variabile, che ammetta un limite superiore finito per i suoi valori risoluti, ed integrabile in ogni intervallo finito, si può costruire, in infiniti modi, un polinomio razionale intero* $G(x)$, *il quale rappresenti la funzione medesima, a meno di una quantità positiva* g *piccola a piacere, per tutti i punti di un campo, composto di un numero finito di tratti, presi in un intervallo finito, comunque assegnato,* $(x_1 \ldots x_2)$, *e prossimo ad* $(x_1 \ldots x_2)$ *quanto si vuole.*

Il procedimento allora seguito, mentre serviva a stabilire l'esistenza di tali polinomi, fornendo il modo di poterli effettivamente determinare, lasciava d' altra parte la possibilità che i coefficenti di questi potessero tendere all'infinito all'impiccolire della quantità g.

Darò ora anzitutto esempio d'infinite funzioni, per le quali questo fatto realmente ha luogo, e farò poi vedere come per altra via, sulla traccia di quanto ha fatto Weierstrass nel caso che la $f(x)$ sia sempre continua (2), si possa superare la difficoltà sopra detta.

(1) Vol. XXXIII, 1898.

(2) *Ueber die analytische Darstellbarkeit sogenannter wilkürlichen Functionen einer reellen Veränderlichen,* " Sitzungsberichte der Königlich preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin ", 1885.

1. — Riprendiamo (¹) la funzione:

$$F(x,k)=\frac{1}{2k\omega}\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du,$$

contenente oltre alla variabile x un parametro arbitrario positivo k, e nella quale $\psi(x)$ è supposta ad un valore, reale, finita per ogni valore reale di x. e soddisfa di più alle condizioni di essere pari, di non cambiare mai segno, e di ammettere determinato e finito l' integrale:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\psi(x)\,dx = 2\int_0^{\infty}\psi(x)\,dx\ ,$$

che viene indicato con 2ω. Scegliendo la $\psi(x)$ in modo che, oltre a godere delle dette proprietà, ammettesse infinite derivate finite e continue in ogni punto dell'asse reale, ed integrabili da $-\infty$ a $+\infty$ anche se prese in valore assoluto, si vide che la $F(x, k)$, come funzione di x, ammetteva essa pure, per ogni k fissato, maggiore di zero, infinite derivate finite e continue, che si ottenevano colla derivazione sotto il segno d'integrale: tanto che se $\psi(x)$ è anche tale da far tendere a zero, al crescere di n, il resto della serie abbreviata del Mac-Laurin, costruita per la $F(x, k)$:

$$\frac{x^n}{n!}F_x^{(n)}(x, k)_{\binom{x}{\theta_n x}}\ ,$$

per ogni k fisso, maggiore di zero, è possibile lo sviluppo:

$$F(x,k)=F(x, k)_{\binom{x}{0}}+xF_x'(x, k)_{\binom{x}{0}}+$$

$$+\frac{x^2}{2!}F_x^{(2)}(x, k)_{\binom{x}{0}}+\ldots+\frac{x^n}{n!}F_x^{(n)}(x, k)_{\binom{x}{0}}+\ldots$$

per tutti i punti di un intervallo finito qualsivoglia.

Si dimostrò inoltre che assegnate due quantità σ e λ positive, piccole a piacere, e tra loro indipendenti, si poteva sempre

(¹) Cfr. Nota citata: *Sulla rappresentazione analitica delle funzioni reali discontinue di variabile reale.*

escludere da un intervallo finito qualsivoglia $(x_1 \ldots x_2)$ un numero finito di tratti, di somma minore di λ, in modo che, per valori del parametro k, minori di una quantità k_1, opportunamente scelta, si avesse, in ogni punto della parte rimanente $[x_1, x_2]$:

$$|F(x, k) - f(x)| < \sigma.$$

Il campo $[x_1, x_2]$ veniva a dipendere dalla scelta dei numeri σ e λ, senza peraltro rimanere univocamente fissato per ogni coppia di valori di questi. Per un σ scelto comunque si poteva sempre far prossimo quanto si voleva ad $(x_1 \ldots x_2)$.

Ciò posto, il procedimento per arrivare al teorema enunciato in principio era il seguente; si determinava anzitutto $\bar{k}$ in modo da avere:

$$|F(x, \bar{k}) - f(x)| < \sigma$$

in tutti i punti di un campo $[x_1, x_2]$, preso differente da $(x_1 \ldots x_2)$ per una quantità piccola a piacere: svolta per la $F(x, \bar{k})$ in serie di potenze intere e positive di x ed indicata con $G(x)$ la somma dei primi m termini di tale serie, si prendeva m abbastanza grande, perchè fosse in tutto $(x_1 \ldots x_2)$:

$$|F(x, \bar{k}) - G(x)| < \sigma_1,$$

σ_1 essendo anch'esso positivo e piccolo a piacere. Ne veniva per i punti di $[x_1, x_2]$:

$$|f(x) - G(x)| < \sigma + \sigma_1.$$

2. — I coefficenti dei polinomi così ottenuti sono, come si vede, della forma:

$$C_\nu(k) = F_x^{(\nu)}(x, k)_{\binom{x}{0}} = \left[\frac{1}{2k\omega}\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)\frac{d^\nu}{dx^\nu}\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du\right]_{\binom{x}{0}}$$

e cambiando $\frac{u-x}{k}$ in u:

$$C_\nu(k) = \left[\frac{(-1)^\nu}{2\nu!\,\omega k^\nu}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x+ku)\,\frac{d^\nu}{du^\nu}\,\psi(u)\,du\right]_{\binom{x}{0}}$$

cioè:

$$C_\nu(k) = \frac{(-1)^\nu}{2\nu!\,\omega k^\nu}\int_{-\infty}^{+\infty} f(ku)\,\frac{d^\nu}{du^\nu}\,\psi(u)du.$$

Ora possiamo scrivere, indicando con a una quantità positiva qualunque:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(ku)\,\frac{d^\nu}{du^\nu}\,\psi(u)\,du = \int_{-a}^{+a} f(ku)\,\frac{d^\nu}{du^\nu}\,\psi(u)\,du +$$

$$+\int_{a}^{+\infty} f(ku)\,\frac{d^\nu}{du^\nu}\,\psi(u)\,du + \int_{-\infty}^{-a} f(ku)\,\frac{d^\nu}{du^\nu}\,\psi(u)du\,;$$

e se G rappresenta il limite superiore dei valori assoluti della funzione $f(x)$ avremo:

$$\left|\int_{a}^{+\infty} f(ku)\,\frac{d^\nu}{du^\nu}\,\psi(u)du\right| \leqq G\int_{a}^{+\infty}\left|\frac{d^\nu}{du^\nu}\,\psi(u)\right| du$$

$$\left|\int_{-\infty}^{-a} f(ku)\,\frac{d^\nu}{du^\nu}\,\psi(u)du\right| \leqq G\int_{-\infty}^{-a}\left|\frac{d^\nu}{du^\nu}\,\psi(u)\right| du.$$

Queste due disuguaglianze dimostrano che l'integrale:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(ku)\,\frac{d^\nu}{du^\nu}\,\psi(u)\,du$$

converge in egual grado per tutti i valori del parametro k.

Si determini la quantità a in modo da avere:

$$2G\int_{a}^{\infty}\left|\frac{d^\nu}{du^\nu}\psi(u)\right| du < \frac{\sigma}{3}\,,$$

σ essendo, come sopra, un numero positivo, arbitrariamente piccolo. Ne discende, qualunque sia k:

$$\left|\int_{-\infty}^{+\infty} f(ku)\,\frac{d}{du^\nu}\,\psi(u)du - \int_{-a}^{+a} f(ku)\,\frac{d^\nu}{du^\nu}\,\psi(u)du\right| < \frac{\sigma}{3}\,;$$

e facendo di più sulla $f(x)$ l'ipotesi che $f(0+h)$, ove può essere $h \gtrless 0$, ammetta, al decrescere di h, un limite determinato A, si ha ancora:

$$\left| A \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^\nu}{du^\nu} \psi(u)\, du - A \int_{-a}^{+a} \frac{d^\nu}{du^\nu} \psi(u)\, du \right| < \frac{\sigma}{3}.$$

Dopo ciò si assegni un tal valore k' del parametro k, che per ogni $k < k'$ riesca:

$$\left| \int_{-a}^{+a} f(ku) \frac{d^\nu}{du^\nu} \psi(u)\, du - A \int_{-a}^{+a} \frac{d^\nu}{du^\nu} \psi(u)\, du \right| < \frac{\sigma}{3}.$$

Sarà anche, per ogni $k < k'$:

$$\left| \int_{-\infty}^{+\infty} f(ku) \frac{d^\nu}{du^\nu} \psi(u)\, du - A \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^\nu}{du^\nu} \psi(u)\, du \right| < \sigma.$$

Il numero σ potendo essere piccolo a piacere concludiamo che:

$$\lim_{k=0} \int_{-\infty}^{+\infty} f(ku) \frac{d^\nu}{du^\nu} \psi(u)\, du = A \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^\nu}{du^\nu} \psi(u)\, du.$$

Segue di qui che se il limite A esiste determinato e diverso da zero, tutte le volte che si ha, per i valori pari dell' indice ν:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^\nu}{du^\nu} \psi(u)\, du \neq 0,$$

il coefficente $G_\nu(k)$, quando k decresce, tende a diventare infinito come $\frac{1}{k^\nu}$.

Per tutte le funzioni dunque che soddisfano alla condizione detta dianzi, la via sopra indicata per arrivare al teorema in discorso presenta appunto il difetto che ci è fatto notare; quanto maggiore è infatti l'approssimazione che deve intercedere tra

la $f(x)$ ed il polinomio razionale intero $G(x)$, tanto più piccolo deve essere il valore fissato di k.

Come esempio possiamo ancora citare la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} -m & \text{per} \quad x < 0 \\ +m & \text{per} \quad x \geqq 0, \end{cases}$$

ove m indica un numero positivo qualunque. In questo caso si ha:

$$F(x,k) = \frac{m}{\omega} \int_0^{\frac{x}{k}} \psi(u)\, du = \frac{m}{\omega} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{x^\nu}{\nu!\, k^\nu}\, \psi^{(\nu-1)}(0);$$

e se in particolare $\psi(x) = e^{-x^2}$:

$$\bar{F}(x,k) = \frac{2m}{\sqrt{\pi}} \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} \frac{(-1)^\nu x^{2\nu+1}}{(2\nu+1)\, \nu!\, k^{2\nu+1}}.$$

3. — Passiamo ora all'altro procedimento che ci siamo proposti di esporre.

Indichiamo con $\psi(x)$ una funzione trascendente intera, reale e sempre di un medesimo segno per ogni valore reale della variabile, soddisfacente alla condizione:

$$\psi(x) = \psi(-x),$$

tanto per valori reali che per valori complessi di x, e tale infine da ammettere, per x reale, determinato e finito l'integrale:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x)\, dx = 2 \int_0^{\infty} \psi(x)\, dx,$$

che chiameremo, come sopra, con 2ω.

Ammettiamo inoltre che siano verificate quest'altre condizioni: posto cioè

$$\sqrt{\psi(u+iv)\, \psi(u-iv)} = \psi(u,v),$$

dove u e v sono due nuove variabili reali, tra loro indipendenti, e nella determinazione della radice quadrata si conviene di prendere il suo valore positivo, l'integrale:

$$\int_0^\infty \psi(u,v)\,du$$

abbia un valore finito per ogni valore finito di v, e per tutti quelli, il cui valore assoluto non supera un limite fissato qualunque, sia convergente in egual grado; donde segue, badando alla proprietà:

$$\psi(u,v) = \psi(-u,v),$$

anzitutto che se:

$$a_1, a_2, \quad b_1, b_2, \qquad (a_1 \leqq b_1, \quad a_2 \leqq b_2),$$

sono quattro grandezze positive, per ogni valore finito di v:

$$\lim_{\substack{a_1=\infty \\ a_2=\infty}} \left| \int_{-b_1}^{-a_1} \psi(u,v)\,du + \int_{a_2}^{b_2} \psi(u,v)\,du \right| = \lim_{\substack{a_1=\infty \\ a_2=\infty}} \left| \int_{a_1}^{b_1} \psi(u,v)\,du + \int_{a_2}^{b_2} \psi(u,v)\,du \right| = 0;$$

in secondo luogo che, preso un numero σ positivo, arbitrariamente piccolo, è sempre possibile determinare in modo a_1 ed a_2 che per ogni v, compreso tra due limiti dati qualsivogliano, si abbia:

$$\left| \int_{-\infty}^{-a_1} \psi(u,v)\,du + \int_{a_2}^{\infty} \psi(u,v)\,du \right| = \left| \int_{a_1}^{\infty} \psi(u,v)\,du + \int_{a_2}^{\infty} \psi(u,v)\,du \right| < \sigma.$$

Queste medesime proprietà valgono allora, come è facile vedere, per l' integrale:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)\,\psi(u+iv)\,du:$$

basta perciò osservare che essendo:

$$\left| \frac{\psi(u+iv}{\psi(u,v)} \right| = 1,$$

se a e b indicano due quantità reali:

$$\int_a^b f(u)\psi(u+iv)\,du = \int_a^b f(u)\,\frac{\psi(u+iv)}{\psi(u,v)}\,\psi(u,v)\,du =$$

$$= \epsilon\,G\int_a^b \psi(u,v)\,du\,,$$

ove ϵ rappresenta un numero complesso in modulo minore di 1.

Come esempio di funzione $\psi(x)$ citiamo la e^{-x^2}, la quale facilmente si verifica, che soddisfa alle proprietà sopra dette.

4. — Le osservazioni che abbiamo dianzi fatto ci permettono di dimostrare che, indicando con $x = \xi + i\xi'$ una variabile complessa, la:

$$F(x,k) = \frac{1}{2k\omega}\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du\,,$$

fissato un valore qualunque k' di k, esiste determinata e finita per ogni valore finito di x, ed è inoltre una funzione trascendente intera della variabile x.

La prima parte di questa asserzione risulta evidente, notando che, se si sostituisce ad x la sua espressione $\xi + i\xi'$, e si cambia $\frac{u-\xi}{k'}$ in u, si ottiene:

$$F(x,k') = \frac{1}{2\omega}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi + k'u)\,\psi\left(u - \frac{\xi' i}{k'}\right)du.$$

Quanto all'altra parte il ragionamento è anch'esso semplice. Indichiamo infatti con ρ una quantità positiva. Potremo determinarne due altre maggiori di questa, c e d, tali che quando:

$$\xi^2 + \xi'^2 \leqq \rho^2,$$

risulti:

$$\left|\frac{1}{2\omega}\int_{-\infty}^{\frac{-c+\rho}{k'}} f(\xi + k'u)\,\psi\left(u - \frac{\xi' i}{k'}\right)du + \frac{1}{2\omega}\int_{\frac{d-\rho}{k'}}^{\infty} f(\xi + k'u)\,\psi\left(u - \frac{\xi' i}{k'}\right)du\right| < \frac{\sigma}{2}.$$

ove σ è, come sopra, un numero positivo, piccolo a piacere. Allora, poichè nelle ipotesi poste:

$$|\xi| \leqq \rho,$$

a maggior ragione sarà:

$$\left| \frac{1}{2\omega} \int_{-\infty}^{\frac{-c-\xi}{k'}} f(\xi + k'u)\psi\left(u - \frac{\xi' i}{k'}\right) du + \frac{1}{2\omega} \int_{\frac{d-\xi}{k'}}^{\infty} f(\xi + k'u)\psi\left(u - \frac{\xi' i}{k'}\right) du \right| < \frac{\sigma}{2},$$

cioè cambiando u in $\frac{u-\xi}{k'}$:

$$\left| \frac{1}{2k'\omega} \int_{-\infty}^{-c} f(u)\psi\left(\frac{u-(\xi+i\xi')}{k'}\right) du + \frac{1}{2k'\omega} \int_{d}^{\infty} f(u)\psi\left(\frac{u-(\xi+i\xi')}{k'}\right) du \right| < \frac{\sigma}{2},$$

e finalmente:

$$\left| \mathrm{F}(x,k') - \frac{1}{2k'\omega} \int_{-c}^{d} f(u)\psi\left(\frac{u-x}{k'}\right) du \right| < \frac{\sigma}{2}.$$

L'integrale:

$$\frac{1}{2k'\omega} \int_{-c}^{d} f(u)\psi\left(\frac{u-x}{k'}\right) du$$

si può svolgere in serie, costantemente convergente, di potenze intere e positive di x; se quindi indichiamo con $\mathrm{G}(x)$ la somma dei primi m termini di tale serie, avremo, per m abbastanza grande ed x in modulo minore od uguale a ρ:

$$\left| \frac{1}{2k'\omega} \int_{-c}^{d} f(u)\psi\left(\frac{u-x}{k'}\right) du - \mathrm{G}(x) \right| < \frac{\sigma}{2},$$

e dal confronto di questa colla precedente:

$$|\mathrm{F}(x,k') - \mathrm{G}(x)| < \sigma.$$

Siano ora due successioni infinite di quantità positive:

$$\rho_1,\ \rho_2,\ \rho_3,\ \ldots\ldots\ \rho_\nu,\ \ldots\ldots$$
$$\sigma_1,\ \sigma_2,\ \sigma_3,\ \ldots\ldots\ \sigma_\nu,\ \ldots\ldots$$

tali che:

$$\lim_{\nu=\infty} \rho_\nu = \infty\,,$$

e che la serie $\sum_{\nu=1}^{\infty} \sigma_\nu$ abbia un valore finito. Corrispondentemente sarà possibile determinare una successione di polinomi razionali interi:

$$G_1(x),\ G_2(x),\ G_3(x),\ \ldots G_\nu(x),\ldots$$

in modo da avere in generale:

$$|\, F(x,k') - G_\nu(x)\,| < \sigma_\nu, \quad (\nu = 1, 2, 3, \ldots, \infty),$$

per ogni x il cui modulo non supera ρ_ν.

Ponendo:

$$\overline{G}_0(x) = G_1(x)$$
$$\overline{G}_1(x) = G_2(x) - G_1(x)$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$\overline{G}_\nu(x) = G_{\nu+1}(x) - G_\nu(x)$$
$$\ldots\ldots\ldots$$

si ottiene:

$$\sum_{\nu=0}^{\nu=n} \overline{G}_\nu(x) = G_{n+1}(x)\,.$$

Ma per ogni valore determinato di x:

$$\lim_{n=\infty} G_{n+1}(x) = F(x,k')\,,$$

quindi:

$$F(x,k') = \sum_{\nu=0}^{\infty} \overline{G}_\nu(x)\,,$$

cioè la funzione $F(x, k')$ si può esprimere mediante una serie, i cui termini sono polinomi razionali interi.

Dalle disuguaglianze:

$$| F(x,k') - G_\nu(x) | < \sigma_\nu, \quad (| x | \leqq \rho_\nu),$$

$$| F(x,k') - G_{\nu+1}(x) | < \sigma_{\nu+1}, \quad (| x | \leqq \rho_{\nu+1}),$$

si ricava, per ogni punto di un campo finito Δ qualsivoglia:

$$| \overline{G}_\nu(x) | < \sigma_\nu + \sigma_{\nu+1},$$

tutte le volte che ν è maggiore di un numero ν' che viene così definito: i cerchi di raggio ρ_ν per i quali ν è maggiore di ν' devono contenere il campo Δ. Entro tale campo sarà dunque:

$$\sum_{\nu=\nu'+1}^{\infty} \left| \overline{G}_\nu(x) \right| < \sum_{\nu=\nu'+1}^{\infty} (\sigma_\nu + \sigma_{\nu+1}),$$

cioè la serie:

$$\sum_{\nu=\nu'+1}^{\infty} \overline{G}_\nu(x),$$

e quindi anche l'altra:

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} \overline{G}_\nu(x)$$

ivi converge assolutamente ed in egual grado.

Il campo Δ essendo qualunque, in virtù di un noto teorema di Weierstrass [1] la serie precedente può essere trasformata in una serie di potenze intere e positive di x, che converge per ogni valore finito di questo; quindi risulta dimostrato che la $F(x, k)$, per ogni valore fissato di k, rappresenta una funzione trascendente intera della variabile x.

---

[1] " Monatsberichte der Berl. Akad. der Wissenschaften ", August, 1880.

5. — Mercè le ricerche di M. C. Neumann [1] si vede subito che una funzione $R(x)$ della variabile complessa x, trascendente intera, è sempre sviluppabile, per ogni valore finito di x, in serie di funzioni sferiche di prima specie, della forma:

$$R(x) = \sum_{\nu=0}^{\infty} C_\nu P^{(\nu)}(x),$$

ed i coefficenti di questa serie sono tali che, se r indica una quantità positiva:

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} | C_\nu | r^\nu$$

ha un valore finito. Inoltre la:

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} C_\nu P^{(\nu)}(x)$$

converge in egual grado in tutti i punti di un campo finito; [2] in modo che se x' indica una variabile reale:

$$\int_{-1}^{+1} R(x') P^{(n)}(x') = \sum_{\nu=0}^{\infty} C_\nu \int_{-1}^{+1} P^{(n)}(x') P^{(\nu)}(x') \, dx'.$$

Il valore assoluto della funzione sferica $P^{(n)}(x')$ non potendo infatti oltrepassare l'unità per tutti i punti dell' intervallo $(-1 \ldots +1)$:

$$R(x') P^{(n)}(x') = \sum_{\nu=0}^{\infty} C \, P^{(n)}(x') P^{(\nu)}(x')$$

quivi risulta del pari convergente uniformemente.

---

[1] *Ueber die Entwickelung einer Function mit imaginärem Argument nach den Kugelfunctionen erster und zweiter Art.* Halle, Schmidt, 1862.

[2] Cfr. L. W. Thomé, *Ueber die Reihen, welche nach Kugelfunctionen fortschreiten,* Crelle, T. 66.

Se ne ricava per una notevole proprietà delle funzioni sferiche di prima specie:

$$C_\nu = \frac{2\nu+1}{2}\int_{-1}^{+1} R(x')P^{(\nu)}(x')dx', \qquad (\nu=1,2,\dots,\infty).$$

6. — Applicando le considerazioni ora fatte alla $F(x, k')$ avremo:

$$C'_\nu = \frac{2\nu+1}{2}\,\frac{1}{2k'\omega}\int_{-1}^{+1} P^{(\nu)}(x')\,dx'\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x'}{k'}\right)du\,,$$

$$C'_\nu = \frac{2\nu+1}{4\omega}\int_{-1}^{+1} P^{(\nu)}(x')dx'\int_{-\infty}^{+\infty} f(x'+k'u)\psi(u)du$$

ed anche:

$$C'_\nu = \frac{1}{2\omega}\int_{-\infty}^{+\infty} f_\nu(k'u)\psi(u)du$$

ove:

$$f_\nu(u) = \frac{2\nu+1}{2}\int_{-1}^{+1} f(x'+u)P^{(\nu)}(x')dx'.$$

Si può dimostrare che la $f_\nu(u)$ rappresenta una funzione sempre continua della variabile u. Perciò detta h una quantità reale e σ il solito numero positivo, piccolo a piacere, ci proponiamo di far vedere che per ogni valore di u è sempre possibile determinare un'altra quantità positiva H siffatta che, quando:

$$|\,h\,| < H,$$

risulti:

$$\int_{-1}^{+1}\left|f(x'+u+h)-f(x'+u)\right|\,|\,P^{(\nu)}(x')\,|\,dx' < \sigma.$$

Allora a più forte ragione sarà:

$$\left|\int_{-1}^{+1}\left\{f(x'+u+h)-f(x'+u)\right\}P^{(\nu)}(x')\,dx'\right| < \sigma,$$

che è quanto occorre al nostro scopo.

Fissato un valore u' di u, mentre la variabile x' percorre il tratto $(-1 \ldots +1)$, la $f(x'+u')$ prende i valori della funzione data $f(x)$ nel tratto $(-1+u' \ldots 1+u')$; per essere questa integrabile in ogni intervallo finito, ne viene quindi che è rinchiudibile il gruppo dei punti x' di $(-1 \ldots +1)$, nei quali $f(x'+u')$ oscilla per più di un numero positivo ϵ, arbitrariamente preso.

Si scelga ϵ in modo da avere:

$$\epsilon < \frac{\sigma}{4},$$

e si racchiudano i punti del tratto $(-1 \ldots +1)$, ove la $f(x'+u')$ oscilla per più di $\frac{\epsilon}{2}$, con un numero finito d'intorni, la cui somma sia minore di una quantità positiva λ, soggetta alla condizione:

$$\lambda < \frac{\sigma}{8G}.$$

Corrispondentemente ad ognuna delle parti $(x'_i \ldots x'_{i+1})$, che rimangono, la funzione $f(x'+u')$ avendo in tutti i punti di essa un'oscillazione $< \frac{\epsilon}{2}$, si potrà determinare un numero positivo h'_i diverso da zero, tale che, quando h è in valore assoluto minore di h'_i, si abbia:

$$| f(x'+u'+h) - f(x'+u') < \epsilon$$

per tutti i punti $x, x+h$ ivi contenuti [1].

Se n è il numero di tali tratti, si prenda come valore della quantità H sopra detta un valore che soddisfi alle disuguaglianze:

$$H < h'_i, \qquad (i = 1,2, \ldots n),$$

$$H < \frac{\sigma}{16nG}.$$

Per vedere che la quantità H così definita gode della proprietà voluta, escludiamo da ognuno dei tratti $(x'_i \ldots x'_{i+1})$ i punti che dagli estremi distano per una lunghezza minore od uguale

(1) Cfr. Nota citata, *Sulla rappresentazione analitica, ecc.*, § 4.

ad H; il campo costituito dall' insieme dei tratti rimanenti indichiamolo, analogamente a quanto è stato fatto nell'altra nota, con $[-1, +1]$. Definiamo poi una nuova funzione $F(x, h)$, la quale per ogni valore fissato di h in valore assoluto minore di H coincida con:

$$| f(x' + u' + h) - f(x' + u') |$$

entro il campo $[-1, +1]$, e nel resto di $(-1 \ldots +1)$ sia sempre uguale a 2G.

Tale funzione è al pari di:

$$| f(x' + u' + h) - f(x' + u') |$$

integrabile rispetto ad x', giacchè non può avere al più che un numero finito di punti di discontinuità, che non siano tali per quest'ultima; ed inoltre:

$$\int_{-1}^{+1} | f(x' + u' + h) - f(x' + u') | \, | P^{(\nu)}(x') | \, dx' \leqq \int_{-1}^{+1} F(x', h) \, | P^{(\nu)}(x') | \, dx'.$$

D'altra parte il valore assoluto della funzione sferica $P^{(\nu)}(x')$ non può oltrepassare l'unità per tutti i valori di x' compresi nell' intervallo $(-1 \ldots +1)$; quindi sarà ancora:

$$\int_{-1}^{+1} | f(x' + u' + h) - f(x' + u') | \, | P^{(\nu)}(x') | \, dx' \leqq \int_{-1}^{+1} F(x', h) \, dx'.$$

Ora:

$$\int_{-1}^{+1} F(x', h) \, dx' < 2G(\lambda + 2nH) + \epsilon \sum_{i=1}^{i=n} (x_{i+1} - x_i - 2H),$$

e per il modo come sono state scelte le quantità ϵ, λ, H:

$$\int_{-1}^{+1} F(x', h) \, dx' < \sigma ;$$

onde si conclude che quando $|h| < H$:

$$\int_{-1}^{+1} |f(x'+u'+h) - f(x'+u')| \, |P^{(\nu)}(x')| \, dx' < \sigma$$

come appunto si voleva.

Finalmente possiamo aggiungere che il valore assoluto di $f_\nu(u)$ non può mai oltrepassare $(2\nu+1)G$.

Da ciò si ricava subito che, qualunque sia il valore k' fissato, è sempre:

$$|C'_\nu| \leqq (2\nu+1)G;$$

ma la continuità dianzi stabilita della $f_\nu(u)$ permette di dimostrare che il coefficente C'_ν, che essendo determinato per ogni valore di k, si può riguardare come una funzione di questo parametro, ammette per $k=0$ un limite determinato, che soddisfa esso pure alla precedente disuguaglianza.

Si ponga:

$$C'_\nu(k) = \frac{1}{2\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} f_\nu(ku) \psi(u) \, du.$$

Essendo a una quantità positiva qualunque, si avrà:

$$\left| \frac{1}{2\omega} \int_a^{\infty} f_\nu(ku) \psi(u) \, du \right| \leqq \frac{(2\nu+1)G}{2\omega} \int_a^{\infty} \psi(u) \, du$$

$$\left| \frac{1}{2\omega} \int_{-\infty}^{-a} f_\nu(ku) \psi(u) \, du \right| \leqq \frac{(2\nu+1)G}{2\omega} \int_{-\infty}^{-a} \psi(u) \, du,$$

donde risulta la convergenza uniforme dell'integrale rappresentato con $C'_\nu(k)$, rispetto a tutti i valori di k.

Sia ora a scelto in modo da avere:

$$\frac{(2\nu+1)G}{\omega} \int_a^{\infty} \psi(u) \, du < \frac{\sigma}{3}.$$

Se ne ricava, qualunque sia k:

$$\left| C'_\nu(k) - \frac{1}{2\omega}\int_{-a}^{+a} f_\nu(ku)\psi(u)du \right| < \frac{\sigma}{3}$$

ed inoltre anche:

$$\left| f_\nu(o) - \frac{f_\nu(o)}{2\omega}\int_{-a}^{+a} \psi(u)du \right| < \frac{\sigma}{3}.$$

Si assegni poi un tal valore k_1 di k, che per ogni $k<k_1$ riesca:

$$\left| \frac{1}{2\omega}\int_{-a}^{+a} f_\nu(ku)\psi(u)du - \frac{f_\nu(o)}{2\omega}\int_{-a}^{+a} \psi(u)du \right| < \frac{\sigma}{3}.$$

Sarà anche, per ogni $k<k_1$:

$$| C'_\nu(k) - f_\nu(o) | < \sigma.$$

Siccome il numero σ può essere preso piccolo a piacere, si conclude che:

$$\lim_{k=0} C'_\nu(k) = f_\nu(o) = \frac{2\nu+1}{2}\int_{-1}^{+1} f(x')P^{(\nu)}(x')dx',$$

quindi:

$$\left| \lim_{k=0} C'_\nu(k) \right| \leqq (2\nu+1)G.$$

Per ultimo possiamo ancora far vedere che $C'_\nu(k)$ rappresenta una funzione continua di k.

Determinato a come sopra, qualunque siano k ed h, h quantità reale, si avrà:

$$\left| C'_\nu(k+h) - C'_\nu(k) - \frac{1}{2\omega}\int_{-a}^{+a} \{ f_\nu(ku+uh) - f_\nu(ku) \} \psi(u)du \right| < \frac{2\sigma}{3}.$$

Per la continuità di $f_\nu(u)$, fissato un valore qualsivoglia

k' di k, si potrà trovare un valore h' positivo, in modo che quando $| h | < h'$ riesca:

$$\left| \frac{1}{2\omega} \int_{-a}^{+a} \{ f_\nu(k'u + hu) - f_\nu(k'u) \} \psi(u) du \right| < \frac{\sigma}{3},$$

sicchè in ultimo quando $| h | < h'$:

$$| C'_\nu(k' + h) - C'_\nu(k') | < \sigma.$$

Quello che abbiamo finora detto ci permette di enunciare il seguente teorema, che è quello stesso dato da Weierstrass, nella citata memoria, per il caso di funzioni $f(x)$ sempre continue.

Sia $\psi(x)$ *una funzione soddisfacente alle dette ipotesi e sia:*

$$F(x, k) = \frac{1}{2k\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) \psi \left(\frac{u - x}{k} \right) du .$$

Si avrà per ogni valore finito della variabile complessa x*:*

$$F(x, k) = \sum_{\nu=0}^{\nu=\infty} C'_\nu(k) P^{(\nu)}(x)$$

avendo posto:

$$C'_\nu(k) = \frac{1}{2\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} f_\nu(ku) \psi(u) du$$

ove:

$$f(u) = \frac{2\nu + 1}{2} \int_{-1}^{+1} f(x' + u) P^{(\nu)}(x') dx';$$

e le $C'_\nu(k)$ *sono funzioni continue di* k.

7. — Ritorniamo al caso che x indichi una variabile reale, nel quale, dato un intervallo finito $(x_1 \ldots x_2)$ qualsivoglia, è sempre possibile, come abbiamo ricordato in principio, determi-

nare un valore $\bar{k}$ del parametro k per modo da avere, in tutti i punti di un campo, che abbiamo indicato con $[x_1, x_2]$:

$$| F(x,\bar{k}) - f(x) | < \sigma.$$

Formato lo sviluppo:

$$F(x,\bar{k}) = \sum_{\nu=0}^{\infty} C'_{\nu}(\bar{k}) P^{(\nu)}(x),$$

determiniamo un numero intero, positivo m, tale che riesca, in tutto l'intervallo $(x_1 \dots x_2)$:

$$\left| \sum_{\nu=m+1}^{\infty} C'_{\nu}(\bar{k}) P^{(\nu)}(x) \right| < \sigma_1$$

σ_1 essendo anch'esso, come sopra, un numero positivo, piccolo a piacere. Ciò si può sempre fare, giacchè, se R indica il massimo valore assoluto di:

$$x + \sqrt{x^2 - 1}$$

nell'intervallo $(-X \dots +X)$, ove X è una quantità positiva qualunque, soggetta alla condizione che $(-X \dots +X)$ comprenda entro di sè il tratto $(x_1 \dots x_2)$, siccome $R \geqq 1$, risulta, per tutti i punti di questo:

$$| P^{(\nu)}(x) | \leqq R^{\nu},$$

ed inoltre la serie:

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} | C'_{\nu}(\bar{k}) | R^{\nu}$$

è convergente.

Ponendo allora:

$$G(x) = \sum_{\nu=0}^{\nu=m} C'_{\nu}(\bar{k}) P^{(\nu)}(x),$$

ne discende per tutti i punti di $[x_1, x_2]$:

$$| f(x) - G(x) | < \sigma + \sigma_1,$$

e $G(x)$ rappresenta evidentemente un polinomio razionale intero di grado m in x.

Rimane così stabilito per altra via il teorema enunciato in principio, e si è tolta la difficoltà che si presentava col primo procedimento, ciascuno dei coefficenti $C'_\nu(k)$ *dello sviluppo della* $F(x, k)$ *in serie di funzioni sferiche di prima specie avendo un limite superiore finito per i suoi valori assoluti, qualunque sia* k, *al tempo stesso che per ogni valore determinato di questo:*

$$\lim_{\nu=\infty} C'_\nu(k) = 0.$$

Tali coefficenti sono poi funzioni continue di k.

8. — A dimostrare il medesimo teorema si può anche giungere seguendo un metodo diverso dai precedenti.

Esclusi da $(x_1 \dots x_2)$ i punti ove la $f(x)$ oscilla per più di $\frac{\sigma}{4}$, σ essendo il solito numero positivo, arbitrariamente piccolo, con un numero finito d'intorni, la cui somma sia piccola a piacere, si costruisca in ogni tratto $(x_i \dots x_{i+1})$ della parte rimanente $[x_1, x_2]$ una spezzata, che da $f(x)$ differisca a meno di σ. Ciò si ottiene dividendo $(x_i \dots x_{i+1})$, in base al teorema dimostrato nell'altra nota, che è una generalizzazione di quello di Cantor sulla continuità (parag. 4), in parti tali che la $f(x)$ oscilli in esse per meno di $\frac{\sigma}{2}$; la corrispondente spezzata che si cerca è quella che ha per vertici i punti di $f(x)$ le cui proiezioni sull' asse delle x coincidono coi punti di divisione e coi punti x_i, x_{i+1}.

Riunendo tutte queste spezzate con segmenti rettilinei si viene a formare un'unica spezzata $S(x)$, che in $[x_1, x_2]$ soddisfa alla condizione:

$$| S(x) - f(x) | < \sigma;$$

ed allora un polinomio finito di Fourier, la cui differenza con S(x) sia per tutti i punti compresi tra x_1 ed x_2, in valore assoluto minore di un numero σ_1 positivo, anch'esso piccolo quanto si vuole, la qual cosa è possibile fare, giacchè S(x) si mantiene sempre finita e continua, ed ha inoltre solo un numero limitato di massimi e minimi, differirà in valore assoluto da $f(x)$ a meno di $\sigma + \sigma_1$ (1).

Sviluppando in fine il polinomio finito di Fourier in serie di potenze intere e positive di x, si perviene senz'altro al teorema ricordato in principio (2).

Relazione sulla Memoria del Prof. Tullio Levi-Civita: *Tipi di potenziali che si possono far dipendere da due sole coordinate.*

L'A. parte dallo studio delle trasformazioni infinitesime ammesse dalla equazione di Laplace. Esse sono quelle del gruppo G_7 delle similitudini. L'A. mostra come ad ogni distinta categoria di trasformazioni reali di questo gruppo corrisponde un tipo di potenziale dipendente da due sole coordinate o binario.

In tal modo egli ottiene cinque tipi di potenziali binarii che distingue nel modo seguente:

1°. Potenziali logaritmici;
2°. Potenziali simmetrici;
3°. Potenziali elicoidali;
4°. Potenziali conici;
5°. Potenziali spirali.

I potenziali dei tipi 1°, 2° e 4° hanno formato l'oggetto di molte ricerche, ma il terzo fu solo considerato in via indiretta da Riemann nella memoria in risposta alla questione sulla teoria

(1) Cfr. Volterra, *Sul principio di Dirichlet*, " Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo ", 1897, fasc. III.

(2) Cfr. Picard, *Traité d'Analyse,* tome I.

analitica del calore proposta dall'Accademia di Parigi nel 1858. Quanto al 5° tipo esso è scoperto dal Levi-Civita.

L'A. fa corrispondere ad ogni tipo uno speciale sistema di coordinate curvilinee e trasforma in questi varii sistemi di coordinate il parametro differenziale del 2° ordine, ottenendo in tal modo sotto forma esplicita le equazioni differenziali a cui soddisfano i cinque tipi di potenziali binarii.

Passa poi il Levi-Civita alla ricerca di tutti i possibili potenziali binarii. Questa ricerca coincide con quella delle congruenze che egli chiama congruenze di linee equipotenziali. Egli dimostra (giovandosi dei metodi introdotti dal Prof. Ricci) che ogni congruenza equipotenziale se non è rettilinea ed isotropa, consta delle traiettorie di un gruppo ∞' di similitudini. In questa maniera prova che tutti i potenziali binarii reali sono isotropi, simmetrici, elicoidali o spirali.

L'A. termina collo studio dei singoli tipi ricercando quando le equazioni differenziali corrispondenti sono riducibili l'una all'altra. In particolare trova che i potenziali spirali da lui scoperti sono irriducibili agli altri nè si equivalgono fra loro per valori diversi del parametro che essi contengono.

Questa completa e bella trattazione sistematica dei potenziali binarii costituisce un lavoro di grande interesse, e già da lungo tempo era sentito il desiderio di ottenere tutti i possibili tipi di questi potenziali e di classificarli in vista delle loro numerose applicazioni in fisica matematica ed in analisi.

Non poche e non lievi difficoltà si opponevano a questo studio; ma il Levi-Civita le ha tutte superate con somma eleganza di metodo e con acume ammirabile, giovandosi dei procedimenti più recenti e più fecondi che l'analisi moderna poteva offrirgli.

La vostra Commissione, altamente lodando l'opera del Levi-Civita per la sua utilità ed importanza, è ben lieta di proporne la lettura e la stampa nelle Memorie accademiche.

Corrado Segre
Vito Volterra, *relatore.*

L'Accademico Segretario
Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 5 Febbraio 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Ferrero, Cognetti de Martiis, Brusa e Nani Segretario.

Il Segretario legge il verbale della seduta precedente, che viene approvato.

Quindi presenta, con parole di elogio, un opuscolo del Socio corrispondente A. Chiappelli, intitolato: *I papiri di Oxyrhynchus* (Napoli, 1899).

L'Accademico Segretario
Cesare Nani.

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 12 Febbraio 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Bizzozero, Direttore della Classe, D'Ovidio, Camerano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona e Naccari Segretario.

Il Presidente dà il benvenuto al Socio Parona, che per la prima volta interviene alle Sedute accademiche. Il Socio Parona ringrazia il Presidente per il cortese saluto e tutti i Colleghi per averlo chiamato a far parte dell'Accademia.

Il Segretario legge l'atto verbale della precedente adunanza, che viene approvato, e poi comunica la lettera ministeriale, con cui venne trasmesso il decreto di nomina del Socio Parona.

Il Segretario dà lettura di una lettera inviata dal Presidente del Comitato, che si è proposto di commemorare Lazzaro Spallanzani nella ricorrenza del centenario della sua morte. Dietro proposta del Socio Foà la Classe delibera di pregare il Socio Mosso di compilare lo scritto che il Comitato richiede per pubblicarlo quale omaggio dell'Accademia alla memoria dello Spallanzani.

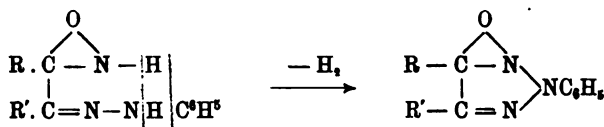
Il Socio Fileti presenta una nota del D[r] Giacomo Ponzio, intitolata: *Ossidazione delle idrazossime.* Sarà inserita negli *Atti.*

LETTURE

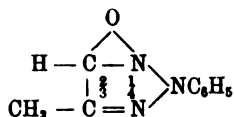
Ossidazione delle idrazossime;

Nota del Dr GIACOMO PONZIO.

Nella I parte di questo lavoro (1) ho detto che l'ossidazione delle idrazossime, secondo la reazione:

$$\begin{matrix} R.\overset{O}{C} - N - H \\ R'.C = N - NH\,C^6H^5 \end{matrix} \xrightarrow{-H_2} \begin{matrix} R - \overset{O}{C} - N \\ R' - C = N \end{matrix} > NC_6H_5$$

è di indole generale; infatti ora l'ho estesa all'omologo inferiore della diacetilidrazossima, cioè alla metilgliossalidrazossima, ottenendo composti analoghi a quelli descritti.

3-METIL-N-FENIL-1,2-OSSI-PIRRO-1,4-DIAZOLO

$$\begin{matrix} H - \overset{O}{C} - N \\ CH_3 - C = N \end{matrix} > NC_6H_5$$

Si prepara facendo agire l'ossido di mercurio giallo sulla metilgliossalidrazossima ed estraendo poi il prodotto della reazione con acqua nel modo che ho già descritto (loc. cit.). Purificato mediante cristallizzazione dagli eteri di petrolio (bollenti fra 80° e 110°) e decolorazione con carbone animale, rappresenta circa il 60 p. $^0/_0$ dell'idrazossima impiegata e forma grossi prismi, leggermente giallognoli, fusibili a 67°-67°,5.

(1) " Gazz. Chim. „, *28*, I, 173, 1898.

I. Gr. 0,2542 di sostanza fornirono gr. 0,1196 di acqua e gr. 0,5735 di anidride carbonica.

II. Gr. 0,1892 di sostanza fornirono cc. 39,5 di azoto ($H_0 = 749,04$, $t = 15^o$), ossia gr. 0,045849.

Cioè su 100 parti:

	trovato		calcolato per $C_9H_9N_3O$
	I	II	
Carbonio	61,53	—	61,71
Idrogeno	5,22	—	5,14
Azoto	—	24,23	24,00

A caldo è un po' solubile nell'acqua e discretamente nella ligroina; è invece solubile a freddo in tutti gli altri solventi organici ordinari. Si scioglie pure facilmente negli acidi minerali e riprecipita inalterato per l'aggiunta di un alcali. Non è volatile col vapore, nè capace di bollire senza decomporsi. Sciolto in etere anidro e trattato con una corrente di acido cloridrico gassoso secco non fornisce alcun cloridrato ma in parte si trasforma in metilclorofenilosotriazolo $H . CH_3 . (C_2N_3) . C_6H_4Cl$, fusibile a 45°-46° e che si può separare, per distillazione in corrente di vapore, dalla base inalterata.

Gr. 0,1600 di sostanza fornirono cc. 29,7 di azoto ($H_0 = 748,16$, $t = 14^o$) ossia gr. 0,034525.

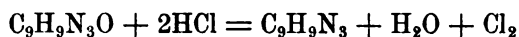
Cioè su 100 parti:

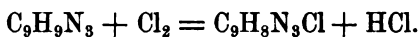
	trovato	calcolato per $C_9H_8N_3Cl$
Azoto	21,57	21,70

La trasformazione invece è completa scaldando a 150°; ed anche in questo caso, come ho dimostrato per l'omologo superiore (1) avviene una reazione analoga a quella colla quale il chinone si trasforma, per azione dell'acido cloridrico, in cloro-

(1) " Gazz. Chim. ", *29*, I (1899).

idrochinone (1); cioè il 3-metil-n-fenil-1,2-ossi-pirro-1,4-diazolo è dapprima ridotto a metilfenilosotriazolo:

$$C_9H_9N_3O + 2HCl = C_9H_9N_3 + H_2O + Cl_2$$

il quale poi viene clorurato:

$$C_9H_9N_3 + Cl_2 = C_9H_8N_3Cl + HCl.$$

Coll'acido iodidrico, nelle stesse condizioni, si forma invece quasi esclusivamente metilfenilosotriazolo e pochissimo iododerivato.

Il 3-metil-n-fenil-1,2-ossi-pirro-1,4-diazolo sciolto in acido cloridrico concentrato e trattato con zinco in granuli si riduce facilmente in *metilfenilosotriazolo* $H . CH_3 . (C_2N_3) . C_6H_5$, il quale si separa man mano che si forma. Completata la reazione, basta estrarre con etere per avere l'osotriazolo perfettamente incoloro bollente alla temperatura costante di 251° ($H_0 = 744,2$).

I. Gr. 0,2138 di sostanza fornirono gr. 0,1155 di acqua e gr. 0,5343 di anidride carbonica.

II. Gr. 0,1727 di sostanza fornirono cc. 40,5 di azoto ($H_0 = 731,06$, $t = 16°$), ossia gr. 0,045690.

Cioè su 100 parti:

	trovato		calcolato per $C_9H_9N_3$
	I	II	
Carbonio	68,14	—	67,92
Idrogeno	6,00	—	5,66
Azoto	—	26,45	26,41

Pechmann aveva dato come punto di ebollizione 242° (2): parendomi molto grande la differenza col punto di ebollizione da me trovato, ho ripetuto la preparazione del metilfenilosotriazolo facendo agire il carbonato sodico sull'acetilderivato della metilgliossalidrazossima, e, seguendo esattamente il procedi-

(1) " Ann. Chem. Journ. ", *14*, 570 (1892).
(2) " Annalen ", *262*, 280 (1891).

mento di Pechmann (loc. cit.), anche nella purificazione con permanganato, ottenni un prodotto incoloro, bollente a 242° alla pressione ordinaria, ma che si altera col tempo colorandosi in giallo: la differenza nel punto di ebollizione è dunque dovuta soltanto ad impurezze che non si trovano nel mio composto, il quale si mantiene sempre scolorato.

Per preparare il metilfenilosotriazolo conviene dunque impiegare il mio metodo sovraindicato invece di quello di Pechmann, anzi non è nemmeno necessario di avere il 3-metil-n-fenil-1,2-ossi-pirro-1,4-diazolo puro: basta trattare la metilgliossalidrazossima con ossido di mercurio in soluzione cloroformica, eliminare il solvente, estrarre con acqua bollente il 3-metil-n-fenil-1,2-ossi-pirro-1,4-diazolo, aggiungere alla soluzione acquosa acido cloridrico e zinco e distillare col vapore, il quale trasporta soltanto il metilfenilosotriazolo perfettamente incoloro, che si può poi estrarre con etere.

*3-metil-nitrofenil-*1,2-*ossi-pirro-*1,4-*diazolo* - H . CH_3 . (C_2N_3O) . $C_6H_4(NO_2)$. Si forma sciogliendo a freddo il 3-mètil-n-fenil-1,2-ossi-pirro-1,4-diazolo in acido nitrico concentrato ($d = 1,52$) e cristallizza dall'alcool in aghi gialli splendenti, fusibili a 136°.

Gr. 0,1527 di sostanza fornirono cc. 33 di azoto ($H_0 = 753,15$, $t = 15°$), ossia gr. 0,038518.

Cioè in 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_9H_8N_4O_3$
Azoto	25,22	25,45

È poco solubile, anche a caldo, in etere e ligroina, solubile invece nel cloroformio. Ridotto con zinco ed acido cloridrico in soluzione alcoolica si trasforma nell'amidometilfenilosotriazolo, fusibile a 68°-69°, che sarà descritto più sotto.

Faccio seguire la descrizione di alcuni derivati del metilfenilosotriazolo, che dovetti preparare per confrontarli coi composti ottenuti nelle esperienze sopra riferite.

Mononitrometilfenilosotriazolo - $H . CH_3 . (C_2 N_3) . C_6H_4(NO_2)$. Si ottiene trattando il metilfenilosotriazolo, con acido nitrico concentrato ($d = 1,5$) e cristallizza dall'alcool, dove è abbastanza solubile a caldo e poco a freddo, in fini aghi giallognoli fusibili a 133°-34°.

I. Gr. 0,2300 di sostanza fornirono gr. 0,4478 di anidride carbonica e gr. 0,0876 di acqua.

II. Gr. 0,2402 di sostanza fornirono cc. 58 di azoto ($H_0 = 740,05$, $t = 15°$), ossia gr. 0,066506.

Cioè su 100 parti:

	trovato		calcolato per $C_9H_8N_4O_2$
	I	II	
Carbonio	53,09	—	52,94
Idrogeno	4,20	—	3,92
Azoto	—	27,68	27,45

È solubile anche a freddo in benzina e cloroformio, poco nella ligroina.

Se l'osotriazolo da cui si parte non è perfettamente puro, la nitrazione non procede bene.

Amidometilfenilosotriazolo - $H . CH_3 . (C_2N_3) . C_6H_4(NH_2)$. Si prepara riducendo il mononitrometilfenilosotriazolo in soluzione alcoolica con zinco ed acido cloridrico e cristallizza dall'alcool acquoso in aghi quasi incolori fusibili a 69°. Come ho già detto è identico con quello che si ottiene per riduzione del nitroderivato del 3-metil-n-fenil-1,2-ossi-pirro-1,4-diazolo.

Gr. 0,1442 di sostanza fornirono cc. 41 di azoto ($H_0 = 728,06$, $t = 15°$), ossia gr. 0,046244.

Cioè su 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_9H_{10}N_4$
Azoto	32,07	32,19

È un po' solubile nell'acqua, molto in tutti gli altri solventi organici, eccetto gli eteri di petrolio.

Mediante la reazione di Sandmeyer lo si può facilmente trasformare in:

Metilclorofenilosotriazolo - H . CH_3 . (C_2N_3) . C_6H_4Cl. Ho già detto che questo composto si forma dal 3-metil-n-fenil-1,2-ossipirro-1,4-diazolo sciogliendolo in etere e facendo passare una corrente di acido cloridrico gassoso; però è più conveniente operare con acido cloridrico in soluzione concentrata ($d = 1,20$) e scaldare in tubo chiuso a 150° per 3 ore, poichè in queste condizioni la trasformazione è completa. Il metilclorofenilosotriazolo cristallizza dall'alcool in fini e lunghi aghi splendenti fusibili a 45°,5-46°, bolle a 272° ($H_0 = 729$ mm.); è volatile col vapore, insolubile nell'acqua e solubile anche a freddo negli ordinari solventi organici.

Le numerose combustioni di questa sostanza fatte con tutte le precauzioni possibili non diedero risultati concordanti; invece le determinazioni di cloro e d'azoto fornirono numeri che corrispondono alla formola di un clorometilfenilosotriazolo, la quale è confermata dalla densità di vapore, determinata col metodo di Meyer, nel vapore di difenilamina.

I. Gr. 0,1736 di sostanza fornirono cc. 32,9 di azoto ($H_0 = 753,03$, $t = 17°$), ossia gr. 0,038089.

II. Gr. 0,1938 di sostanza fornirono gr. 0,1405 di cloruro d'argento.

Cioè su 100 parti:

	trovato		calcolato per $C_9H_8N_3Cl$
	I	II	
Azoto	21,94	—	21,70
Cloro	—	17,98	18,34

sostanza	densità	Peso molecolare trovato	Peso molecolare calc. per $C_9H_8N_3Cl$
gr. 0,0801	7,04	203,2	193,5

Non mi è riuscita la sua preparazione diretta dalla p-cloroidrazossima del metilgliossal (1) con pentacloruro di fosforo, secondo il metodo di Pechmann (2); però siccome il mio cloroderivato si forma anche dal metilamidofenilosotriazolo $H . CH_3 . (C_2N_3) . C_6H_4(NH_2)$, mediante cloruro ramoso e nitrito sodico, così si deve ammettere che il cloro si trovi allo stesso posto dei gruppi NH_2 ed NO_2 dell'amido- e nitroderivato, e quindi anche, per analogia a quanto ho dimostrato nel caso del dimetilfenilosotriazolo (3), nel nucleo benzinico.

Il metilclorofenilosotriazolo non è ossidato dall'acido cromico in soluzione acetica, nè ridotto (per riscaldamento in apparecchio a ricadere) con acido iodidrico e fosforo rosso; scaldato invece in tubo chiuso per 3 ore a 150° con acido cloridrico diluito e colla quantità teorica di bicromato potassico necessaria per svolgere due atomi di cloro, si trasforma in *bicloromctilfenilosotriazolo* $C_9H_7N_3Cl_2$ che cristallizza dall'alcool in lunghi aghi splendenti e si fonde a 117°-18°.

Gr. 0,1400 di sostanza fornirono gr. 0,1742 di cloruro d'argento.

Cioè su 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_9H_7N_3Cl_2$
Cloro	30,82	31,14

Questo stesso bicloroderivato si forma, invece del monoclorocomposto, agitando colla soluzione acquosa di una sola

---

(1) La *metilgliossal-p-cloroidrazossima*, $H . C(NOH) . C(N_2HC_6H_4Cl) . CH_3$, si forma mescolando quantità equimolecolari di isonitrosoacetone $CH_3 . CO CH(NOH)$ e di p-clorofenilidrazina $H_2N . NHC_6H_4Cl$ in soluzione alcoolica e scaldando leggermente. Cristallizza dall'alcool in aghi giallognoli fusibili a 165°-66° ed è solubile a freddo in etere, poco solubile invece nella ligroina e nel cloroformio.

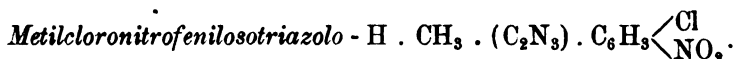
Gr. 0,1543 di sostanza fornirono gr. 0,1036 di cloruro d'argento.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_9H_{10}N_3OCl$
Cloro	16,62	16,78

(2) "Berichte", *21*, 2759 (1888).

(3) "Gazz. Chim.", *29*, I (1899).

molecola di cloro l'osotriazolo, il quale rimane perciò in parte inalterato.

Metilcloronitrofenilosotriazolo - $H \cdot CH_3 \cdot (C_2N_3) \cdot C_6H_3\langle^{Cl}_{NO_2}$.
Si ottiene scaldando leggermente con acido nitrico commerciale il metilclorofenilosotriazolo. Cristallizza dall'alcool in splendidi aghi appena giallognoli, fusibili a 161°-62° ed è poco solubile a freddo in alcool, ligroina, ed etere; solubile nel cloroformio.

Gr. 0,1625 di sostanza fornirono gr. 0,0975 di cloruro di argento.

Cioè su 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_9H_7N_4ClO_2$
Cloro	14,83	14,88

Scaldato con acido nitrico commerciale ($d = 1.37$) per un'ora a 150° in tubo chiuso, resta quasi tutto inalterato, mentre in tali condizioni il suo omologo superiore (il dimetilcloronitrofenilosotriazolo, di cui mi sono già occupato (1)) perde completamente il cloro e dà dimetilnitrofenilosotriazolo.

Metilbromofenilosotriazolo - $H \cdot CH_3 \cdot (C_2N_3) \cdot C_6H_4Br$. Si forma agitando il metilfenilosotriazolo colla quantità teorica di bromo, sciolto in acqua. Cristallizza dall'alcool in finissimi aghi splendenti, che si fondono a 64°-65°.

Gr. 0,2688 di sostanza fornirono gr. 0,2146 di bromuro di argento.

Cioè su 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_9H_8N_3Br$
Bromo	33,94	33,61

È solubile nei solventi organici ordinari; scaldato con bromo ed acqua per qualche ora in tubo chiuso a 150° si trasforma

(1) " Gazz. Chim. ", *28*, I, 173 (1898).

in *bibromometilfenilosotriazolo* $C_9H_7N_3Br_2$; che cristallizza dall'alcool in lamine splendenti fusibile a 125°-26°.

Gr. 0,2107 di sostanza fornirono gr. 0,2490 di bromuro d'argento.

Cioè su 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_9H_7N_3Br_2$
Bromo	50,25	50,47

Metiliodofenilosotriazolo - $H . CH_3 . (C_2N_3) . C_6H_4I$. Ho già detto che esso risulta in piccola quantità per azione dell'acido iodidrico ($d = 1,27$) sul 3-metil-n-fenil-1,2-ossi-pirro-1,4-diazolo; esso si forma invece in proporzione notevole (circa il 50 p. $^0/_0$) scaldando il metilfenilosotriazolo per parecchi giorni in tubo chiuso a 150° con iodio ed acido iodico nelle quantità teoriche, in presenza di acqua. Siccome non è volatile col vapore così lo si può facilmente separare dall'osotriazolo inalterato. Cristallizza dall'alcool in aghetti bianchi fusibili a 64°-65° ed è solubile a freddo in etere e benzina, poco solubile invece nella ligroina.

Gr. 0,1980 di sostanza fornirono gr. 0,1630 di ioduro di argento.

Cioè su 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_9H_8N_3I$
Iodio	44,53	44,56

Il metiliodofenilosotriazolo è capace di nitrarsi con acido nitrico ordinario ($d = 1.37$) senza perdere il iodio; mentre il dimetiliodofenilosotriazolo (loc. cit.) si trasforma completamente in dimetilnitrofenilosotriazolo. Invece per azione dell'acido nitrico concentrato ($d = 1.52$) abbandona già a freddo l'alogeno dando metilnitrofenilosotriazolo (fusibile a 133°-34°) cioè si comporta in queste condizioni come il suo omologo superiore.

Metiliodonitrofenilosotriazolo - $H . CH_3 . (C_2N_3) . C_6H_3 \langle {}^{I}_{NO_2}$.
Si ottiene scaldando il metiliodiofenilosotriazolo con acido nitrico

commerciale ($d = 1.37$). Cristallizza dall'alcool in lunghi aghi giallognoli, fusibili a 145°-46°.

Gr. 0,1705 di sostanza fornirono cc. 25,5 di azoto ($H_0 = 748,16$, $t = 15°$) ossia gr. 0,29564.

Cioè su 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_9H_7N_4IO_2$
Azoto	17,29	16.96

È solubile anche a freddo in etere, poco invece nell'alcool e nella ligroina.

Trattato con acido nitrico concentrato ($d = 1.52$) separa iodio e dà metilnitrofenilosotriazolo.

Torino. Laboratorio di Chimica generale della R. Università.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 19 Febbraio 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: CLARETTA, Direttore della Classe, PEYRON, ROSSI, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, PEZZI, CIPOLLA, PERRERO, ALLIEVO e FERRERO, che, in assenza del Socio Segretario NANI, ne fa le veci.

Si legge e si approva l'atto verbale dell' adunanza precedente.

È comunicato il Decreto 22 gennaio 1899, con cui S. M. IL RE ha approvato l'elezione dei Prof. Cav. Rodolfo RENIER ed Italo PIZZI a Socii nazionali residenti.

È introdotto il Socio nuovamente eletto, il Prof. Cav. Italo PIZZI, a cui il Presidente dà il benvenuto a nome dei Colleghi.

Sono lette le lettere, con cui i due Socii RENIER e PIZZI ringraziano per la loro elezione.

Il ff. di Segretario fra i libri, mandati in omaggio alla Classe, segnala il volume offerto dal Socio corrispondente can. Ulisse CHEVALIER, *Gallia christiana novissima, Histoire des archevêchés, évêchés et abbayes de France,* par feu le chanoine J. H. ALBANÈS, complétée, annotée et publiée par le chanoine

Ulysse Chevalier, *Marseille (évêques, prévôts, statuts)* (Valence, 1899), e la parte II del vol. I della *Storia di Roma* del professor Ettore Pais, e brevemente ne indica l'importanza.

Il Direttore della Classe, a nome dell'autore, il generale Emanuele Morozzo della Rocca, offre l'opera: *La storia dell'antica città del Monteregale ora Mondovì in Piemonte,* 2 voll. (Mondovì, 1894).

Il Socio Cipolla presenta un lavoro manoscritto del sig. Albano Sorbelli intitolato: *Il duca di Ferrara e Cato, Virgilio e D. Giacomo da Castagneto,* di cui l'autore desidera l'inserzione nelle *Memorie* accademiche.

Ad esaminare questo lavoro ed a riferirne in una prossima adunanza il Presidente delega, col Socio presentante, i Socii Claretta e Ferrero.

L'Accademico Segretario
Cesare Nani.

Torino, Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 26 Febbraio 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Cossa, Vice-Presidente dell'Accademia, Bizzozero, Direttore della Classe, Salvadori, Berruti, D'Ovidio, Mosso, Spezia, Camerano, Segre, Peano, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona e Naccari Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale della precedente adunanza, che viene approvato.

Il Socio Mosso pur ringraziando per l'incarico datogli dalla Classe nella seduta precedente di compilare uno scritto, che verrebbe pubblicato quale omaggio dell'Accademia alla memoria di Lazzaro Spallanzani dal Comitato che si costituì per onorare la memoria dell'illustre scienziato in Reggio Emilia, fa alcune osservazioni, in seguito alle quali e dietro proposta del Socio Bizzozero resta convenuto che il Socio Mosso darà all'Accademia una lettera inedita dello Spallanzani, che egli possiede, accompagnata da una introduzione da lui stesso scritta. La lettera verrà riprodotta in zincotipia, inserita nei volumi accademici e un certo numero di estratti sarà inviato in dono al Comitato suddetto.

Il Presidente annunzia la morte del Socio corrispondente Sophus Lie della Sezione di matematiche pure, avvenuta il 18 corrente a Christiania. Mediante telegramma la Presidenza pregò il Presidente del Senato della Università di Christiania di rappresentare l'Accademia ai funerali e gli s'inviarono le condoglianze dell'Accademia. Il Socio Segre commemora brevemente l'illustre matematico.

Vengono poi presentati e accolti per l'inserzione negli *Atti* gli scritti seguenti:

1° *Sul flusso di energia meccanica,* nota del Socio Volterra,

2° *Sopra un problema di elasticità,* nota del Socio Guidi,

3° *Osservazioni sulla fauna e sull'età del calcare di scogliera presso Colle Pagliare nell'Abruzzo aquilano,* nota del Socio Parona,

4° *Sulle equazioni differenziali lineari, che appartengono alla stessa specie delle proprie aggiunte,* nota del Dott. Gino Fano, presentata dal Socio Segre.

Infine la Classe raccoltasi in seduta privata procede all'elezione di un Socio per la Commissione della Biblioteca e viene confermato per un nuovo triennio il Socio Corrado Segre.

LETTURE

SOPHUS LIE

Cenni del Socio CORRADO SEGRE.

Permetta l'Accademia che io richiami brevemente la sua attenzione sulla grave perdita che ora le fu annunziata: quella di chi poteva dirsi il creatore della grande teoria dei gruppi continui di trasformazioni. A Sophus Lie è interamente dovuta questa teoria, così vasta e così profonda, che riguarda ed interessa tutta quanta la matematica. Egli fu che dal principio della sua vita scientifica (1869) sino alla fine — ahi troppo immatura! — ne pose i fondamenti, la sviluppò, ne fece applicazioni, dimostrandone la grande importanza. Egli stabilì i teoremi fondamentali che caratterizzano un sistema continuo di trasformazioni come gruppo. Con felicissima ispirazione introdusse le *trasformazioni infinitesime* per generare i gruppi, e se ne valse per dare a quelle proprietà caratteristiche la più semplice espressione e per rendere più agevoli e più eleganti tutte le ricerche. Svolse per tutti i gruppi continui, colla massima generalità, i princìpi di una teoria degl' *invarianti differenziali,* dando così il modo di completare e di estendere l'ordinaria teoria degl'invarianti (projettivi) delle forme algebriche, quella dei parametri differenziali, ecc. Insegnò i metodi per ottenere tutte le varietà invarianti di un gruppo assegnato. Determinò e studiò varie classi speciali di gruppi, ad esempio quelli finiti nei campi delle prime dimensioni: ottenendo pei gruppi ad una variabile il risultato notevolissimo che essi son simili a gruppi projettivi. Ricercò le proprietà interne dei vari gruppi, relative alla loro composizione o *struttura,* fece vedere da quali costanti esse dipendano essenzialmente, e come vengano nel miglior modo illuminate dalla considerazione del così detto *gruppo ag-*

giunto. Determinò le varie specie di strutture che si possono avere nei gruppi a 2, 3, 4 parametri, ed in altre più ampie classi di gruppi. Infine diede a quella teoria tanti e sì vari concetti e risultati da destare la più profonda ammirazione in chi consideri che sono l'opera di un solo scienziato!

L'indirizzo secondo cui lavorò Lie è da lui stesso caratterizzato come quello che da un lato, seguendo gl'insegnamenti di Monge, applica all'Analisi i concetti geometrici, e particolarmente quelli introdotti nella Geometria moderna da Poncelet e da Plücker; e d'altra parte estende le idee di Lagrange, Abel e Galois sulla trattazione delle equazioni algebriche alla Geometria, ed in particolare alle equazioni differenziali. Dalla arbitrarietà nella scelta dell'ente geometrico che si assume come elemento generatore dello spazio (noto concetto di Plücker) derivò il Lie in tutta la sua generalità la nozione di *trasformazioni di contatto,* delle quali le ordinarie trasformazioni (*puntuali*) son casi particolari. E derivò pure (collegandosi a Monge) una concezione geometrica delle equazioni differenziali, sì ordinarie che parziali, la quale consiste nel riguardare una tal equazione come rappresentante una varietà infinita di particolari elementi geometrici (quelli stessi a cui si applicano le trasformazioni di contatto), e gl'integrali come varietà inferiori contenute in quella e soddisfacienti a certe condizioni. Per tal modo il problema dell'integrazione prese una forma più generale; scomparvero certe eccezioni o distinzioni di casi; la nozione d'integrale apparve soggetta alla legge geometrica di dualità. Le trasformazioni di contatto ed i gruppi di esse applicati alle equazioni differenziali chiarirono le questioni d'integrabilità di queste; in quanto che appunto il fatto di ammettere un gruppo continuo di trasformazioni in sè è quello che caratterizza l'integrabilità di varie classi di equazioni, o la loro riducibilità ad altre più semplici, a tipi determinati: come la risolubilità ed altre proprietà delle equazioni algebriche derivano dai gruppi di sostituzioni che queste ammettono. Così una particolare trasformazione di contatto che è fra le prime e più belle concezioni di Lie, mutando le rette in sfere, gli servì a mutare la geometria projettiva in una geometria metrica, il problema delle asintotiche di una data superficie in quello delle linee di curvatura. E qui, a proposito della geometria differenziale delle

superficie, ricorderò ancora fra varie altre le eleganti ricerche di Lie sulle superficie di traslazione, ed in particolare sulle superficie algebriche d'area minima, non che quelle sulle superficie che ammettono un gruppo continuo di trasformazioni geodetiche.

Del resto quelle accennate non sono ancora tutte le applicazioni che il Lie ha fatto dei gruppi continui alla geometria. Va rilevata in modo speciale l'applicazione ai *fondamenti* di questa scienza. Poichè nella geometria si può riguardare come dato a priori un gruppo continuo di trasformazioni, quello dei movimenti dello spazio, si può cercare quali postulati si possano ammettere per questo gruppo, tali che se ne deducano quelle proprietà che corrispondono all'ordinaria intuizione dello spazio. È questo il problema che, avviato da Riemann e più ancora da Helmholtz, fu poi trattato in modo più corretto e completo da Lie; sì da caratterizzare pienamente l'ordinaria geometria euclidea, non che le geometrie non euclidee.

Le teorie di Lie furono già applicate, oltre che dal loro Autore, da vari altri scienziati a tutti i rami della Matematica. Così il Poincaré ha collegato in modo notevole la teoria generale dei numeri complessi a n unità a quella dei gruppi semplicemente transitivi di trasformazioni lineari omogenee; e molte ricerche si son fatte in quest'indirizzo. Il Picard (e, dopo di lui, il Vessiot) ha adoperato i gruppi continui finiti per estendere alle equazioni differenziali lineari la teoria di Galois delle equazioni algebriche. Altri hanno applicato i risultati di Lie alla Meccanica (ed alla Fisica matematica) con buon successo: com'era prevedibile, chi consideri che anche in questa scienza come nella geometria si hanno equazioni differenziali e forme differenziali quadratiche, da integrare o da trasformare. Le superficie e varietà algebriche con gruppi continui di trasformazioni birazionali o di trasformazioni projettive son pure state in questi ultimi tempi oggetto di studî, in particolare da parte di alcuni giovani geometri italiani. E l'interesse dei matematici per tutte queste applicazioni della teoria dei gruppi va sempre crescendo!

La morte di Sophus Lie riesce tanto più dolorosa, perchè l'attività con cui egli, anche in questi ultimi anni, pubblicava sempre nuove ricerche faceva sperare che egli desse ancora per lungo tempo i bei frutti del suo potente ingegno alla scienza!

Particolarmente è da deplorare che egli non abbia potuto mantenere la promessa fatta nella sua " Theorie der Transformationsgruppen „ ed altrove di publicare altre ampie opere; una delle quali, da fare come quella in collaborazione coll'ENGEL, intendeva dedicare, non più ai soli gruppi finiti, ma a tutti quanti i gruppi continui (definibili con equazioni differenziali), finiti od infiniti, svolgendovi una completa e molto generale teoria degl'invarianti differenziali, ed una trattazione delle equazioni differenziali dal punto di vista dei gruppi di trasformazioni. Sia permesso augurare che l'ENGEL, suo valoroso discepolo e fedele collaboratore, riesca a compiere da sè, coi materiali lasciati dal maestro, l'importante lavoro!

Sul flusso di energia meccanica;

Nota del Socio VITO VOLTERRA.

1. — È noto come il Poynting in una sua celebre Memoria (*) ha determinato la legge con cui fluisce l'energia in un campo elettromagnetico, giungendo ad un resultato altrettanto semplice quanto importante, sia dal punto di vista teorico che da quello delle applicazioni. Varii studii furono fatti in seguito per ricercare, non nei soli fenomeni elettromagnetici, ma anche negli altri fenomeni naturali le leggi che esprimono come procede con continuità l'energia da punto a punto nello spazio.

Noi ci limiteremo in questa Nota allo studio del flusso di energia meccanica in un caso che crediamo non ancora contemplato.

2. — Consideriamo, per fissare le idee, il sistema solare come sottratto ad azioni esterne. Si ha in questo caso un moto di materia consistente nel movimento degli astri che lo costi-

(*) " Philosophical Transaction „, vol. 175.

tuiscono, i quali subiscono nel tempo stesso delle alterazioni nella loro costituzione, mentre le forze attrattive che agiscono su di essi variano pure in ogni istante.

È possibile stabilire in questo caso delle leggi atte a rappresentare come fluisce l'energia meccanica corrispondente in tutto lo spazio, ammesso che essa non si trasformi in altre energie e per conseguenza si conservi costante?

Il sistema dunque che noi immaginiamo è discontinuo, e le diverse parti hanno stato di aggregazione diverso. Alcuni corpi o parti dei corpi costituenti il sistema sono solidi, altri liquidi ed altri aeriformi. Alcuni di questi si trovano a contatto fra loro, altri possono concepirsi separati da porzioni di spazio non riempito da materia. La densità della distribuzione di materia è per conseguenza discontinua, come le velocità dei punti possono essere discontinue lungo le superficie che costituiscono i limiti di separazione delle varie parti fra loro eterogenee del sistema. Le forze agenti sono le forze Newtoniane di attrazione fra i varii elementi di materia, e le forze elastiche interne.

Onde esaminare la questione propostaci è necessario localizzare in ogni punto dello spazio ed in ogni istante l'energia.

Per riguardo alla energia cinetica la cosa non presenta evidentemente alcuna difficoltà; così pure per riguardo alla energia elastica delle varie parti; ma è necessario anche localizzare l'energia potenziale delle forze newtoniane che agiscono fra i varii punti del sistema. Ora all'energia potenziale di un sistema materiale le cui particelle si attraggono colla legge di Newton si sa dare varie espressioni, una delle quali consiste nell'integrale esteso a tutto lo spazio del quadrato della forza unitaria agente in ogni punto divisa per -8π. Mediante questa espressione noi abbiamo un modo di localizzare in ogni elemento dello spazio la energia newtoniana, stabilendo che ogni elemento contribuisca nella energia newtoniana per una quantità eguale al volume dell'elemento diviso per -8π e moltiplicato pel quadrato della forza unitaria agente in quel punto.

Non deve recare meraviglia se colla ipotesi fatta la quantità, con cui contribuisce ogni elemento di spazio nella energia potenziale, è negativa.

Siccome noi studiamo il flusso di energia, così ciò che preme di considerare, anzichè il valore effettivo della quantità

di energia è la sua variazione. La energia potenziale è d'altra parte individuata a meno di una costante addittiva arbitraria; noi potremmo dunque supporre, per esempio, aggiunta in ogni elemento una quantità *costante* di energia senza che perciò il flusso di essa venisse alterato. Con una conveniente aggiunta potrebbe concepirsi concentrata in ogni elemento una quantità positiva di energia (*).

A questo modo di distribuire nello spazio la energia potenziale newtoniana si potrebbe far corrispondere un meccanismo speciale sostituibile alle azioni a distanza, atto cioè a spiegarci le attrazioni newtoniane; ma noi possiamo anche prescindere da qualsiasi ipotesi a questo proposito; come del resto si fa ordinariamente allorchè si definisce l'energia in un campo elettromagnetico.

Osserviamo infine che stabilita una leggè del flusso di energia, altre infinite *equivalenti* possono, come è ben noto, trovarsene.

3. — Mostriamo ora quale è il resultato che si ottiene per il flusso di energia. In ogni punto dello spazio si possono considerare tre vettori; il primo dei quali $\mathfrak{F}$ rappresenta la forza newtoniana unitaria in quel punto, il secondo $\mathfrak{W}$ la velocità del moto della materia, il terzo $\mathfrak{T}$ la tensione elastica unitaria che viene esercitata sull'elemento normale alla direzione del moto dalla parte opposta a quella secondo cui la materia stessa si sposta. Del primo $\mathfrak{F}$ si potrà fare la derivata rapporto al tempo e si otterrà così un vettore $\mathfrak{J}$ che esprimerà la legge con cui varia col tempo la forza unitaria. Consideriamo poi la funzione potenziale newtoniana U, la densità ρ e la grandezza V della velocità della materia.

(*) Willy Wien nella sua bella ed importante memoria sopra il concetto della localizzazione dell' energia del Tomo XLV degli " Annali di Wiedemann ", esclude *a priori*, come non suscettibile di essere trattato, il caso dei corpi discontinui e della gravitazione universale; ma noi riteniamo che le precedenti considerazioni che abbiamo esposto ed i calcoli che seguono, giustifichino l'aver preso in esame e svolto questo caso che ci sembra di precipuo interesse.

Il flusso di energia sarà la resultante di tre vettori, e cioè del vettore $\mathfrak{J}$ moltiplicato per $\frac{U}{4\pi}$, del vettore $\mathfrak{W}$ moltiplicato per $\rho\left(\frac{V^2}{2} - U\right)$ e del vettore $\mathfrak{T}$ moltiplicato per V. Questa legge vale per tutti i punti dello spazio. Nei punti dove non vi è materia $\mathfrak{W}$ e $\mathfrak{T}$ si annullano e resta il flusso di energia rappresentato dal solo vettore $\mathfrak{J}$ moltiplicato per $\frac{U}{4\pi}$.

La via seguita per ottenere questo resultato è la seguente. Una volta che sia localizzata l'energia in ogni elemento dello spazio, consideriamo una porzione fissa qualsiasi di esso e calcoliamo la energia ivi contenuta. La derivata rapporto al tempo di questa quantità si potrà esprimere mediante un integrale esteso a tutto lo spazio ed una somma di integrali estesi a tutte le superficie ove la materia e il moto sono discontinui. Ma l'insieme di tutti questi integrali può trasformarsi in un solo integrale esteso al contorno dell'intero spazio considerato, e questa espressione ci rivela immediatamente la legge del flusso di energia.

Consacreremo i §§ seguenti allo sviluppo del calcolo che abbiamo ora accennato.

In una Nota successiva particolarizzeremo le formule generali per lo studio del flusso di energia corrispondente al così detto moto non perturbato dei corpi celesti.

4. — Denotiamo con U la funzione potenziale, con ρ la densità della materia, con u, v, w le componenti della velocità di questa nelle direzioni degli assi coordinati. I punti ove non vi è materia saranno caratterizzati dal valore $\rho = 0$.

La energia cinetica contenuta in uno spazio S sarà

$$E_c = \frac{1}{2}\int_S \rho(u^2 + v^2 + w^2)\, dS.$$

La energia potenziale newtoniana contenuta in S sarà

$$E_p = -\frac{1}{8\pi}\int_S \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 \right\} dS.$$

Chiamiamo con E_e la energia elastica entro S.

Allora la energia meccanica totale contenuta entro S sarà

$$E = E_c + E_p + E_e.$$

Bisognerà calcolare la variazione della energia contenuta in S, che ha luogo nel tempo dt.

Noi supporremo che il contorno σ di S non coincida, lungo nessun tratto di area finita, con una superficie ove il moto o la materia siano discontinui.

5. — Cominciamo dal calcolare la variazione di E_c.

A tal fine seguiamo la materia contenuta in S nel suo moto. Nel tempo $t + dt$ essa verrà in generale ad occupare un nuovo spazio S' e la variazione di forza viva da essa subìta sarà eguale al lavoro eseguito dalle forze applicate ai suoi elementi. Ora il lavoro eseguito dalle attrazioni newtoniane verrà dato da

$$\int_S \left(\rho \frac{\partial U}{\partial x} u dt + \rho \frac{\partial U}{\partial y} v dt + \rho \frac{\partial U}{\partial z} w dt \right) dS$$

ed il lavoro delle forze elastiche sarà eguale alla diminuzione della energia elastica E_e cioè $-dE_e$ aggiuntovi il lavoro delle tensioni agenti in superficie. Se le componenti della tensione unitaria agente dall'esterno verso l'interno sopra un elemento qualunque del contorno sono t_x, t_y, t_z, il lavoro delle tensioni al contorno sarà

$$\int_\sigma (t_x u dt + t_y v dt + t_z w dt) \, d\sigma.$$

Il lavoro totale sarà dunque:

$$L = \int_S \rho \left(\frac{\partial U}{\partial x} u + \frac{\partial U}{\partial y} v + \frac{\partial U}{\partial z} w \right) dS . dt - dE_e +$$

$$+ \int_\sigma (t_x u + t_y v + t_z w) \, d\sigma . dt.$$

6. — Se ora noi vogliamo la variazione che ha subìto nel tempo dt la energia cinetica contenuta nella regione fissa S dello spazio, dovremo aggiungere ad L la forza viva della materia penetrata in S attraverso il contorno σ durante questo intervallo di tempo, e togliere quella della materia uscita, il cui insieme contribuisce colla quantità di energia

$$e_t = \frac{1}{2}\int_\sigma \rho(u^2+v^2+w^2)(udt.\cos nx + vdt.\cos ny + wdt.\cos nz)d\sigma$$

denotando con n la normale a σ diretta verso l'interno di S. Avremo dunque che la variazione di E_c richiesta si esprimerà con

$$dE_c = L + e_t$$

onde ponendo

$$I = \int_S \rho\left(\frac{\partial U}{\partial x}u + \frac{\partial U}{\partial y}v + \frac{\partial U}{\partial z}w\right)dS$$

resulterà

$$(1) \qquad \frac{\partial(E_c+E_t)}{\partial t} = I + \int_\sigma(t_x u + t_y v + t_z w)d\sigma +$$
$$+ \frac{1}{2}\int_\sigma \rho(u^2+v^2+w^2)(u\cos nx + v\cos ny + w\cos nz)d\sigma.$$

7. — Calcoliamo ora la variazione di E_p. Questa sarà

$$(2) \qquad dE_p = -\frac{1}{4\pi}\int_S\left(\frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial dU}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial dU}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial dU}{\partial z}\right)dS$$

denotando con dU la variazione subìta dalla funzione potenziale nel tempo dt. Ma dU si può considerare come la funzione potenziale di una massa a tre dimensioni che abbia in ogni punto la densità $d\rho$ e di una massa a due dimensioni distribuita lungo la superficie σ_h ove la materia o il moto sono discontinui, colla densità $\rho_1 V_{v,1} - \rho_2 V_{v,2}$, essendo v la normale alla superficie di discontinuità, e ρ_2 la densità della materia dalla parte positiva di v e ρ_1 la densità della parte negativa; mentre $V_{v,2}$, $V_{v,1}$ sono le componenti della velocità della materia nel verso v dalle due parti della superficie (*).

(*) Se lungo la superficie di discontinuità i due corpi che si trovano a contatto si conservano a contatto, sarà $V_{v,1} = V_{v,2}$; ma se i due corpi si staccassero, sarebbero $V_{v,1}$ e $V_{v,2}$ diversi fra loro.

Avremo dunque lungo queste superficie σ_h

$$\left(\frac{\partial dU}{\partial \nu}\right)_2 - \left(\frac{\partial dU}{\partial \nu}\right)_1 = -4\pi(\rho_1 V_{\nu,1} - \rho_2 V_{\nu,2})$$

ove $\left(\frac{\partial dU}{\partial \nu}\right)_2$, $\left(\frac{\partial dU}{\partial \nu}\right)_1$ significano i valori della derivata normale dalle due parti, positiva e negativa, della superficie σ_h.

In tutti gli altri punti avremo

$$\Delta^2(dU) = -4\pi d\rho.$$

Trasformiamo ora la espressione (2) con delle integrazioni per parti. Otterremo (*)

$$dE_p = \frac{1}{4\pi}\int_S U\Delta^2(dU)\,dS + \frac{1}{4\pi}\int_\sigma U\,\frac{\partial dU}{\partial n}\,d\sigma -$$

$$-\Sigma_h \int_{\sigma_h} (\rho_1 V_{\nu,1} - \rho_2 V_{\nu,2})\,d\sigma_h\,dt$$

quindi

$$\frac{\partial E_p}{\partial t} = -\int_S U\frac{\partial \rho}{\partial t}\,dS + \frac{1}{4\pi}\int_\sigma U\,\frac{\partial \frac{\partial U}{\partial t}}{\partial n}\,d\sigma - \Sigma_h\int_{\sigma_h}(\rho_1 V_{\nu,1} - \rho_2 V_{\nu,2})\,d\sigma_h.$$

8. — In modo analogo possiamo trasformare l'integrale I.

Se teniamo conto delle discontinuità del moto e della materia si avrà

(*) Quando noi scriviamo $\int_S U\Delta^2(dU)dS$ intendiamo diviso tutto lo spazio in tante parti S_1, S_2 ... S_i, ... S_l, quante se ne ottengono prendendo le σ_h come superficie di separazione. Per ognuna di queste parti ha un significato $\int_{S_i} U\Delta^2(dU)dS_i$, e allora noi abbiamo

$$\int_S U\Delta^2(dU)dS = \sum_1^l{}_i \int_{S_i} U\Delta^2(dU)dS_i$$

La cosa analoga deve intendersi allorchè nel § seguente trasformando I si trova l'integrale $\int_S U\left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right) dS$.

$$I = -\int_S U\left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right)dS -$$

$$-\int_\sigma \rho U(u\cos nx + v\cos ny + w\cos nz)\,d\sigma + \Sigma_h\int_{\sigma_h} U(\rho_1 V_{v,1} - \rho_2 V_{v,2})\,d\sigma_h$$

quindi

$$I + \frac{\partial E_p}{\partial t} = -\int_S U\left\{\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right\} +$$

$$+\frac{1}{4\pi}\int_\sigma U\frac{\partial\frac{\partial U}{\partial t}}{\partial n}\,d\sigma - \int_\sigma \rho U(u\cos nx + v\cos ny + w\cos nz)\,d\sigma.$$

Ma teniamo conto che pel principio della conservazione della quantità di materia si ha

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

si avrà dunque

$$I + \frac{\partial E_p}{\partial t} = \frac{1}{4\pi}\int_\sigma U\frac{\partial\frac{\partial U}{\partial t}}{\partial n}\,d\sigma - \int_\sigma \rho U(u\cos nx + v\cos ny + w\cos nz)\,d\sigma$$

e per conseguenza in virtù della (1), posto $V^2 = u^2 + v^2 + w^2$,

$$\text{(3)}\qquad \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial(E_c + E_e + E_p)}{\partial t} = \int_\sigma\left\{\frac{U}{4\pi}\frac{\partial\frac{\partial U}{\partial t}}{\partial n} + \right.$$

$$\left. + \rho\left(\frac{V^2}{2} - U\right)(u\cos nx + v\cos ny + w\cos nz) + t_x u + t_y v + t_z w\right\}d\sigma.$$

9. — Cerchiamo ora di trasformare il trinomio

$$t_x u + t_y v + t_z w$$

che potremo anche scrivere VT_v, ove T_v è la proiezione sulla direzione della velocità della tensione unitaria che viene esercitato, dall'esterno verso l'interno, sull'elemento del contorno $d\sigma$.

Ma, per un noto teorema di reciprocità relativo alle tensioni elastiche in un mezzo continuo qualsiasi, T_v è eguale alla proiezione sulla normale n della tensione unitaria che viene ad esercitarsi sull'elemento normale alla direzione della velocità dalla parte opposta a quella secondo cui la materia si sposta (*). Se chiamiamo dunque τ_x, τ_y, τ_z le componenti di quest'ultima tensione, avremo

$$VT_v = V(\tau_x \cos nx + \tau_y \cos ny + \tau_z \cos nz).$$

Siano X, Y, Z le componenti della forza unitaria newtoniana; si avrà

$$\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial U}{\partial t} = X' \cos nx + Y' \cos ny + Z' \cos nz,$$

in cui l'apice denota la derivazione fatta rapporto al tempo. La (3) diventa perciò

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \int_\sigma \left\{ \left(\frac{U}{4\pi} X' + \rho\left(\frac{V^2}{2} - U\right) u + V\tau_x\right) \cos nx + \right.$$

$$+ \left(\frac{U}{4\pi} Y' + \rho\left(\frac{V^2}{2} - U\right) v + V\tau_y\right) \cos ny +$$

$$\left. + \left(\frac{U}{4\pi} Z' + \rho\left(\frac{V^2}{2} - U\right) w + V\tau_z\right) \cos nz \right\} d\sigma.$$

Dunque le componenti del flusso unitario di energia saranno

$$\begin{cases} E_x = \frac{U}{4\pi} X' + \rho\left(\frac{V^2}{2} - U\right) u + \tau_x V \\ E_y = \frac{U}{4\pi} Y' + \rho\left(\frac{V^2}{2} - U\right) v + \tau_y V \\ E_z = \frac{U}{4\pi} Z' + \rho\left(\frac{V^2}{2} - U\right) w + \tau_z V \end{cases}$$

le quali provano la legge sul flusso di energia enunciata nel § 3.

(*) Questo teorema pel caso dei solidi elastici si trova enunciato in Lamé, *Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides* (Paris, 1852), pag. 21.

10. — In una regione in cui manchi la materia, u, v, w sono nulli, quindi le componenti del flusso di energia divengono

$$E_x = \frac{U}{4\pi} X'$$

$$E_y = \frac{U}{4\pi} Y'$$

$$E_z = \frac{U}{4\pi} Z'.$$

Consideriamo una superficie di livello ω esterna alle masse la cui normale diretta verso l'interno di essa sia n. La quantità di energia penetrata nel tempo dt sarà

$$dE = \frac{dt}{4\pi} \int_\omega U (X' \cos nx + Y' \cos ny + Z' \cos nz) d\omega$$

e poichè U è costante, avremo

$$dE = \frac{U dt}{4\pi} \int_\omega (X' \cos nx + Y' \cos ny + Z' \cos nz) d\omega = \frac{U dt}{4\pi} \int_\omega \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial U}{\partial n} d\omega =$$
$$= \frac{U dt}{4\pi} \frac{\partial}{dt} \int_\omega \frac{\partial U}{\partial n} d\omega.$$

Ora $\int_\omega \frac{\partial U}{\partial n} d\omega$ è eguale al prodotto di 4π per la massa M_ω contenuta internamente ad ω. Siccome ω è esterna alle masse, così M_ω nel tempo dt non cambia e perciò $\frac{\partial}{\partial t} \int_\omega \frac{\partial U}{\partial n} d\omega$ è eguale a zero, onde si avrà

$$dE = 0.$$

Dunque *la quantità totale di energia che penetra in ogni istante attraverso una superficie di livello esterna alle masse è nulla* ossia, *la quantità di energia che entra in ogni istante è eguale a quella che nello stesso istante esce attraverso la superficie di livello.*

Sopra un problema di elasticità;

Nota del Socio CAMILLO GUIDI.

Un peso P cada liberamente da un'altezza h su di un punto di un sistema elastico qualunque, e rimanga ad esso aderente durante la deformazione, che vogliamo supporre non oltrepassi il limite di elasticità; il sistema sia trattenuto da vincoli assolutamente rigidi o scorrevoli senza attrito, e la sua massa sia trascurabile rispetto a quella del peso urtante, di guisa che si possa prescindere dalle forze d'inerzia del sistema; si domanda la massima deformazione dinamica, la sola che abbia interesse dal punto di vista della stabilità del sistema.

Questo problema trovasi già risoluto, per qualche caso specialissimo, in alcuni trattati di meccanica applicata; la soluzione che forma oggetto di questa nota ci sembra tuttavia che possa interessare per la sua semplicità e generalità.

Il massimo valore η dello spostamento del punto, su cui cade il peso P, nella direzione di P, viene ottenuto semplicemente eguagliando il lavoro esterno, che, per le ipotesi fatte, è espresso da $P(h+\eta)$, al corrispondente lavoro interno di deformazione; giacchè nell'istante della massima deformazione, essendo completamente estinta la velocità del corpo urtante, quei due lavori devono risultare eguali. Ora, per le ipotesi fatte, la stessa massima deformazione può sempre immaginarsi generata da un certo carico *statico* P_1, applicato cioè senza caduta allo stesso punto del sistema, e crescente gradatamente dal valor zero al valore P_1, ed in tal caso il lavoro di deformazione interno, per quanto si è supposto riguardo ai vincoli, risulta eguale, notoriamente, al semiprodotto $\frac{1}{2} P_1 \eta$; inoltre, se s'indica con y lo spostamento analogo ad η, ma prodotto dal carico P *statico*, cioè crescente gradatamente dal valor zero al valore P ed applicato senza caduta al medesimo punto, si ha evidentemente:

$$\frac{P_1}{P} = \frac{\eta}{y},$$

quindi:

$$P(h + \eta) = \frac{1}{2} P_1 \eta = \frac{1}{2} P \frac{\eta^2}{y},$$

donde:

$$\eta = y \left\{ 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{h}{y}} \right\}. \tag{1}$$

Tale è anche, naturalmente, la relazione fra il massimo spostamento dinamico e quello statico di un altro punto qualunque del sistema; giacchè tali spostamenti stanno fra loro nel rapporto costante $P_1 : P$.

Resta così determinata in modo semplice e generale, per mezzo della (1), la relazione fra le massime deformazioni dinamiche e le deformazioni statiche di un sistema elastico rispondente alle condizioni sopra enunciate.

Così ad esempio la (1) stabilisce la relazione:

a) fra il massimo allungamento dinamico di un'asta verticale di massa trascurabile, appesa all'estremità superiore ed urtata all'inferiore da un peso P cadente liberamente dall'altezza h e accompagnante la detta estremità durante la deformazione, ed il corrispondente allungamento statico;

b) fra il massimo valore delle ordinate dinamiche della curva elastica di una trave orizzontale, di massa trascurabile, comunque vincolata (purchè con vincoli rigidi o scorrevoli senza attrito), sollecitata in un punto qualunque e nel modo suddetto dal carico P, e le corrispondenti ordinate della curva elastica statica;

c) fra il massimo spostamento dinamico di un nodo di una travatura reticolare di massa trascurabile, vincolata e cimentata come sopra si è detto, ed il corrispondente spostamento statico;

ecc.

Dalla stessa (1), passando nel modo noto dalle deformazioni alle tensioni, si ricava la relazione fra le massime tensioni interne dinamiche e le corrispondenti tensioni statiche. Se, come caso speciale, supponiamo $h = 0$, cioè a dire che il peso P sia applicato senza caduta, ma d'un tratto in tutta la sua intensità, deduciamo dalla (1) che le deformazioni massime dinamiche sono doppie di quelle statiche, e tale, per la proporzionalità delle tensioni alle deformazioni, è anche il rapporto fra le tensioni interne nei due casi.

Osservazioni sulla fauna e sull'età del calcare di scogliera presso Colle Pagliare nell'Abruzzo aquilano;

Nota del Socio CARLO FABRIZIO PARONA.

In una breve notizia comunicata alla SOCIETÀ GEOLOGICA ITALIANA nel 1897, io già avvertii di avere riconosciuto fra i fossili di COLLE PAGLIARE, inviatimi dal prof. I. CHELUSSI, delle forme caratteristiche del giacimento di COL DEI SCHIOSI in Friuli, già studiato dal compianto PIRONA, da BOEHM e da FUTTERER, associate ad altre proprie degli strati a caprotine della serie cretacea di TERMINI-IMERESE in Sicilia, al cui studio attende con tanta cura e successo G. DI STEFANO. Di guisa che il nuovo rinvenimento di fossili nel cretaceo aquilano, mentre contribuiva alla migliore conoscenza della serie cretacea di quella regione, dimostravasi importante anche perchè metteva in luce una nuova fauna, nella quale comparivano riunite delle forme fin allora esclusive di due formazioni, situate l'una nelle Alpi friulane, l'altra in Sicilia, fra le quali non erano stati rilevati dei legami paleontologici.

Successivamente ebbi modo di procurarmi altro materiale abbastanza abbondante dallo stesso giacimento e mi riuscì di isolare numerosi fossili, che mi propongo di illustrare con apposita monografia e che per ora formano argomento di questa nota.

COLLE PAGLIARE trovasi sulla parte destra del bacino dell'ATERNO, a circa 12 chilometri in linea retta a sud di AQUILA, dietro MONTE LUCO e la giogaia di PIANOLA: il giacimento fossilifero affiora tra COLLE PAGLIARE e COLLE CERESETTI a 1400 m. ed alla QUARTARA (1700 m. circa), lungo la via mulattiera dalla FORCHETTA DI BAGNO a CASA MAINA (1). La roccia fossilifera è

(1) I. CHELUSSI, *Brevi cenni sulla costituz. geol. di alcune località dell'Abruzzo aquilano.* Firenze, 1897, pag. 7.

un calcare bianco con sfumature grigie o cereo-chiare, finamente cristallino, che rilega avanzi di conchiglie e di corallari, impietriti in calcare bianco, cui si aggiungono più rari frammenti di altri fossili di colore cereo-scuro. I fossili costituiscono la parte prevalente della roccia e per lo più sono allo stato di frammenti o di esemplari profondamente erosi per subìto rotolamento e rari sono gli esemplari, specialmente dei corallari e delle grosse bivalvi, conservati quanto basta per prestarsi allo studio ed alla determinazione; in generale si presentano meglio conservati gli esemplari dei piccoli gasteropodi. La roccia è dunque brecciforme e si presenta coi caratteri tipici dei calcari a scogliera (*Type récifal* di RENEVIER) (1).

Insieme ai pezzi di uniforme carattere, dai quali estrassi i fossili studiati, ne ricevetti qualche altro di calcare meno chiaro, compatto, con fossili che non riuscii ad isolare ed a determinare e che evidentemente provengono da strati diversi. Da qualche altro piccolo saggio, comunicatomi dal prof. CHELUSSI, arguisco che la stessa *facies* litologica e paleontologica di COLLE PAGLIARE si estenda verso LA COSTA GRANDE da una parte e verso i monti di BAGNO dall'altra.

L'aspetto della roccia di COLLE PAGLIARE è assolutamente identico a quello della roccia di COL DEI SCHIOSI in Friuli e, per informazione avuta dall' amico DI STEFANO, posso aggiungere ch' esso corrisponde anche a quello della roccia, che a TERMINI-IMERESE contiene la nota fauna a *Caprotina striata.*

Prima di riassumere i risultati da me ottenuti con questo primo studio della fauna di COLLE PAGLIARE e di esporre l'elenco delle forme finora distinte, mi corre l'obbligo di rinnovare i ringraziamenti al prof. CHELUSSI, cui va attribuito il merito di avermi indicato l'importante giacimento fossilifero e di ringraziare il dott. G. DI STEFANO, al quale devo se riuscii a condurre a buon fine lo studio delle *Chamidae*, il prof. DE STEFANI che mi favorì parecchi fossili di COLLE PAGLIARE avuti dal CHELUSSI ed il prof. TARAMELLI, che cortesemente mi comunicò in esame i fossili del COL DEI SCHIOSI, che si conservano al Museo Geologico di PAVIA, rendendomi così possibile un utilissimo confronto di-

(1) E. RENEVIER, *Chronographe géologique* (Compte-rendu du Congrès géologique internat., Zurich, 1894). 1897, pag. 547.

retto fra parecchie forme di questa località friulana e le corrispondenti della località abruzzese.

La fauna di Colle Pagliare conta almeno una ottantina di forme ripartite in vari gruppi, come segue, fatta eccezione di pochi indeterminati avanzi di spugne e di briozoi.

Foraminiferi.

Orbitolina f. (3 f.).

Ho potuto isolare una trentina di esemplari riferibili a tre forme diverse: due di esse hanno qualche affinità di caratteri esterni colla *Orbit. concava* var. (nov. sp.?) e colla *Orbit. bulgarica* (Desh.) degli scisti ad *Orbitolina* di Kalnia, che Toula (1) riferisce al *Gault* medio. Ma allo studio di queste orbitoline sarà opportuno di procedere anche per confronto colla *Orbitolina* del calcare di Col dei Schiosi, distinta da Boehm (2) come *n. sp.* ma non per anco sufficientemente illustrata e colle due forme finora specificamente indeterminate e non descritte, nè figurate, raccolte da Di Stefano nei calcari a *Polyconites* ed a *Caprotina* di Termini-Imerese (3).

Corallari.

La signorina E. Osasco, alla quale affidai lo studio dei numerosi e piccoli corallarî, mi riferisce di avere distinto una trentina di forme riferibili ai seguenti generi:

Heliopora, Polytremacis, Thamnastraea, Calamophyllia, Dactylosmilia?, Isastraea, Pleurocora, Turbinolia, Parasmilia, Placosmilia, Pleurosmilia, Stylosmilia, Stylina, Holocoenia, Stylocoenia, Astrocoenia, Columnastraea, Trochocyathus.

---

(1) F. Toula, *Geol. Untersuch. in westl. Th. des Balkan ecc.*, " Sitzungs. Akad. Wien ", 1877, Bd. LXXV, pag. 528 e seg., Tav. VIII.

(2) G. Boehm, *Beitr. zur Kenntniss d. Kreide in den Sudalpen.* I. *Die Schiosi- und Calloneghe Fauna.* " Palaeontograph. ", XLI Bd., 1894, pag. 96.

(3) G. Di Stefano, *Stud. strat. e paleont. sul sistema cret. della Sicilia.* II. *I calc. con Polyconites di Termini-Imerese,* " Palaeontografia Italica ", IV, 1898, pag. 23.

Nella maggior parte sono forme nuove, poche presentano delle affinità più o meno spiccate con forme descritte dal Koby ed appartenenti all'*infracretaceo* e soltanto quattro possono essere ascritte alle forme sottoindicate, delle quali la prima appartiene al *cenomaniano,* le altre tre al *turoniano.*

Dactylosmilia? carantonensis d'Orb.
Astrocoenia ramosa Sow.
„ *reticulata* E. H.
Columnastraea similis De From.

Brachiopodi.

Rhynchonella cfr. *difformis* d'Orb.

È strettamente affine alla *Rh. difformis* d'Orb. del *turoniano* (1) pur differendone per essere in generale notevolmente più rigonfia e per avere l'apice della valva perforata meno incurvato e le coste più ottuse. Una *Rhynchonella,* affine a questa stessa specie di d'Orbigny, fu riscontrata anche da Futterer (2) a Calloneghe.

Lamellibranchi.

Ostrea cfr. *schiosensis* Boehm.
Spondilus cfr. *requienianus* Math. (in Futterer).
Lima cfr. *consobrina* d'Orb.
Apricardia Pironai (Boehm)?
Monopleura forojuliensis Pir.
Himeraelites meghistoconcha Di Stef., *Him. Douvillei,* Di Stef., *Him. Gemmellaroi* Di Stef., *Him. mediterranea* Di Stef., *Him. obliquata* Di Stef. (f. ined.), *Him.* f. n.
Caprotina cfr. *Roemeri* Gemm., *Caprot. strix* Di Stef.

(1) A. d'Orbigny, *Pal. franç. - Terr. Cret. - Brachiopoda,* 1847, pag. 41, Pl. 498, fig. 6-9 (*Rh. difformis* in d'Orbigny, *Prodrome*, 1850, II, pag. 198, nº 170, *Turoniano*).

(2) K. Futterer, *Die ober. Kreidebild. d. Umgebung des Lago di Santa Croce in d. Venet. Alpen,* " Palaeont. Abhandl. v. Dames u. Kayser. ", VI, 1892, pag. 77.

Sellaea Zitteli Di Stef., *Sell. cespitosa* Di Stef., *Sell. Pironae* Di Stef., *Sell.* aff. *Orbignyi* Di Stef., *Sell.* f. n. (aff. *S. Pironae* Di Stef.).

Sphaerulites cfr. *macrodon* Pir., *Sph.* f. (aff. *Sph. Sauvagesi* d'H. Firm.), *Sph.* f. f. (cfr. *Petalodontia planoperculata* Počta, *Pet. opima* Poč., *Pet. foliodentata* Poč., *Pet. aculeodentata* Poč.).

Lo stato di conservazione degli esemplari delle prime quattro forme mi lascia dubbioso sulla esattezza della determinazione: eppure sarebbe specialmente interessante il poter risolvere i dubbi sul riferimento allo *Spondilus requienianus* ed alla *Apricardia Pironai*. È ad ogni modo degna di nota l'associazione di queste forme, sia pure di dubbia determinazione, nonchè della *Sphaer.* cfr. *macrodon* Pir. e della *Monopleura forojuliensis* Pir., quest'ultima di sicuro riferimento, colla numerosa serie degli *Himeraelites,* delle *Caprotina,* delle *Sellaea* prima d'ora esclusive del deposito siciliano di Termini-Imerese (1). Notando la presenza di parecchie forme di lamellibranchi comuni colla fauna di Col dei Schiosi, non mi sfugge tuttavia l'importanza del fatto che in questa fauna di Colle Pagliare, per quanto finora risulta, non compaiono rappresentanti della *Caprina schiosensis* Boehm, *Caprina Di Stefanoi* Boehm, delle *Sphaerucaprina* che, come osserva Douvillé (2), caratterizzano la succitata fauna friulana. Gli esemplari indeterminati di *Sphaerulites* furono dal Di Stefano riconosciuti come corrispondenti ad altri che si trovano nell'accennato giacimento siciliano. Dapprima io credeva, basandomi sul confronto colle figure di d'Orbigny, che potessero essere riferiti alle *Sph. Sauvagesi* d'Hombr. Firm. e *Sph. Fleuriausa* d'Orb., delle quali la prima è frequentemente citata per il *turoniano* dell'Italia meridionale; se non che il sig. Douvillé, al quale comunicai gli esemplari, mi ha cortesemente fatto sapere, che nessuno di essi è riferibile a forme da lui conosciute e quindi a nessuna forma francese.

(1) G. Di Stefano, *Stud. stratigr. e paleont. sul sist. cret. della Sicilia.* I. *Gli str. con* Caprotina *di Termini-Imerese*, " Atti della R. Accad. di Palermo ", X, 1888.

(2) H. Douvillé, *Ét. sur les Rudistes* (Sur les faunes de Rudistes du Crétacé infér.), " Bull. de la Soc. Géol. de France ", XXVI, 1898, pag. 150.

Di particolare interesse è infine la presenza di fossili, che presentano strettissima affinità con parecchie delle forme da PÓCTA (1) riscontrate nel *cenomaniano* di Boemia e distinte colla nuova denominazione generica di *Petalodontia*. Per due almeno delle forme succitate la somiglianza è tale colle valve superiori di COLLE PAGLIARE che si potrebbe ammetterne senz'altro l'identità. Ma è preferibile lasciare per ora in sospeso queste determinazioni, anche in vista della circostanza, che è discusso il valore del genere *Petalodontia* e che non è escluso trattarsi di forme riferibili al gen. *Monopleura* od al gen. *Gyropleura* (2); anzi la decisione in proposito riuscirà malagevole, se non impossibile, finchè non si disporrà di buoni esemplari delle valve inferiori.

Gasteropodi.

Scurria (4 f. n).
Turbo (3 f.).
Delphinula f. n.
Tectus Guerangeri (d'Orb.), *T. vittatus* Pir. (f. ined.), *T.* f. ind.
Nerita Taramellii Pir.
Pileolus (2 f. n.).
Neritopsis f. n.
Tylostoma forojuliensis BOEHM, *Tyl. schiosensis* BOEHM, *Tyl.* f. ind.
Nerinea schiosensis Pir., *Ner. candogliensis* Pir., *Ner. forojuliensis* Pir., *Ner*, cfr. *flexuosa* Sow., *Ner.* f. (2 f. n.).
Cryptoplocus (3 f. n.).
Cerithium (3 f. n.).
Aporrhais f. ind.
Goniocylindrites f. n.
Actaeonella f. ind. (cfr. *A. Sanctae-Crucis* FUTTERER).

Le forme numerose non determinate specificamente non sono riferibili, per quanto mi risulta finora, a specie già note

(1) PH. PÓCTA, *Ueb. Rudisten, eine ausgestorb. Familien der Lamellibr., aus d. böhmisch. Kreideform.* Praga, 1889, tav. III e tav. IV.
(2) H. DOUVILLÉ, *Rudistes* (" Ann. Géol. Univ. ", VI, 1890), pag. 914.

e con ogni probabilità dovranno essere descritte come nuove. Il *Trochus vittatus*, per quanto mi consta, è pure una forma inedita e gli esemplari tipici del Col dei Schiosi, accompagnati da indicazione scritta dal Pirona, si conservano nel Museo Geologico di Pavia. L'unico esemplare, riferito per confronto alla *Actaeonella Sanctae-Crucis* Futterer, è piccolissimo e non si presta per una sicura determinazione, tanto più che questa forma di Futterer, trovata a Calloneghe, manca alla fauna di Col dei Schiosi, mentre fu riscontrata dal dott. De Alessandri (1) fra i fossili della puddinga di Sirone, da lui ascritta al *santoniano,* piano ben più recente di quello cui devesi riferire la formazione di Colle Pagliare. Il *Trochus Guerangeri* d'Orb. appartiene al *cenomaniano* (Le Mans) secondo d'Orbigny (*Prodrome*, II, 20e ét., n° 105) e la sua presenza fra i fossili del giacimento aquilano può avere una qualche importanza nella questione relativa all'età del giacimento stesso. Del resto, l'elenco conferma quanto già si disse riguardo ai lamellibranchi; il notevole fatto cioè della presenza di numerose forme di gasteropodi della fauna di Col dei Schiosi in questa fauna appenninica, nella quale sono pure rappresentate numerose camacee di Termini-Imerese.

Premessi questi cenni sulla fauna di Colle Pagliare, vediamo ora, in confronto colle faune di Col dei Schiosi e di Termini-Imerese, a quali conclusioni si può addivenire relativamente all'età sua. Non è il caso di riassumere qui le discussioni fatte sulla età delle faune di Calloneghe e di Col dei Schiosi, dopo la pubblicazione dei lavori del Pirona sui fossili di quest'ultimo giacimento. Ricorderò soltanto come il Boehm (2) propenda a ritenere la fauna di Col dei Schiosi del *cenomaniano superiore* od eventualmente del *turoniano inferiore* e quelle di Calloneghe

---

(1) G. De Alessandri, *Fossili cretacei della Lombardia*, " Palaeontographia Italica ", vol. IV, 1898, pag. 177.

(2) G. Boehm, Op. cit., 1894, *Beitr. z. Glieder. d. Kreide in d. Venet. Alpen*, " Zeitschr. d. Deutsch. geol. Gesell. ", IL, 1897.

del *senoniano inferiore*, mentre il FUTTERER (1) sostiene che le due faune appartengono al *turoniano superiore*. D'altra parte il DOUVILLÉ (2), in base ad un esemplare raccolto dallo stesso PIRONA, segnalò la presenza della *Hipp. gosaviensis* a COL DEI SCHIOSI come prova dell'esistenza, sopra gli strati a caprine cenomaniane, di un primo livello turoniano ad ippuriti, inferiore a quello di CALLONEGHE che sarebbe *campaniano*. Lo stesso DOUVILLÉ, accennando alla scoperta di orbitoline negli strati di COL DEI SCHIOSI, è d'avviso che nello stato attuale delle nostre cognizioni, gli strati stessi non si possono ritenere più recenti del *cenomaniano;* egli osservò d'altronde che il deposito degli strati a rudiste sembra siasi effettuato continuatamente durante il cretaceo superiore a partire dal *cenomaniano;* nè esclude la possibilità dell'esistenza di parecchi livelli successivi separati da rimaneggiamenti. Rammenterò infine che OLINTO MARINELLI (3) studiando la serie cretacea dei dintorni di TARCENTO in FRIULI, constatò che gli strati di COL DEI SCHIOSI ricompaiono cogli stessi caratteri in VAL DEL TORRE interposti fra un livello di scisti bituminosi ad ittioliti d'età cenomaniana ed un livello ad *Hipp.* cfr. *giganteus*, che riferirebbe al *turoniano superiore;* di conseguenza la posizione degli strati colla fauna del COL DEI SCHIOSI sarebbe di poco inferiore al *turoniano superiore*. Da questo cenno agli studî sull'età della fauna del COL DEI SCHIOSI appare dunque, che la questione non è ancora decisamente risolta, restando a decidere se la fauna deve essere ascritta al *cenomaniano superiore* od al *turoniano inferiore*.

Ricorderò ancora, passando al giacimento siciliano di TERMINI-IMERESE, che fin dal 1888 (4) il dott. DI STEFANO riferiva al *cenomaniano* gli strati a caprotina per la presenza delle caprotine e particolarmente della *Caprotina striata* d'Orb. e che più recentemente (5), concludendo nella dottissima introduzione

---

(1) K. FUTTERER, Op. cit., 1892, *Ueber ein. Versteiner. aus d. Kreideform. d. Karn. Voralpen*, " Pal. Abhandl. v. Dames u. Kayser ", VI, 1896.

(2) H. DOUVILLÉ, *Les faunes à* Rudistes *du Crétacé sup. du Nord de l'Italie*, " Rev. crit. de Paléozool. " (M. Cossmann), 1897, p. 160, 1898, p. 120.

(3) O. MARINELLI, *La serie cretàcea nei dintorni di Tarcento in Friuli*, " Atti del R. Ist. Veneto ", VIII, 1896-97.

(4) G. DI STEFANO, Op. cit., 1888.

(5) G. DI STEFANO, Op. cit., 1898, pag. 21, 22.

alla sua monografia per la fauna dei calcari con *Polyconites* della stessa località, riconfermava il riferimento al *cenomaniano* del livello con *Polyconites* e di quello con caprotine immediatamente sovrapposto e collegato al precedente da stretti rapporti litologici, stratigrafici e paleontologici; ed in questo riferimento cronologico l'autore nostro è d'accordo col prof. DOUVILLÉ (1). Ma lo stesso DI STEFANO, così pronunciandosi sull'età dei due livelli, non intendeva emettere giudizî recisi e definitivi, in attesa di nuovi elementi da altre ricerche in SICILIA e sul continente, notando inoltre che „ la insufficiente conoscenza dei calcari con camacee e rudiste d'ITALIA, nonchè, per quanto finora ne conosciamo, il difetto, nella parte media e meridionale di essa, di strati a cefalopodi in relazione diretta con i sedimenti a *facies* di scogliera, impongono necessariamente del riserbo „.

Ed a questo riserbo intendo io pure attenermi perchè la fauna di COLLE PAGLIARE, per quanto ricca, non presenta, oltre alle forme comuni coi giacimenti di COL DEI SCHIOSI e di TERMINI-IMERESE, altre forme già note, le quali abbiano valore decisivo per la determinazione cronologica degli strati che le contengono; anzi, come risulta dall'esame sommario della fauna, fra le poche forme cretacee non nuove, che per la prima volta si riscontrano in ITALIA, alcune appartengono al *cenomaniano* altre al *turoniano:* tuttavia parmi che le maggiori probabilità, riguardo all'età del giacimento di COLLE PAGLIARE, siano per il *cenomaniano superiore.*

D'altra parte la prudenza suggerisce di attendere che l'interessante giacimento sia studiato, ciò che mi auguro di poter fare io stesso, nei rapporti stratigrafici. Sarà inoltre importante di ricercare le relazioni che questo orizzonte a caprotine di COLLE PAGLIARE può presentare cogli altri orizzonti, che concorrono a costituire la potente serie della Creta nell'ABRUZZO AQUILANO, tenendo calcolo delle notevoli traccie messe in luce dal CASSETTI, il quale nei calcari dei monti a sud di SOLMONA raccolse in due diverse località dei fossili, i quali comprovano la presenza di due piani diversi: infatti DI STEFANO riconobbe

(1) H. DOUVILLÉ, *Sur les faunes d. Rudistes du Crét. inf.*, „ Bull. de la Soc. Géol. de France „, XXVI, 1898, pag. 150.

la *Itieria Scillae* Gemm., la *It. utriculus* Gemm. e la *It. Carolinae* Gemm., le quali si presentano in SICILIA nei calcari con *Toucasia* dell'*urgoniano* e la *Sphaerulites Spallanzanii* Gemm. e la *Nerinea Stoppanii* Gemm. che del pari si trovano in SICILIA in strati che si ritengono spettanti al *turoniano* (1).

Nei monti di GAETA e di AVELLINO, in PUGLIA, in BASILICATA (come risulta dalle ricerche di C. DE GIORGI, TARAMELLI, DI STEFANO, CASSETTI e VIOLA, DE LORENZO, DE FRANCHIS), sopra i calcari urgoniani, caratterizzati dalla presenza della *Toucasia carinata* Math., seguono altri calcari assegnati complessivamente al *turoniano* e che contengono *Actaeonella gigantea* d'Orb., *Hippurites giganteus* d'Hombr. Firm., *Hipp. gosaviensis* Douv., *Sphaerulites Sauvagesi* d'Hombr. Firm. (?), ecc. Del *cenomaniano* si ha un primo indizio nei calcari con *Gryphaea*, cfr. *vesicularis* (Lmk.) e *Exogyra columba* Lmk. dei monti di Gaeta. La serie cretacea dell'ITALIA MERIDIONALE va dunque delineandosi: ma spetta alle future ricerche e scoperte paleontologiche di definire i limiti e le *facies* dei varî piani e di distinguervi le diverse zone (2).

(1) M. CASSETTI, *Rilevam. geol. nell'Abruzzo aquilano e in Terra di Lavoro eseguiti nel 1897*, " Boll. del R. Com. geol. ", 1898. — L'autore, accennando (pag. 128) ai calcari con fossili turoniani dei monti di Cansano, dice essergli stato asserito " che tempo fa, in una cava, aperta per l'estrazione del materiale occorrente alla costruzione della nuova linea Solmona-Isernia, furono raccolti molti fossili ben conservati che sono stati spediti al Museo di Torino ". A questo riguardo posso dire. che al Museo geologico universitario di Torino non si spedirono fossili di questa provenienza; mentre al Museo geo-mineralogico della R. Scuola d'applicazione al Valentino si conservano parecchi campioni del calcare bianco-latteo fossilifero della cava presso la Stazione ferroviaria di Cansano e del calcare gialliccio fossilifero della Formica sotto la Majella presso Cansano. Pochi sono i fossili compresivi e probabilmente indeterminabili.

(2) Con ulteriori ricerche si potranno anche precisare gli orizzonti dai quali provengono lo *Hippurites Taburni* e gli altri esemplari di ippuriti, nonchè la *Sphaerulites Tenoreana* già descritti dal GUISCARDI (G. GUISCARDI, *Sur la* Sphaerulites Tenoreana, " Bull. de la Soc. Géol. de France ", 2e sér., XIX, 1862; *Studii sulla famiglia delle Rudiste*, " Atti della R. Accad. di Napoli ", vol. II (1863) 1864). Lo *Hipp. Taburni* fu ora riscontrato dal dott. DE ALESSANDRI (Mem. cit.) nel piano di SIRONE in LOMBARDIA (*santoniano*) e però questo ippurite del Monte Taburno, insieme alla *Actaeonella laevis* d'Orb. *Actaeon.* cfr. *caucasica* Zek., raccolte dal CASSETTI (1896) al Montagnone di Nusco, accennerebbero alla presenza del *senoniano*.

Sulle equazioni differenziali lineari che appartengono alla stessa specie delle loro aggiunte;

Nota di GINO FANO.

1. — Abbiasi un'equazione differenziale lineare omogenea di ordine n:

$$y^{(n)} + p_1 y^{(n-1)} + \ldots + p_{n-1} y' + p_n y = 0 \qquad (1)$$

dove le p_i sono date funzioni della variabile (complessa) indipendente x, le quali definiranno un certo campo di razionalità R. Ponendo:

$$z = \mathrm{A}(y) \equiv a_0 y + a_1 y' + \ldots + a_{n-1} y^{(n-1)}$$

dove le a_i sono funzioni razionali dello stesso campo R, la z risulterà soluzione generale di una nuova equazione differenziale lineare omogenea:

$$q_0 z^{(n)} + q_1 z^{(n-1)} + \ldots + q_{n-1} z' + q_n z = 0 \qquad (2)$$

i cui coefficienti saranno pure funzioni razionali di R; e quest'ultima equazione sarà anch'essa di ordine n — e si potrà perciò supporre $q_0 = 1$ — ogni qual volta l'equazione (1) non abbia alcuna soluzione comune colla $\mathrm{A}(y) = 0$ (e inversamente) [1], in particolare dunque ogni qual volta la (1) stessa sia irriducibile [2]. Ad n soluzioni indipendenti $y_1, y_2, \ldots y_n$ della (1) cor-

---

[1] Cfr. SCHLESINGER, *Handbuch der Theorie der linearen Differentialgleichungen*; 2ten Bandes 1ter Th. (Berlin, 1897), p. 113-114.

[2] Questa irriducibilità s'intenderà qui sempre nel senso che l'equazione (1) non abbia soluzioni comuni con altre equazioni differenziali lineari

risponderanno allora altrettante soluzioni $z_i = A(y_i)$ della (2) pure indipendenti.

Diremo col Sig. SCHLESINGER che l'equazione (2) ottenuta dalla (1) colla sostituzione $z = A(y)$ *appartiene alla stessa specie* della (1) [1]. Se la (2) è anch'essa di ordine n, la relazione fra le equazioni (1) e (2) è reciproca, ossia la (1) può a sua volta ottenersi dalla (2) con una sostituzione:

$$y = B(z) \equiv b_0 z + b_1 z' + \ldots + b_{n-1} z^{(n-1)}$$

dove le b_i sono pure funzioni razionali del campo R. Infatti, derivando la

$$z = A(y) \equiv a_0 y + a_1 y' + \ldots + a_{n-1} y^{(n-1)}$$

successivamente $n-1$ volte, ed eliminando sempre la derivata $y^{(n)}$ per mezzo della (1), ci procureremo, oltre a questa, altre $n-1$ relazioni:

$$z^{(i)} = a_{i0} y + a_{i1} y' + \ldots + a_{i,n-1} y^{(n-1)} \qquad (i = 1, 2 \ldots n-1)$$

tali che il determinante complessivo $|\, a \,|$ non sarà identicamente nullo, come si deduce immediatamente dalla relazione:

$$D(z_1 z_2 \ldots z_n) = |\, a \,| \, . \, D(y_1 y_2 \ldots y_n) \quad (^2)$$

il cui primo membro si annullerebbe identicamente solo quando le z_i non fossero linearmente indipendenti. E da queste equazioni si ricava immediatamente l'espressione $y = B(z)$ cercata.

---

di ordine inferiore a n, i cui coefficienti appartengano allo stesso campo di razionalità R. Perciò è necessario e sufficiente che il suo *gruppo di razionalità* (Cfr. PICARD, " Compt. Rend. ", 1885; " Ann. de Toulouse ", 1, 1887; VESSIOT, " Ann. Éc. Norm. Sup. ", III, 9, 1892) non trasformi in sè stesso nessun sistema lineare di soluzioni y di dimensione inferiore a n (Cfr. BEKE, *Die Irreducibilität der homogenen linearen Differentialgleichungen*, " Math. Annalen ", 45, p. 278 e seg. [1894]).

[1] Op. e vol. cit., n. 165-166; cfr. in part. p. 124.

[2] Colla scrittura $D(y_1 y_2 \ldots y_n)$ indichiamo, e indicheremo sempre in seguito, il determinante di ordine n formato colle funzioni y_i e le loro derivate fino all'ordine $n-1$ incluso.

In questo caso (ossia se anche la (2) è di ordine n) le equazioni (1) e (2) hanno lo stesso *gruppo di razionalità* [1]. Di più, se la (1), pur non avendo soluzioni comuni colla $A(y) = 0$, è riducibile, e ammette perciò tutte le soluzioni di un'altra equazione differenziale lineare di ordine $\leq n - 1$ a coefficienti pure razionali in R, altrettanto dovrà avvenire per la (2).

2. — Supponiamo ora che la sostituzione $z = A(y)$ trasformi l'equazione (1) nella sua *aggiunta:*

$$z^{(n)} - (p_1 z)^{(n-1)} + (p_2 z)^{(n-2)} - \dots + (-1)^n p_n z = 0 \qquad (2')$$

(e precisamente in quest'equazione, che è certo di ordine n, e non già, come potrebbe anche avvenire, in un'equazione differenziale di ordine inferiore, le cui soluzioni soddisfacciano tutte in pari tempo anche alla (2')). Diremo allora che l'equazione (1) *appartiene alla stessa specie della propria aggiunta;* e la relazione fra le due equazioni sarà ancora reciproca, la (1) essendo a sua volta aggiunta della (2'). — Indichiamo ancora con $z_1, z_2, \dots z_n$ le n soluzioni indipendenti della (2') ottenute mediante la relazione $z = A(y)$ da un determinato sistema di soluzioni indipendenti $y_1, y_2, \dots y_n$ della (1). Un secondo sistema di soluzioni indipendenti della (2'), diverso in generale dal precedente, sarà dato dalle funzioni:

$$u_i = \frac{(-1)^{n+i}}{D(y_1 y_2 \dots y_n)} \begin{vmatrix} y_1 & \dots & y_{i-1} & y_{i+1} & \dots & y_n \\ y'_1 & \dots & y'_{i-1} & y'_{i+1} & \dots & y'_n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ y_1^{(n-2)} & \dots & y_{i-1}^{(n-2)} & y_{i+1}^{(n-2)} & \dots & y_n^{(n-2)} \end{vmatrix}$$

(il cui sistema si suole chiamare *aggiunto* del sistema delle y_i); e queste soluzioni saranno legate alle z_i da relazioni lineari a coefficienti costanti:

$$u_i = \sum_k c_{ik} z_k \qquad (3)$$

dove il determinante $| c_{ik} |$ è diverso da zero.

[1] Schlesinger, Op. e vol. cit., p. 121.

Ora, immaginando sostituite in queste relazioni alle u_i e z_k le loro espressioni mediante le y_i e loro derivate, le relazioni stesse potranno considerarsi come equazioni contenenti razionalmente le stesse y_i e le loro derivate, insieme a funzioni razionali del campo R. *Ciascuna di esse continuerà perciò a sussistere quando alle soluzioni y_i si applichi una qualunque sostituzione del gruppo di razionalità dell'equazione* (1) [1].

D'altra parte, ogni operazione di questo gruppo è rappresentata da una sostituzione lineare:

$$\bar{y}_i = \sum_k \lambda_{ik} y_k \tag{4}$$

il cui determinante $\Lambda = | \lambda_{ik} |$ è diverso da zero ogni qual volta le $\bar{y}_i$ siano anche indipendenti. Le u_i subiscono allora la sostituzione lineare reciproca (o aggiunta):

$$\bar{u}_i = \sum_k \Lambda_{ik} u_k \tag{4'}$$

dove $\Lambda_{ik} = \frac{1}{\Lambda} \cdot \frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda_{ik}}$; mentre le z_i, in forza delle relazioni $z_i = A(y_i)$, si mantengono cogredienti alle y_i e loro derivate, e si ha perciò:

$$\bar{z}_i = \sum_k \lambda_{ik} z_k \tag{4''}$$

Potremo dire dunque che le equazioni (3) continuano a sussistere quando alle u e alle z si applichino contemporaneamente due sostituzioni (4') e (4'') corrispondenti a una stessa delle (4); esse rappresenteranno perciò una sostituzione lineare trasformata in sè stessa da ogni operazione del gruppo di razionalità dell'equazione (1), mentre a sua volta ogni sostituzione (4) o (4'') sarà trasformata dalla (3) nella (4'), ossia nella propria aggiunta.

---

[1] Schlesinger, Op. e vol. cit., p. 74, 77. Più generalmente anzi, se le a_i fossero soltanto date funzioni qualunque della x, le relazioni (3) avrebbero carattere invariantivo per tutte quelle sostituzioni lineari delle y_i che risultassero contenute nel gruppo di razionalità dell'equazione (1) rispetto al campo di razionalità ottenuto coll'*aggiungere* ad R le funzioni a_i.

E poichè infine la forma bilineare $\sum_i u_i y_i$ si trasforma in sè stessa ogni qual volta alle y_i e alle u_i si applichino due sostituzioni lineari mutuamente aggiunte, così, sostituendo in essa alle u_i le loro espressioni date dalle (3), potremo concludere che la forma bilineare $\sum c_{ik} y_i z_k$ si conserverà inalterata ogni qual volta alle y e alle z si applichi una stessa sostituzione del gruppo di razionalità dell'equazione proposta. Diremo perciò:

Se l'equazione (1) *appartiene alla stessa specie della propria aggiunta, il suo gruppo di razionalità deve comporsi di sostituzioni trasformanti in sè una forma bilineare di determinante non nullo* [1].

Viceversa, supponiamo che il gruppo di razionalità dell'equazione (1) si componga di sostituzioni le quali trasformino in sè stessa una forma bilineare $\sum c_{ik} \xi_i \eta_k$, il cui determinante $| c_{ik} |$ sia diverso da zero. Ciascuna di queste sostituzioni sarà allora simile alla propria aggiunta [2], e verrà anzi trasformata in quest'ultima dalla sostituzione (3), definita dalla forma bilineare proposta (come pure dall'altra sostituzione che si ottiene dalla (3) scambiando gli indici i, k). Pertanto, se con $u_1, \dots u_n$ indichiamo le stesse soluzioni dell' equazione (2'), aggiunta della (1), dianzi definite, e con $z_1, \dots z_n$ le soluzioni pure indipendenti della stessa (2') che sono legate alle u_i dalle equazioni (3), ne segue che, quando le soluzioni y_i della (1) subiscono una qualunque sostituzione del gruppo di razionalità di questa equazione, e le u_i subiscono, in conseguenza, la sostituzione aggiunta, le z_i subiranno la sostituzione trasformata di questa aggiunta mediante l'inversa della (3), ossia ancora la stessa sostituzione delle y_i. *Le variabili y_i e z_i sono dunque cogredienti rispetto ad ogni operazione del gruppo di razionalità dell'equazione* (1).

---

[1] È noto che queste sostituzioni hanno tutte il determinante eguale a ± 1. Altre loro proprietà furono assegnate dal sig. Frobenius nella Memoria: *Ueber lineare Substitutionen und bilineare Formen* (" Journ. de Crelle „, 84, 1878).

[2] Cfr. ad es. la Mem. cit. di Frobenius, p. 34.

Ora, se noi poniamo

$$z_i = a_0 y_i + a_1 y'_i + \ldots + a_{n-1} y_i^{(n-1)} \qquad (i = 1, 2, \ldots n)$$

e ricaviamo da queste equazioni le a_k — il che è certo possibile, perchè il determinante dei loro coefficienti non è altro che $D(y_1 y_2 \ldots y_n)$, e quindi non identicamente nullo — abbiamo:

$$a_k = \frac{D_k}{D(y_1 y_2 \ldots y_n)}$$

dove D_k indica il determinante ottenuto da $D(y_1 y_2 \ldots y_n)$ sostituendo le z_i alle derivate $y_i^{(k)}$. Le a_k sono dunque funzioni differenziali razionali delle y_i (potendosi mediante queste esprimere le u_i e quindi anche le z_i), le quali rimangono inalterate per tutte quelle sostituzioni lineari delle y_i rispetto alle quali le z_i sono cogredienti alle stesse y_i; in particolare dunque esse si conserveranno inalterate (formalmente, e quindi anche come funzioni di x) per tutte le operazioni del gruppo di razionalità dell' equazione (1). Esse sono perciò funzioni razionali del campo R, e *l'equazione* (2') *aggiunta della* (1) *appartiene quindi alla stessa specie di quest'ultima.*

Possiamo pertanto enunciare il teorema:

Perchè un'equazione differenziale lineare appartenga alla stessa specie della propria aggiunta è necessario e sufficiente che il suo gruppo di razionalità si componga di sostituzioni trasformanti in sè stessa una forma bilineare di determinante non nullo.

Si può anche aggiungere: *questa forma bilineare invariante deve annullarsi identicamente se in luogo delle due serie di variabili* (finora indeterminate) *si introducono le soluzioni y_i e z_i delle equazioni* (1) *e* (2') *mutuamente aggiunte* (ossia quei due sistemi di soluzioni cogredienti, rispetto alle quali si è preso il loro comune gruppo di razionalità) [1]. *Essa si annulla pure se*

---

[1] A questo proposito è forse bene ricordare che un'equazione differenziale lineare determina di per sè soltanto il *tipo* del suo gruppo di razionalità; le relative sostituzioni dipendono poi (ove non si tratti del gruppo lineare totale, o di un suo sottogruppo invariante) dalle soluzioni y_i che si assumono come fondamentali. Variando queste soluzioni, si hanno gruppi in generale diversi, ma fra loro *simili*.

in luogo di queste soluzioni si introducono le loro derivate di due ordini qualunque p, q tali che $p+q \leq n-2$.

Si ha infatti identicamente $\Sigma\, u_i\, y_i^{(p)} = 0$ $(0 \leq p \leq n-2)$; e quindi, sostituendo alle u_i le loro espressioni date dalle (3):

$$\Sigma\, c_{ik}\, y_i^{(p)} z_k \equiv 0$$

Da queste relazioni seguono tutte le altre, per derivazione successiva. Si ha infatti, derivando:

$$\Sigma\, c_{ik}\, y_i^{(p+1)} z_k + \Sigma\, c_{ik}\, y_i^{(p)} z' \equiv 0;$$

e, se $p \leq n-3$, è nulla la prima somma, e quindi la seconda. Analogamente, se $p \leq n-4$, si deduce con una nuova derivazione:

$$\Sigma\, c_{ik}\, y_i^{(p)} z'' \equiv 0$$

e così di seguito.

3. — Tra le forme bilineari $\Sigma\, c_{ik}\, \xi_i\, \eta_k$ sono particolarmente notevoli quelle *simmetriche* $(c_{ik} = c_{ki})$ e quelle alternanti $(c_{ik} = -c_{ki};$ $c_{ii} = 0)$; nel primo caso la forma proposta coincide colla coniugata $\Sigma\, c_{ki}\, \xi_i\, \eta_k$; nel secondo caso ne differisce soltanto per il segno. Quando la forma $\Sigma\, c_{ik}\, \xi_i\, \eta_k$ non si trova in alcuno di questi due casi, tutte le sostituzioni lineari che la trasformano in sè stessa lasciano inalterata anche la coniugata $\Sigma\, c_{ki}\, \xi_i\, \eta_k$, che ne è essenzialmente distinta; e quindi anche ogni forma del fascio:

$$\Sigma\, (c_{ik} + \lambda\, c_{ki})\, \xi_i\, \eta_k$$

fra le quali una ed una sola è simmetrica $(\lambda = 1)$ ed una alternante $(\lambda = -1)$ [1].

Pertanto, se un'equazione differenziale lineare appartiene alla stessa specie della propria aggiunta, potremo anche dire

[1] Le reciprocità dello spazio S_{n-1} rappresentate da queste infinite forme bilineari furono considerate dal sig. Segre nella Memoria: *Ricerche sulle omografie e sulle correlazioni in generale*, " Mem. Acc. di Torino ", II, 37, 1885.

che le sostituzioni del suo gruppo di razionalità trasformano in sè:

o una forma bilineare simmetrica di determinante non nullo;

oppure una forma bilineare alternante di determinante non nullo (il che però è possibile soltanto quando il numero n delle variabili di ciascuna serie sia pari) (1).

oppure, in pari tempo, una forma bilineare simmetrica e una forma alternante di determinanti nulli.

Il verificarsi di una di queste tre condizioni è anche sufficiente perchè l'equazione differenziale proposta appartenga alla stessa specie della propria aggiunta, purchè soltanto, nel terzo caso, si aggiunga la condizione che non siano però nulli i determinanti di tutte le forme del fascio determinato dalle due prime.

Di più, nel primo caso, se in luogo di ciascuna delle due serie di variabili si introducono nella forma simmetrica invariante le soluzioni y_i dell'equazione (1) — o anche le loro derivate di uno stesso ordine qualunque — la forma stessa, come funzione di x, risulterà ancora invariante per tutte le operazioni del gruppo di razionalità dell'equazione differenziale proposta, e sarà perciò razionalmente nota (apparterrà cioè al campo R).

Altrettanto dicasi nel secondo caso, se in luogo delle due serie di variabili si introducono ad es. rispett. le funzioni y_i e le loro derivate prime. (Introducendo le stesse n quantità in luogo di ciascuna delle due serie di variabili, i varî termini si eliderebbero tutti a due a due).

Diremo pertanto:

Perchè un'equazione differenziale lineare appartenga alla stessa specie della propria aggiunta è necessario e sufficiente che sia invariante formalmente rispetto al suo gruppo di razionalità, e perciò anche razionalmente nota (2);

(1) Infatti il determinante di una forma bilineare alternante è *gobbo simmetrico*, e perciò identicamente nullo ogni qualvolta il suo ordine n sia dispari.

(2) Quando le forme che compaiono in quest'enunciato siano le sole razionalmente note, ne discende già come conseguenza anche la loro invarianza *formale*.

o una forma quadratica nelle soluzioni y_i, *a coefficienti costanti, e di discriminante non nullo;*

oppure una forma bilineare alternante nelle y_i *e loro derivate prime, pure a coefficienti costanti e di determinante non nullo.* Questo caso non può presentarsi tuttavia che per equazioni differenziali di ordine pari;

ovvero, in pari tempo, una forma del primo e una del secondo tipo, i cui determinanti siano entrambi nulli, ma tali che non siano però nulli i determinanti di tutte le forme del fascio determinato dalla seconda e dalla forma polare [derivata rispetto a x] *della prima* (1).

A questo risultato può anche darsi forma geometrica, interpretando le sostituzioni lineari delle n variabili y_i come collineazioni di uno spazio S_{n-1}. Diremo allora:

Perchè un'equazione differenziale lineare di ordine n appartenga alla stessa specie della propria aggiunta è necessario e sufficiente che le operazioni del suo gruppo di razionalità si rappresentino mediante collineazioni dello spazio S_{n-1} *permutabili a una stessa reciprocità non degenere, e trasformanti perciò in sè:*

una quadrica non degenere di questo spazio;

ovvero (se n è numero pari) *un complesso lineare non degenere di rette;*

ovvero anche, in pari tempo, una quadrica-luogo e un complesso lineare di rette entrambi degeneri, ma tali che le relative polarità determinino un fascio di reciprocità non tutte degeneri.

A questo va ancora aggiunta la condizione (che sarà d'ora in poi sottintesa negli enunciati geometrici) che le sostituzioni del gruppo di razionalità trasformino in sè non soltanto le equa-

---

(1) Un esempio di equazione differenziale lineare appartenente alla stessa specie della propria aggiunta ci è dato dalla m^{sima} associata di un'equazione differenziale lineare di ordine pari $2m$, il cui gruppo di razionalità si componga di sostituzioni unimodulari (Schlesinger, op. e vol. cit., p. 157). E infatti le soluzioni di questa m^{sima} associata verificano una relazione quadratica omogenea a coefficienti costanti e di discriminante non nullo (op. e vol. cit., equazione (21) a p. 142), il cui primo membro è invariante rispetto a tutte le operazioni del corrispondente gruppo di razionalità.

zioni dei vari enti considerati, ma anche i primi membri di queste equazioni (riproducano cioè queste equazioni tali e quali, e non già moltiplicate eventualmente per qualche fattore).

Quando si verifichi l'ultima di queste tre ipotesi, il gruppo di collineazioni ottenuto in S_{n-1} ammette certo degli spazî minori uniti fissi, e l'equazione differenziale proposta è perciò riducibile.

Perchè dunque un'equazione differenziale lineare IRRIDUCIBILE *di ordine n appartenga alla stessa specie della propria aggiunta, è necessario e sufficiente che il suo gruppo di razionalità si componga di sostituzioni trasformanti in sè una forma bilineare simmetrica o alternante di determinante non nullo, e si rappresenti perciò in* S_{n-1} *mediante un gruppo di collineazioni le quali trasformino in sè una quadrica non degenere, ovvero* (se n è numero pari) *un complesso lineare di rette, anche non degenere.*

4. — Vogliamo ora occuparci del caso in cui una delle due equazioni (1) e (2′) mutuamente aggiunte si trasforma nell'altra con una sostituzione $z = A(y)$ ovvero $y = B(z)$ nella quale le derivate di y o z compaiono soltanto fino a un certo ordine $< n - 1$.

Supponiamo ad es. che l'equazione (2′) si trasformi nella (1) colla sostituzione:

$$y = B(z) = b_0 z + b_1 z' + \dots + b_{n-h-1} z^{(n-h-1)}$$

nella quale (le b_i essendo sempre funzioni razionali del campo R) mancano i termini contenenti le derivate di z da un certo ordine $n - h$ $(h > 0)$ in poi. — Le equazioni (1) e (2′) apparterranno naturalmente alla stessa specie, e perciò il loro comune gruppo di razionalità si comporrà di sostituzioni trasformanti in sè una forma bilineare $\Sigma c_{ik} \xi_i \eta_k$ di determinante $| c_{ik} | \neq 0$. Di più, questa forma dovrà annullarsi identicamente quando in luogo delle sue due serie di variabili si introducano le soluzioni distinte y_i e z_k (opportunamente scelte) delle equazioni (1) e (2′), ovvero anche le loro derivate di due ordini qualunque p, q, tali che sia $p + q \leq n - 2$.

Ciò premesso, dalla relazione $y_i = B(z_i)$ ricaviamo immediatamente:

$$\Sigma c_{ik}\, y_i^{(p)}\, y_k \equiv b_0 \Sigma c_{ik} y_i^{(p)} z_k + b_1 \Sigma c_{ik} y_i^{(p)} z'_k + \ldots + b_{n-h-1} \Sigma c_{ik} y_i^{(p)} z_k^{(n-h-1)}$$

e quest'espressione sarà perciò identicamente nulla ogni qual volta sia

$$p + n - h - 1 \leq n - 2 \qquad \text{ossia} \qquad p \leq h - 1.$$

E dalle relazioni:

$$\Sigma c_{ik} y_i^{(p)} y_k \equiv 0 \qquad\qquad (p \leq h - 1)$$

si deduce ancora, con successive derivazioni:

$$\Sigma c_{ik}\, y_i^{(p)}\, y_k^{(q)} \equiv 0. \qquad\qquad (p + q \leq h - 1)$$

Viceversa, supponiamo che l'equazione differenziale (1) ammetta n soluzioni distinte y_i soddisfacenti a queste relazioni, dove le c_{ik} sono costanti tali che il determinante $| c_{ik} |$ sia diverso da zero; e la forma bilineare di coefficienti c_{ik} sia anzi invariante (formalmente) rispetto a tutte le operazioni del gruppo di razionalità dell'equazione (1) [1]. La (1) apparterrà allora alla stessa specie della sua aggiunta (2'); e quest'ultima ammetterà n soluzioni distinte z_k legate alle y_k da relazioni del tipo:

$$y_k = b_0 z_k + b_1 z'_k + \ldots + b_{n-1} z_k^{(n-1)}$$

dove le b sono funzioni razionali del campo R, e legate altresì alle u_i definite al n° 2 dalle equazioni $u_i = \sum_k c_{ik} z_k$. Ciò posto, se $h > 0$, la relazione:

$$\Sigma c_{ik}\, y_i\, y_k \equiv 0$$

[1] Quest'ultima proprietà sarà tuttavia conseguenza delle precedenti, se fra le y_i e loro derivate non passano altre relazioni bilineari, all'infuori di quelle di cui si è già supposta l'esistenza.

dà:

$$b_0 \Sigma c_{ik} y_i z_k + \dots + b_{n-2} \Sigma c_{ik} y_i z^{(n-2)} + b_{n-1} \Sigma c_{ik} y_i z_k^{(n-1)} \equiv 0$$

e quindi:

$$b_{n-1} \Sigma c_{ik} y_i z_k^{(n-1)} \equiv 0$$

ossia $b_{n-1} = 0$, perchè quest'ultima somma è uguale a $\Sigma y_i u_i^{(n-1)}$ e quindi $= (-1)^{n-1}$ (¹). Allora, se $h > 1$, dalla relazione successiva:

$$\Sigma c_{ik} y_i' y_k \equiv 0$$

si deduce:

$$b_0 \Sigma c_{ik} y_i' z_k + \dots + b_{n-2} \Sigma c_{ik} y_i' z_k^{(n-2)} \equiv 0$$

e quindi:

$$b_{n-2} \Sigma c_{ik} y_i' z_k^{(n-2)} \equiv 0$$

ossia $b_{n-2} = 0$, perchè quest'ultima somma deve essere eguale ed opposta alla $\Sigma c_{ik} y_i z_k^{(n-1)}$ (come si deduce subito derivando la $\Sigma c_{ik} y_i z_k^{(n-2)} \equiv 0$). Così continuando, si trova che sono identicamente nulle tutte le b di indice $\geq n - h$. Concludiamo perciò:

La condizione necessaria e sufficiente perchè un'equazione differenziale lineare di ordine n appartenga alla stessa specie della propria aggiunta, in guisa precisamente che quest'ultima si trasformi nella prima con una sostituzione razionale:

$$y = b_0 z + b_1 z' + \dots + b_{n-h-1} z^{(n-h-1)} \qquad (h \geq 0)$$

è che le operazioni del gruppo di razionalità dell'equazione proposta trasformino in sè una forma bilineare di determinante non nullo; e che questa forma bilineare (se $h > 0$) *si annulli identicamente quando alle due serie di variabili si sostituiscono le derivate di n soluzioni distinte, opportunamente scelte, della stessa equazione proposta, di due ordini qualunque p, q* (≥ 0) *tali che sia* $p + q \leq h - 1$.

Se nella sostituzione considerata si ha $b_{n-h-1} \neq 0$, questa forma bilineare non potrà più annullarsi quando vi si introducano

(¹) Cfr. ad es. SCHLESINGER, op. cit., vol. I, p. 63.

le derivate di quelle stesse soluzioni di due ordini p, q tali che sia $p+q=h$. E, supposto sempre $b_{n-h-1} \neq 0$, si può ancora aggiungere che il numero *h sarà pari ogni qual volta la sostituzione $y=\mathrm{B}(z)$ considerata si riferisca ad una forma bilineare invariante simmetrica* (sia cioè simmetrica la sostituzione che muta le soluzioni z_i nelle u_i, formanti il sistema aggiunto delle y_i); *e sarà invece dispari* (e perciò certo >0) *ogni qual volta la sostituzione $y=\mathrm{B}(z)$ si riferisca a una forma bilineare alternante* (il che può avvenire soltanto se n è numero pari).

Supposto infatti h dispari e $=2r+1$, si avrà:

$$\Sigma\, c_{ik}\, y_i^{(r)}\, y_k^{(r)} \equiv 0.$$

Di qui, se $c_{ik}=c_{ki}$, derivando e dividendo per 2, si deduce:

$$\Sigma\, c_{ik}\, y_i^{(r+1)}\, y_k^{(r)} \equiv 0\,;$$

e si avranno perciò anche tutte le altre relazioni:

$$\Sigma\, c_{ik}\, y_i^{(p)}\, y_k^{(q)} \equiv 0 \qquad (p+q=2r+1)$$

le quali richiedono sia $b_{n-h-1} \equiv 0$, contro l'ipotesi. Essendo pertanto in questo caso h numero pari, potremo dire, adottando una denominazione già usata da HALPHEN [1], che l'equazione differenziale proposta ha rispetto alla forma bilineare simmetrica invariante (ovvero rispetto alla forma quadratica di cui questa è polare) il *rango* $\frac{h}{2}$. Questo numero rappresenta il minimo valore comune di p e q per cui la funzione $\Sigma c_{ik}\, y_i^{(p)}\, y_k^{(q)}$ non è identicamente nulla.

Analogamente, se h è pari e $=2r$, si ha:

$$\Sigma\, c_{ik}\, y_i^{(r)}\, y_k^{(r-1)} \equiv 0\,;$$

e quindi, se questa forma è alternante, derivando:

$$\Sigma\, c_{ik}\, y_i^{(r+1)}\, y_k^{(r-1)} \equiv 0\,;$$

---

[1] Cfr. la Nota: *Sur les formes quadratiques dans la théorie des équations différentielles linéaires* (" Compt. Rend. ", CI, 1885, p. 664-66).

e per conseguenza:

$$\Sigma\, c_{ik}\, y_i^{p}\, y_k^{q} \equiv 0 \qquad\qquad (p+q=2r)$$

e perciò ancora $b_{n-h-1} \equiv 0$. Per analogia, potremo dire che l'equazione differenziale proposta ha rispetto a questa forma bilineare alternante il *rango* $\frac{h-1}{2}$.

Se invece si tratta di una forma bilineare non simmetrica nè alternante, il numero h potrà essere tanto pari quanto dispari. In questo caso però i due sistemi di funzioni $y_i^{(p)}$, $y_i^{(q)}$, finchè $p+q \leq h-1$, annulleranno in pari tempo due distinte forme bilineari fra loro coniugate (riducendosi il passaggio dall' una all'altra delle relative espressioni al solo scambio dei due indici p e q), e quindi anche tutte le forme del fascio da quelle determinato. Anzi, la (sola) forma simmetrica di questo fascio si annullerà altresì per $p+q=h$ quando h sia numero dispari, e lo stesso avverrà invece per la forma alternante del fascio quando h sia numero pari [1]. Il rango dell'equazione differenziale proposta rispetto a queste due forme particolari sarà perciò rispett. $\geq \frac{h+1}{2}$ e $=\frac{h-1}{2}$ se h è dispari, e $=\frac{h}{2}$ e $\geq \frac{h}{2}$ se h è pari. — Viceversa, se sono soddisfatte queste condizioni per certe due forme bilineari invarianti, l'una simmetrica e l'altra alternante, queste stesse forme determineranno tutto un fascio di forme pure invarianti, le quali, quando vi si introducano le $y_i^{(p)}$ e $y_i^{(q)}$, si annulleranno identicamente finchè $p+q \leq h-1$, ma non più (tutte) se $p+q=h$.

Tenendo conto pertanto di queste ultime considerazioni, possiamo enunciare il seguente teorema:

La condizione necessaria e sufficiente perchè un'equazione differenziale lineare di ordine n appartenga alla stessa specie della propria aggiunta, in guisa precisamente che quest' ultima possa trasformarsi nella prima con una sostituzione razionale:

$$y = b_0 z + b_1 z' + \ldots + b_{n-h-1}\, z^{(n-h-1)} \qquad (h \geq 0;\, b_{n-h-1} \neq 0);$$

---

[1] Ciò si vede immediatamente, derivando nel primo caso la relazione $\Sigma\,(c_{ik}+c_{ki})\, y_i^{\left(\frac{h-1}{2}\right)} y_k^{\left(\frac{h-1}{2}\right)} \equiv 0$, e nel secondo caso la relazione $\Sigma\,(c_{ik}-c_{ki})\, y_i^{\left(\frac{h}{2}\right)} y_k^{\left(\frac{h-2}{2}\right)} \equiv 0$.

è che sia formalmente invariante rispetto al suo gruppo di razionalità:

o una forma quadratica a coefficienti costanti e di discriminante non nullo fra n soluzioni distinte y_i, rispetto alla qual forma l'equazione proposta abbia il rango $\frac{h}{2}$ (il numero h essendo pertanto pari);

oppure una forma bilineare alternante nelle soluzioni y_i e loro derivate prime, pure a coefficienti costanti e di determinante non nullo, rispetto alla quale l'equazione proposta abbia rango $\frac{h-1}{2}$ (il numero h essendo dispari, e n pari);

oppure, in pari tempo, una forma del primo e una del secondo tipo, di determinanti anche nulli, purchè non siano tali tutti quelli del fascio di forme determinato dalla seconda di esse e dalla polare della prima; essendo inoltre il rango dell'equazione proposta rispetto a queste due forme rispett. $= \frac{h}{2}$ *e* $\geq \frac{h}{2}$ *ovvero* $\geq \frac{h+1}{2}$ *e* $= \frac{h-1}{2}$, *secondo che h è numero pari o dispari.*

Si potrebbe aggiungere qualche altra osservazione relativamente al caso di un'equazione differenziale lineare *irriducibile*; ma non si può dare anche qui un enunciato preciso come alla fine del n° prec., perchè il gruppo di razionalità dell'equazione proposta, pur trasformando in sè una forma bilineare simmetrica od alternante di determinante non nullo, può anche trasformarne in sè qualche altra, pure di determinante non nullo, ma non simmetrica nè alternante; e questa forma condurrebbe allora a una sostituzione $y = B(z)$ corrispondente alla terza ipotesi (la quale restava invece esclusa nell'ultimo enunciato del n° 3).

Ricordando però che le forme bilineari alternanti fra due serie di un numero *dispari* di variabili hanno tutte il determinante nullo, potremo dire:

Perchè un'equazione differenziale lineare irriducibile di ordine n dispari appartenga alla stessa specie della propria aggiunta, è necessario e sufficiente che sia formalmente invariante rispetto al suo gruppo di razionalità, e perciò razionalmente nota, una forma quadratica a coefficienti costanti e di discriminante non nullo fra n sue soluzioni distinte; e perchè sia r il rango dell'equazione stessa rispetto a questa forma, è ancora necessario e sufficiente che

l'equazione aggiunta della proposta si trasformi in quest'ultima con una sostituzione razionale $y = b_0 z + b_1 z' \ldots + b_{n-2r-1} z^{(n-2r-1)}$ *in cui* $b_{n-2r-1} \neq 0$.

5. Anche questi ultimi risultati si possono facilmente presentare sotto forma geometrica.

Interpretiamo perciò le soluzioni $y_i(x)$ dell'equazione (1) come coordinate proiettive omogenee di punto in uno spazio S_{n-1}. Questo punto (y), al variare della x, descriverà una curva γ *appartenente* al detto spazio (¹); quella curva che HALPHEN in vari lavori ha chiamata *attachée* all' equazione differenziale (1), e che noi potremo chiamare *curva integrale* dell'equazione stessa. Le u_i potranno allora assumersi come coordinate dell'iperpiano (S_{n-2}) osculatore a γ nel punto (y) (²).

Sia ancora $\Sigma\, c_{ik}\, \xi_i\, \eta_k$ la forma bilineare (di determinante non nullo) che si suppone invariante rispetto a tutte le sostituzioni del gruppo di razionalità dell'equazione (1); e indichiamo con T la reciprocità dello spazio S_{n-1} rappresentata analiticamente dall'annullarsi di questa forma (ove si interpretino anche le ξ e η come coordinate di punto nel detto spazio). Dire che si ha identicamente $\Sigma\, c_{ik}\, y_i^{(p)}\, y_k^{(q)} \equiv 0$ per $p + q \leq h - 1$ $(h > 0)$, in particolare dunque per $p, q \leq \left[\frac{h-1}{2}\right]$ — col qual simbolo indichiamo il minimo intero contenuto in $\frac{h-1}{2}$ —, è lo stesso che dire che i punti (y), $(y') \ldots \left(y^{\left[\frac{h-1}{2}\right]}\right)$ sono a due a due reciproci in T (e nella sua inversa), e ciascuno anche reciproco di sè stesso; e anzi, se h è numero pari, sono anche tutti reciproci di $\left(y^{\left(\frac{h}{2}\right)}\right)$. Lo spazio determinato da quei punti, ossia lo spazio $S_{\left[\frac{h-1}{2}\right]}$ osculatore a γ nel punto (y), dovrà perciò appartenere allo spazio $S_{n-2-\left[\frac{h-1}{2}\right]}$ che gli corrisponde in T; e, se h è numero pari, quest'ultimo spazio conterrà anche l' $S_{\frac{h}{2}}$ osculatore a γ nello

(¹) Non contenuta cioè in uno spazio inferiore.

(²) Cfr. ad esempio SCHLESINGER, op. cit., vol. II, p. 135. Ciò segue d'altronde immediatamente dalle espressioni delle u_i date al n° 2.

stesso punto (y). Quest'ultima condizione è però conseguenza delle precedenti ogni qual volta la forma $\Sigma c_{ik} \xi_i \eta_k$ sia simmetrica.

Diremo pertanto:

La condizione necessaria e sufficiente perchè un'equazione differenziale lineare di ordine n appartenga alla stessa specie della propria aggiunta, in guisa che quest'ultima si trasformi in quella con una sostituzione razionale:

$$y = b_0 z + b_1 z' + \ldots + b_{n-h-1} z^{(n-h-1)} \qquad (h \geq 0)$$

è che il gruppo di razionalità dell'equazione proposta si rappresenti in S_{n-1} *mediante un gruppo di collineazioni permutabili a una stessa reciprocità non degenere* (colla condizione ulteriore di cui al n° 3); *che, se $h > 0$, tutti gli* $S_{\left[\frac{h-1}{2}\right]}$ *osculatori alla curva integrale dell'equazione stessa appartengano rispett. agli spazi loro corrispondenti nella detta reciprocità; e che infine, se h è numero pari, questi ultimi spazi contengano rispett. anche i singoli* $S_{\frac{h}{2}}$ *osculatori a quella stessa curva integrale.*

Ora, in una reciprocità non nulla, gli spazî che sono contenuti nei loro omologhi stanno altresì sulla quadrica, luogo dei punti che appartengono agli iperpiani corrispondenti. Ove si tratti invece di una reciprocità nulla, quegli stessi spazî godono della proprietà che tutte le loro rette appartengono al complesso lineare che definisce la correlazione [1].

Perchè dunque l'equazione (2') aggiunta della (1) si trasformi in quest'ultima mediante la sostituzione sopra indicata, essendo $b_{n-h-1} \neq 0$, sarà necessario e sufficiente che il gruppo di razionalità della (1) stessa si rappresenti in S_{n-1} mediante un gruppo di collineazioni, le quali trasformino in sè:

o una quadrica non degenere di S_{n-1}; *il numero h essendo allora pari, ed essendo altresì la curva integrale dell' equazione proposta contenuta in questa quadrica* (per $h > 0$) *con tutti i suoi* $S_{\frac{h-2}{2}}$ (*ma non cogli* $S_{\frac{h}{2}}$) *osculatori;*

---

[1] Queste proprietà sono anche invertibili, se la quadrica e il complesso lineare considerati non sono degeneri.

oppure un complesso lineare non degenere di rette, essendo allora n pari e h dispari, ed essendo altresì contenute nel detto complesso lineare (*per* $h \geq 3$) *tutte le rette degli* $S_{\frac{h-1}{2}}$ $\left(\textit{ma non degli } S_{\frac{h+1}{2}}\right)$ *osculatori alla curva integrale dell'equazione* (1);

ovvero, in pari tempo, una quadrica e un complesso lineare di rette, eventualmente anche degeneri, ma tali che le relative polarità determinino un fascio di reciprocità non tutte degeneri; essendo inoltre la curva integrale dell'equazione (1) *contenuta nella detta quadrica invariante* (se $h > 0$) *insieme ai suoi* $S_{\left[\frac{h-1}{2}\right]}$ *osculatori, e le rette degli* $S_{\left[\frac{h}{2}\right]}$ *osculatori* ($h > 1$) *essendo altresì contenute nel complesso lineare invariante, senza che la prima di queste due proprietà se h è numero pari e la seconda se h è dispari si verifichi per gli spazî osculatori immediatamente successivi.*

6. — Le considerazioni degli ultimi due n[i] possono applicarsi in particolare al caso $h = n - 1$, al caso cioè in cui le equazioni (1) e (2') mutuamente aggiunte abbiano le stesse soluzioni, a meno eventualmente di un medesimo fattore (funzione razionale del campo R) [1]. Mandando anzi a zero il coefficiente di $y^{(n-1)}$ nell'equazione (1), mediante la sostituzione $y = y\, e^{-\frac{1}{n}\int p_1 dx}$, ci procureremo una nuova equazione:

$$y^{(n)} + \bar{p}_2 y^{(n-2)} + \dots + \bar{p}_n y = 0 \qquad (1')$$

i cui coefficienti saranno ancora funzioni razionali del campo R, e che dovrà pure godere della stessa proprietà di cui godeva la (1); anzi questa nuova equazione *coinciderà addirittura colla propria aggiunta,* dovendo anche quest'ultima esser priva del 2° termine.

Se indichiamo pertanto con $y_1, \dots y_n$ un sistema qualunque di soluzioni distinte dell'equazione (1'), e con $u_1, \dots u_n$ il sistema

[1] E si verificherebbe facilmente che questo fattore risulta $= e^{\frac{2}{n}\int p_1 dx}$. Perchè esso sia razionale, occorre che p_1 sia derivata logaritmica della potenza $\left(\frac{n}{2}\right)^{\text{sima}}$ di una funzione razionale.

aggiunto di questo (il quale sarà un secondo sistema di soluzioni distinte della stessa equazione), le u_i dovranno risultare funzioni lineari a coefficienti costanti delle y_i:

$$u_i = \sum_k c_{ik}\, y_k ;$$

il determinante $| c_{ik} |$ essendo diverso da zero. Riferendoci pertanto alla curva integrale γ dell'equazione (1') rispetto alle soluzioni y_i (la quale sarebbe d'altronde curva integrale anche della (1)), vediamo che ogni punto (y) di essa corrisponde al relativo iperpiano osculatore in una determinata reciprocità non degenere. E questa reciprocità sarà anzi certamente involutoria, perchè a un punto di γ, considerato come intersezione di n iperpiani osculatori consecutivi, corrisponde ancora il relativo iperpiano osculatore, come congiungente n punti consecutivi di γ stessa.

La forma bilineare invariante $\Sigma\, c_{ik}\, \xi_i\, \eta_k$ è dunque in questo caso simmetrica o alternante (come si potrebbe verificare facilmente anche per via analitica). Anzi, poichè il numero h da noi considerato al n° 4, e che qui (ove si richieda $b_{n-h-1} \neq 0$) risulta $= n - 1$, deve essere pari in tutti i casi in cui la forma bilineare invariante $\Sigma\, c_{ik}\, \xi_i\, \eta_k$ sia simmetrica, e dispari quando essa sia alternante, è chiaro che questa stessa forma dovrà ora essere simmetrica o alternante secondo che n sarà dispari o pari. Ciò va anche d'accordo col fatto che, per n dispari, essa non potrebbe essere alternante senza che si annullasse il suo determinante [1].

Concludiamo pertanto:

Perchè un'equazione differenziale lineare di ordine n coincida colla propria aggiunta (a meno eventualmente di un fattore razionale comune a tutte le soluzioni) *è necessario e sufficiente che*

---

[1] E, per n pari, si può anche osservare che la reciprocità involutoria di cui si tratta non potrebbe essere una polarità rispetto a una quadrica di S_{n-1}, perchè questa quadrica dovrebbe venir segata dagli $S_{\frac{n}{2}}$ osculatori a γ secondo i corrispondenti $S_{\frac{n-2}{2}}$ osculatori contati due volte, e ciò non può avvenire ove la quadrica stessa non sia degenere.

sia invariante rispetto a tutte le operazioni del suo gruppo di razionalità;

se n è numero dispari, una forma quadratica a coefficienti costanti e di determinante non nullo, rispetto alla quale l'equazione proposta abbia rango (massimo) $\frac{n-1}{2}$; vale a dire questa forma si annulli identicamente quando alle variabili si sostituiscano n soluzioni distinte, opportunamente scelte, dell'equazione proposta, ovvero anche le loro derivate di uno stesso ordine qualunque $< \frac{n-1}{2}$;

se n è numero pari, una forma bilineare alternante a coefficienti costanti e di determinante non nullo, rispetto alla quale l'equazione proposta abbia rango $\frac{n-2}{2}$; vale a dire questa forma si annulli identicamente quando alle sue due serie di variabili si sostituiscono rispett. n soluzioni distinte, opportunamente scelte, dell'equazione proposta e le derivate prime di queste soluzioni; ovvero anche le derivate di queste stesse soluzioni di due ordini consecutivi p e $p+1$ tali che sia $p < \frac{n-2}{2}$.

A queste stesse condizioni può anche darsi forma geometrica dicendo che *il gruppo di razionalità dell'equazione proposta deve rappresentarsi in S_{n-1} mediante un gruppo di collineazioni trasformanti in sè:*

se n è dispari, una quadrica non degenere, sulla quale deve stare altresì la curva γ con tutti i suoi $S_{\frac{n-1}{2}}$ osculatori:

se n è pari, un complesso lineare di rette, pure non degenere, al quale devono appartenere tutte le rette contenute negli $S_{\frac{n-2}{2}}$ osculatori a γ.

Nel caso di n dispari, la sufficienza di queste condizioni (sotto forma analitica) fu già sostanzialmente enunciata, benchè non dimostrata, da Halphen (¹); la loro necessità fu invece dimostrata dal sig. Darboux (²), il quale ha anche osservato che, determinando opportunamente i coefficienti della forma quadratica invariante $\chi(y)$, i due sistemi di soluzioni y_i, u_i, in questo

(¹) Cfr. la Nota citata dei " Compt. Rend. ", CI.

(²) *Leçons sur la théorie générale des surfaces*, II, p. 115.

caso mutuamente aggiunti, risultano legati dalle relazioni $u_i = \frac{\partial \chi}{\partial y_i}$. E questa è appunto la relazione di polarità rispetto alla quadrica $\chi(y) = 0$.

Invece il risultato qui ottenuto per il caso di n pari ritengo non si sia presentato finora ad altri ([1]).

Per $n = 3$ pertanto la curva (piana) γ sarà essa stessa una conica ([2]). Per $n = 4$ la curva γ apparterrà allo spazio S_3 e avrà le sue tangenti contenute in un complesso lineare (necessariamente non speciale) ([3]). Per $n = 5$ si ha l'equazione seconda associata di un'equazione differenziale lineare del 4° ordine appartenente al caso testè considerato; infatti la curva γ, dovendo stare colle sue tangenti in una quadrica non degenere di S_4, può rappresentarsi mediante una rigata sviluppabile di S_3 contenuta in un complesso lineare non speciale.

Osserviamo infine che quest'ultimo teorema, limitatamente alla necessità della condizione in esso contemplata, può anche enunciarsi dicendo: *Se un'equazione differenziale lineare di ordine n coincide colla propria aggiunta* (a meno eventualmente di un fattore comune a tutte le soluzioni), *i punti di una qualunque sua curva integrale corrisponderanno ai relativi iperpiani osculatori in una reciprocità involutoria, la quale sarà una polarità rispetto a una quadrica ovvero un sistema nullo, secondo che n è numero dispari o pari* (e quindi secondo che è pari o dispari lo spazio S_{n-1} di questa curva) ([4]).

([1]) Le forme differenziali lineari che coincidono colle proprie aggiunte (a meno del segno, se di ordine dispari) possono anche mettersi sotto forme notevoli, dovute a Jacobi (" Journ. de Crelle ", 17, p. 71) per il caso dell'ordine pari, e a Darboux (l. c., p. 120-21) per il caso dell'ordine dispari. Cfr. anche Schlesinger, Op. cit., vol. I, n° 25.

([2]) Caso già considerato dal sig. Fuchs nella Memoria: *Ueber lineare homogene Differentialgleichungen...* (" Acta Math. ", I, 1881), e, successivamente, da parecchi altri.

([3]) Questo caso fu considerato da Halphen nella Memoria: *Sur les invariants des équations différentielles linéaires du quatrième ordre* (" Acta Math. ", III, 1883, p. 343 e seg.).

([4]) Essendo questo teorema invertibile, e osservando d'altra parte che ogni curva appartenente a uno spazio S_{n-1} può considerarsi come curva integrale di un'equazione differenziale lineare di ordine n, possiamo anche trarre quest'altra conclusione: *sopra una quadrica non degenere di uno*

Ora il compianto Prof. Brioschi ha dimostrato (1) che le equazioni differenziali lineari coincidenti colle proprie aggiunte sono quelle e quelle sole per cui si annullano gli invarianti lineari a_ν di Forsyth ($\nu = 3, 4 \ldots n$) (2) di indice ν dispari (3). — Che se poi sono nulli anche gli invarianti di indice pari, l'integrale generale dell'equazione proposta è dato da una forma binaria di grado $n - 1$ a coefficienti costanti nelle soluzioni ξ_1, ξ_2 di un'equazione differenziale lineare di 2° ordine che può formarsi razionalmente (4), e la curva γ è allora una curva algebrica razionale normale di ordine $n - 1$ (e inversamente) (5). L'ultimo enunciato sarà dunque applicabile in particolare a questo caso, e coincide allora con un noto teorema di Clifford (6).

Roma, febbraio 1899.

---

spazio dispari non esistono curve appartenenti allo spazio stesso e osculate in ogni loro punto dall'iperpiano tangente a questa quadrica (proposizione che potrebbe stabilirsi anche per altra via). A quest'ultima condizione dovrebbero soddisfare in S_3 le asintotiche di una quadrica; ma esse sono rette, e non appartengono perciò appunto a S_3.

(1) Cfr. la Mem.: *Les invariants des équations différentielles linéaires* (" Acta Math. ", 14, 1890-91, p. 237).

(2) " Phil. Trans. ", 179, 1888.

(3) Cfr. anche Schlesinger, Op. cit., vol. II, p. 197, 224.

(4) Brioschi, l. c.; Schlesinger, Op. cit., vol. II, p. 205.

(5) Schlesinger, l. c., p. 206, 216. Questa proprietà fu stabilita per la prima volta dal sig. Wallenberg (" Journ. de Crelle ", 113).

(6) *On the classification of loci* (" Phil. Trans. ", 169, 1878, p. 668-69).

L'Accademico Segretario
Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 5 Marzo 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Rossi, Bollati di Saint Pierre, Ferrero, Cipolla, Brusa, Perrero, Allievo, Renier, Pizzi e Nani Segretario.

Il Presidente, a nome dei colleghi, dà il benvenuto al Socio Renier, che per la prima volta assiste all'adunanza della Classe.

È letto ed approvato l'atto verbale dell' ultima adunanza.

È comunicato un invito della Società Geografica di Berlino all'Accademia per il VII Congresso internazionale di Geografia, che si terrà in quella città tra il 28 settembre e il 4 ottobre di quest'anno.

Il Socio Segretario presenta, in omaggio alla Classe, un lavoro del sig. J. Beyssac, intitolato: *Notes pour servir à l'histoire de l'Église de Lyon. — Georges de Challant chanoine de l'Église et comte de Lyon,* ecc. Lyon, 1899.

Il Socio Brusa principia la lettura di un suo lavoro intitolato: *Correzione straordinaria di condanne penali.*

Il Presidente informa la Classe sul disegno di una missione archeologica nell'isola di Creta, per la quale la Direzione della Scuola italiana di archeologia si rivolse al Ministero della Pubblica Istruzione ed ottenne già l'appoggio di altri Istituti scientifici italiani.

La Classe applaude a questa proposta, ed incarica la Presidenza di esprimere il suo voto al Ministero.

L'Accademico Segretario
CESARE NANI.

Torino — VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 12 Marzo 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Bizzozero, Direttore della Classe, Salvadori, Berruti, D'Ovidio, Mosso, Spezia, Camerano, Segre, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona e Naccari Segretario.

Il Presidente presenta ai colleghi l'illustre matematico svedese Mittag-Leffler, Socio corrispondente, che assiste alla seduta, e gli dà il benvenuto.

Il Segretario legge il verbale della precedente adunanza, che viene approvato.

Il Segretario presenta il primo fascicolo dell'opera *Kunstformen der Natur* del Socio straniero Haeckel, inviato dall'autore in omaggio all'Accademia.

Il Socio corrispondente Mittag-Leffler comunica verbalmente un suo nuovo *Teorema sulla teoria delle funzioni*.

Il Socio Volterra osserva che l'importante teorema enunciato dal Prof. Mittag-Leffler trova applicazione nell'integra-

zione di una classe di equazioni dinamiche, alla quale appartengono quelle, di cui il Socio Volterra stesso trattò in due note presentate alla Classe.

Il Socio D'Ovidio propone che la Classe dia un voto d'incoraggiamento e di plauso a quegli scienziati italiani che si propongono di far eseguire degli scavi in Creta e d'inviarvi dei giovani per farvi studi archeologici. Egli crede opportuno che la Classe preghi il Governo di aiutare quell'impresa. Questa proposta è approvata.

Il Socio Segre presenta una nota del Dott. Gino Fano intitolata: *Sulle equazioni differenziali lineari del 5° e del 6° ordine, le cui curve integrali sono contenute in una quadrica*. Sarà inserita negli *Atti*.

Il Presidente annunzia che il Socio corrispondente Mattirolo ha inviato il manoscritto della commemorazione del compianto Socio Gibelli, che la Classe lo pregò di scrivere. Dà incarico al Segretario di leggerne la parte che contiene i cenni biografici. Compiuta questa lettura, si delibera che l'intero lavoro venga accolto nei volumi delle memorie.

LETTURE

Sulle equazioni differenziali lineari del 5° e del 6° ordine, le cui curve integrali sono contenute in una quadrica;

Nota di GINO FANO.

1. — Lo studio dei diversi casi che può presentare una equazione differenziale lineare omogenea di dato ordine n, nella quale n soluzioni indipendenti sono legate da una o più equazioni algebriche omogenee a coefficienti costanti, fu iniziato dal Sig. FUCHS in una breve Nota inserta nei " Berliner Berichte „ (8 giugno 1892), e da lui stesso completamente esaurito per le equazioni differenziali lineari del 3° ordine nella Memoria: *Ueber lineare homogene Differentialgleichungen...* (" Acta Math. „, vol. I). Alle ricerche di FUCHS seguirono quelle di GOURSAT (" Compt. Rend. „, 97, 100, 101; " Bull. de la Soc. Math. de France „, t. XI), HALPHEN (" Acta Math. „, vol. III), LUDWIG SCHLESINGER (Diss. Berlin, 1887) e altri sopra equazioni differenziali lineari del 4° ordine, e quelle di WALLENBERG (" Journal de Crelle „, t. 113) per equazioni di ordine qualunque, la cui curva *attachée* o *curva integrale* sia algebrica [1]. Io stesso ho mostrato quattro anni or sono (in alcune Note pubblicate nei Rend. dell'Acc. dei Lincei, 1° sem. dell'anno 1895) qual vantaggio si possa trarre per queste ricerche dalla determinazione delle varietà algebriche di uno spazio qualunque che ammettono infinite trasformazioni proiettive in sè, e ho applicate queste considerazioni allo studio di tutti i casi in cui la curva integrale dell'equazione differenziale proposta è algebrica o contenuta in una superficie algebrica.

Un altro caso particolarmente notevole è quello di un'equa-

[1] Tutte queste ricerche furono nuovamente esposte da LUDWIG SCHLESINGER nel 2° vol. della sua opera: *Handbuch der Theorie der linearen Differentialgleichungen* (Berlin, 1897); cfr. in part. i n. 185-193.

zione differenziale lineare di ordine qualunque n, nella quale n soluzioni indipendenti sono legate da una (sola) equazione *quadratica* omogenea a coefficienti costanti. E si può anche limitarsi al caso in cui quest'ultima equazione abbia il discriminante diverso da zero ([1]), perchè, se no, essa potrebbe ridursi a contenere soltanto un numero $m < n$ di soluzioni (eguale precisamente alla caratteristica del suo discriminante); e queste m soluzioni determinerebbero allora un sistema lineare invariante rispetto al gruppo di razionalità dell'equazione differenziale proposta, e soddisfarebbero perciò a un'equazione differenziale lineare di ordine m coi coefficienti appartenenti allo stesso campo di razionalità primitivo. L'equazione differenziale proposta sarebbe quindi *riducibile* (nel detto campo di razionalità), e la sua integrazione sarebbe ricondotta a quella di due altre equazioni differenziali lineari di ordini rispett. m e $n - m$ (oltre ad un certo numero di quadrature), la prima di queste due equazioni avendo altresì (come la proposta) m soluzioni distinte legate da una relazione quadratica omogenea, e di discriminante non nullo quando la si consideri come equazione fra sole m variabili.

In questo caso di una (sola) relazione quadratica omogenea è già noto, e d'altronde evidente, che per $n = 3$ la curva integrale dell' equazione differenziale proposta è una conica; e il Sig. Fuchs ha anzi dimostrato (l. c.) che quest'equazione differenziale deve allora essere soddisfatta dai quadrati di tutte le soluzioni di un'equazione differenziale lineare di 2° ordine, che può formarsi razionalmente. — Per $n = 4$ la curva integrale è contenuta in una quadrica di S_3; e, se questa quadrica non è degenere, l'equazione differenziale proposta è soddisfatta dai prodotti di due (distinte) equazioni differenziali lineari di 2° ordine, i cui coefficienti risultano anche razionalmente noti, dopo

([1]) L'equazione differenziale proposta può allora trasformarsi nella propria aggiunta con una sostituzione $z = a_0 y + a_1 y' + \dots + a_{n-1} y^{(n-1)}$, dove le a sono funzioni appartenenti al campo di razionalità definito dai coefficienti della stessa equazione proposta. Si cfr. a questo proposito la mia Nota: *Sulle equazioni differenziali lineari che appartengono alla stessa specie delle loro aggiunte*, pubblicata nello scorso fascicolo di questi Atti. E per il caso di una relazione quadratica con discriminante nullo si veggano altresì le mie *Osservazioni*, nel fasc. 6° dei " Rend. dell'Accad. dei Lincei ", dell'anno corrente.

che al campo di razionalità primitivo si sia aggiunta la radice quadrata di una certa funzione razionale (¹). — Per $n > 4$ la questione non è ancora stata studiata completamente; soltanto HALPHEN nella breve Nota: *Sur les formes quadratiques dans la théorie des équations différentielles linéaires* (²) ha affermato (senza dimostrarlo) che nei due casi successivi $n = 5$ e $n = 6$ l'integrazione dell'equazione differenziale proposta può ricondursi rispett. a quella di un'equazione differenziale lineare del 4° ordine e a quella di due equazioni differenziali lineari, una del 2° e una del 4° ordine. Ma le sue ricerche in proposito, ch'egli si riservava di esporre in lavori successivi, non furono mai pubblicate (³). — In questa Nota io mi propongo appunto di studiare questi due casi, valendomi, in parte almeno, di quegli stessi concetti geometrici che sembra avessero guidato l'HALPHEN nelle sue ricerche (⁴). Il risultato da lui enunciato si troverà qui maggiormente precisato, e in parte anche semplificato. Comin-

---

(¹) GOURSAT, " Compt. Rend. ", t. 97, p. 31; HALPHEN, Mem. cit., p. 344 e seg.; SCHLESINGER, Op. e vol. cit., p. 234 e seg.

(²) " Compt. Rend. ", t. 101, p. 664-66 (1885). In questa Nota è anche mostrato come il caso in cui sia soltanto razionalmente nota una forma quadratica a coefficienti costanti fra n soluzioni distinte possa facilmente ricondursi al caso in cui questa stessa forma è identicamente nulla, e si ha perciò una relazione quadratica omogenea fra quelle n soluzioni.

(³) Dall'elenco dei lavori di HALPHEN pubblicato dal sig. GUCCIA nel 3° volume dei " Rend. del Circolo Mat. di Palermo " (1889) risulta che la Nota cit. è il penultimo dei lavori di HALPHEN relativi ad equazioni differenziali lineari; e l'ultimo di questi lavori è una Nota pubblicata nello stesso volume dei " Compt. Rend. ", sopra una classe particolare di equazioni differenziali lineari, che si possono integrare con funzioni razionali ed esponenziali.

(⁴) " *C'est une idée géométrique qui m'a servi de guide; car le problème qui* " *consiste à chercher l'abaissement de l'ordre pour ces équations différentielles* " *coïncide avec celui de la recherche d'une ligne asymptotique sur une surface* " *gauche* " (Nota cit., p. 665). Queste parole mettono fuori dubbio che HALPHEN intendesse rappresentare la curva *attachée* o curva integrale dell'equazione differenziale proposta — la quale deve stare in una quadrica, che possiamo supporre non degenere, dello spazio S_4 o S_5 — mediante una *rigata* di S_3 (contenuta, nel primo caso, in un complesso lineare). Tuttavia, per $n = 6$, a me è sembrato opportuno sostituire alla considerazione delle asintotiche di questa rigata, quella della curva luogo dei contatti delle tangenti quadripunte.

ceremo anzi collo studio del caso $n = 6$, nel quale sarà poi facile far rientrare anche il caso $n = 5$.

2. — Si abbia un'equazione differenziale lineare del 6° ordine:

$$z^{VI} + p_1 z^{V} + p_2 z^{IV} + \ldots + p_6 z = 0 \tag{1}$$

dove le p_i sono funzioni della variabile indipendente x, le quali determineranno un certo campo di razionalità. Si supponga inoltre che 6 soluzioni indipendenti $z_1, z_2, \ldots z_6$ di quest' equazione differenziale siano legate da una relazione quadratica omogenea di discriminante non nullo; relazione che, scegliendo opportunamente quelle soluzioni, potrà sempre assumere la forma:

$$f(z) \equiv z_1 z_2 + z_3 z_4 + z_5 z_6 = 0. \tag{2}$$

Interpretando queste funzioni $z_i(x)$ come coordinate proiettive omogenee di punto in uno spazio S_5, il punto (z) che ne risulta individuato descriverà, al variare della x, una curva γ, che possiamo chiamare *curva integrale* dell'equazione differenziale (1); e questa curva sarà contenuta nella quadrica non degenere rappresentata dall'equazione (2). — Noi supporremo ancora che le funzioni $z_i(x)$ non soddisfacciano, all'infuori della (2), ad altre relazioni quadratiche omogenee a coefficienti costanti (e che perciò la curva γ non sia contenuta in altre quadriche dello spazio S_5 (¹)). Allora tutte le operazioni del gruppo di razionalità dell'equazione (1) dovranno trasformare in sè stessa l'equazione (2): quest'equazione deve infatti continuare a sussistere quando alle z_i si applichi una qualunque sostituzione di quel gruppo (²); e, per l'ipotesi testè introdotta, l'equazione (certo quadratica) risultante da questa sostituzione non può essere di-

(¹) Se invece la curva γ fosse contenuta in due diverse quadriche di S_5, e quindi nella varietà a tre dimensioni di loro intersezione, l'equazione differenziale proposta darebbe luogo ad alcuni casi diversi da quello che noi studieremo, ma la cui determinazione non offrirebbe alcuna difficoltà. E i casi in cui γ fosse addirittura una curva algebrica o contenuta in una superficie algebrica si possono ritenere tutti noti, in seguito ai miei lavori cit.

(²) Cfr. ad es. Schlesinger, Op. e vol. cit., p. 77, 94.

stinta dalla (2) [1]. Quel gruppo di razionalità sarà perciò contenuto nel gruppo G delle ∞^{16} sostituzioni lineari delle z_i che mutano in sè stessa l'equazione (2); e si può anzi dire che in generale (ove cioè non siano razionalmente note altre funzioni differenziali razionali delle z_i, oltre quelle che già lo sono in conseguenza della (2)) esso coinciderà con quest'ultimo gruppo.

Ora, le variabili z_i legate dall'equazione (2) possono anche interpretarsi come *coordinate Plückeriane di retta* in uno spazio S_3 (assumendo come quadrica di S_5 rappresentata dall'equazione (2) l'insieme di tutte le rette di questo S_3). Allora, invece di una curva γ, avremo una *rigata integrale* R dell'equazione differenziale (1); e le operazioni del gruppo di razionalità di questa equazione — anzi quelle dell'intero gruppo G — si rappresenteranno geometricamente mediante trasformazioni *proiettive* dello spazio S_3 in cui R è contenuta. È noto altresì che le operazioni di G si distribuiscono in due diverse schiere continue, alle quali corrispondono rispett. le schiere totali ∞^{15} delle trasformazioni collineari e reciproche di questo spazio S_3 (in modo precisamente che ad ogni sistema di ∞^1 operazioni di G, le quali producano sui mutui rapporti delle z_i una medesima sostituzione, corrisponde sempre la medesima proiettività in S_3). Al gruppo monodromico dell' equazione (1) corrisponderà in S_3 un gruppo discontinuo di proiettività (omografie e correlazioni) trasformanti la rigata R in sè stessa.

Non potendo le z_i esser legate da alcuna relazione lineare omogenea a coefficienti costanti (appunto perchè le abbiamo supposte soluzioni *indipendenti* della (1)), la rigata R non sarà contenuta in alcun complesso lineare di rette.

Essa sarà poi una sviluppabile (quando due qualunque sue generatrici consecutive si incontrino, ossia) quando la curva γ che la rappresenta in S_5 abbia anche le sue tangenti contenute nella quadrica (2). Perciò è necessario e sufficiente che, oltre alla relazione (2), sia soddisfatta identicamente anche quest'altra:

$$f(z') \equiv z_1' z_2' + z_3' z_4' + z_5' z_6' = 0$$

[1] Questa invariantività dell'equazione (2) è anzi la sola condizione che a noi veramente occorre. Se le z_i soddisfacessero anche ad altre equazioni quadratiche omogenee, restando pur sempre invariante la (2) rispetto al gruppo di razionalità dell'equazione (1), le considerazioni che esporremo sarebbero egualmente valide, e anzi suscettibili di qualche semplificazione.

dove gli apici indicano derivazione rispetto alla variabile indipendente x. Servendoci di una denominazione già usata da HALPHEN (Nota cit., p. 665) potremo dire che le *rigate gobbe* corrispondono ad equazioni differenziali di *rango uno* rispetto alla forma quadratica (2), mentre le *sviluppabili* corrispondono ad equazioni differenziali di rango (massimo) *due*. Il caso in cui sia ancora:

$$f(z'') \equiv z_1'' z_2'' + z_3'' z_4'' + z_5'' z_6'' = 0$$

risulta qui escluso, perchè la rigata R sarebbe un cono o un inviluppo piano [1], e perciò certo contenuta in infiniti complessi lineari.

3. — Ci occuperemo anzitutto del caso in cui R sia una rigata gobba, e si abbia perciò $z_1' z_2' + z_3' z_4' + z_5' z_6' \neq 0$ [2].

Sopra ogni generatrice di R vi sono allora due punti, in generale distinti (ma che potrebbero anche coincidere, e potrebbero altresì coincidere per ogni generatrice), nei quali le tangenti principali del secondo sistema sono tangenti non soltanto tripunte, ma quadripunte — incontrano cioè quattro generatrici consecutive —. Questi due punti diventano indeterminati sol-

---

(1) Cfr. ad es. KOENIGS, *La géométrie réglée et ses applications* (Paris, 1895), p. 62-64.

(2) La determinazione delle asintotiche sopra questa rigata — ossia delle sviluppabili contenute nella congruenza delle tangenti principali — deve dipendere in generale da un' *Equazione di Riccati*. Quest'equazione, partendo appunto da un sistema di coordinate di retta, trovasi calcolata nella Memoria del sig. VOSS: *Ueber die Haupttangentencurven der windschiefen Flächen* (" Math. Ann. ", vol. 12, 1877, cfr. in part. p. 491). I relativi coefficienti sarebbero nel nostro caso funzioni moltiplicative di x, e quindi funzioni esponenziali di integrali di funzioni razionali. È anche noto come a una tale equazione si possa facilmente sostituire un'equazione differenziale lineare di 2° ordine; e a quest'ultima equazione avrà probabilmente alluso HALPHEN nelle sue parole da noi riportate — e più sopra anche, dove parla appunto dell'integrazione di un'equazione differenziale lineare di 2° ordine —, siccome quella che gli permetteva di sostituire alla rigata gobba R la sviluppabile circoscritta a una delle sue asintotiche, trasformando così l'equazione differenziale proposta in un'altra di rango massimo (ossia = 2) rispetto alla forma quadratica (2).

tanto quando queste quattro generatrici appartengono a una medesima quadrica, il che non può certo avvenire per ogni generatrice di R, perchè se no R stessa sarebbe una quadrica, e perciò contenuta (contro l'ipotesi) in infiniti complessi lineari.

Supponiamo pertanto di aver introdotto in uno spazio S_3 un sistema qualunque di coordinate proiettive omogenee di punti (y_h) e di piani (u_h), tali che sia $\sum_h u_h y_h = 0$ la condizione di incidenza di due elementi di nome diverso; e le sei coordinate Plückeriane r_i di una retta qualunque, legate dalla relazione $r_1 r_2 + r_3 r_4 + r_5 r_6 = 0$, si esprimano (a meno eventualmente di uno stesso fattore) per mezzo delle coordinate di due punti (y) e $(\overline{y})$ ovvero di due piani (u) e $(\overline{u})$ ad essa appartenenti, mediante le relazioni:

$$r_1 = (y_1 \overline{y}_2) = (u_3 \overline{u}_4) \quad r_3 = (y_1 \overline{y}_3) = (u_4 \overline{u}_2) \quad r_5 = (y_1 \overline{y}_4) = (u_2 \overline{u}_3)$$

$$r_2 = (y_3 \overline{y}_4) = (u_1 \overline{u}_2) \quad r_4 = (y_4 \overline{y}_2) = (u_1 \overline{u}_3) \quad r_6 = (y_2 \overline{y}_3(= (u_1 \overline{u}\ )$$

Interpretando in tal guisa, come coordinate r_i, le sei soluzioni distinte z_i dell' equazione differenziale (1) legate dalla relazione (2), noi verremo a costruire, al variare della x, la corrispondente rigata integrale R.

I mutui rapporti delle coordinate ς_i di una tangente quadripunta di R saranno determinati (in funzione delle z_i e loro derivate, e quindi della variabile indipendente x) dalle cinque equazioni:

$$(3) \qquad \begin{gathered} f\binom{z}{\varsigma} = 0 \quad f\binom{z'}{\varsigma} = 0 \quad f\binom{z''}{\varsigma} = 0 \quad f\binom{z'''}{\varsigma} = 0 \\ f(\varsigma) \equiv \varsigma_1 \varsigma_2 + \varsigma_3 \varsigma_4 + \varsigma_5 \varsigma_6 = 0 \end{gathered}$$

dove $f\binom{z}{\varsigma}$ e le espressioni analoghe indicano forme bilineari polari di $f(z)$.

Per risolvere questo sistema di equazioni conviene introdurre l'incognita ausiliaria:

$$\rho = -f\binom{z^{\text{iv}}}{\varsigma} : f\binom{z^{\text{v}}}{\varsigma}.$$

Allora dalle prime quattro equazioni (3), congiunte a quest'ultima, potremo subito ricavare i mutui rapporti delle ς_i, in funzione di ρ; e se con Z_i indichiamo il subdeterminante complementare dell' elemento $\left(\frac{\partial f}{\partial z_i}\right)^{\prime}$ nel determinante $D(z_1, z_2, \dots z_6)$, potremo assumere:

$$\varsigma_i = Z_i + \rho Z'_i$$

essendo ρ radice dell'equazione di 2° grado:

$$\rho^2 f(Z') + 2\rho f\left(\frac{Z'}{Z}\right) + f(Z) = 0. \tag{4}$$

Determinate così le ς_i, si trovano facilmente le coordinate y_h e u_h del punto e del piano comune alle rette (z) e (ς); e indicando con λ, μ due fattori qualunque, funzioni di x, potremo porre:

$$y_1 = \lambda(\varsigma_1 z_2 + \varsigma_3 z_4 + \varsigma_5 z_6) \quad y_2 = \lambda(z_4 \varsigma_6) \quad y_3 = \lambda(z_6 \varsigma_2) \quad y_4 = \lambda(z_2 \varsigma_4)$$

$$u_1 = \mu(z_1 \varsigma_2 + z_3 \varsigma_4 + z_5 \varsigma_6) \quad u_2 = \mu(z_3 \varsigma_5) \quad u_3 = \mu(z_5 \varsigma_1) \quad u_4 = \mu(z_1 \varsigma_3)$$

purchè almeno non sia $\frac{z_2}{\varsigma_2} = \frac{z_4}{\varsigma_4} = \frac{z_6}{\varsigma_6}$ $\Big($oppure rispettivamente $\frac{z_1}{\varsigma_1} = \frac{z_3}{\varsigma_3} = \frac{z_5}{\varsigma_5}\Big)$, nel qual caso, ad evitare l'annullarsi di tutte quattro le y_h (o delle u_h), basterebbe permutare i sei indici in modo opportuno.

Ai fattori tuttora arbitrari λ e μ converrà attribuire i valori seguenti:

$$\lambda = [z_2 Z_4 Z_6']^{-\frac{1}{2}} \qquad \mu = [z_1 Z_3 Z_5']^{-\frac{1}{2}}.$$

Allora, se con ρ_1 e ρ_2 si indicano le due radici, supposte distinte, dell'equazione (4), e per ogni coppia di punti (y) appartenenti a una stessa generatrice (z) — e chiamiamoli $(y^{(1)})$ e $(y^{(2)})$ — si formano i determinanti $(y_h^{(1)} y_k^{(2)})$, i quali dovranno risultare proporzionali (in un certo ordine) alle z_i, si trova che questi stessi determinanti risultano precisamente eguali alle z_i moltiplicate per il fattore $\rho_2 - \rho_1$. La stessa proprietà sussiste pure relativamente ai due piani $(u^{(1)})$ e $(u^{(2)})$.

Ora, le variabili Z_i, prese in ordine opportuno, non sono altro che i coefficienti dell'equazione del complesso lineare determinato da cinque generatrici consecutive della rigata R; e di qui si trae che esse (e quindi anche le Z_i') sono cogredienti alle z_i (a meno di uno stesso fattore costante) rispetto a tutte le operazioni del gruppo di razionalità dell'equazione (1). I mutui rapporti dei coefficienti dell'equazione (4) sono dunque funzioni differenziali razionali delle z_i, le quali rimangono invariate (anche formalmente) per tutte le sostituzioni del detto gruppo: essi apparterranno perciò, come funzioni di x, al dato campo di razionalità, e si esprimeranno, tenuto conto della (2), mediante funzioni razionali (che potranno effettivamente calcolarsi) delle p_i e loro derivate. Ne segue che ρ, a sua volta, si esprimerà razionalmente mediante le p_i e loro derivate e la radice quadrata di una funzione razionale delle stesse p_i e loro derivate. Intendendo pertanto *aggiunto* questo radicale quadratico al campo primitivo [1], potremo considerare anche ρ come razionalmente noto, e le ς_i come funzioni differenziali razionali delle z_i.

4. — Domandiamoci ora come si comportino le y_k e le u_k, considerate come funzioni della variabile indipendente x, rispetto alle operazioni del gruppo di razionalità dell'equazione (1).

Al variare della x, il punto (y) e il piano (u) descrivono rispett. (un ramo del)la linea Υ, luogo dei punti di contatto della rigata R colle sue tangenti quadripunte, e la sviluppabile Γ circoscritta ad R lungo questa stessa linea (o ramo di linea). L'aggiunzione del radicale quadratico considerato, al quale intendiamo dato nelle espressioni delle y_k e u_k un medesimo segno iniziale, corrisponde appunto alla separazione dei due punti in cui la linea Υ incontra quella qualunque generatrice (z) che si considera come iniziale.

Ora, ogni operazione del gruppo di razionalità dell'equazione (1) è rappresentata da una sostituzione lineare:

$$\bar{z}_i = \Sigma \alpha_{ik} z_k \tag{5}$$

[1] Il che però non implica ancora una riduzione del gruppo di razionalità dell'equazione proposta, non risultando con ciò aggiunta nessuna ulteriore funzione differenziale razionale delle z_i.

la quale ha per effetto di sostituire alla considerazione della rigata R quella di una sua trasformata *proiettiva* (collineare o reciproca) $\overline{R}$, tale che le coordinate di due generatrici corrispondenti (z) e $(\overline{z})$ sono appunto legate da queste relazioni. Questa proiettività muterà in ogni caso le tangenti quadripunte di R nelle tangenti quadripunte di $\overline{R}$; e perciò, se indichiamo con $\overline{\gamma}$ e $\overline{\Gamma}$ gli enti analoghi a γ e Γ sopra $\overline{R}$, è chiaro che alla curva γ e alla sviluppabile Γ corrisponderanno rispettivamente la curva $\overline{\gamma}$ di $\overline{R}$ e la sviluppabile $\overline{\Gamma}$ se si tratta di una collineazione, e questi stessi enti scambiati se si tratta di una reciprocità. — E perciò ancora, se indichiamo con $\overline{y}_h$ le coordinate di un punto variabile di $\overline{\gamma}$ e con $\overline{u}_k$ quelle del piano ivi tangente a $\overline{R}$ (e contenuto perciò in $\overline{\Gamma}$), intendendo precisamente che queste coordinate siano composte mediante le $\overline{z}_i$ (e la x) nello stesso modo in cui le y_h e le u_h lo sono mediante le z_i (e la x), è chiaro che, in ogni operazione di quel gruppo di razionalità, gli infiniti punti $\overline{y}(x)$ nasceranno o dagli infiniti punti $y(x)$, o dagli infiniti piani $u(x)$, mediante una trasformazione proiettiva — rispett. collineare o reciproca —; e perciò le $\overline{y}_h$ saranno, a meno forse di uno stesso fattore σ, funzioni lineari a coefficienti costanti rispett. delle y_h o delle u_h; si avrà cioè:

$$\sigma \overline{y}_h = \sum_k a_{hk} y_k \qquad \text{ovvero} \qquad \sigma \overline{y}_h = \sum_k a_{hk} u_k ;$$

e per conseguenza:

$$\tau \overline{u}_h = \sum_k A_{hk} u_k \qquad \text{ovvero} \qquad \tau \overline{u}_h = \sum_k A_{hk} y_k$$

essendo A_{hk} il subdeterminante complementare di a_{hk} nel determinante $\Sigma \pm a_{11} a_{22} a_{33} a_{44}$.

È facile anzi vedere che, in seguito al modo in cui si è disposto dei fattori arbitrarii contenute nelle coordinate y_h e u_h, $\overline{y}_h$ e $\overline{u}_h$, i fattori σ e τ devono risultare costanti. Infatti, supposto per il momento che l'equazione (4) abbia radici distinte ρ_1 e ρ_2, si considerino sopra $\overline{R}$ i due punti $(\overline{y}^{(1)})$ e $(\overline{y}^{(2)})$ appartenenti a una stessa generatrice $(\overline{z})$, coi loro corrispondenti $(y^{(1)})$ e $(y^{(2)})$ sopra R, o coi piani corrispondenti $(u^{(1)})$ e $(u^{(2)})$. I binomi $(\overline{y}_k^{(1)} \overline{y}_k^{(2)})$, essendo eguali, in un certo ordine e a meno

del fattore comune $\rho_2 - \rho_1$, alle $\overline{z}_i$, dovranno esprimersi (in forza delle (5)) mediante funzioni lineari a coefficienti costanti dei binomi $(y_h^{(1)} y_k^{(2)})$ ovvero $(u_h^{(1)} u_k^{(2)})$ che, a meno dello stesso fattore (razionale) $\rho_2 - \rho_1$, sono eguali in un certo ordine alle z_i; e di qui si trae appunto che σ^2, e quindi anche σ (e analogamente τ) sono costanti. Possiamo dire anzi che la sostituzione quaternaria considerata avrà la sostituzione (5) per " associata " — a meno di un fattore costante comune a tutti i coefficienti [1] — il che implica appunto la costanza di σ e τ; e questa proposizione continuerà evidentemente a sussistere se $\rho_1 = \rho_2$.

Ora, i determinanti di 4° ordine estratti dalle due matrici:

$$\left|\begin{matrix} y_1^{IV} & y_1''' & y_1'' & y_1' & y_1 \\ y_2^{IV} & y_2''' & y_2'' & y_2' & y_2 \\ y_3^{IV} & y_3''' & y_3'' & y_3' & y_3 \\ y_4^{IV} & y_4''' & y_4'' & y_4' & y_4 \end{matrix}\right| \quad \text{e} \quad \left|\begin{matrix} u_1^{IV} & u_1''' & u_1'' & u_1' & u_1 \\ u_2^{IV} & u_2''' & u_2'' & u_2' & u_2 \\ u_3^{IV} & u_3''' & u_3'' & u_3' & u_3 \\ u_4^{IV} & u_4''' & u_4'' & u_4' & u_4 \end{matrix}\right|$$

sono evidentemente funzioni differenziali razionali delle z_i, perchè nei loro elementi non entrano altre espressioni irrazionali all'infuori rispett. degli irrazionali quadratici λ e μ, i quali compaiono soltanto come fattori nei singoli elementi (essendo sempre razionale tutta la parte residua), e compariranno perciò nei vari determinanti solo ad esponenti pari. Pertanto, se indichiamo con $Y^{(i)}$ e $U^{(i)}$ i determinanti ottenuti rispett. dalle due matrici sopprimendone le $(i+1)^{sime}$ verticali, i rapporti $\frac{Y^{(i)}}{Y^{(0)}}$ e $\frac{U^{(i)}}{U^{(0)}}$ saranno anch'essi funzioni differenziali razionali delle z (nel campo di razionalità esteso come si è detto al n° prec.) le quali, *come funzioni di* x, si conserveranno inalterate rispetto a tutte le operazioni del gruppo di razionalità dell'equazione proposta, a meno che non avvenga (e sarà questo il caso di un'operazione rappresentata da una correlazione di S_3) che tutte le funzioni $\frac{Y^{(i)}}{Y^{(0)}}$ si scambino colle analoghe $\frac{U^{(i)}}{U^{(0)}}$.

---

[1] Ossia le α_{ik} coincideranno, a meno di un tal fattore, coi determinanti di 2° ordine formati colle a_{hk}.

In ogni caso però le funzioni simmetriche di queste coppie di rapporti, in particolare le somme $\frac{Y^{(i)}}{Y^{(0)}} + \frac{U^{(i)}}{U^{(0)}}$ e i prodotti $\frac{Y^{(i)}}{Y^{(0)}} \cdot \frac{U^{(i)}}{U^{(0)}}$ saranno certo invarianti, e si esprimeranno perciò razionalmente mediante le p_i, le loro derivate, e il radicale quadratico considerato al n° prec. E di qui seguiranno tosto le espressioni dei mutui rapporti delle $Y^{(i)}$ e delle $U^{(i)}$ colla sola aggiunta al campo di razionalità di un ulteriore radicale quadratico *unico*, perchè quando siano razionalmente noti due rapporti $\frac{Y^{(i)}}{Y^{(0)}}$ e $\frac{U^{(i)}}{U^{(0)}}$, e ridotto perciò il gruppo di razionalità a un gruppo continuo (ossia di sole collineazioni in S_3), devono già risultare razionalmente noti anche tutti i rapporti analoghi, per ogni valore di i).

Ponendo pertanto $\frac{Y^{(i)}}{Y^{(0)}} = (-1)^i q_i$, potremo formare l'equazione differenziale lineare di 4° ordine:

$$(6) \qquad v^{IV} + q_1 v''' + q_2 v'' + q_3 v' + q_4 v = 0$$

i cui coefficienti saranno funzioni razionali delle p_i e loro derivate e dei due radicali quadratici stati successivamente aggiunti al campo di razionalità primitivo; e a quest'equazione dovranno soddisfare tanto le y_k quanto le u_k. Più esattamente, ogni soluzione di quest'equazione differenziale ammetterà, entro una regione abbastanza piccola del campo di razionalità primitivo, *quattro* determinazioni diverse, corrispondenti (in modo ben determinato, finchè restiamo entro quella regione) ai doppi segni dei due radicali stati aggiunti al campo stesso (determinazioni che si ridurranno tuttavia a due sole se l'equazione (4) ha una radice doppia). Le quattro determinazioni che così si ottengono (in generale) per un dato sistema qualunque di soluzioni indipendenti, proseguite analiticamente, si potranno assumere rispett. come coordinate dei due punti (y) e dei due piani (u) appartenenti a una stessa generatrice (z) della rigata R. Se il campo di razionalità primitivo si suppone definito da una certa superficie di Riemann, ogni cammino chiuso sopra questa superficie corrisponderà a un'operazione, in generale non identica, del gruppo monodromico dell' equazione differenziale proposta; e

secondo che questo cammino non produce oppure produce un cambiamento di segno nel secondo dei radicali quadratici considerati, l'operazione stessa si tradurrà geometricamente in una trasformazione collineare o reciproca della rigata R in sè medesima.

5. — Se l'equazione (4) ammette due radici distinte ρ_1, ρ_2, una volta integrata l'equazione differenziale (6), saranno razionalmente note anche le soluzioni della (1), bastando formare perciò i determinanti $(y_h^{(1)} y_k^{(2)})$ relativi a due sistemi, opportunamente scelti, di soluzioni distinte della (6), e dividerli per la funzione razionale $\rho_2 - \rho_1$: si avranno così sei soluzioni distinte della (1), soddisfacenti all'equazione (2).

Ma questo procedimento non è applicabile al caso in cui sia $\rho_1 = \rho_2$, conoscendosi allora, per ogni generatrice (z) della rigata R, soltanto un fascio a cui essa appartiene.

Consideriamo pertanto in tal caso le due diverse determinazioni $y_1 \ldots y_4$ e $u_1 \ldots u_4$ di uno stesso sistema di soluzioni indipendenti dell'equazione (6), corrispondenti al doppio segno dell'unico radicale quadratico che compare ora nelle q_i; queste funzioni potranno assumersi come coordinate rispett. del punto e del piano comune alla generatrice variabile (z) e all'unica tangente quadripunta che ad essa si appoggia. I determinanti $\xi_i = (yy')$ e $\eta_i = (uu')$ ci daranno allora le coordinate rispett. della tangente alla curva γ già considerata nel punto (y), e di quella generatrice della sviluppabile Γ che passa anche per (y). Queste due rette saranno entrambe tangenti a R nel punto (y), e saranno anzi tangenti fra loro *coniugate*, ossia armoniche rispetto alla generatrice (z) e all'altra tangente principale (quadripunta) (ς). Si avranno perciò, fra le coordinate di queste quattro rette, relazioni del tipo:

$$z_i = \varphi(\xi_i + \chi\eta_i) \qquad \varsigma_i = \psi(\xi_i - \chi\eta_i)$$

dove φ, ψ, χ sono certe funzioni della variabile indipendente x.

La determinazione di χ si effettua facilmente in base alla duplice condizione che le z_i e le ς_i devono soddisfare alle equazioni (3), e le z_i devono anche annullare il discriminante della (4). Siccome le (3) sono omogenee rispetto alle ς_i, e continuano pure a sussistere se le z_i si moltiplicano tutte per uno stesso fattore,

eventualmente anche funzione della x, così si può prescindere in questo calcolo dai fattori φ e ψ.

Ora, delle equazioni (3), le prime tre e l'ultima sono verificate identicamente qualunque sia χ. Per l'ultima, ciò è evidente; per le prime tre, ciò segue anche dall'osservazione geometrica, che la rigata descritta dalla retta $(\xi \pm \chi\,\eta)$ al variare della χ ha sempre le rette (ξ) e (η) per tangenti coniugate, e quindi le infinite posizioni assunte in corrispondenza dalla retta $(\xi \mp \chi\,\eta)$ per tangenti principali (benchè in generale non quadripunte).

Rimane la quarta di quelle equazioni:

$$\varsigma_1 z_2''' + \ldots = 0$$

la quale dà:

$$(\xi_1 - \chi\eta_1)(\xi_2''' + \chi\eta_2''' + 3\chi'\eta_2'' + 3\chi''\eta_2' + \chi''') + \ldots = 0.$$

D'altra parte si ha identicamente $f\binom{\xi^{(p)}}{\xi^{(q)}} = 0$, finchè gli indici di derivazione p, q hanno somma $p + q \leq 3$. Analoghe relazioni si hanno pure fra le η_i; e si ha altresì:

$$f\binom{\xi}{\eta} = 0 \qquad f\binom{\xi}{\eta'} = 0$$

perchè le rette (ξ) e (η) si incontrano, e inoltre il fascio di rette $(\eta + k\eta')$, essendo contenuto nel piano (u) tangente in (y) alla rigata R (senza avere tuttavia (y) per centro), ha anch'esso tutte le sue rette incidenti alla (ξ).

Rimane perciò soltanto:

$$\chi\left[f\binom{\xi}{\eta'''} - f\binom{\xi'''}{\eta}\right] - 3\chi' f\binom{\xi}{\eta''} = 0$$

e di qui si ricava subito il rapporto $\frac{\chi'}{\chi}$, che si trova eguale ad una funzione razionalmente nota, perchè rapporto di forme bilineari risultanti dalla polarizzazione della f, e contenenti variabili le quali sono cogredienti alle z_i (a meno di fattori costanti) rispetto alle operazioni del gruppo di razionalità dell'equazione (1).

D'altra parte al discriminante dell'equazione (4) — ossia

del sistema (3) — si può dare la forma di determinante di 4° ordine:

$$\left| f\binom{z^{(p)}}{z^{(q)}} \right| \qquad (p, q = 0,1,2,3).$$

Sostituendo pertanto alle z_i i binomi $\xi_i + \chi\eta_i$, eliminando le derivate di χ per mezzo dell'espressione razionale trovata di $\frac{\chi'}{\chi}$ e delle altre che se ne deducono per derivazione, ed eguagliando a zero, si ha per χ un'equazione algebrica di 4° grado, la quale si riduce al 2° sopprimendo il fattore χ^2 che risulta comune a tutti i termini. Quest'equazione determina perciò la funzione χ, colla sola aggiunta al campo di razionalità della radice quadrata di una funzione razionale.

Infine, i sei binomi $\xi_i + \chi\eta_i$ così determinati non potranno differire che per uno stesso fattore φ da altrettante soluzioni z_i dell'equazione differenziale (1). Formando pertanto l'equazione differenziale lineare di 6° ordine alla quale soddisfanno quelle sei funzioni $\xi_i + \chi\eta_i$:

$$\bar{z}^{\text{vi}} + \bar{p}_1 \bar{z}^{\text{v}} + \ldots = 0;$$

questa dovrà trasformarsi nella (1) colla sostituzione $\bar{z} = \frac{z}{\varphi}$. E perchè ciò avvenga, deve essere:

$$\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{\bar{p}_1 - p_1}{6}.$$

Riprendiamo ora una qualunque delle equazioni, da noi date al n° 3, che esprimevano le y_k in funzione $\left(\text{omogenea, di grado } \frac{1}{2}\right)$ delle z_i e loro derivate. Introducendovi in luogo delle z_i i prodotti $\varphi(\xi_i + \chi\eta_i)$, ed eliminando tutte le derivate di φ per mezzo di quest'ultima relazione e delle altre che se ne possono dedurre, riusciremo a determinare φ stessa razionalmente.

Concludiamo pertanto:

L'integrazione dell'equazione differenziale (1) *avente un sistema di soluzioni indipendenti legate dalla relazione* (2) — e non

da altre relazioni quadratiche — *si riconduce con due successive estrazioni di radici quadrate alla sola integrazione di un'equazione differenziale lineare del* 4° *ordine, che può essere affatto generale.*

6. — Supponiamo ora invece che la rigata R sia una sviluppabile, e che perciò, oltre alla (2), sia soddisfatta identicamente anche la relazione:

$$f(z') \equiv z_1' z_2' + z_3' z_4' + z_5' z_6' = 0.$$

I punti di R essendo ora tutti parabolici, le tangenti principali del 2° sistema coincideranno colle generatrici (z). Però in questo caso le derivate $z_i'(x)$ potranno a loro volta assumersi come coordinate di una seconda retta variabile, la quale si appoggerà alla generatrice (z) e apparterrà al fascio determinato da questa e dalla generatrice consecutiva. Gli infiniti punti (zz'), centri di questi fasci, avranno per luogo lo spigolo di regresso della sviluppabile R, della qual linea le stesse generatrici (z) e i piani (zz') (tangenti ad R) saranno rispett. le tangenti e i piani osculatori.

Indicando pertanto con y_h e u_h le coordinate rispett. del punto e del piano (zz'), potremo porre, analogamente a quanto si è fatto al n° 3:

$$y_1 = \frac{z_1' z_2 + z_3' z_4 + z_5' z_6}{[z_2 z_4' z_6'']^{\frac{1}{2}}} \quad y_2 = \frac{(z_4 z_6')}{[z_2 z_4' z_6'']^{\frac{1}{2}}} \quad y_3 = \frac{(z_6 z_2')}{[z_2 z_4' z_6'']^{\frac{1}{2}}} \quad y_4 = \frac{(z_2 z_4')}{[z_2 z_4' z_6'']^{\frac{1}{2}}}$$

$$u_1 = \frac{z_1 z_2' + z_3 z_4' + z_5 z_6'}{[z_1 z_3' z_5'']^{\frac{1}{2}}} \quad u_2 = \frac{(z_3 z_5')}{[z_1 z_3' z_5'']^{\frac{1}{2}}} \quad u_3 = \frac{(z_5 z_1')}{[z_1 z_3' z_5']^{\frac{1}{2}}}. \quad u_4 = \frac{(z_1 z_3')}{[z_1 z_3' z_5'']^{\frac{1}{2}}}$$

e allora sarà precisamente:

$$z_1 = (y_1 y_2') = (u_3 u'_4) \qquad \ldots\ldots$$

Ora, il sistema formato dagli infiniti punti (y) e dagli infiniti piani (u) è legato proiettivamente alla sviluppabile R (come, nel caso precedente, la linea γ e la sviluppabile Γ). Con un ragio-

namento analogo potremo perciò concludere che le y_k e le u_k saranno ancora soluzioni di un'equazione differenziale lineare del 4° ordine, i cui coefficienti saranno formati razionalmente mediante le p_i, le loro derivate, e la radice quadrata di una funzione razionale di queste stesse quantità. Supposta integrata quest'ultima equazione, se ne dedurranno immediatamente le soluzioni z_i della (1), mediante le relazioni:

$$z_1 = (y_1 y_2') = (u_3 u_4') \qquad \ldots\ldots$$

Queste relazioni mostrano altresì che l'equazione differenziale lineare di 4° ordine da costruirsi deve avere l' equazione proposta (1) per *seconda associata* ([1]); e anzi le due diverse forme assunte da questa stessa equazione differenziale di 4° ordine, corrispondentemente al doppio segno dell'unico radicale quadratico che compare nei suoi coefficienti, saranno tali che una qualunque di esse coinciderà, a meno di un fattore comune a tutte le soluzioni, coll'aggiunta (e colla prima associata) dell'altra. Infatti le u_h, potendosi considerare come coordinate del piano osculatore (variabile) alla curva descritta dal punto (y), non potranno differire dai determinanti $[y_i\, y_k'\, y_l'']$, ovvero anche dai rapporti $\frac{[y_i\, y_k'\, y_l'']}{D(y_1\, y_2\, y_3\, y_4)}$ (dove $h\ i\ k\ l$ è una permutazione di classe costante dei primi quattro numeri naturali), che per uno stesso fattore (funzione, in generale, della x).

Si presenta perciò naturale l'idea di calcolare direttamente, in questo caso, l'equazione differenziale di 4° ordine (6), valendosi della sua proprietà di dover avere la (1) come seconda associata. E per questo conviene applicare anzitutto alla (1) un'opportuna trasformazione $z = \rho\overline{z}$, in seguito alla quale le due forme assunte dalla corrispondente equazione (6) dovranno risultare ciascuna in pari tempo aggiunta e prima associata dell'altra, avendo altresì la trasformata della (1) per comune seconda associata. Il relativo calcolo resterà così anche facilitato, come ora appunto vedremo.

([1]) Cfr. SCHLESINGER, Op. e vol. cit., p. 127. Il concetto delle equazioni differenziali lineari associate di una data è dovuto a FORSYTH (" Phil. Trans. ", vol. 179, 1888, p. 420 e seg.). V. anche CRAIG, *A Treatise on linear differential equations*, I (1889), p. 471 e seg.

7. — È noto che le soluzioni dell'equazione prima associata di una data equazione differenziale lineare di ordine qualsiasi:

$$v^{(n)} + q_1 v^{(n-1)} + \ldots = 0$$

si ottengono da quelle della corrispondente equazione aggiunta, moltiplicandole per il fattore $D(v_1 v_2 \ldots v_n) = e^{-\int q_1 dx}$ [1]. Perchè dunque queste due equazioni (rispett. prima associata e aggiunta della proposta) coincidano, è necessario e sufficiente che quel fattore si riduca a una costante; e per questo deve essere $q_1 = 0$. Noi indicheremo perciò ancora con $y_k(x)$ le coordinate di un punto variabile dello spigolo di regresso della sviluppabile R — coordinate che saranno appunto certe funzioni della variabile x, a noi per ora sconosciute, ma determinate a meno di un fattore comune —; e converremo precisamente di disporre di questo fattore in modo che il determinante $D(y_1 y_2 y_3 y_4)$ risulti eguale a una data costante, sia p. e. $= 1$.

Con questa scelta delle y_k si avrà pur sempre:

$$z_i = \rho(y_h y_k')$$

dove ρ è una certa funzione della variabile x, e gli indici i, h, k, sono scelti in modo opportuno, p. e. come al n° 3.

Di qui si trae:

$$z_i' = \rho(y_h y_k'') + \rho'(y_h y_k')$$

$$z_i'' = \rho[(y_h y_k''') + (y'_h y_k'')] + 2\rho'(y_h y_k'') + \rho''(y_h y_k');$$

e quindi:

$$z_1'' z_2'' + z_3'' z_4'' + z_5'' z_6'' = \rho^2 . D(y_1 y_2 y_3 y_4) = \rho^2.$$

Ora, il primo membro di quest'ultima relazione è una funzione differenziale razionale delle z_i, che si comporta moltiplicativamente rispetto alle operazioni del gruppo di razionalità dell'equazione (1); la sua derivata logaritmica sarà perciò razio-

[1] Schlesinger, Op. e vol. cit., p. 135.

nalmente nota, ossia eguale a una funzione razionale σ delle p_i e loro derivate (la quale potrà effettivamente calcolarsi) [1]. Se noi dunque poniamo:

$$z = \rho \bar{z} = e^{\frac{1}{2}\int \sigma dx} . \bar{z}$$

trasformeremo la (1) in una nuova equazione differenziale lineare di 6° ordine:

$$(1') \qquad \bar{z}^{\text{vi}} + \bar{p}_1 \bar{z}^{\text{v}} + \bar{p}_2 \bar{z}^{\text{iv}} + \ldots + \bar{p}_6 \bar{z} = 0$$

i cui coefficienti apparterranno ancora allo stesso campo di razionalità primitivo $\left(\text{perchè è razionale la derivata logaritmica } \frac{\rho'}{\rho} = \frac{1}{2}\sigma\right)$, e le cui soluzioni $\bar{z}_i = \frac{z_i}{\rho}$ saranno legate alle y_h dalle relazioni:

$$\bar{z}_i = (y_h y_k') ;$$

sicchè la (1′) sarà precisamente la seconda associata dell'equazione (6) da costruirsi (alla quale devono soddisfare le funzioni $y_h(x)$).

D'altra parte, essendosi supposto $D(y_1 y_2 y_3 y_4) = 1$, quest'equazione (6) dovrà mancare del termine contenente la derivata y'''; e (scritta con coefficienti binomiali) avrà perciò la forma:

$$(6') \qquad y^{\text{iv}} + 6 q_2 y'' + 4 q_3 y' + q_4 y = 0,$$

---

[1] Per calcolarla, basta derivare successivamente più volte le relazioni $f(z) = 0$ e $f(z') = 0$, eliminando sempre le derivate di 6° ordine, non appena compaiono, mediante la (1). Avremo così delle equazioni lineari omogenee nelle forme bilineari $f\binom{z^{(m)}}{z^{(n)}}$ per $m, n \leq 5$, i coefficienti di queste forme essendo funzioni razionali delle p_i e loro derivate. Dopo esserci procurato un numero sufficiente di equazioni distinte (e se ne troveranno certo abbastanza) potremo dedurne razionalmente l'espressione del rapporto di due qualunque di queste forme, e in particolare il rapporto $2 f\binom{z''}{z'''} : f(z'') = \sigma$.

La sua aggiunta (e prima associata) sarà allora:

$$(6'') \quad u^{IV} + 6q_2u'' + 4(3q_2' - q_3)u' + (q_4 + 6q_2'' - 4q_3')u = 0.$$

Halphen, nella Memoria: *Sur les invariants des équations différentielles linéaires du quatrième ordre* (Acta Math., III, 1883, p. 328 e seg.) ha costruita appunto l'equazione differenziale lineare seconda associata della (6'), la quale è del 6° ordine quando l'invariante $2q_3 - 3q_2'$ è diverso da zero, ossia quando le tangenti alla curva integrale della (6') stessa non appartengono (e così è appunto nel nostro caso) a un complesso lineare. Quest'equazione differenziale fu da lui messa sotto la forma:

$$Z' - \frac{2q_3' - 3q_2''}{2q_3 - 3q_2'} Z - 2(2q_3 - 3q_2')(z'' + 6q_2z' + 4q_3z) = 0$$

dove:

$$Z = (z''' + 6q_2z' + 4q_3z)'' + 6q_2(z''' + 6q_2z' + 4q_3z) - 4q_4z' - 2q_4'z.$$

Scrivendola per disteso si ha:

$$z^{VI} - \frac{2q_3' - 3q_2''}{2q_3 - 3q_2'} z^{V} + 12q_2z^{IV} + \left(30q_2' - 12q_2\frac{2q_3' - 3q_2''}{2q_3 - 3q_2'}\right)z'''$$

$$+ \left[18q_2'' + 12q_3' + 36q_2^2 - 4q_4 - \frac{2q_3' - 3q_2''}{2q_3 - 3q_2'}(12q_2' + 4q_3)\right]z''$$

$$+ \left[6q_2''' + 12q_3'' + 72q_2q_2' + 24q_2q_3 - 6q_4' - \right.$$

$$\left. - \frac{2q_3' - 3q_2''}{2q_3 - 8q_2'}(6q_2'' + 8q_3' + 36q_2^2 - 4q_4) - 12q_2(2q_3 - 3q_2')\right]z'$$

$$+ \left[4q_3''' + 24(q_2q_3' + q_2'q_3) - 2q_4'' - \right.$$

$$\left. - \frac{2q_3' - 3q_2''}{2q_3 - 3q_2'}(4q_3'' + 24q_2q_3 - 2q_4') - 8q_3(2q_3 - 3q_2')\right]z = 0.$$

Questa stessa equazione è anche (come si può facilmente verificare) seconda associata della (6''). Del resto, potendosi assumere come soluzioni indipendenti di quest'ultima equazione i subdeterminanti Y_{h3} delle y_h''' in $D(y_1\, y_2\, y_3\, y_4)$, le cui derivate Y'_{h3}

non sono altro che i subdeterminanti Y_{h2} delle y_h'' cambiati di segno, ne segue che i determinanti $Y_{h3}\,Y'_{k3} - Y'_{h3}\,Y_{k3} = Y_{h2}\,Y_{k3} - Y_{h3}\,Y_{k2}$ saranno minori contenuti nell'aggiunto di D; e perciò, essendo $D = 1$, saranno eguali rispett. ai determinanti $(y_l\, y_m')$, dove $h\ k\ l\ m$ si suppone una permutazione pari dei quattro indici 1, 2, 3, 4.

Eguagliando pertanto i coefficienti di $z^{v}, z^{iv}, \ldots$ in quest'ultima equazione alle funzioni $\bar{p}_1, \bar{p}_2, \ldots$ che compaiono nella (1'), avremo un sistema di equazioni (sovrabbondanti) nelle q_i e loro derivate, dalle quali si potranno ricavare i coefficienti dell'equazione (6') da costruirsi. E si dovranno anzi trovare per le q_i due diversi sistemi di valori, corrispondenti alle equazioni (6') e (6'') mutualmente aggiunte.

Anzitutto, eguagliando i coefficienti di z^{iv}, si ha:

$$q_2 = \frac{1}{12}\,\bar{p}_2.$$

E eguagliando i coefficienti di z^{v}:

$$\frac{2q_3' - 3q_2''}{2q_3 - 3q_2'} = -\,\bar{p}_1 \quad \text{da cui:} \quad 2q_3 - 3q_2' = e^{-\int \bar{p}_1 dx}.$$

Ora, il passaggio dall'equazione (1) alla (1') — le cui soluzioni differiscono da quelle della (1) per uno stesso fattore moltiplicativo ρ — ha per effetto di restringere il gruppo di razionalità a quelle sole sostituzioni che lasciano inalterata la funzione $f(\bar{z}'')$ — che risulta $= 1$ — e quindi anche tutte le altre $f\left(\frac{\bar{z}^{(m)}}{\bar{z}^{(n)}}\right)$. Queste sostituzioni hanno tutte il determinante eguale a ± 1; e si ha anzi l'uno o l'altro di questi due casi, secondo che la sostituzione viene rappresentata geometricamente da una collineazione o da una reciprocità dello spazio S_3 [1]. Da ciò si trae

[1] Un esempio di questo secondo caso è dato dalla sostituzione che si limita a scambiare fra loro le due variabili $\bar{z}_1$ e $\bar{z}_2$ (conservando inalterate le rimanenti): essa è rappresentata geometricamente dalla polarità rispetto al complesso lineare $\bar{z}_1 - \bar{z}_2 = 0$. Per rendere il determinante della sostituzione eguale a $+1$, bisognerebbe introdurre come fattore in tutte le $\bar{z}$ una radice sesta dell'unità negativa, p. e. $i = \sqrt{-1}$: ma allora la forma f si riprodurrebbe cambiata di segno (o moltiplicata per altro fattore numerico).

che il determinante $D(\bar{z}_1 \bar{z}_2 \dots \bar{z}_6)$, che è appunto $= e^{-\int \bar{p}_1 dx}$, dovrà risultare invariante a meno del segno per tutte le operazioni del gruppo di razionalità dell'equazione (1'); il suo quadrato sarà perciò una funzione razionale φ delle $\bar{p}_i$ e loro derivate (quindi anche delle p_i e loro derivate) [1], e la $\bar{p}_1$ sarà non soltanto una funzione razionale del campo primitivo, ma anche *la derivata logaritmica della radice quadrata di una funzione razionale* $\left(\frac{1}{\varphi}\right)$ di questo campo.

Avremo quindi:

$$\{ D(\bar{z}_1 \bar{z}_2 \dots \bar{z}_6) \}^2 = \varphi = e^{-2\int \bar{p}_1 dx}$$

e perciò:

$$2q_3 - 3q_2' = e^{-\int \bar{p}_1 dx} = \sqrt{\varphi}$$

dove la funzione razionale φ risulterà già determinata dalla $\bar{p}_1$ (che è nota) a meno di una costante moltiplicativa (e sarà poi completamente determinata in seguito). E di qui si trae ancora:

$$q_3 = \frac{1}{2}\left(3q_2' + \sqrt{\varphi}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\bar{p}_2'}{4} + \sqrt{\varphi}\right) .$$

sicchè al doppio segno del radicale corrispondono appunto due diverse determinazioni di q_3.

Eguagliando i coefficienti di z''' si ha soltanto la condizione:

$$\bar{p}_3 = \frac{5}{2}\bar{p}_2' + \bar{p}_1 \bar{p}_2$$

alla quale dovranno soddisfare identicamente le $\bar{p}_i$, se la (1') è seconda associata di un'equazione differenziale lineare di 4° ordine priva del 2° termine. Dal confronto dei coefficienti di z'' si ricava poi:

$$\bar{p}_4 = 18q_2'' + 12q_3' + 36q_2^2 - 4q_4 + \bar{p}_1(12q_2' + 4q_3)$$

---

[1] Ciò segue anche dal fatto che questo quadrato può ottenersi, a meno del segno, come prodotto dei due determinanti $D(\bar{z}_1 \bar{z}_2 \bar{z}_3 \bar{z}_4 \bar{z}_5 \bar{z}_6)$ e $D(\bar{z}_2 \bar{z}_1 \bar{z}_4 \bar{z}_3 \bar{z}_6 \bar{z}_5)$. Eseguendo questo prodotto per orizzontali, tutti gli elementi risultano funzioni del tipo $2f\left(\frac{\bar{z}^{(m)}}{\bar{z}^{(n)}}\right)$, e sono perciò razionali.

e quindi:

$$q_4 = \frac{3}{4}\bar{p}_2'' + \frac{1}{16}\bar{p}_2^2 + \bar{p}_1\left(\frac{3}{8}\bar{p}_2' - \sqrt{\varphi}\right) - \frac{1}{4}\bar{p}_4 .$$

Sostituendo infine queste espressioni nei coefficienti di z' e di z ed eguagliando questi ultimi rispett. a $\bar{p}_5$ e $\bar{p}_6$, si hanno due nuove equazioni, dalla prima delle quali scompare la φ, restando soltanto la condizione ulteriore:

$$\bar{p}_5 = \bar{p}_1\bar{p}_4 - \frac{3}{2}\bar{p}_4' - \frac{5}{2}\bar{p}_2''' - \frac{9}{4}(\bar{p}_1\bar{p}_2')' - \frac{3}{2}(\bar{p}_2'' + \bar{p}_1\bar{p}_2')\bar{p}_1$$

mentre l'altra equazione può mettersi sotto la forma:

$$\varphi = \frac{1}{4}\left\{\frac{1}{4}\bar{p}_2'^2 - \bar{p}_2^{\mathrm{IV}} - \frac{3}{4}(\bar{p}_1\bar{p}_2')'' + \frac{1}{2}\bar{p}_4''\right.$$

$$\left. - \bar{p}_1\left[\bar{p}_2''' + \frac{3}{4}(\bar{p}_1\bar{p}_2')' - \frac{1}{2}\bar{p}_4'\right] - \bar{p}_6\right\}$$

e determina perciò completamente la funzione razionale φ, nella quale era ancora indeterminato un fattore costante.

Le due determinazioni di q_3 e q_4 corrispondenti al doppio segno del radicale $\sqrt{\varphi}$ conducono precisamente a due equazioni mutuamente aggiunte, come le (6') e (6''). Infatti, supponendo dato a quel radicale, nelle espressioni trovate per q_3 e q_4, un segno determinato, si ha:

$$3q_2' - q_3 = \frac{1}{2}(3q_2' - \sqrt{\varphi}) = \frac{1}{2}\left(\frac{\bar{p}_2'}{4} - \sqrt{\varphi}\right)$$

$$q_4 + 6q_2'' - 4q_3' = q_4 + 2\bar{p}_1(2q_3 - 3q_2') = q_4 + 2\bar{p}_1\sqrt{\varphi} =$$

$$= \frac{3}{4}\bar{p}_2'' + \frac{1}{16}\bar{p}_2^2 + \bar{p}_1\left(\frac{3}{8}\bar{p}_2' + \sqrt{\varphi}\right) - \frac{1}{4}\bar{p}_4 .$$

Calcolata dunque l'espressione della funzione $\frac{2\rho'}{\rho} = \frac{d}{dx}\log f(z'')$, ed eseguita la trasformazione $z = \rho\bar{z}$, le equazioni (6') e (6'') si potranno formare immediatamente.

8. — Si abbia ora un' equazione differenziale lineare del 5° ordine:

$$z^{v} + p_1 z^{iv} + \ldots + p_5 z = 0 \tag{1}$$

dove le p_i sono sempre date funzioni della variabile indipendente x, le quali determineranno un certo campo di razionalità. Si supponga inoltre che cinque soluzioni indipendenti di questa equazione siano legate da una relazione quadratica omogenea a coefficienti costanti e di discriminante non nullo, e che fra le stesse soluzioni non passino altre relazioni di questo tipo. Quella relazione sarà allora invariante rispetto a tutte le operazioni del gruppo di razionalità dell'equazione differenziale proposta; e noi potremo scegliere in infiniti modi cinque soluzioni indipendenti $z_1, z_2, \ldots z_5$ e una sesta soluzione z_6 legata alle precedenti dall'equazione lineare omogenea:

$$\sum_i a_i z_i = 0 \tag{2}$$

nella quale le a_i sono certe costanti, e in particolare $a_6 \neq 0$, in guisa tale che la detta relazione quadratica assuma la forma:

$$f \equiv z_1 z_2 + z_3 z_4 + z_5 z_6 = 0. \tag{3}$$

Interpretando pertanto le funzioni $z_i(x)$, come già si è fatto al n° 3, quali coordinate Plückeriane omogenee di una retta in S_3, verremo a costruire una rigata integrale R dell'equazione differenziale (1), la quale starà nel *complesso lineare non speciale* rappresentato dall'equazione (2) [1], e non in altri complessi lineari. Il gruppo di razionalità dell'equazione (1) sarà nel caso più generale un gruppo ∞^{11}, le cui operazioni potranno rappresentarsi analiticamente mediante le sostituzioni lineari delle sei variabili z_i che mutano in sè stessa ciascuna delle equazioni

[1] Questo complesso lineare sarebbe speciale quando fosse nullo il trinomio $a_1 a_2 + a_3 a_4 + a_5 a_6$, il quale, a meno di un fattore numerico, non è altro che il discriminante (da noi supposto $\neq 0$) dell'equazione quadratica che si ottiene eliminando la z_6 (o anche un'altra delle z_i) fra le equazioni (1) e (2).

(2) e (3). Geometricamente, queste sostituzioni si tradurranno nelle ∞^{10} collineazioni di S_3 che trasformano in sè stesso il complesso lineare (2).

La rigata R sarà anche in questo caso una rigata gobba o una sviluppabile, secondo che la funzione $z_1' z_2' + z_3' z_4' + z_5' z_6'$ (certo razionalmente nota) non è, oppure è identicamente nulla. E si potranno anche qui ripetere, con lievi modificazioni, le varie considerazioni dei n[i] 3-7, riducendosi essenzialmente all'integrazione di un'equazione differenziale lineare del 4° ordine, la quale non apparterrà però al tipo più generale, ma avrà invece anch'essa un gruppo di razionalità al più ∞^{11}, le cui operazioni si rappresenteranno geometricamente mediante omografie di S_3 trasformanti in sè un complesso lineare di rette [1], — Noi ci limiteremo qui a mostrare come il caso in cui R sia una rigata gobba contenuta in un complesso lineare possa facilmente ridursi a quello di una sviluppabile contenuta nello stesso complesso, e come a quest'ultimo caso possa applicarsi la stessa trattazione del n. 7, con talune semplificazioni.

9. — È noto [2] che sopra ogni rigata gobba contenuta in un complesso lineare vi è un'asintotica (la quale può anzi spezzarsi analiticamente in due linee siffatte), le cui tangenti appartengono a quel medesimo complesso. La sviluppabile formata da queste tangenti è l'intersezione del complesso lineare considerato colla congruenza delle tangenti principali (del 2° sistema) della rigata proposta; e il LIE ha appunto osservato per primo che la rigata intersezione di questi due enti è una sviluppabile, e il suo spigolo di regresso è perciò un'asintotica della rigata proposta.

Il caso in cui le sei soluzioni z_i dell'equazione differenziale (1) *non* soddisfanno alla relazione $z_1' z_2' + z_3' z_4' + z_5' z_6' = 0$

---

[1] In una Memoria recente del sig. MAROTTE, *Les équations différentielles linéaires et la théorie des groupes* (" Ann. de la Fac. de Sc. de Toulouse ", t. XII, 1898) è stata data una classificazione completa delle equazioni differenziali lineari del 4° ordine (o di ordine inferiore), in base alla considerazione del relativo gruppo di razionalità. Le equazioni che qui si presentano appartengono alla categoria ivi designata come VI (cap. VIII).

[2] LIE, *Ueber Complexe, insbesondere Linien- und Kugelcomplexe.....*, " Math. Ann. ", 5, p. 179.

potrà pertanto ricondursi a quello in cui questa relazione è invece verificata, mediante una trasformazione alla quale corrisponda geometricamente il passaggio dalla rigata gobba R contenuta nel complesso lineare (2) alla sviluppabile intersezione di questo stesso complesso colla congruenza delle tangenti principali di R [1].

Quelle tangenti principali (ς) di R nei punti di una generatrice (z), che appartengono in pari tempo al complesso lineare (2), sono determinate dalle cinque equazioni:

$$f\binom{z}{\varsigma}=0 \qquad f\binom{z'}{\varsigma}=0 \qquad f\binom{z''}{\varsigma}=0$$

$$\sum_i a_i\varsigma_i=0 \qquad\qquad f(\varsigma)=0$$

le quali dànno per i mutui rapporti delle coordinate ς_i (come funzioni delle z_i e loro derivate) due determinazioni in generale distinte, e coincidenti solo quando la corrispondente generatrice (z) è singolare — si appoggia cioè alla successiva — (il che non può avvenire per *ogni* generatrice, ove R non sia una sviluppabile). E le ς_i, così determinate a meno di un fattore (funzione di x), dovranno soddisfare identicamente all'equazione:

$$(5) \qquad \varsigma_1'\varsigma_2'+\varsigma_3'\varsigma_4'+\varsigma_5'\varsigma_6'=0 \text{ [2]}$$

come risulta da semplici considerazioni geometriche (dovendo le rette (ς) formare una sviluppabile), e come si può anche dimostrare analiticamente [3].

Volendo disporre in modo determinato di questo fattore tuttora arbitrario nelle ς_i, possiamo imporre fra le ς_i stesse una

---

[1] Dal punto di vista analitico, questa trasformazione ridurrà l'equazione differenziale proposta ad un'altra *di rango massimo rispetto alla forma f*.

[2] Essendo verificate anche le relazioni $f(\varsigma)=0$ e $f\binom{\varsigma}{\varsigma'}=0$, è chiaro che l'equazione $f(\varsigma')=0$ continuerà a sussistere quando le ς_i si moltiplichino tutte per uno stesso fattore, anche se questo fattore fosse una funzione della x.

[3] Cfr. ad es. Voss, *Zur Theorie der windschiefen Flächen* („Math. Ann. „, 8, 1875, p. 78-79).

relazione non omogenea (compatibile colle precedenti); ad es. possiamo assegnare ad arbitrio il valore della forma bilineare $f\binom{z''}{\varsigma}$. In particolare, osservando che per ogni operazione del gruppo di razionalità dell' equazione (1) le variabili z_i e ς_i devono subire rispett. due sostituzioni lineari a coefficienti proporzionali, possiamo rendere queste sostituzioni identiche, e le due serie di variabili perciò cogredienti, imponendo ad es. la relazione:

$$f\binom{z'''}{\varsigma} = f(z').$$

E allora potremo ricavare le ς_i espresse *razionalmente* mediante le z_i e loro derivate e la radice quadrata di una funzione razionale dei coefficienti p_i e loro derivate (la quale non sarà altro che il discriminante del sistema (4)). L'aggiunta di questo radicale al campo di razionalità corrisponde alla separazione delle due sviluppabili di rette (ς).

Le sei variabili ς_i saranno pertanto legate dalle relazioni

$$\sum_i a_i \varsigma_i = 0 \qquad f(\varsigma) = 0 \qquad f(\varsigma') = 0;$$

e le operazioni del gruppo di razionalità dell'equazione (1) determineranno su di esse sostituzioni lineari a coefficienti costanti identiche a quelle delle z_i, e trasformanti perciò in sè ciascuna di queste equazioni. Eliminando ad es. la ς_6 per mezzo della prima equazione, possiamo ridurci a un gruppo di sostituzioni lineari delle sole $\varsigma_1, \varsigma_2, \ldots \varsigma_5$, rispetto alle quali saranno invarianti i mutui rapporti dei determinanti di 5° ordine estratti dalla matrice:

$$\left| \begin{matrix} \varsigma_1^{\text{v}} & \varsigma_1^{\text{iv}} & \varsigma_1''' & \varsigma_1'' & \varsigma_1' & \varsigma_1 \\ \varsigma_2^{\text{v}} & \varsigma_2^{\text{iv}} & \varsigma_2''' & \varsigma_2'' & \varsigma_2' & \varsigma_2 \\ \varsigma_3^{\text{v}} & \varsigma_3^{\text{iv}} & \varsigma_3''' & \varsigma_3'' & \varsigma_3' & \varsigma_3 \\ \varsigma_4^{\text{v}} & \varsigma_4^{\text{iv}} & \varsigma_4''' & \varsigma_4'' & \varsigma_4' & \varsigma_4 \\ \varsigma_5^{\text{v}} & \varsigma_5^{\text{iv}} & \varsigma_5''' & \varsigma_5'' & \varsigma_5' & \varsigma_5 \end{matrix} \right|$$

Questi rapporti saranno pertanto funzioni differenziali razionali delle z_i, le quali si manterranno invariate come funzioni di x rispetto a tutte le operazioni del gruppo di razionalità dell'equazione (1). Essi potranno perciò esprimersi razionalmente mediante le p_i e loro derivate e il radicale quadratico stato aggiunto al campo di razionalità primitivo. E di qui si trae che le ς_i (non esclusa la ς_6) saranno soluzioni di un'equazione differenziale lineare del 5° ordine, la quale potrà formarsi razionalmente, a meno di un'estrazione di radice quadrata, quando sia data la (1). La rigata integrale di questa nuova equazione differenziale sarà una sviluppabile, e risulta così effettuata la trasformazione che ci eravamo proposti di eseguire per l'equazione (1).

10. — Supponiamo ora che l'equazione differenziale (1) del n° 8 abbia per rigata integrale R una sviluppabile (abbia cioè il rango *due* rispetto alla relazione quadratica che si suppone esistere fra cinque sue soluzioni distinte). Anche in questo caso, come già al n° 6, l'equazione (1) potrà considerarsi come seconda associata di un'equazione differenziale lineare del 4° ordine, avente per curva integrale lo spigolo di regresso di R. Anzi, poichè le tangenti di questa curva (ossia le generatrici di R) appartengono ora a un complesso lineare, ogni punto della curva stessa avrà il relativo piano osculatore per piano polare rispetto a questo complesso (1); e quella curva sarà perciò proiettivamente identica alla varietà dei suoi piani osculatori. Analiticamente, questo si traduce nel fatto che l'equazione di 4° ordine da costruirsi *dovrà coincidere colla propria aggiunta* (a meno eventualmente di un fattore comune a tutte le soluzioni); proprietà che risulta anche per altra via, poichè, riducendosi la seconda associata dal 6° al 5° ordine, deve essere nullo l'invariante a_3 di FORSYTH-BRIOSCHI (2) — che per l'equa-

(1) Cfr. LIE, " Verhand. d. Ges. d. Wiss. zu Christiania ", 1871; come pure il lav. cit. dei " Math. Ann. ", vol. 5, p. 154.

(2) FORSYTH, " Phil. Trans. ", t. 179, 1888; BRIOSCHI, " Acta Math. ", vol. 14, 1890-91, p. 237. Per questa proprietà si veda in part. la Mem. cit. di HALPHEN, nel vol. 3° degli " Acta Math. ". Per l'equazione (6') del n° 7 sarebbe $a_3 = q_3 - \frac{3}{2} q_2'$; e se questo invariante si annulla, la seconda associata della stessa (6') si riduce appunto al 5° ordine (e inversamente).

zione di 4° ordine è l'unico invariante di indice dispari — e l'equazione stessa deve perciò trasformarsi nella propria aggiunta con una sostituzione $y = \rho u$.

Noi possiamo anzi far sì che l'equazione differenziale lineare di 4° ordine che costruiremo coincida addirittura colla propria aggiunta (e prima associata).

Indichiamo perciò ancora con $y_h(x)$ le coordinate di un punto variabile dello spigolo di regresso della sviluppabile R, disponendo del fattore comune arbitrario in tali coordinate in modo che sia $D(y_1\, y_2\, y_3\, y_4) = 1$. Le y_h saranno allora soluzioni distinte di un' equazione differenziale lineare del 4° ordine, priva di 2° termine:

$$y^{\text{IV}} + 6q_2 y'' + 4q_3 y' + q_4 y = 0 \tag{6}$$

i cui coefficienti dovranno altresì soddisfare alla condizione:

$$2q_3 - 3q_2' = 0 \tag{7}$$

la quale esprime che le tangenti della curva integrale appartengono a un complesso lineare [1]. Potremo perciò scrivere:

$$y^{\text{IV}} + 6q_2 y'' + 6q_2' y' + q_4 y = 0 \tag{6'}$$

dalla qual forma risulta evidente che l'equazione stessa coincide colla propria aggiunta.

L'equazione proposta (1) ammetterà pertanto sei soluzioni z_i — fra cui cinque indipendenti — legate alle y_h da relazioni del tipo:

$$z_i = \rho(y_h y_k')$$

e soddisfacenti perciò alle equazioni $f(z) = f(z') = 0$. Di più si avrà, come al n° 7:

$$\rho^2 = z_1'' z_2'' + z_3'' z_4'' + z_5'' z_6'';$$

---

[1] Halphen, Mem. cit. degli " Acta Math. ", vol. III, p. 329, 332.

sicchè $\frac{\rho'}{\rho}$ sarà una funzione razionalmente nota. E colla trasformazione $z = \rho \bar{z}$ noi passeremo dall'equazione (1) ad un'altra:

$$(1') \qquad \bar{z}^{\mathrm{v}} + \bar{p}_1 \bar{z}^{\mathrm{iv}} + \ldots + \bar{p}_5 \bar{z} = 0$$

i cui coefficienti apparterranno allo stesso campo di razionalità primitivo, e che dovrà essere la seconda associata dell'equazione (6) da costruirsi.

Questa seconda associata dell'equazione (6), nel caso che i coefficienti q_2, q_3 soddisfacciano alla (7), fu messa da HALPHEN (Mem. cit., p. 329) sotto la forma:

$$(z''' + 6q_2 z' + 4q_3 z)'' + 6q_2(z''' + 6q_2 z' + 4q_3 z) - 4q_4 z' - 2q_4' z = 0;$$

ossia, sviluppando:

$$z^{\mathrm{v}} + 12q_2 z''' + (12q_2' + 4q_3)z'' + (6q_2'' + 8q_3' + 36q_2^2 - 4q_4)z' + (4q_3'' + 24q_2 q_3 - 2q_4')z = 0$$

e se teniamo conto anche della (7):

$$(1'') \qquad z^{\mathrm{v}} + 12q_2 z''' + 18q_2' z'' + (18q_2'' + 36q_2^2 - 4q_4)z' + (6q_2''' + 36q_2 q_2' - 2q_4') = 0.$$

Confrontando quest'equazione colla (1'), abbiamo subito:

$$q_2 = \frac{1}{12}\bar{p}_2 \qquad q_4 = \frac{1}{4}\left(\frac{3}{2}\bar{p}_2'' + \frac{1}{4}\bar{p}_2^2 - \bar{p}_4\right)$$

e ricaviamo altresì le tre condizioni seguenti, alle quali dovranno soddisfare le $\bar{p}_i$:

$$\bar{p}_1 = 0 \quad \bar{p}_3 = \frac{3}{2}\bar{p}_2' \quad \bar{p}_5 = \frac{1}{2}\left(\bar{p}_4' - \frac{1}{2}\bar{p}_2'''\right).$$

La prima di queste equazioni ci dice che la trasformazione $z = \rho \bar{z}$ da noi applicata all'equazione (1) deve in pari tempo farne sparire il secondo termine; sicchè dovrà essere;

$$\rho = e^{-\frac{1}{5}\int p_1 dx} \qquad \text{e quindi:} \qquad f(z'') = e^{-\frac{2}{5}\int p_1 dx}$$

rimanendo così risparmiato il calcolo di quest'ultima espressione. Le altre due equazioni dicono che devono annullarsi i due invarianti a_3 e a_5 di Forsyth-Brioschi; come si vede chiaramente scrivendo la (1') con coefficienti binomiali:

$$\bar{z}^{v} + 10\bar{p}_2\,\bar{z}''' + 10\bar{p}_3\,\bar{z}'' + 5\bar{p}_4\,\bar{z}' + \bar{p}_5\,\bar{z} = 0;$$

e dando a quelle stesse equazioni la forma:

$$a_3 \equiv \bar{p}_3 - \frac{3}{2}\,\bar{p}_2' = 0$$

$$a_5 \equiv \bar{p}_5 - \frac{5}{2}\,\bar{p}_4' + \frac{15}{7}\,\bar{p}_3'' - \frac{5}{7}\,\bar{p}_2''' - \frac{80}{7}\,\bar{p}_2 a_3 = 0 \ (^1).$$

L'equazione (1'') *seconda associata della* (6') *coincide dunque anch'essa colla propria aggiunta*, avendo nulli (il coefficiente $\bar{p}_1$, e) i due invarianti a_3 e a_5 di indice dispari. Questa sua proprietà (che può anche verificarsi direttamente) va d'accordo altresì col fatto che il suo gruppo di razionalità si compone di sostituzioni trasformanti in sè una forma quadratica, rispetto alla quale l'equazione stessa ha il rango massimo *due* (come si è veduto appunto al n° 6 della mia Nota: *Sulle equazioni differenziali lineari che appartengono alla stessa specie delle loro aggiunte*, inserta nello scorso fascicolo di questi Atti).

Roma, 5 marzo 1899.

---

[1] Cfr. anche Schlesinger, Op. e vol. cit., p. 190, 196. Questi sono i due invarianti ivi designati coi simboli $\vartheta_3(x)$ e $\vartheta_5(x)$.

L'Accademico Segretario

Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 19 Marzo 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO BARONE GAUDENZIO CLARETTA
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Socii: Rossi, Pezzi, Cognetti de Martiis, Brusa, Perrero e Ferrero, che funge da Segretario in assenza del Socio Nani indisposto.

È letto ed approvato l'atto verbale dell' ultima adunanza.

Il Socio Brusa prosegue e termina la lettura di un suo lavoro sulla *Correzione straordinaria di condanne penali*.

Il Socio ff. di Segretario legge un lavoro del Socio corrispondente prof. Aristide Marre: *Des noms de nombres en usage dans Madagascar, aux Philippines, dans la Malaisie et dans la Polynésie*.

Entrambi questi lavori sono destinati agli *Atti*.

LETTURE

Des noms de nombres en usage dans Madagascar, aux Philippines, dans la Malaisie, et dans la Polynésie;

Nota del Socio corrispondente ARISTIDE MARRE.

Frédéric de Houtman, de Gouda, publia en 1603 un petit Vocabulaire hollandais-malais-malgache. Cet ouvrage fut le premier qui montra les nombreuses ressemblances lexicographiques du malais et du malgache. Plus tard, grâce aux célèbres travaux de William Marsden, de John Crawfurd, de Wilhelm de Humboldt, grâce aussi aux indications fournies par d'illustres explorateurs, l'étroite parenté des langues de la grande famille malayo-polynésienne fut mise en pleine lumière. C'est un fait universellement admis aujourd'hui par les Orientalistes.

Dans cette brève étude, nous voulons faire voir que dans l'aire immense qui s'étend de Madagascar jusqu'aux extrêmes limites orientales de l'Océan Pacifique, les noms de nombres dérivent d'une même source et présentent des traits de ressemblance saisissants, dès qu'on les rapproche les uns des autres.

A l'origine des temps l'homme ne dut avoir à sa disposition que deux mots répondant à sa conception de l'unité et de la pluralité. Là sans doute se borna sa numération primitive. Plus tard, pour exprimer les tout-premiers nombres, il s'aida de mots qui n'étaient autres que les noms de menus objets, tels que caillou, grain, brin de bois, cordelette, etc. Plus tard encore, il arriva à compter avec les doigts de la main, cet instrument arithmétique que la Providence a donné à l'homme, en le créant.

Dans l'examen des noms de nombres, procédons avec ordre, et pour plus de clarté, présentons d'abord le tableau synoptique

des cinq premiers noms de nombres, usités dans Madagascar, dans la Malaisie, aux Philippines et dans la Polynésie:

I. *en Madagascar et en Malaisie.*

Les cinq premiers noms de nombres sont:

en malgache:	*Isa*	*Roua*	*Telou*	*Efatra*	*Dimy* et *Limy*
en malais:	*Sa; satou*	*Doua*	*Tiga*	*Empat*	*Lima*
en javanais:	*Sa; sidji*	*Ro*	*Telou; Tiga*	*Pat; Papat*	*Lima*
en soundanais:	*Sa; sidji*	*Doua*	*Tilou*	*Opat*	*Lima*
en balinais:	*Sa*	*Doua*	*Telou*	*Papat*	*Lima; Lalima*
en madourais:	*Sa*	*Doua*	*Tilou; Talo*	*Papah*	*Lima*
en battak:	*Sa*	*Doua*	*Tolou*	*Opat*	*Lima*
en lampong:	*Sai*	*Roua*	*Telou*	*Pa*	*Lima*
en atchinais:	*Sa*	*Doua*	*Téléhée*	*Pet*	*Limong*
en biadjou:	*Idji*	*Douï*	*Telo*	*Epat*	*Limei*
en dayak:	*Sa*	*Doua*	*Telou*	*Epat*	*Lima*
en bouguis:	*Si; Sedi*	*Doua*	*Telou*	*Eppa; Pâta*	*Lima*
en mangkassar:	*Si; Si-bere*	*Roua*	*Tâllou*	*Appa; Pat*	*Lima*
en timorais:	*Eida*	*Roua*	*Tolou*	*Naah*	*Léma*
en alfourais:	*Sia*	*Roua*	*Telo*	*Pa*	*Lima*

II. *aux Philippines.*

en tagalog:	*Isa*	*Dalawa*	*Tatlo*	*Apat*	*Lima*
en bisaya:	*Isa*	*Douha*	*Toulou*	*Oupat*	*Lima*
à Mindanao:	*Isa*	*Dawa*	*Tolou*	*Apat*	*Lima*

III. *en Polynésie.*

Archip. Hawaï:	*Tahi; kahi*	*Loua*	*Kolou*	*Aha*	*Lima*
Archip. Samoa:	*Tahi*	*Loua*	*Tolou*	*Fa*	*Lima*
Iles Tonga:	*Taha*	*Loua; Oua*	*Tolou*	*Fa*	*Nima*
Iles Tahiti:	*Tahi; atahi*	*Roua; aroua*	*Torou; atorou*	*Maha; amaha*	*Rima*
Iles Marquises:	*Tahi*	*Oua*	*Tou*	*Fa*	*Ima*
N^{elle} Zélande:	*Tahi*	*Roua*	*Torou*	*Fa*	*Rima*
en Polynésien Oriental:	*Tahi*	*Roua*	*Torou*	*Fa*	*Rima*
à Timor-Laout:	*É. Sa*	*É. Rou*	*É. Telou*	*É. Fat*	*É. Lima*

Observations sur ce premier tableau des noms de nombres, de un à cinq inclusivement.

a) Tout d'abord nous ferons remarquer que les articulations *d*, *l*, *r* s'emploient fréquemment l'une pour l'autre dans les langues malayo-polynésiennes; et que *a* en tahitien, *da* et *la* en tagalog, *é* dans le dialecte de Timor-Laout, *i* en hova, sont des particules énonciatives. Ces permutations et additions amènent quelques différences plus apparentes que réelles dans les noms des nombres.

b) Dans presque toutes les langues de la Malaisie, l'unité se rend par *sa* ou *isa*. Il est à remarquer qu'en Java, en Sumatra, en Bornéo, en l'île Célèbes, etc. le mot qui signifie *chiffre* est emprunté au sanscrit, et se dit *angka,* tandis qu'en Madagascar cette racine est inconnue, et se trouve remplacée par *souratr'isa* (*lettre* ou *figure de nombre*).

En malgache *isa* signifie proprement l'unité et aussi nombre. L'absence de racines sanscrites dans la langue malgache montre que l'immigration malayo-javanaise dans Madagascar dut se faire antérieurement à l'introduction de l'hindouisme dans Java. C'est une observation que nous avons faite dès l'année 1883, au Congrès international des Orientalistes tenu à Leyde.

c) Les deux langues principales de la famille malayo-polynésienne, le malais et le javanais, emploient l'une et l'autre le monosyllabe *sa*, comme expression de l'unité abstraite; mais en même temps que *sa*, on emploie en malais: *satou*, contraction de *sa-batou* (une pierre, un caillou); en javanais: *sidji*, contraction de *sa-widji* (un grain); en mangkassar: *sère* ou *sibere*, du malais *birih* (côte d'une feuille). Par la suite des temps, ces noms d'objets: pierre, caillou, grain, côte de feuille, brindille ou bâtonnet, disparurent, et furent remplacés par des noms considérés comme noms abstraits.

En malais, pour rendre l'adjectif *unique, seul,* on emploie le mot *asa* dérivé de *sa*, et l'on dit: *Touhan yang asa* (Dieu qui est unique). De même aux Philippines, de *isá* (un), le tagalog forme *nagí-isá*, qui signifie *unique.*

d) Plusieurs orientalistes ont écrit que le nom de nombre *doua, ro, roua, rouy* (deux) était de provenance sanscrite. Ces

expressions sont d'origine malayo-polynésienne: elles se rencontrent depuis Madagascar jusqu'aux îles Arrou, non loin des côtes de la Nouvelle-Guinée. Quelques noms de nombres ont été empruntés au sanscrit par le malais, le javanais, le tagalog, le bisaya, etc.; mais seulement quand on a voulu exprimer des nombres supérieurs à mille, et généralement ces emprunts ont été faits d'une manière erronée.

e) L'expression généralement usitée pour le nombre *trois* est *teló* ou *telou*.

En tagalog, dit le Dr Pardo de Tavera, le radical *toto* signifie: " ajouter le troisième fil à deux déjà tordus pour faire une corde ", et partant de là ce jeune savant Philippin n'est pas éloigné de croire que le mot malais *tali* (corde) a pu venir de *telo* ou *tolo*. Le mot malais *tali* (corde) se retrouve dans le malgache, *tali* chez les Sakalaves, *tady* chez les Hova; mais entre *tali* (corde) et *telo* (trois) il n'y a, selon moi, qu'une ressemblance purement fortuite.

f) Guillaume de Humboldt a fait observer qu'en plusieurs langues malayo-polynésiennes, le nom donné au nombre *quatre*, signifie en même temps *achevé, terminé*. Cette observation de l'illustre savant s'applique parfaitement au malgache, où *efatră* qui se termine par la syllabe muette *tră*, renferme la racine *efa* qui signifie *achevé, terminé*, et sert à marquer le passé dans les verbes.

En javanais, le nombre *quatre* s'exprime de deux façons différentes: *pat* ou *papat* en javanais — ngoko, ou javanais vulgaire, et *sakawan* en javanais — krâmâ, ou javanais cérémoniel. Cette dernière dénomination signifie en même temps: *réunion, compagnie*. Il en est de même à Tahiti, où le mot *aha* signifie tout à la fois " *quatre* " et " *réunion, compagnie* ".

g) Dans les divers idiomes de la Malaisie et de la Polynésie, le même mot, *lima*, est employé pour exprimer la *main* et le nombre *cinq*.

La main fut prise comme le symbole du nombre cinq, et de là sortit le système quinaire de numération parlée, système qui laissa des traces dans l'appellation de certains nombres, longtemps même après l'introduction du système décimal, notamment dans la langue tagalog où les nombres *cinq, dix, quinze* se rendent par des mots signifiant *une main, deux mains, trois*

mains. Jusque dans les îles Arrou, au Sud de la Papouasie, le mot *lima* a conservé la double signification de *cinq* et de *main*.

Noms des nombres depuis six jusqu'à dix.

I. *En Madagascar et en Malaisie.*

en malgache:	*Enina*	*Fitou*	*Valou*	*Sivy*	*Foulou*
en malais:	*Nam; Anam*	*Toudjouh*	*Doulapan*	*Sambilan*	*Poulouh*
en javanais:	*Nem; Nenem*	*Pitou*	*Wolou*	*Songo*	*Poulouh; Doso*
en soundanais:	*Genap*	*Toudjou*	*Delapan*	*Salapan*	*Poulouh*
en balinais:	*Nam*	*Pitou*	*Koutous*	*Siya*	*Dasa*
en madourais:	*Anam; Nanam*	*Petoh*	*Balou*	*Sangaq*	*Poulouh*
en battak:	*Onom*	*Pitou*	*Walou*	*Siya; Siwang*	*Poulouh*
en lampong:	*Nom*	*Pitou*	*Walou*	*Siwa*	*Poulouh*
en atchinais:	*Nam*	*Toudjouh*	*Lapan*	*Sikoureng*	*Pelouh*
en biadjou:	*Jebawen*	*Oudjou*	*Hanya*	*Jalatin*	*Poulo*
en bouguis:	*Onoñg; Annañg*	*Pitou*	*Aroua*	*Asera*	*Poulo*
en mangkassar:	*Nañg; Annañg*	*Toudjou*	*Sagantoudjou*	*Salapañg*	*Sampoulo*
à Timor:	*Naem*	*Hitou*	*Walou*	*Sioh*	*Noulou*
à Bourou (Alfoures) (*):	*Nè*	*Pitou*	*Etrouwa*	*Etsia*	*Polo*

II. *aux Philippines.*

en tagalog:	*Anim*	*Pito*	*Walo*	*Siyam*	*Polo; Sang-Póo*
en bisaya:	*Onom*	*Pito*	*Walou*	*Siyam*	*Polo; Sang-Póo*
à Mindanao:	*Anom*	*Petou*	*Walou*	*Sivy*	*Poulou*

(*) Le mot *Alfoure* ne désigne pas une race particulière; il sert simplement à distinguer parmi les populations indigènes des *Moluques*, celles qui s'étant réfugiées dans les montagnes y sont restées indépendantes. Le mot espagnol *furo* signifie *sauvage, indompté*; dans les dialectes de Manado et de Ternate, il est encore employé dans ce sens. En portugais *alforias* signifie *homme libre*.

III. *en Polynésie.*

Iles Hawaï:	*Ono*	*Hikou*	*Walou*	*Iva; Iwa*	*Oumi*
Iles Samoa:	*Ono*	*Fitou*	*Valou*	*Iva*	*Nga foulou*
Iles Tonga:	*Ono*	*Fitou*	*Valou*	*Hiva*	*Hongo foulou*
Iles Tahiti:	*Ono*	*Hitou*	*Varou; Vaou*	*Iva*	*A hourou*
Iles Marquises:	*Ono*	*Fitou; Hitou*	*Vaou*	*Iva*	*Ongo-Houou*
Nelle Zélande:	*Ono*	*Ouitou*	*Warou*	*Iwa*	*Nga-Hourou*
Polynés. oriental:	*Ono*	*Fitou*	*Varou*	*Iva*	*Nga fourou*
à Timor-Laout:	*E. nim*	*E. fitou*	*E. walou*	*E. si*	*E. sapoulo*

Observations sur ce second tableau, des noms de nombres, de six à dix inclusivement.

a) Chez les peuples les moins civilisés du monde Océanique, notamment chez les Papous de la Nouvelle Guinée, les noms des nombres dénotent clairement l'application du système quinaire de numération parlée.

Les cinq premiers noms de nombres étant:

Bén, Gar, Niét, Nianett, Gouroum,

les nombres six, sept, huit, neuf, dix, se disent:

Gouroum-bén, Gouroum-gar, Gouroum-niét, Gouroum-nianett et *Gouroum-gouroum,* c'est-à-dire: cinq-un, cinq-deux, cinq-trois, cinq-quatre, cinq-cinq.

A la baie Triton, l'expédition hollandaise de 1828 a constaté l'existence des noms de nombres suivants, établis d'après le système quinaire, et se rapprochant tellement des noms malayo-polynésiens, qu'ils doivent être considérés comme provenant d'une importation malayo-polynésienne:

Sa-mosi, Roueti, Tourou, Faat, Rimi, et *Rim-samosi, Rim-roueti, Rim-tourou, Rim-faat, Rim-rimi.*

b) En javanais, en soundanais, en malais et en battak le mot *genap* a la signification de *complet, achevé*; en sounda-

nais spécialement c'est le nom du nombre *six*. Cela peut être regardé comme un indice de l'existence du système quinaire de numération parlée. Dans l'île Florès, les nombres *six* et *sept* ne s'expriment pas autrement que par *cinq* et *un*, *cinq* et *deux*, suivant une observation faite par John Crawfurd, l'historien de l'Archipel indien.

c) Avec le nombre *sept*, on se trouve en présence de deux racines distinctes: *pito* ou *pitou* et *toudjouh*. La première est d'un usage presque universel, c'est la seule connue des Malgaches; la seconde est moins répandue et probablement moins ancienne.

d) Le nombre *huit* présente également deux énonciations, 1° *walou* ou *valou*, la plus ancienne, usitée dans Madagascar, et la plus répandue; 2° *lapan*, à Atchéh, *delapan*, en soundanais, *doulapan*, en malais. Ces deux derniers noms me paraissent venir de *doua-lapan*, mot composé de *doua* (deux) et *alapan* (pris, ôté); c'est-à-dire: *deux ôtés* (de la dizaine, nombre total des doigts des deux mains). Ce qui confirme encore cette interprétation, c'est qu'en soundanais, le nombre *neuf* se dit *salapan*, c'est-à-dire: *un ôté, un replié* (des dix doigts).

e) Pour le nombre *neuf*, les différences d'appellation sont plus apparentes que réelles.

Sivy en malgache, *Siwa* en lampong (Sumatra), *Siwa* dans l'île de Nias, *Siya* en battak (Sumatra), *Sioh* dans l'île de Timor, *Siya* à Bali, *Sioy* à Mindanao, *Siyam* aux Philippines, sont les formes contractées de la particule *Si* et d'une racine qui se trouve dans les dénominations *Iva*, aux îles Marquises, dans l'archipel Samoa, à Tahiti; *Hiva* aux îles Tonga, *Iwa* dans la Nouvelle-Zélande, et dans l'archipel Hawaï.

Si les noms *songo* du javanais et *sangaq* du madourais s'éloignent de la racine généralement employée, il convient pourtant de remarquer que le nom du chiffre qui est la représentation figurée du nombre *neuf* est *iya*, lequel se rapproche sensiblement de la racine malayo-polynésienne.

Ajoutons ici qu'en soundanais, pour 9 on dit *salapan* et en malais *sambilan*, et que ces deux expressions signifient à la lettre: *un pris, un ôté*. Dans le dialecte d'Atchéh, pour ce même nombre 9, l'on dit: *Si-koureng*, un manquant (de dix unités).

f) Arrivés au nombre *dix*, nous trouvons pour exprimer

ce nouvel ordre d'unités, le mot *poulouh*, racine d'origine malayo-polynésienne, en usage dans toutes les contrées du monde océanique: *poulouh*, en javanais, en soundanais, en malais, en battak, en lampong et en dayak; *pelouh* à Atchéh, *poulou* à Mindanao et à Madoura; *poulo* à Célèbes; *polo* à Bourou; *Napoulo* en bisaya; *sang-Póo* en tagalog; *a-hourou* en Tahiti; *Hongofoulou* aux îles Tonga; *Nga-foulou* aux îles Samoa, *foulou* en malgache, et *nga-fourou*, en polynésien oriental.

g) On peut se demander quelle est l'étymologie de ce mot *poulouh*, adopté pour désigner le nombre *dix*.

Est-ce *oulou* qui signifie *tête* en malais, et en javanais ancien, ou *polo*, en javanais vulgaire, ou bien *oulo* en tagalog, *oulée* en atchinais? Je ne saurais le dire.

Mais concurremment avec cette racine malayo-polynésienne *poulouh*, on trouve une autre racine *dasa*, d'origine sanscrite, en usage seulement dans le javanais cérémoniel et dans le dialecte de Bâli. C'est de cette racine *dasa*, que sont venus les noms adoptés dans nos langues indo-européennes, pour exprimer le nombre dix:

δέκα, *decem, dieci, diez, dez, dix.*

Noms des nombres intermédiaires entre dix et cent.

Le système décimal une fois adopté, le procédé employé pour nommer les nombres entiers composés de dizaines et d'unité, est régulièrement le même partout.

Une remarque particulière doit être faite pour les noms de nombres compris entre dix et vingt.

Ces nombres s'expriment ainsi qu'il suit, en javanais:

11. *Sa-belas*
12. *Ro-las*
13. *Telou-las*
14. *Pat-belas*
15. *Lima-las*
16. *Nem-belas*
17. *Pitou-las*
18. *Wolou-las*
19. *Sångå-las*

c'est-à-dire à l'aide des neuf premières unités suivies du mot *belas*, et par abréviation, *las*.

Ce mot *bĕlas* ou *blas* qui figure à la suite des unités dans les noms de nombres compris entre *dix* et *vingt*, n'a point la signification de *poulouh* (dix). Sa provenance étymologique n'a point été indiquée jusqu'à présent; ce mot, me semble-t-il, pourrait venir du javanais *las* ou *elas* qui signifie *grain*.

En malais, ces mêmes nombres, compris entre dix et vingt, s'énoncent ainsi qu'il suit:

11. *Sa-belas; Sa-blas*
12. *Doua-blas*
13. *Tiga-blas*
14. *Ampat-blas*
15. *Lima-blas*
16. *Anam-blas*
17. *Toudjouh-blas*
18. *Doulapan-blas*
19. *Sambilan-blas.*

En malgache, le mot *folo* (prononcez *foulou*), qui signifie proprement dix, entre dans la composition des noms des nombres compris entre dix et vingt, et l'on dit:

11. *Raik amby ny folo,*	c'est-à-dire:	Un en plus de dix
12. *Roa amby ny folo*	„	Deux en plus de dix
13. *Telo amby ny folo*	„	Trois en plus de dix
14. *Efatra amby ny folo*	„	Quatre en plus de dix
15. *Dimy amby ny folo*	„	Cinq en plus de dix
16. *Enin'amby ny folo*	„	Six en plus de dix
17. *Fito amby ny folo*	„	Sept en plus de dix
18. *Valo amby ny folo*	„	Huit en plus de dix
19. *Sivy amby ny folo*	„	Neuf en plus de dix.

NB. On sait que dans l'alphabet malgache la lettre *u* n'existe pas, et que la voyelle *o* se prononce *ou*.

Aux Philippines, dans la langue tagalog, pour énoncer les nombres entiers de onze à dix-neuf inclusivement, on fait précéder les neuf premiers noms d'unités du mot *labing*, et l'on dit:

11. *Labing isa*
12. *Labing daloua*
13. *Labing tatlou*
14. *Labing apat*
15. *Labing lima*
16. *Labing anim*
17. *Labing pitou*
18. *Labing walou*
19. *Labing siyam.*

Suivant la remarque du Dr Pardo de Tavera, le mot *labing* se rapproche du mot malais *lebèh* ou *lebih* qui signifie *plus*. On pourrait ajouter que le mot tagalog *labis* signifie *en excès, par excès, excessif.*

Chez les Dayak, en Bornéo, l'on dit en énonçant d'abord la dizaine, et en la faisant suivre de chacun des neuf premiers nombres:

11. *Poulo dji whin* (dix, un en plus)
12. *Poulo doua whin* (dix, deux en plus)
13. *Poulo toulo whin* (dix, trois en plus)

le mot *whin* jouant le même rôle que le mot *amby* du malgache.

En tahitien, on procède de même, en employant au lieu de *whin* du dayak, et de *amby* du malgache, la particule *ma* qui signifie *avec*. Ainsi pour énoncer le nombre *trente-six* par exemple, on dit: *torou ahourou ma ono* (*trois dix avec six*).

Des multiples de 10 jusqu'à 100.

La suite régulière des multiples de 10 jusqu'à 100 se forme naturellement en faisant précéder la racine *poulouh* (10) des neuf premiers nombres entiers servant ainsi de coëfficients, et l'on dit:

en malgache: *Roa folo* ou *Roampolo, Telo-polo, Efampolo,* etc.
en malais: *Doua poulouh, Tiga poulouh, Ampat poulouh,* etc.
en javanais: *Rong-poulouh, Telong-poulouh, Pat-poulouh,* etc.
en soundanais: *Doua poulouh, Tilo-poulouh, Opat-poulouh,* etc.
en lampong: *Rouanga poulouh, Telonga poulouh, Panga poulouh,* etc.

en mangkassar: *Rouam-poulo, Talloïm poulo, Patam-poulo,* etc.
en tagalog: *Dalawang-póo, Tatlong póo, Apatlong póo,* etc.
aux îles Samoa: *Louanga foulou, Tolou nga foulou,* etc.

Les Tahitiens se servaient autrefois pour compter d'une petite branche de cocotier; à chaque dizaine ils en cassaient un morceau qu'ils posaient devant eux, et quand ils étaient arrivés à dix dizaines, ils séparaient ces petits morceaux de bois par une branche plus grande pour désigner une centaine.

Des centaines et des mille.

Le mot qui exprime le nombre *cent* est une racine malayo-polynésienne: *zatou* en malgache, *atous* et *satous* en javanais et en madourais, *satous* en balinais, *ratous* en soundanais, en malais, en battak, en lampong, en biadjou, en dayak, en bouguis; *retous* en atchinais; *atous* à Timor; *alos* à Mindanao; *raou* à Tahiti et dans la Polynésie orientale.

A Célèbes, la racine *atous* (cent) est remplacée par *si-bilañgañg* (un compte), du mot *bilang* qui, en malais, en soundanais en battak, en mangkassar et en bouguis, signifie: *compter;* de même *wilang* en javanais.

Pour les Malgaches, le nombre 100 est considéré comme un grand nombre; le mot *zatou* amène naturellement dans leur esprit l'idée d'une grande collection. C'est pourquoi ils ne disent pas, comme nous, d'un homme fort riche, qu'il est millionnaire, mais ils diront qu'il est *mpanjatou,* c'est-à-dire possesseur de centaines. C'est pour cela précisément que ce mot *zatou* (cent) sert à former le superlatif absolu des adjectifs qualificatifs, par exemple *tsara* signifiant *bon, tsara toa zato,* à la lettre: *bon comme cent,* sera l'équivalent de très bon. De même *andro toa zato* (jour comme cent) signifie un jour de vrai bonheur, un jour qui en vaut cent. En parlant d'un excellent homme, on dira fort bien: „ *Lehilahy toa zato* „ (homme comme cent).

Le nom de nombre qui exprime *mille* unités provient encore d'une racine malayo-polynésienne; mais au delà de *mille,* même à Java, les ordres d'unités supérieurs ont des dénominations fautives empruntées au sanscrit.

La racine est *éwou* (mille) en javanais, d'où *sa-éwou* (un mille), par contraction *sèwou.*

en soundanais: *éwou, rébou, sa-rébou;*
en balinais: *ivou;* en madourais: *ibou, sa-ibou;*
en malais, battak, dayak et biadjou: *ribou, sa-ribou;*
en malgache: *arivo* (prononcez *arivou*);
en mangkassar et en bouguis: *sabou, si-sabou;*
en tagalog: *libo;* en bisaya: *livou;*
à Bourou, chez les Alfoures: *Rivou, Hévou.*

M. l'abbé Favre fait venir le malais *ribou* de l'hébreu et de l'arabe. Je crois qu'il faut écarter cette prétendue provenance hébraïque: quant aux Arabes, ils expriment le nombre *mille* par *âlf.* S'il me fallait conjecturer l'étymologie de la racine malayo-polynésienne qui exprime le nombre *mille,* je la ferais venir plutôt du javanais *èwouh* qui signifie: " difficile, pénible, embarrassant " ou du kawi *èweh* qui a le même sens.

A partir de *mille,* c'est la confusion et l'erreur. Pour n'en citer qu'un exemple, le sanscrit *laksa* qui signifie *cent mille,* a été pris erronément pour *dix-mille* par les Malais, les Javanais et les Philippins. Quant aux Malgaches, le même mot *alina* sert à exprimer, dans leur langue, le nombre *dix-mille* et en même temps *la nuit, l'obscurité, les ténèbres.*

L'Accademico Segretario
CESARE NANI.

Torino — VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 26 Marzo 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: BIZZOZERO, Direttore della Classe, D'OVIDIO, BERRUTI, CAMERANO, SEGRE, VOLTERRA, JADANZA, FOÀ, GUARESCHI, GUIDI, FILETI, PARONA e NACCARI Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato.

Il Socio CAMERANO presenta una sua nota intitolata: *I Gordii della Malesia e del Messico*. Sarà inserita negli *Atti*.

Il Socio VOLTERRA comunica verbalmente alcune sue osservazioni intorno alle applicazioni del nuovo teorema della teoria delle funzioni enunciato nell'ultima seduta dal Socio corrispondente MITTAG-LEFFLER. Oltre a quelle applicazioni, di cui il Socio VOLTERRA stesso ha parlato nella precedente adunanza, egli ha trovato che altre classi di problemi di meccanica possono trattarsi con i nuovi sviluppi del MITTAG-LEFFLER. Fra questi sono i problemi di attrazione e ripulsione relativi a forze Newtoniane, e i problemi di movimenti di fluidi contenenti vortici.

Il Segretario presenta le *Osservazioni meteorologiche fatte nel 1898 nell'Osservatorio astronòmico della R. Università* e calcolate dal Dott. Vittorio BALBI. Saranno inserite negli *Atti*.

LETTURE

Gordii della Malesia e del Messico;

Nota del Socio LORENZO CAMERANO.

(Con una tavola).

Dopo la pubblicazione della mia *Monografia dei Gordii* che ebbe l'onore di essere stampata nel vol. XLVII, ser. 2ª, 1897, delle " Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino „ mi giunse da varie parti nuovo materiale di studio.

Il dottor Arthur E. Shipley del Nuovo Museo di Cambridge (Inghilterra) mi inviò in esame gordii di Sarawak (Borneo) e della Nuova Britannia, il dottor M. G. Peracca fece dono al Museo Zoologico di Torino di gordii di Perak (Penisola di Malacca) e il dott. R. Blanchard di Parigi mi inviò in esame una raccolta di gordii di Guanajuald e di Altoyac (Messico). A queste cortesi persone porgo i più vivi ringraziamenti.

Credo utile di pubblicare i risultamenti dello studio delle collezioni sopra indicate, poichè esso mi conduce a descrivere nuove specie del genere *Chordodes* (Creplin) Moebius, e del genere *Gordius* Linneo (partim), e a completare la descrizione di specie precedentemente conosciute.

Chordodes Shipleyi nov. spec.

1 esemplare ♂ di Sarawak (Borneo) da una ***Mantis*** (R. Shelford). Nuovo Museo di Cambridge (Inghilterra).

Lunghezza m. 0,250.

Larghezza massima m. 0,0018.

L'estremità anteriore è assottigliata e terminata bruscamente a punta biancastra per la lunghezza di mezzo millimetro circa: l'estremità posteriore è pure assottigliata: il solco postcloacale è corto, poco più di mezzo millimetro: l'estremità po-

steriore è leggermente più chiara del resto del corpo che è nero: i ciuffi appartenenti ai gruppi di areole papillari più elevate, nell'animale estratto dall'alcool, appaiono biancastri.

Lo strato cuticolare esterno presenta: 1° areole papillari a contorno festonato e talvolta di aspetto moriforme: queste areole sono di color più chiaro delle altre ed hanno forma e grandezza variabili, con tendenza però ad essere notevolmente allungate. La loro lunghezza varia da 10 a 15 μ. Sotto al vetrino copra-oggetti per la pressione di questo esse appaiono come embricate: hanno un contenuto più chiaro che, nelle sezioni ottiche, sembra disposto come entro ad un canale mediano. Queste areole nella parte ventrale e precisamente in vicinanza del solco longitudinale mediano si fondono insieme e dànno luogo a striscie trasversali scure, interrotte e a margini festonati, separate da spazii più chiari.

2° Areole papillari di aspetto spiccatamente moriforme, di colore notevolmente più scuro delle precedenti: esse sono più o meno allungate e di forme irregolari: talvolta quasi claviformi; anch'esse hanno nella parte di mezzo un contenuto più chiaro. Le areole di questa sorta si trovano isolate o riunite a gruppi di tre, quattro o cinque o sette; talvolta fra due areole di questi gruppi, nella parte di mezzo della linea di contatto, sorge un prolungamento digitiforme rifrangente. Le areole di questa categoria si raggruppano pure intorno alle areole papillari di maggiori dimensioni della sorta seguente:

Questa sorta di areole si accumula lungo il solco longitudinale ventrale mediano.

3° Areole papillari grandi, rialzate, non moriformi a sezione ovale, col massimo diametro di μ 26 a 28, riunite a gruppi di due o tre circondate dalle areole moriformi, della sorta precedente. Dalla parte superiore di esse spuntano numerosi prolungamenti, fini e rifrangenti, disposti a corona e fasci di prolungamenti più grossi, pure rifrangenti e molto lunghi, sopratutto nelle areole papillari che sorgono in prossimità del solco longitudinale, ventrale, mediano.

4° Areole papillari a contorno festonato, larghe alla base circa 12 μ e portanti un prolungamento digitiforme, alquanto ricurvo, rifrangente, lungo circa 20 μ. Queste areole sono isolate e sono sparse qua e là fra quelle della prima sorta.

5° Prolungamenti spiniformi, conici, appuntiti; ma leggermente ricurvi all'apice, lunghi μ 28 circa, trasparenti, i quali sorgono da areole papillari moriformi e di colore scuro. Essi sono sparsi qua e là: ma appaiono più numerosi nella parte ventrale presso il solco longitudinale.

Questa specie si distingue facilmente dalle altre già conosciute dal genere *Chordodes* che presentano areole papillari moriformi per la presenza dei grossi prolungamenti trasparenti conici, per la presenza delle areole moriformi geminate (vale a dire riunite due a due per un lato nel mezzo del quale sorge un prolungamento rifrangente) circondate da altre pure moriformi, od anche per l'altezza delle areole papillari più chiare.

Questa specie è dedicata al dott. A. E. Shipley del Nuovo Museo di Cambridge il quale me l'ha gentilmente inviata in studio.

Chordodes insidiator nov. spec.

1 esemplare ♂ trovato in una pozza al piede di una cascata del Monte Matan (Sarawak-Borneo) a 2000 piedi di altezza.

Nuovo Museo di Cambridge (Inghilterra).

Lunghezza m. 0,143 (Questo esemplare manca dell'estremità anteriore). Larghezza massima m. 0,001.

L'estremità posteriore è assottigliata ed ha la forma consueta delle specie sin qui note del genere *Chordodes*; l'apertura cloacale è alla distanza di poco più di mezzo millimetro dalla estremità del corpo. La parte anteriore del corpo manca.

Lo strato cuticulare esterno presenta: 1° areole papillari di colore chiaro, non moriformi, a contorno talvolta frastagliato, di diametro variabile da 7, 8, 10 μ, di forma conica, arrotondate alla sommità.

2° Areole papillari di colore più oscuro, non moriformi, un po' più grandi e più alte delle precedenti, a forma spesso clavata, contenenti nell'interno una sostanza rifrangente; queste areole sono assai numerose e sono distribuite in modo irregolare, ora isolate, ora riunite a gruppi, ora in serie lineari contorte: esse si riuniscono anche intorno alle areole più grandi seguenti:

3° Areole papillari un po' più grandi e più alte delle precedenti a sezione trasversale ovale, col massimo diametro di circa 15 μ, ricoperte alla sommità da una corona di peluzzi sottili e rifrangenti: queste areole si riuniscono a gruppi, di due o tre, e sono circondate, ad una qualche distanza però, dalle areole della sorta precedente.

4° Areole papillari chiare che portano all'apice un prolungamento digitiforme ricurvo, rifrangente: esse sono isolate e sono sparse fra le areole della 1ª e della 2ª sorta.

5° Prolungamenti spiniformi fortemente ricurvi, grandi (lunghi da 28 a 30 μ), trasparenti, sparsi qua e là.

La colorazione dell'animale è bruno scura.

Questa specie ha qualche rassomiglianza, per la struttura dello strato esterno della cuticola, col *Chordodes Moutoni* Camer. della China e di Perak: se ne differenzia tuttavia facilmente per le dimensioni minori delle areole papillari delle varie sorta, come si può scorgere dai disegni uniti a questo lavoro e da quelli della mia *Monografia dei Gordii* (op. cit.), i quali sono tutti disegnati coll'identico ingrandimento. Diversa pure è la forma dei prolungamenti trasparenti spiniformi e diversa la forma delle areole papillari chiare.

Chordodes Moutoni Camer.

1895. L. Camerano, *Description d'une nouvelle espèce de Gordien de la Chine.* " Bull. Soc. Zool. de France ", vol. XX, p. 99.

1897. Id., *Monografia dei Gordii.* " Mem. Acc. Sc. di Torino ", Ser. 2ª, vol. XLVII, pag. 387, tav. II, fig. 21, 21 *a*.

Riferisco a questa specie un esemplare ♀ di Perak (costa sud occidentale della penisola di Malacca) donato dal conte G. M. Peracca al Museo Zoologico di Torino. Lunghezza m. 0,312. Larghezza massima m. 0,0025.

La colorazione nero vellutata, e la forma dell'estremità posteriore sono come negli esemplari da me precedentemente descritti della China.

L'estremità anteriore è biancastra per la lunghezza di un millimetro circa ed è appuntita.

Lo strato cuticolare esterno ha i caratteri già descritti per

gli esemplari della China, come si può vedere dalle figure unite a questo lavoro che sono state disegnate con ingrandimento identico a quello usato per le figure sopra citate. Osservasi tuttavia una qualche maggior altezza delle papille più scure sparse fra i gruppi di papille con prolungamento ed una più spiccata sinuosità nei contorni delle areole più chiare le quali sono pure un po' più allungate, mentre negli esemplari di China sono più rotondeggianti: ma queste piccole differenze non autorizzano a separare specificamente l'esemplare di Perak da quelli della China.

Chordodes puncticulatus Camer.

1895. L. Camerano, *Gordiens nouveaux ou peu connus du Musée d'histoire naturelle de Leyde.* " Notes from the Leyden Museum ", vol. XVII (1895).

1897. Id., *Monografia dei Gordii.* " Mem. Acc. Sc. di Torino ", Ser. 2ª, vol. XLVII, pag. 384, tav. II, fig. 25-25 *a*.

Questa specie venne da me descritta sopra un esemplare ♀ di Deli (Sumatra orientale). Recentemente il conte M. G. Peracca ha fatto dono al Museo Zoologico di Torino di due gordii ♂ di Perak (costa sud-occidentale della penisola di Malacca) che io credo poter attribuire a questa specie. Un esemplare è lungo m. 0,195 ed ha la larghezza massima di m. 0,001, e l'altro è lungo m. 0,192: il loro colore è nero senza traccia di calotta chiara ed è un po' più chiaro verso l'estremità posteriore che presenta la usuale struttura dei ♂ del genere *Chordodes*.

Lo strato cuticolare esterno presenta come nella ♀, tipo della specie, 1° areole rotonde poco elevate, non moriformi: ma a margini basali rotondeggianti, esse sono molto ravvicinate fra loro: i margini stretti che le separano presentano granulazioni assai minute.

2° Areole papillari simili alle precedenti: ma con un prolungamento trasparente lungo e ricurvo, digitiforme: esse sono sparse qua e là fra le prime.

3° Areole papillari larghe alla base come quelle del primo gruppo o più piccole, a contorno rotondo od ovale, di altezza varia: ma più alte delle precedenti e di colore notevolmente

più scuro: esse stanno isolate, o riunite due a due od anche in gruppi di maggior numero: talvolta anche di 10, 15, 20, 26: i gruppi sono variamente distribuiti. La grandezza delle areole che costituiscono i gruppi è varia: spesso quelle mediane sono più grosse delle altre. Le areole ora menzionate portano alla sommità un cerchio di prolungamenti peliformi, sottili e rifrangenti, ma corti. In qualche gruppo, sopratutto in vicinanza del solco longitudinale ventrale, le areole mediane più grosse presentano prolungamenti più lunghi.

Recentemente il dott. T. H. Montgomery jr. ha descritto una nuova specie di *Chordodes* di Borneo (1) col nome di *Ch. furnessi.* La struttura fondamentale della cuticola esterna di questa specie rientra nel piano fondamentale di quella del *Ch. puncticulatus* che io descrissi nel 1895. Dalla figura 5 data dall'A. risulta tuttavia una differenza nella disposizione delle papille areolari più chiare e meno alte: esse sono relativamente molto distanti fra di loro e sono irregolarmente più numerose in alcuni punti che non in altri; mentre nel *Ch. puncticulatus* le papille più basse sono, come si può vedere dalle figure 25 e 25 *a* della mia monografia sopracitata, ravvicinate fra loro e regolarmente distribuite. Inoltre le papille più scure e più elevate riunite a paia sembrano avere una distribuzione più costante e regolare. Anche nel *Ch. puncticulatus* ♀ questa disparizione si osserva (fig. 25 *a*): ma essa è più evidente nella cuticola del ♂ di Perak. Devo tuttavia far notare che mentre in alcuni tratti della cuticola la disposizione a paia è la regola, in altri tratti essa è meno costante poichè le areole scure tendono a presentarsi isolate o raggruppate a tre o a quattro o a sei fra i gruppi di areole scure più grandi.

Io ho quindi qualche dubbio sulla convenienza di considerare il *Ch. furnessi* come specie distinta dal *Ch. puncticulatus,* tanto più che il Montgomery ha esaminato la preparazione della cuticola in balsamo, sostanza, come io ho osservato spesso, che talvolta rende meno ben visibili le particolarità più fine dello strato cuticolare, sopratutto negli individui a cuticola poco in-

---

(1) *Descriptions of two new exotic species of the genus Chordodes.* " Abdruck aus den Zool. Jahrbüch. Abth. f. Syst. ". Elfter Band. 1898 (p. 379), tav. 21.

tensamente colorata come sono gli esemplari studiati dall'A. sopradetto. Sarebbe utile riesaminare la cuticola del *Ch. furnessi.*

Chordodes Dugesi Camer.

L. Camerano, *Gordiens du Mexique.* " Bulletin de la Soc. Zoologique de France ", vol. XXIII, p. 73 (1898).

Questa specie da me descritta sopra esemplari di Altoyac (Vera-Cruz) è affine al *C. pardalis* Camer. di Madagascar, ma se ne differenzia per le dimensioni relativamente molto più grandi delle areole scure, per la loro forma ed anche per la colorazione generale.

Pubblico qui il disegno dello strato cuticolare esterno eseguito coll'identico ingrandimento degli altri della stessa tavola e di quelle unite alla mia *Monografia dei Gordii* affinchè riesca facile e sicuro il paragone fra le varie specie.

Chordodes Griffinii Camer.

L. Camerano, *Gordiens du Mexique.* " Bull. Soc. Zoolog. de France ", vol. XXIII, p. 74 (1898).

Questa specie venne da me descritta sopra esemplari di Altoyac (Vera-Cruz): essa è affine al *C. Weberi* (Villot): ma se ne differenzia pel fatto che in quest'ultima specie le areole papillari sono eguali fra loro per le dimensioni e sono molto ravvicinate fra loro. Si può aggiungere ancora che le areole provviste di prolungamento sono più scure delle altre.

Pubblico qui il disegno dello strato cuticolare esterno del *C. Griffinii* pel quale valgono le avvertenze sopra dette pel *C. Dugesi.*

Gordius Willeyi nov. spec.

Un esemplare ♂ della Nuova Britannia raccolto dal dottor A. Willey nel 1897 — Nuovo Museo di Cambridge (Inghilterra).

Lunghezza m. 0,27. — Larghezza massima m. 0,0008.

La parte anteriore del corpo è alquanto appuntita: l'estremità posteriore ha i lobi lunghi poco più di mezzo millimetro

alquanto divergenti, ingrossati e rotondeggianti alla loro estremità. La lamina postcloacale è ben spiccata, a ferro di cavallo.

Lo strato cuticolare esterno è privo di areole papillari e di produzioni peliformi: presenta le linee incrociate solite a trovarsi in tutte le specie del genere *Gordius* come io l'ho inteso nella mia *Monografia dei Gordii.*

La colorazione generale è di color bruno, senza alcuna sorta di macchiette chiare: la calotta anteriore è bianca: il collare nero ben spiccato ed esteso per poco meno di mezzo millimetro: le striscie brune laterali poco spiccate.

Questa specie appartiene a quella sezione del genere *Gordius,* in cui lo strato cuticolare esterno non ha speciali formazioni rifrangenti che vengono ad affiorare alla superficie esterna dello strato cuticolare stesso, e rientra nel sottogruppo da me stabilito nella monografia sopra citata, caratterizzato dalla presenza di un collare nero ben spiccato. Questo gruppo comprende appunto le specie fino ad ora state descritte delle Indie Orientali come il *G. fulgur* Baird, il *G. Doriae* Camerano, il *G. Horsti* Camer., il *G. Salvadorii* Camer.

Il *Gordius Willeyi* si differenzia facilmente da queste specie per la forma dei lobi dell'estremità posteriore; facilmente pure si distingue dal *G. Villoti* Rosa pei caratteri della cuticola esterna e per quelli dei lobi posteriori.

Gordius Horsti Camer.

Monografia dei Gordii. " Mem. Acc. Sc. di Torino „, Ser. 2ª, vol. XLVII, p. 410.

1 esemplare ♀ tolto da un locustario trovato nel Museo di Sarawak. — Nuovo Museo di Cambridge (Inghilterra).

Lunghezza m. 0,44.

Larghezza massima m. 0,0004.

La determinazione degli individui ♀ delle specie del genere *Gordius* (in stretto senso) aventi strato cuticolare esterno senza areole papillari è assai malagevole in generale e spesso incerta per le specie delle Indie Orientali per la mancanza di spiccati caratteri differenziali e poichè la maggior parte di esse venne stabilita sopra individui ♂. Riferisco perciò provvisoriamente

l'individuo sopra indicato al *G. Horsti* di Borneo da me precedentemente descritto.

Questo esemplare è notevolmente più piccolo della ♀ del *G. Horsti* descritta nella mia *Monografia dei Gordii;* ma è noto che le dimensioni nei Gordii a cuticola liscia possono variare entro a limiti assai grandi.

I caratteri della colorazione bruno rossastra, il collare nero poco spiccato e l'estremità posteriore alquanto allargata parlano in favore della determinazione da me fatta per l'esemplare in discorso.

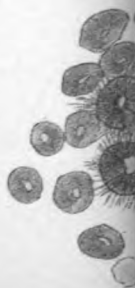
Gordius Doriae Camer.

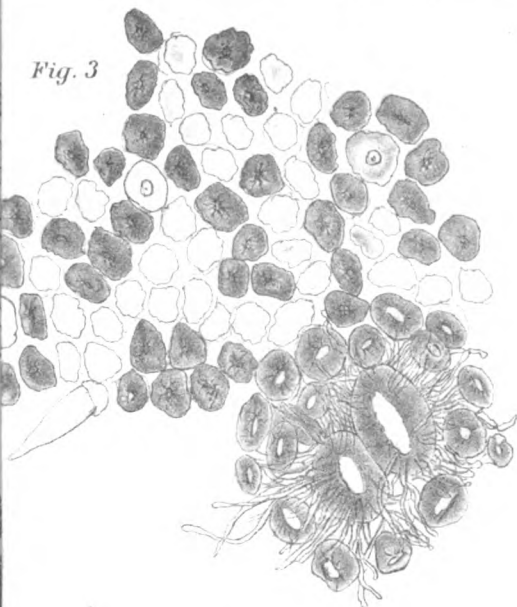
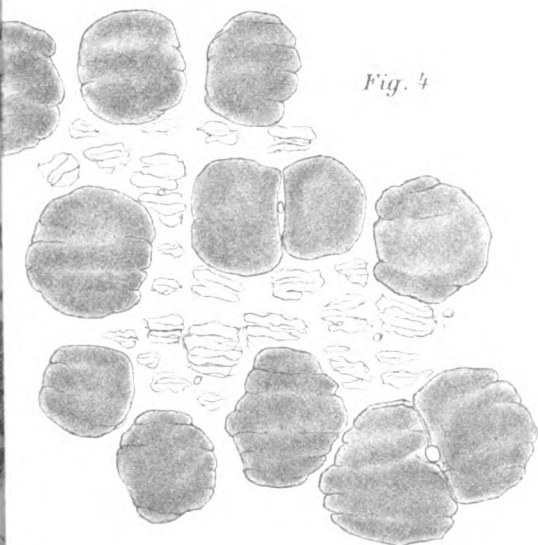
Monografia dei Gordii. " Mem. Acc. Sc. di Torino ", Ser. 2ª, vol. XLVII, p. 411, tav. III, fig. 46 (1897).

1 esemplare ♂ di Perak (costa sud occidentale della penisola di Malacca) donato dal conte M. G. Peracca al Museo Zoologico di Torino.

Lunghezza m. 0,352.

Larghezza massima m. 0,001.

Riferisco a questa specie da me precedentemente descritta sopra esemplari dei Monti Carin e di Cobapò (Birmania) l'esemplare sopra indicato per la forma dei lobi posteriori, i quali sono corti e bruscamente appuntiti e per la forma della lamina postcloacale. La colorazione è bruno rosso scuro; il collare nero e la calotta bianca sono spiccati.

L.Camerano dis. dal vero.

Lit. Salussolia Torino

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Le figure dello strato cuticolare esterno sono fatte osservando i preparati col sistema: oc. 2, ob. F. Zeiss e per mezzo della camera lucida in modo che l'ingrandimento risulti rigorosamente lo stesso per tutte e per modo che le figure dello strato cuticolare esterno siano fra loro comparabili per le dimensioni delle varie parti.

L'ingrandimento delle figure dello strato cuticolare esterno è identico a quello usato per le figure della mia *Monografia dei Gordii.*

Fig. 1. — *Chordodes Shipleyi* ♂ (Sarawak). Strato cuticolare esterno nella regione inferiore del corpo presso il solco longitudinale mediano. — Fig. 1 *a.* Strato cuticolare esterno nella parte superiore dell'animale. Fig. 1 *b.* Sezione dello strato cuticolare esterno.

Fig. 2. — *Chordodes insidiator* ♂ (Sarawak). Strato cuticolare esterno. — Fig. 2 *a.* Sezione dello strato cuticolare esterno.

Fig. 3. — *Chordodes Moutoni* ♀ (Perak). Strato cuticolare esterno. — Fig. 3 *a.* Sezione dello strato cuticulare esterno.

Fig. 4. — *Chordodes Dugesi* ♀ (Altoyac-Messico). Strato cuticolare esterno. — Fig. 4 *a.* Sezione dello strato cuticolare esterno.

Fig. 5. — *Chordodes Griffinii* ♂ (Altoyac-Messico). Strato cuticolare esterno. — Fig. 5 *a.* Sezione dello strato cuticolare esterno.

Fig. 6. — *Gordius Willeyi* ♂ (Nuova Britannia). Estremità anteriore. — Fig. 6 *a.* Estremità posteriore.

CLASSI UNITE

Adunanza del 9 Aprile 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Cossa, Vice Presidente dell'Accademia, Bizzozero, Direttore della Classe, Salvadori, Berruti, D'Ovidio, Mosso, Camerano, Segre, Peano, Foà, Guareschi, Guidi, Parona e Naccari Segretario,

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Manno, Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Ferrero, Boselli, Brusa, Perrero, Allievo e Pizzi.

Il Segretario legge l'atto verbale della precedente adunanza che viene approvato.

Il Presidente invita il Socio D'Ovidio, Segretario della prima Giunta per l'XI° premio Bressa, quadriennio 1895-98, a leggere la relazione da lui scritta a nome della Giunta.

Le conclusioni della relazione sono approvate.

Il Presidente espone quanto fu fatto finora dalla Presidenza, dall'esecutore testamentario, dal Consiglio di Amministrazione e dalla Giunta che l'Accademia incaricò di compilare il regolamento per il premio di fondazione Vallauri. Invita i Soci ad

esporre il proprio parere sul regolamento interno per il premio Vallauri, che fu loro distribuito perchè lo potessero esaminare, e sul foglio intitolato: FONDAZIONE VALLAURI, dove sono indicate le proposte della Giunta accademica, composta del Consiglio di Presidenza e di quattro Soci, cioè dei Soci CAMERANO e FOÀ per la Classe di scienze fisiche e dei Soci PEYRON e PEZZI per la Classe di scienze morali.

Dopo la discussione generale il Presidente invita a votare su le proposte della Giunta che sono approvate.

Viene pure approvato il regolamento interno per il conferimento del premio Vallauri come fu proposto dalla Giunta.

Il Presidente comunica che in una prossima adunanza si scoprirà il busto del Vallauri, opera dello scultore CANONICA.

Si passa infine alla nomina della seconda Giunta per l'XI° premio Bressa e riescono eletti, per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali i Soci D'OVIDIO, CAMERANO, NACCARI, VOLTERRA e SALVADORI, e per la Classe di scienze morali, storiche e filologiche i Soci PEYRON, BOSELLI, CLARETTA, PEZZI e FERRERO.

FONDAZIONE VALLAURI

Il Prof. Tommaso VALLAURI, Senatore del Regno, nativo di Chiusa Pesio, morto senza eredi necessari in Torino il 2 Settembre 1897, istituiva erede universale del suo patrimonio la R. Accademia delle Scienze di Torino.

Tale eredità fu da lui dichiarata nel suo testamento olografo del 29 Dicembre 1894 con le seguenti parole:

. . . .

ART. 2°. — *Istituisco la R. Accademia delle Scienze di Torino mia erede universale di questo mio patrimonio.*

. . . .

Art. 8°. — *L'Accademia delle Scienze di Torino, mia erede universale, dopo cessato l'usufrutto, dopo soddisfatti tutti i legati, dopo pagati tutti i diritti dovuti al Governo, andrà subito al possesso di una mia cartella nominativa del debito pubblico* (*Certificato* N° 948410, N° *di posizione* 668750 *emesso* il 16 Gennaio 1891) *della rendita di lire cinquemila. Cogli interessi di questa cartella la predetta Accademia stabilirà e pubblicherà ogni quattro anni un premio da conferirsi a quello scienziato italiano o straniero, il quale nel quadriennio scorso avrà pubblicato colle stampe l'opera più ragguardevole e più celebre su alcuna delle scienze fisiche, oppure a quel letterato italiano o straniero che avrà stampato la migliore opera critica sovra la letteratura latina nello scorso quadriennio. Alla rendita delle lire cinquemila della cartella predetta, l'Accademia aggiungerà la rendita delle altre cartelle e gl'interessi degli altri capitali disponibili che formano parte del mio patrimonio. E così si aumenterà la somma del premio quadriennale da conferirsi allo scienziato o letterato che avrà scritto o stampato l'opera più meritevole.*

L'Accademia Reale delle Scienze in sua seduta a Classi unite 21 Novembre 1897 deliberò di accettare tale eredità, salva l'approvazione sovrana che fu accordata con R. Decreto 13 Febbraio 1898 (1).

Trattandosi ora di eseguire la volontà del testatore, in seguito al decesso della usufruttuaria universale gentildonna Elisabetta Vallauri nata Gibellini, la Commissione a tal uopo nominata propose le conclusioni seguenti:

1° che il premio del primo quadriennio decorrente dal 1° Gennaio 1899 al 31 Dicembre 1902, sia conferito allo scienziato italiano o straniero che abbia nel detto quadriennio pubblicato colle stampe l'opera più ragguardevole e più celebre su alcuna delle scienze fisiche, interpretando questa espressione nel suo più largo significato;

2° che il premio del secondo quadriennio, dal 1° Gen-

(1) La liquidazione dell'eredità compiuta dall'esecutore testamentario, che è l'egregio avvocato Giovanni Calandra, fa ritenere che il capitale ereditario al 1° gennaio 1899 ammonti all'incirca alla somma di L. 240000, il qual capitale sarà investito in una cartella nominativa del consolidato italiano al 5 % intestata a questa R. Accademia per la Fondazione Vallauri.

naio 1903 al 31 Dicembre 1906 sia conferito al letterato italiano o straniero, che avrà stampato in tale quadriennio la migliore opera critica sopra la letteratura latina;

3° che i premi non possano essere conferiti ai Soci nazionali, residenti e non residenti;

4° che si debba dare fin d'ora pubblica notizia delle deliberazioni premesse, avvertendo che le opere, le quali verranno inviate all'Accademia affinchè sieno prese in considerazione per i premi, non saranno restituite;

5° che l'ammontare di ciascuno dei premi sarà determinato volta per volta dal Consiglio di Amministrazione e sarà costituito dagli interessi della cartella nominativa in cui sarà investito il capitale ereditario, spettanti al quadriennio, depurati da ogni tassa e sotto deduzione delle spese di pubblicità e di amministrazione, e di tutte le altre spese occorrenti per il conferimento del premio;

6° che nel caso, in cui un premio non venga conferito, esso vada ad aumento del capitale e serva così ad accrescere con i propri interessi i premi successivi;

7° che ciascun premio sarà conferito dall'Accademia a Classi Unite, sentite le proposte di apposita Commissione e in conformità al regolamento interno approvato dall'Accademia.

L'Accademia a Classi Unite in sua seduta del 9 aprile approvò a voti unanimi le proposte della Commissione, non che il regolamento interno per il conferimento dei premi Vallauri.

Al tempo stesso si decise di addivenire in una prossima seduta a Classi Unite da determinarsi dal Consiglio di Amministrazione, alla solenne inaugurazione del ricordo marmoreo, opera dello scultore Pietro Canonica, da collocarsi nel Palazzo accademico. La erezione di questo ricordo in onore del munifico donatore era stata deliberata nell'adunanza a Classi Unite del 21 novembre 1897.

REGOLAMENTO INTERNO

PER IL CONFERIMENTO DEI PREMI **Vallauri**.

1° I quadrienni per il conferimento dei premi Vallauri si calcolano ad anni solari e cominciano dal 1° Gennaio 1899.

2° Nel semestre anteriore ad ogni nuovo quadriennio sarà pubblicato in lingua italiana e francese e diffuso quanto più largamente sarà possibile l'annunzio dei premi da conferirsi nei due successivi quadrienni.

3° La Commissione per il conferimento dei premi Vallauri relativi alle scienze fisiche (intese in largo senso) sarà composta di sei membri, oltre il Presidente dell'Accademia, nominati dalla Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

La Commissione per il conferimento dei premi Vallauri relativi alle opere di critica della letteratura latina sarà composta di quattro membri, oltre il Presidente dell'Accademia, nominati dalla Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Queste nomine verranno fatte entro il Giugno anteriore al cominciamento del rispettivo quadriennio e ciascuna Commissione dovrà costituirsi immediatamente procedendo alla nomina del Segretario.

4° Ciascuna Commissione avrà l'incarico di ricercare, esaminare e proporre le opere che meritano d'essere prese in considerazione per il conferimento del premio, come pure quello di esaminare e giudicare le opere inviate dagli autori o dagli editori o proposte dai Soci. Per cura dei rispettivi segretari delle Commissioni verranne invitati tutti i Soci nazionali, residenti e non residenti, a fare le loro proposte entro il Marzo successivo alla scadenza del premio. Ciascuna Commissione entro il mese di Giugno dovrà tenere una seduta per discutere le proposte ricevute dai Soci e fare l'elenco delle opere ch'essa stimerà meritevoli d'essere prese in considerazione.

5° Nella prima seduta del successivo Novembre, ciascuna Commissione riferirà alle Classi unite i risultati dei proprii lavori. L'invito per tale seduta sarà inviato almeno cinque giorni prima a tutti i Soci nazionali residenti, e non residenti, unitamente all'elenco delle opere che la Commissione reputerà degne di essere prese in considerazione per il premio. Sarà in facoltà di ogni Socio di fare in quell'adunanza sia verbalmente,

sia per iscritto, le osservazioni e le proposte che esso crederà opportune, ma l'elenco delle opere approvate in tale adunanza sarà definitivo, sicchè il premio non potrà venire assegnato ad un'opera che non vi sia compresa.

6° Entro il mese di Dicembre la Commissione farà le sue proposte definitive in una relazione che sarà trasmessa a tutti i Soci nazionali, residenti e non residenti. Sulle conclusioni di tale relazione deciderà l'Accademia a Classi unite in una seduta da tenersi entro la prima metà del Gennaio successivo, con facoltà d'intervento e di voto ai Soci nazionali non residenti.

7° La relazione potrà contenere la proposta di una sola pubblicazione da premiarsi, o potrà anche indicare come meritevoli del premio più opere, lasciando la scelta all'Accademia. La votazione per il conferimento del premio si farà a schede segrete. Nel caso di proposta di più opere si voterà ponendo un solo nome su ciascuna scheda e se nessuno dei nomi avrà ottenuto la maggioranza assoluta, si passerà ad un'altra votazione libera per schede segrete. In caso che nessuno ottenga nemmeno in questa la maggioranza, si passerà allo squittinio sui singoli nomi proposti, cominciando da quello che ebbe maggior numero di voti e rinviando lo spoglio delle schede ad operazione finita. Avrà il premio chi riporterà la maggioranza assoluta col maggior numero di voti, computando le schede bianche e le nulle nel numero dei voti. Nel caso che nello scrutinio due opere ottengano lo stesso numero di voti, il premio verrà diviso in parti eguali.

Quando la Commissione giudichi due opere egualmente degne di premio, potrà, se crede, proporre all'Accademia, che il premio sia diviso per metà fra esse. Se la proposta della divisione non sia accolta dall'Accademia, si passerà alla votazione sopra i due nomi nel modo sopra indicato.

Il Presidente dell'Accademia
GIUSEPPE CARLE.

Il Segretario della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali
A. NACCARI.

Il Segretario della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
C. NANI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 9 Aprile 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: CLARETTA, Direttore della Classe, PEYRON, MANNO, BOLLATI DI SAINT-PIERRE, PEZZI, FERRERO, BOSELLI, BRUSA, PERRERO, ALLIEVO, PIZZI.

In assenza del Socio Segretario NANI, indisposto, ne fa le veci il Socio FERRERO.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'ultima adunanza.

Il Socio ff. di Segretario presenta un opuscolo del Socio corrispondente Vittorio POGGI: *Spigolature di storia e di epigrafia savonese* (Savona, 1899).

Indi egli presenta un lavoro manoscritto intitolato: *Delle relazioni tra Savoia e Venezia da Amedeo VI a Carlo II (III)* [*1366-1553*], di cui l'autore, il dott. Arturo SEGRE, desidera l'inserzione nelle *Memorie* accademiche.

Ad esaminare questo lavoro ed a riferirne alla Classe in una prossima adunanza il Presidente delega col Socio presentante i Socii CLARETTA e CIPOLLA.

L'Accademico Segretario
CESARE NANI.

Programma dei primi due Premî VALLAURI pei quadrienni 1899-1902 e 1903-1906.

L'Accademia Reale delle Scienze di Torino annuncia che in esecuzione delle disposizioni testamentarie del Socio Senatore Tommaso Vallauri, ha stabilito un premio da conferirsi *a quello scienziato italiano o straniero che nel quadriennio decorrente dal 1° Gennaio 1899 al 31 Dicembre 1902 abbia pubblicato colle stampe l'opera più ragguardevole e più celebre su alcuna delle scienze fisiche*, interpretando questa espressione di scienze fisiche nel senso più largo.

Similmente essa ha stabilito un altro premio da conferirsi *a quel letterato italiano o straniero che avrà stampato la migliore opera critica sopra la letteratura latina nel quadriennio decorrente dal 1° Gennaio 1903 al 31 Dicembre 1906.*

Ciascuno di questi premî sarà di lire italiane trentamila nette (Lire it. 30.000), fatta riserva soltanto per il caso che abbia a mutare il reddito delle cartelle di rendita italiana.

I premî saranno conferiti un anno dopo le rispettive scadenze.

Essi non potranno mai essere assegnati ai Soci nazionali dell'Accademia, residenti e non residenti.

Le opere, che venissero inviate all'Accademia perchè siano prese in considerazione per il premio, non verranno restituite.

Non si terrà alcun conto dei manoscritti.

Il Presidente dell'Accademia
GIUSEPPE CARLE.

Il Segretario della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali
A. NACCARI.

Il Segretario della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
C. NANI.

TORINO — VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 16 Aprile 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Bizzozero, Direttore della Classe, D'Ovidio, Mosso, Spezia, Camerano, Segre, Volterra, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona e Naccari Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale della seduta precedente che viene approvato.

Il Presidente comunica la morte del Socio corrispondente Gustavo Wiedemann. Vennero inviate condoglianze alla famiglia.

Egli comunica pure l'invito alle feste centenarie in onore dello Spallanzani, inviato alla Presidenza dal Comitato di Reggio Emilia ordinatore di quelle feste. Il Socio Mosso accetta l'incarico offertogli dal Presidente di rappresentare l'Accademia in quella solennità.

Il Presidente fa menzione dell'opera *Chaleur animale*, inviata in dono dal Socio straniero Berthelot autore di essa e presenta un opuscolo del sig. Dott. Domenico Pecile intitolato: *Sulle carte agronomiche in Friuli*, rilevandone i pregi.

Il Socio Parona a nome dell'autore Prof. Francesco Bassani, presenta una memoria intitolata: *La Ittiofauna del calcare*

eocenico di Gassino in Piemonte e una nota intitolata: *Di una piccola bocca apertasi nel fondo della Solfatara,* segnalando specialmente i pregi della prima.

Il Socio SEGRE presenta per l'inserzione negli *Atti* una nota del Dott. Azeglio BEMPORAD intitolata: *Complessi di 2° grado costituiti dalle normali ad una serie di curve piane.* Sarà inserita negli *Atti.*

Il Socio VOLTERRA presenta il manoscritto del Socio corrispondente Gustavo MITTAG-LEFFLER, in cui è contenuto il teorema enunciato verbalmente dallo stesso MITTAG-LEFFLER nella seduta del 12 marzo 1899. La nota ha per titolo: *Sulla rappresentazione analitica di un ramo uniforme di una funzione monogena.* Essa sarà inserita negli *Atti.*

Vi sarà pure inserita la nota del Socio VOLTERRA, che ha per titolo: *Sopra alcune applicazioni della rappresentazione delle funzioni del Prof. Mittag-Leffler,* nella quale sono raccolte le osservazioni fatte verbalmente dal Socio VOLTERRA stesso nelle due ultime sedute, su quell'argomento.

Vengono pure presentati dal Socio VOLTERRA e accolti per l'inserzione negli *Atti* gli scritti seguenti:

1° *Intorno ai reciproci dei determinanti normali,* nota del Dott. Tito CAZZANIGA,

2° *A proposito della mia nota: Alcune osservazioni preliminari sulla teoria del movimento delle superficie,* nota del Dr. Ermenegildo DANIELE,

3° *Sulla rappresentazione analitica delle funzioni reali discontinue di variabile reale,* nota del Dott. Carlo SEVERINI.

LETTURE

Sulla rappresentazione analitica di un ramo uniforme di una funzione monogena;

Nota del Socio corrispondente GUSTAVO MITTAG-LEFFLER.

Indichi a un punto del piano della variabile complessa x, e si aggiunga ad a un aggregato infinito di quantità

$$(1) \qquad F(a),\ F^{(1)}(a),\ F^{(2)}(a)\ \ldots\ldots\ F^{(\mu)}(a)\ \ldots\ldots,$$

dove ogni quantità sia determinata completamente quando si conosca il posto che occupa nell'aggregato.

Suppongasi, e ciò può farsi in infiniti modi, che le quantità F sieno scelte in maniera che si verifichi la condizione di Cauchy (*) affinchè la serie

$$(2) \qquad P(x|a) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{1}{\underline{|\mu}} F^{(\mu)}(a) \,.\, (x-a)^{\mu}$$

abbia un cerchio di convergenza.

(*) Cfr. Cauchy, *Cours d'Analyse de l'École royale polytechnique,* 1e partie: *Analyse algébrique.* Paris, 1821, chap. 9, § 2, théorème I, page 286. In linguaggio moderno la condizione di Cauchy va formulata così: *Il limite superiore dei valori limiti dei moduli* $\left|\sqrt[\mu]{\frac{1}{\underline{|\mu}} F^{(\mu)}(a)}\right|$ *è un numero finito.* Si sa che, chiamando $\frac{1}{r}$ questo numero finito, il raggio del cerchio di convergenza della serie (2) è r.

Nella teoria delle funzioni analitiche, costruita da Weierstrass, la funzione è definita dalla serie $P(x \mid a)$ e dalla continuazione analitica di questa serie. La funzione è perfettamente determinata, sempre che sieno dati gli elementi:

$$F(a),\ F^{(1)}(a),\ F^{(2)}(a) \ldots\ldots F^{(\mu)}(a) \ldots\ldots$$

Per lo più la funzione definita da questi elementi viene indicata, nella sua totalità, con $F(x)$.

Sia K un continuo formato di un sol pezzo, che non si sovrapponga a sè stesso in niun sito, che contenga il punto a, e tale che il ramo della funzione $F(x)$, definita da $P(x \mid a)$ e dalla sua continuazione analitica nell'interno di K, resti uniforme e regolare. Designerò questo ramo con $FK(x)$.

Mi propongo il problema *di trovare una rappresentazione analitica d'un ramo* $FK(x)$ *scelto quanto più esteso è possibile.*

Dalla definizione stessa della funzione analitica $F(x)$ e da quella del ramo $FK(x)$ risulta immediatamente un modo di rappresentazione analitica del ramo $FK(x)$. Una tale rappresentazione infatti è sempre data da un aggregato enumerabile di prolungamenti analitici di $P(x \mid a)$. Ma giacchè il raggio del cerchio di convergenza di un prolungamento analitico si desume col criterio già citato di Cauchy, questo modo di rappresentare $FK(x)$ diventa complicatissimo. La continuazione analitica va considerata piuttosto come definizione della funzione che come un modo di rappresentarla.

V'è un altro modo di rappresentazione che discende immediatamente dai principî sui quali è basata la teoria delle funzioni di Cauchy. Siffatta rappresentazione è data dalla formola

$$FK(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_S \frac{FK(z)}{z-x}\,dz \tag{3}$$

dove l'integrale è esteso lungo un cammino chiuso S posto allo interno di K. Dalla definizione stessa di integrale risulta evidente che l'integrale (3) può essere sostituito da una somma infinita di funzioni razionali di x i cui coefficienti possono esprimersi mediante un aggregato enumerabile di valori speciali di x e per mezzo dei valori corrispondenti di $FK(x)$. Questa osser-

vazione è stata il punto di partenza del lavoro del sig. Runge (*) nonchè dei lavori posteriori dei signori Painlevé, Hilbert ed altri. La rappresentazione analitica che così si ottiene, richiede dunque che si conoscano i valori di $FK(x)$ in un numero infinito ed enumerabile di punti. Or nei problemi soliti dell'Analisi questi valori non sono conosciuti. Viceversa è dato, in generale, l'aggregato di valori

$$F(a),\ F^{(1)}(a),\ F^{(2)}(a)\ \ldots\ldots$$

Così accade, per esempio, nel vasto problema della integrazione delle equazioni differenziali se lo si consideri dal punto di vista usuale.

Volendo dunque trovare la rappresentazione analitica di $FK(x)$, bisognerà ricavarla dagli elementi (1) e tentare di costruire, *col solo aiuto di questi elementi,* una formola che rappresenti per intero il ramo $FK(x)$.

Sia C il cerchio di convergenza della serie (2). L'espressione

$$\sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{1}{\underline{|\mu}} F^{(\mu)}(a) \,.\, (x-a)^{\mu}$$

darà la rappresentazione analitica di $FC(x)$, poichè l'uguaglianza

$$FC(x) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{1}{\underline{|\mu}} F^{(\mu)}(a) \,.\, (x-a)^{\mu}$$

ha luogo per tutti i punti interni a C.

Questa espressione è costruita per mezzo degli elementi

$$F(a),\ F^{(1)}(a),\ F^{(2)}(a)\ \ldots\ldots$$

e certi numeri razionali $\frac{1}{\underline{|\mu}}$ indipendenti dalla scelta dei suddetti elementi.

Bisogna anche osservare che l'espressione è formata senza conoscere a priori il raggio del cerchio C. Partendo dagli elementi

$$F(a),\ F^{(1)}(a),\ F^{(2)}(a)\ \ldots\ldots$$

(*) *Zur Theorie der eindeutigen analytischen Functionen,* § 1, pag. 229-239, " Acta Mathematatica ", tomo 6.

il raggio è ben definito mediante il teorema di Cauchy e vi sono diversi metodi per ricavarlo da essi. Ma il raggio non entra in modo esplicito nella espressione. La serie di Taylor è formata coi soli elementi

$$F(a),\ F^{(1)}(a),\ F^{(2)}(a)\ \ldots\ldots$$

presi dalla funzione.

È il caso dunque di porre la seguente questione: si può ottenere analogamente per un ramo $FK(x)$ avente la massima possibile estensione una rappresentazione analitica della stessa natura? La risposta è affermativa, come ho mostrato in diverse note pubblicate in svedese l'anno scorso dalla Accademia delle scienze di Stockholm. Si può per conseguenza colmare una notevole lacuna nella teoria delle funzioni analitiche; giacchè sinora non si è saputo dare per il ramo generale $FK(x)$ una rappresentazione analitica pari a quella trovata fin dai primi passi della teoria per il ramo $FC(x)$.

Per trattare a fondo la questione che ho posta bisogna prima definire un campo K che abbia la *massima estensione*. Lo farò introducendo un nuovo concetto geometrico: la *Stella*.

Nel piano della variabile complessa x sia un'area generata nel seguente modo: intorno ad un punto fisso a si faccia rotare una sola volta un vettore " una semi retta "; sopra ogni vettore si determini in modo univoco un punto a_l la cui distanza dal punto fisso a sia maggiore di una assegnata quantità positiva, la medesima per tutti i vettori. I punti a_l possono stare a distanza finita o infinita dal punto fisso a. Se la distanza da a ad a_l è finita, si escluderà dal piano delle x quella parte del vettore che si estende da a_l all'infinito. Al campo che resta nel piano delle x, dopo aver eseguiti tutti questi tagli, do il nome di *Stella*. Si vede che la *Stella* è un *continuo* formato da un solo pezzo ed a connessione semplice.

Aggiungiamo ora ad a gli elementi

$$F(a),\ F^{(1)}(a),\ F^{(2)}(a),\ \ldots\ldots\ F^{(\mu)}(a),\ \ldots\ldots$$

che soddisfacciano alla condizione di Cauchy, e formiamo la serie

$$P(x \mid a) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{1}{\underline{|\mu}}\, F^{(\mu)}(a) \,.\, (x-a)^{\mu}.$$

Eseguiamo la continuazione analitica di $P(x \mid a)$ lungo un vettore uscente dal punto a. Può darsi che ogni punto di questo vettore appartenga al cerchio di convergenza di una serie che sia una continuazione analitica di $P(x \mid a)$ ottenuta procedendo lungo il vettore; ma può anche darsi che procedendo lungo il vettore s'incontri un primo punto che non giaccia nell'interno del cerchio di convergenza di nessuna continuazione analitica lungo il vettore di $P(x \mid a)$. In tal caso escludo dal piano delle x la parte del vettore compresa tra il suddetto punto e l'infinito. Facendo rotare una sola volta il vettore intorno ad a ottengo una *Stella* quale l'ho definita dianzi.

Questa stella essendo univocamente individuata dagli elementi (1) sarà detta *la stella appartenente a quegli elementi.* La indicherò in generale con A prima lettera della parola greca 'Ἀστήρ.

Per definire la stella ho scelto come vettori delle *semirette.* È facile vedere che avrei potuto anche scegliere delle linee curve definite opportunamente.

In corrispondenza alla locuzione: *stella appartenente agli elementi* (1), farò uso pure dell'altra *funzione* $F(x)$, e anche di *ramo funzionale* $FA(x)$ *appartenente ai detti elementi.*

Esaurite queste premesse, posso enunciare così il mio teorema principale:

Sia A *la stella appartenente agli elementi*

$$F(a),\ F^{(1)}(a),\ F^{(2)}(a),\ \ldots\ldots$$

e sia $FA(x)$ *il ramo funzionale corrispondente che appartenga pure ai medesimi elementi, e sia* X *un campo finito qualunque interno ad* A, *e* σ *una quantità positiva piccola quanto si voglia.*

Si può sempre trovare un numero intero $\bar{n}$ *tale che la differenza tra* $FA(x)$ *ed il polinomio*

$$g_n(x) = \sum_{(\nu)} c_\nu^{(n)} F^{(\nu)}(a) \cdot (x-a)^\nu$$

sia, sempre che n *superi* $\bar{n}$, *inferiore a* σ *in valore assoluto per tutti i valori di* x *appartenenti al campo* X.

I coefficienti $c_\nu^{(n)}$ *possono scegliersi a priori, e sono assolutamente indipendenti dalle* a, *dalle* $F(a)$, $F^{(1)}(a)$, $F^{(2)}(a) \ldots$ *e dalla* x.

È molto importante osservare che la conoscenza esplicita della stella non è necessaria per la costruzione della funzione $g_n(x)$. Dati gli elementi $F(a)$, $F^{(1)}(a)\ldots$ la stella è pienamente definita da questi elementi. Ma essa non entra in modo esplicito nella espressione $g_n(x)$, al pari di ciò che accade per la serie di Taylor, nella quale il raggio del cerchio di convergenza non entra in modo esplicito.

La dimostrazione del mio teorema può farsi mediante considerazioni molto elementari, basandosi specialmente sul teorema fondamentale esposto da Weierstrass nella memoria del 1841: *Zur Theorie der Potenzreihen* (*).

Partendo dal medesimo teorema per le funzioni di più variabili si giunge facilmente ad una generalizzazione del mio teorema principale che si estende così al caso di un numero finito qualunque di variabili indipendenti.

I coefficienti che ho indicati con $c_\nu^{(n)}$ sono dati a priori. Sono interamente indipendenti dalla funzione speciale che si tratta di rappresentare come accade pei coefficienti $\frac{1}{\underline{|\mu}}$ nella serie di Taylor. Ma la scelta di questi coefficienti $c_\nu^{(n)}$ non è univoca; essa può essere fatta invece in infiniti modi diversi. Date certe condizioni, dobbiamo porci il problema di fare la scelta che meglio convenga a siffatte condizioni.

La formola seguente dà per $g_n(x)$ una espressione che forse, riguardo alla forma, è la più semplice possibile:

$$4)\quad g_n(x)=\sum_{\lambda_1=0}^{n^2}\sum_{\lambda_2=0}^{n^4}\cdots\sum_{\lambda_n=0}^{n^{2n}}\frac{1}{\underline{|\lambda_1}\,\underline{|\lambda_2}\cdots\underline{|\lambda_n}}\,F^{(\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_n)}(a)\left(\frac{x-a}{n}\right)^{\lambda_1+\lambda_2+\cdots+\lambda_n}$$

Vi sono anche altre forme in cui i $c_\nu^{(n)}$ sono numeri razionali, ovvero numeri che dipendono in dati modi dalle trascendenti π ed e e che sono di una grande semplicità.

Non insisto per ora su questo punto, ma enuncierò un altro teorema che è conseguenza quasi immediata del mio teorema principale.

Sia A *la stella appartenente agli elementi*

$$F(a),\ F^{(1)}(a),\ F^{(2)}(a),\ \ldots\ldots,$$

(*) " Werke ", Bd. I, pag. 67.

e sia $FA(x)$ *il ramo funzionale corrispondente che appartiene agli stessi elementi.*

Questo ramo $FA(x)$ *potrà essere sempre rappresentato da una serie*

$$\sum_{\mu=0}^{\infty} G_\mu(x)$$

dove le $G_\mu(x)$ *sono dei polinomi della forma*

$$G_\mu(x) = \sum_{(\nu)} \epsilon_\nu^{(\mu)} F^{(\nu)}(a) \, . \, (x-a)^\nu$$

essendo ogni coefficiente $\epsilon_\nu^{(\mu)}$ *un numero determinato (che si può scegliere razionale) il quale non dipende che da* μ *e da* ν.

La serie

$$\sum_{\mu=0}^{\infty} G_\mu(x)$$

è convergente per ogni valore di x *interno ad* A *ed è uniformemente convergente in ogni campo interno ad* A.

Da per tutto all'interno di A *si avrà*

$$\sum_{\mu=0}^{\infty} G_\mu(x) = \lim_{\mu=\infty} g_\mu(x)$$

dove $g_\mu(x)$ *denota il polinomio considerato nel mio teorema principale.*

Ho definito precedentemente la stella *appartenente agli elementi*

$$F(a),\ F^{(1)}(a),\ \ldots\ldots \tag{1}$$

Analogamente si può parlare del cerchio appartenente agli elementi (1), che è il cerchio di convergenza C della serie

$$P(x|a) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{1}{\underline{|\mu}} F^{(\mu)}(a) \, . \, (x-a)^\mu .$$

Si vede che questo cerchio è iscritto nella stella che appartiene agli stessi elementi ed esso può considerarsi come la prima approssimazione della stella. Al cerchio C corrisponde una espressione analitica che ha la proprietà di rappresentare $FA(x)$ nell'interno di C, di essere uniformemente convergente in ogni

campo interno a C e di cessar di convergere fuori di C. Esistono fra il cerchio e la stella un numero infinito di campi intermedii $C^{(\mu)}$ ($\mu = 1, 2, 3, \ldots$) ciascuno dei quali racchiude quello precedente e che possono essere scelti in modo che ad ogni $C^{(\mu)}$ corrisponda una espressione analitica che rappresenti FA(x) nell'interno di $C^{(\mu)}$, che sia uniformemente convergente in ogni campo interno a $C^{(\mu)}$ e la cui convergenza cessi fuori di $C^{(\mu)}$. Su questa questione v'è uno studio interessante da fare, che ho abbozzato nelle mie pubblicazioni svedesi e che mi riserbo di riprendere.

Il solo autore che abbia trovato, per quanto mi sappia, una rappresentazione generale di FA(x) valevole fuori del cerchio appartenente agli elemènti (1) è il sig. Borel. In due importanti memorie inserite nel t. 2°, V serie (1896) del *Journal des Mathématiques* il sig. Borel si occupa di ciò che egli chiama la *sommabilità* di una *serie*. L'interesse principale di questo studio consiste in ciò, mi sembra, che l'autore trova effettivamente una espressione per FA(x) valevole in un campo K che racchiude in generale il cerchio C. Si possono facilmente scegliere i campi che ho chiamati $C^{(\mu)}$ tali che $C^{(1)}$ diventi il campo K di Borel. Il campo K di Borel è dunque la seconda approssimazione della stella, mentre il cerchio, come ho già detto, n'è la prima.

Ma il sig. Borel è entrato nel medesimo ordine di idee anche in un'altra pubblicazione. Nel suo libro: " Leçons sur la théorie des fonctions ", Paris 1898, pubblicato senza conoscere le mie note svedesi dello stesso anno, l'autore si esprime così (*): " Pour résumer les résultats acquis sur le problème de la représentation analytique des fonctions uniformes (**), nous pouvons dire que nous en connaissons deux solutions complètes; l'une est fournie par le théorème de Taylor, l'autre par le théorème de M. Runge (***). Ces deux solutions ont une très grande importance à cause de leur généralité; mais chacune d'elles a de graves inconvénients dont les principaux sont, pour la série de

(*) Pag. 88 e seg.

(**) Tutto ciò che il sig. Borel dice sulla rappresentazione analitica delle funzioni uniformi può applicarsi, *mutatis mutandis*, al ramo funzionale FA(x).

(***) Ho accennato innanzi che non vi è nulla nel teorema di Runge che non stia già implicitamente nella rappresentazione mediante l'integrale di Cauchy.

Taylor, de diverger en des régions où la fonction existe; et pour la représentation de M. Runge et celles de M. Painlevé, d'être possible d'une infinité de manières (*) . . . .
. . . . Le but idéal à atteindre, c'est de trouver une représentation réunissant les avantages de la série de Taylor et des séries de M. Runge ou de M. Painlevé, sans avoir aucun de leurs inconvénients (**), et le but immédiat, c'est de trouver une telle représentation pour des classes de fonctions de plus en plus étendues „ (***).

Altre ricerche si connettono coi miei teoremi, ma appartengono ad un ordine d'idee diverso da quello del sig. Borel. Ho già parlato della rappresentazione di $FA(x)$ che discende dall'integrale di Cauchy

$$FA(x)=\frac{1}{2\pi i}\int_S \frac{FA(z)}{z-x}\,dz.$$

Si può, come fa il sig. Runge, trasformare l'integrale in una serie dove ogni termine è un polinomio in x. Ma per formare questi polinomi bisogna conoscere non solo la stella A, ma anche i valori della funzione in tutti i punti di un aggregato enumerabile che si accostano indefinitamente verso il contorno di A. In alcune ricerche per altro si sostituiscono a questi valori della funzione gli elementi $F(a)$, $F^{(1)}(a)$, $F^{(2)}(a)$ ... Ma queste

(*) Ho rilevato precedentemente un difetto che mi sembra anche più grave, ed è che queste espressioni richiedono la conoscenza di un aggregato enumerabile di valori della funzione che debbono anche corrispondere a punti che si avvicinano indefinitamente verso il limite di esistenza della funzione.

(**) Si vede che ho raggiunto questo scopo non solo per le funzioni analitiche uniformi ma per il ramo funzionale $FA(x)$. Si potrebbe domandare se non si possa ottenere il medesimo risultato per la funzione $F(x)$ in tutta la sua totalità. Così non è; la questione è troppo generale. Il problema consiste appunto nel restringere siffatta questione tanto da renderne possibile una soluzione senza diminuirne per altro la generalità più che non sia necessario. Credo aver risoluto questo problema introducendo la stella ed il ramo funzionale $FA(x)$.

(***) Pare che il sig. Borel non abbia guardate le sue proprie ricerche sulla *sommabilità delle serie* dallo stesso punto di vista che ha indicato così chiaramente ora nelle sue: *Leçons etc.* Se no avrebbe potuto dire piuttosto: che lo scopo immediato è di trovare una rappresentazione generale valevole in un campo anche più grande che il suo campo K — *alias* $C^{(1)}$ —.

ricerche si riducono sempre, più o meno direttamente, ad eseguire una rappresentazione conforme del cerchio di convergenza sopra un'altra figura, e richiedono anche che si conosca a priori che la funzione da rappresentare è regolare nell'interno del campo su cui si rappresenta il cerchio. Il teorema più interessante e più profondo in tale ordine di idee parmi sia quello del signor Painlevé (*): *Connaissant un domaine connexe* D *ainsi qu'un point dans son intérieur, on sait calculer une suite de polinômes*

$$\Pi_{\mu 0}(x),\ \Pi_{\mu 1}(x)\ \ldots\ldots\ \Pi_{\mu\mu}(x)\,; \qquad (\mu = 1, 2, 3, \ldots)$$

telle que toute fonction $F(x)$ *holomorphe dans* D *soit développable dans* D *sous la forme*

$$F(x) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \left\{ F(a)\,.\,\Pi_{\mu 0}(x) + F^{(1)}(a)\,.\,\Pi_{1\mu}(x) + \ldots + F^{(\mu)}(a)\,.\,\Pi_{\mu\mu}(x) \right\}.$$

Si vede la somiglianza tra la formola del sig. Painlevé e la mia. Mettendo nella formola di Painlevé

$$\Pi_{\mu\nu}(x) = \epsilon_{\nu}^{(\mu)}(x - a)^{\nu}$$

si ha la mia. Pure la somiglianza è affatto formale, perchè la formazione dei polinomi $\Pi_{\mu 0}(x)$, $\Pi_{\mu 1}(x)$, ... $\Pi_{\mu\mu}(x)$ richiede che si sia fissato a priori il campo D e che si conosca che la funzione $F(x)$ resti olomorfa in D, mentre la mia formola di rappresentazione, lungi dal supporre la conoscenza a priori della stella A, fornisce al contrario il modo di calcolare questa stella.

Tornerò in altre pubblicazioni sulle molte applicazioni che si possono fare de' miei teoremi. Mi limito qui alle indicazioni seguenti.

La stella che appartiene agli elementi $F(a)$, $F^{(1)}(a)$ ... è data quando sono conosciuti questi elementi, allo stesso modo come è dato il cerchio che ad essi appartiene. Ma per costruire effettivamente la stella o il cerchio bisogna conoscere nel primo caso i vertici della stella (cioè i punti a_l) e nel secondo caso la distanza tra il punto a ed il vertice a_l più vicino ad a. Può darsi che sia molto difficile di giungere a conoscere questi

(*) Cfr. " Comptes Rendus des Séances de l'Académie des sciences ", t. CXXVI. Paris, 1898, 24 janvier, pag. 320, 321.

punti col solo studio degli elementi $F(a)$, $F^{(1)}(a) \ldots$ Ma in certi problemi i vertici della stella sono dati immediatamente. Per esempio nel problema della ricerca dell' integrale generale di una equazione differenziale i cui punti critici sono tutti fissi e in numero finito. In tal caso si può costruire la stella immediatamente e si ottiene per l'integrale una espressione analitica che vale in tutto il piano, salvo su un numero finito di tagli dati. Malgrado gli importanti lavori di Fuchs, di Appell e di altri, questo problema di trovare una rappresentazione che fosse unica per tutto il piano e nello stesso tempo abbastanza semplice non era stato ancor risoluto.

Sono noti i bei lavori dei signori Fabry, Hadamard, Borel ed altri autori francesi che trassero origine dalla memoria di Darboux sulla approssimazione delle funzioni di grandi numeri e che hanno per iscopo di sviluppare dei criteri per stabilire se un punto sul cerchio appartenente agli elementi $F(a)$, $F^{(1)}(a)$, $F^{(2)}(a) \ldots$ sia un punto singolare della funzione o no. I miei teoremi mi permettono di studiare questo problema da un punto di vista più generale che non facciano quegli autori, e di trovare dei criteri per distinguere i vertici della stella appartenente agli elementi $F(a)$, $F^{(1)}(a)$, $F^{(2)}(a) \ldots$ dagli altri punti. Si può affermare che ad ogni scelta dei coefficienti che ho chiamati $c_\nu^{(n)}$ corrisponde uno speciale sistema di criteri.

Il sig. Poincaré ha segnalata una certa sostituzione che ha grande importanza nello studio di certi problemi di meccanica specialmente in quello degli n corpi. Adoperando quella sostituzione si ottiene uno sviluppo della funzione secondo il tempo che vale pei valori reali del tempo fino al primo punto singolare *positivo* o *negativo* più vicino all'origine. Ma il problema di meccanica richiede in generale la conoscenza del primo punto singolare *positivo,* non già del primo punto singolare o *positivo* o *negativo.* Si vede immediatamente che la risoluzione di questo problema può ricondursi al mio teorema. Infatti conoscendo gli elementi $F(t_0)$, $F^{(1)}(t_0)$, $F^{(2)}(t_0) \ldots$ ad una data epoca t_0 si ottiene uno sviluppo che rappresenta la funzione e che vale per tutti i valori reali $t > t_0$ fino al primo punto singolare della funzione.

Sopra alcune applicazioni della rappresentazione analitica delle funzioni del Prof. Mittag-Leffler;

Nota del Socio VITO VOLTERRA.

1. — Consideriamo in una questione dinamica qualsiasi gli elementi incogniti come funzioni analitiche del tempo, riguardando questo come una variabile complessa. Se costruiamo per queste funzioni, prendendo il valore iniziale del tempo come centro, quelle figure che il Prof. Mittag-Leffler chiama le stelle, ogniqualvolta potremo dimostrare che l'asse reale giace nell'interno di esse, avremo il modo di ottenere senz'altro gli elementi incogniti sviluppati per tutti i possibili valori reali del tempo. Ciò potrà ottenersi secondo l'importante metodo del Mittag-Leffler in infiniti modi, e potremo perciò convenientemente regolare la convergenza delle serie. Oltre a ciò, e questo è il più importante, ci sarà sufficiente conoscere le condizioni iniziali del moto per potere ottenere gli sviluppi stessi. In altri termini, una questione dinamica si potrà dire completamente risoluta dal punto di vista analitico, quando potremo dimostrare che l'asse reale dei tempi giace completamente nell'interno delle stelle degli elementi incogniti. Mi permetto, come Nota alla bella Memoria del Prof. Mittag-Leffler, di accennare l'esempio di varie classi di problemi pei quali la detta circostanza favorevole, che ne permette la completa risoluzione, si presenta effettivamente.

2. — L'anno scorso in due Note e quest'anno in una Nota ho esaminato una estesa classe di questioni dinamiche che conducono alle equazioni differenziali del tipo (*) $p'_s = \sum_1^\nu {}_r \sum_1^\nu {}_k a_{sk}^{(r)} p_k p_r$, essendo $a_{sk}^{(r)} + a_{ks}^{(r)} = 0$.

(*) " Atti della R. Accad. di Torino ,, 27 febbraio e 27 marzo 1898 e 15 gennaio 1899. Queste ricerche sono suscettibili di una ulteriore estensione, come spero di poter mostrare in un prossimo lavoro.

Il teorema enunciato nel § 5 della 2ª Nota può enunciarsi dicendo che una striscia di larghezza finita contenente l'asse reale dei tempi è inclusa entro le stelle delle funzioni p, considerate come funzioni analitiche del tempo, essendo l'origine dei tempi il centro delle stelle. Abbiamo dunque, ricorrendo ai nuovi sviluppi del Prof. Mittag-Leffler, infiniti altri modi di risolvere completamente dal punto di vista analitico questi problemi dinamici, oltre il metodo sviluppato nella suddetta Nota, e quello che il Prof. Picard ha esposto nella sua comunicazione del Novembre scorso (*).

3. — Oltre alla classe ora ricordata di questioni esaminiamo alcuni casi che si riferiscono a problemi di attrazione. La questione di un punto attratto colla legge di Newton da due centri fissi costituisce un caso classico largamente trattato colle funzioni ellittiche da molti autori. Ma se i centri di attrazione, essendo sempre in linea retta, anzichè due sono in numero maggiore, la questione non è stata risoluta.

Supponiamo che il momento della velocità iniziale del punto attratto m per rapporto all'asse x dei punti attraenti sia diverso da zero. Denotando con r la distanza del punto attratto dall'asse x, con ϑ l'angolo che il piano mx fa con un piano fisso passante per x, si potrà scrivere l'integrale delle aree $r^2\vartheta' = C$, in cui la costante C è diversa da zero. Avremo poi l'integrale delle forze vive $T - P = h$, in cui h è costante; T è la forza viva data da $\frac{1}{2}\, m\,(r'^2 + r^2\vartheta'^2 + x'^2)$; e P è il potenziale eguale a $\sum_1^n{}_i \frac{M_i m}{r_i}$, denotando con M_i le masse dei punti attraenti e con r_i le loro distanze da m. Si vede facilmente che r non può divenir zero, perchè se per $t = t_0$ questa quantità fosse infinitesima, assumendola come infinitesimo principale, il ϑ', per l'integrale delle aree, sarebbe infinito del 2° ordine, onde $r^2\vartheta'^2 = C\vartheta'$ e quindi T sarebbero infiniti del 2° ordine, mentre P non potrebbe essere infinito di ordine superiore al primo, giacchè le r_i sono maggiori di r.

Si deduce da ciò facilmente che l'asse reale dei tempi deve

(*) Ibid., 13 novembre 1898.

essere incluso entro le stelle degli elementi incogniti e quindi il problema può ritenersi risoluto cogli sviluppi del Mittag-Leffler.

4. — Quando si hanno n punti che si respingono, anzichè attrarsi colla legge di Newton, l'integrale delle forze vive assume la forma $\frac{1}{2} \Sigma_i m_i (x'^2_i + y'^2_i + z'^2_i) + \Sigma_{is} \frac{m_i m_s}{r_{is}} = h$, ove m_i denotano le masse dei punti, $x_i\, y_i\, z_i$ le loro coordinate, r_{is} le loro mutue distanze, ed h una costante.

Osservando che nella formula precedente tutti i termini sono positivi, riesce facile concludere che i punti mobili non si incontrano e che le loro velocità si conservano finite, quindi anche in questo caso l'asse reale dei tempi appartiene alle stelle delle funzioni incognite.

Ma osserviamo che si passerà dalle equazioni del moto nell'ipotesi delle forze repulsive, a quelle corrispondenti alle forze attrattive trasformando il tempo t in $t\sqrt{-1}$. Con tale trasformazione le componenti delle velocità divengono immaginarie se erano reali e viceversa; però se in un dato istante erano nulle, tali si conservano dopo la trasformazione. Di qui segue il seguente singolare teorema: Consideriamo il problema degli n corpi nel caso più generale; supponiamo soltanto che i mobili partano con velocità nulla; allora prendendo come centro l'istante iniziale, l'asse reale dei tempi potrà non essere incluso nelle stelle delle coordinate, ma l'asse immaginario vi sarà sempre incluso. In altri termini, gli sviluppi del Mittag-Leffler, anche se non saranno validi per tutti i valori reali del tempo varranno per tutti i valori immaginarii.

5. — Per ultimo possiamo notare che gli sviluppi del Mittag-Leffler potranno applicarsi al movimento dei filetti vorticosi rettilinei e paralleli, per le cui equazioni del movimento e i relativi integrali rinviamo alla lezione XX del corso di Meccanica del Kirchhoff.

Intorno ai reciproci dei determinanti normali;

Nota del Dott. TITO CAZZANIGA a Pavia.

Nello studio dei determinanti normali d'ordine infinito non furono peranco stabilite le proprietà essenziali dei reciproci. Qualche breve cenno ebbi a scriverne in un mio precedente lavoro (1), ma la ricerca ivi non era compiuta, nè poteva esserlo, poichè la definizione di *reciproco* da me assunta in quella Nota, non presentavasi, per il mio scopo, come la più opportuna.

In questi appunti intendo ora stabilire:

a) Alcune formule preparatorie sui minori di un normale, che servono alla ricerca successiva, e che anche in sè presentano qualche interesse:

b) La dimostrazione del teorema: *Il reciproco di un normale è pure normale,* onde segue l'estensione ai reciproci dei normali, di tutte le ordinarie proprietà che stanno per i reciproci dei determinanti d'ordine finito.

Chiudo con qualche osservazione sulle trasformazioni lineari negli spazi ad infinite dimensioni.

I.

1. — Sia come di consueto:

$$\mathrm{D} = [a_{ik}] \qquad (i, k = 1, 2, 3, \ldots \infty)$$

un determinante d'ordine infinito, e poniamo:

$$\begin{aligned} a_{ik} &= a'_{ik} \\ a_{ii} &= 1 + a'_{ii}\,. \end{aligned} \qquad (i \neq k)$$

(1) " Ann. di Mat. „, V. 26, 1897.

Il det. D è normale per definizione quando la serie doppia degli elementi non diagonali:

$$\sum_i \sum_k a'_{ik} \qquad (i \neq k)$$

ed il prodotto semplice degli elementi diagonali:

$$\prod_i (1 + a'_{ii})$$

convergono assolutamente.

2. — Ammesso che D sia normale risulta tosto che il prodotto:

$$P = \prod_{i=1}^{\infty} (1 + \sum_{k=1}^{\infty} | a'_{ik} |)$$

converge. In virtù di tale proprietà noi possiamo dedurre tre formule di cui faremo tosto l'applicazione:

a) Si ponga:

$$P^{(n)} = \prod_{i=n+1}^{\infty} (1 + \sum_{k=1}^{\infty} | a'_{ik} |)$$

e si osservi che al crescere di n, per la convergenza di P, dovrà $P^{(n)}$ tendere all'unità. Quindi fissato un σ piccolo ad arbitrio è sempre determinabile un n' tale, che per ogni $n > n'$ si abbia:

$$1 \leq P^{(n)} \leq 1 + \sigma$$

ovvero anche:

$$| P^{(n)} - 1 | < \sigma. \tag{1}$$

Questa prima formola fu già adoperata nel citato lavoro.

b) Si scriva ora:

$$R_{\alpha n} = \sum_{h=n+1}^{\infty} | a_{\alpha h} |$$

$$P^{(n)}_{\alpha,\beta} = P^{(n)} \{ | a_{\alpha\beta} | + R_{\alpha n} \} .$$

Ma fissato un numero positivo δ, piccolo ad arbitrio, esisterà sempre un intero n' tale, che per ogni $n > n'$ risulti:

$$P^{(n)} - 1 < \delta ; \qquad R_{\alpha n} < \delta$$

onde:

$$P^{(n)}_{\alpha\beta} - | a_{\alpha\beta} | < \delta(1 + \delta + | a_{\alpha\beta} |).$$

Ovvero per un σ arbitrario, disponendo opportunamente di δ:

$$P^{(n)}_{\alpha\beta} - | a_{\alpha\beta} | < \sigma , \tag{2}$$

formola analoga alla (1).

c) Si scelgano due sistemi di r numeri interi positivi:

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \ldots\ldots < \alpha_r$$

$$\beta_1 < \beta_2 < \beta_3 < \ldots\ldots < \beta_r$$

che indicheremo brevemente con $(\alpha)_r$, $(\beta)_r$ e si metta:

$$R_{\alpha_h n} = | a_{\alpha_h n+1} | + | a_{\alpha_h n+2} | + \ldots\ldots + | a_{\alpha_h n+r} | + \ldots\ldots$$

$$S_{\alpha_h} = | a_{\alpha_h \beta_1} | + | a_{\alpha_h \beta_2} | + \ldots\ldots + | a_{\alpha_h \beta_r} | .$$

Si formi quindi l'espressione:

$$P^{(n)}_{(\alpha)_r (\beta)_r} = P^{(n)} \prod_{h=1}^{r} \{ S_{\alpha_h} + R_{\alpha_h n} \} .$$

Operando come nei due casi precedenti, e sotto le medesime ipotesi per σ ed n, essendo inoltre $n > \alpha_r$, β_r si ha:

$$\{ P^{(n)}_{(\alpha)_r (\beta)_r} - \prod_{h=1}^{r} S_{\alpha_h} \} < \sigma , \tag{3}$$

formola che, in certo modo, comprende le altre.

3. — Ricordiamo anzitutto che la notazione:

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \ldots\ldots & \alpha_r \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \ldots\ldots & \beta_r \end{pmatrix}$$

serve a rappresentare il minore infinito di D complementare del minore finito:

$$\begin{vmatrix} a_{\alpha_1\beta_1} & \dots\dots & a_{\alpha_1\beta_r} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{\alpha_r\beta_1} & \dots\dots & a_{\alpha_r\beta_r} \end{vmatrix},$$

intendendosi che esso si deduca dal normale D ponendo ivi l'unità al posto degli elementi $a_{\alpha_h\beta_h}$ $(h = 1, 2, \dots r)$, e zero per ogni altro elemento delle linee $(\alpha)_r$ e colonne $(\beta)_r$.

Ciò posto, mediante le formole (1), (2), (3), possiamo stabilire le proprietà seguenti:

a) Il minore infinito:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots\dots & n \\ 1 & 2 & 3 & \dots\dots & n \end{pmatrix}$$

è tale che:

$$\lim_{n=\infty} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots\dots & n \\ 1 & 2 & 3 & \dots\dots & n \end{pmatrix} = 1 . \tag{1'}$$

Invero, se si paragona:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots\dots & n \\ 1 & 2 & 3 & \dots\dots & n \end{pmatrix} \text{ con } P^{(n)}$$

si vede come l'uno e l'altro contengano l'unità nel loro sviluppo, ed inoltre ad ogni termine del minore considerato ne corrisponda uno di modulo eguale e sempre positivo in $P^{(n)}$, onde, per un σ arbitrario ed un n convenientemente grande, in virtù della (1) si ottiene:

$$\left| \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots\dots & n \\ 1 & 2 & 3 & \dots\dots & n \end{pmatrix} - 1 \right| \leq | P^{(n)} - 1 | < \sigma ,$$

quindi segue la verità dell'asserto.

b) Analogamente al caso che precede si ha:

$$\lim_{n=\infty} \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & \alpha-1 & \alpha+1 & \dots & n \\ 1 & 2 & \dots & \beta-1 & \beta+1 & \dots & n \end{pmatrix} = (-1)^{\alpha+\beta} a_{\alpha\beta} . \tag{2'}$$

La deduzione della (2') è immediata paragonando:

$$\begin{pmatrix} 1\ 2\ \dots\ \alpha-1\ \alpha+1\ \dots\ n \\ 1\ 2\ \dots\ \beta-1\ \beta+1\ \dots\ n \end{pmatrix} \text{ con } P^{(n)}_{\alpha_1\beta}$$

e tenendo presente la relazione (2).

c) L'ultima proprietà, più generale delle altre, è data dalla formola:

$$(3') \quad \lim_{n=\infty} \begin{pmatrix} 1\,2 \dots \alpha_1-1\ \alpha_1+1 \dots \alpha_h-1\ \alpha_h+1 \dots \alpha_r-1\ \alpha_r+1 \dots n \\ 1\,2 \dots \beta_1-1\ \beta_1+1 \dots \beta_h-1\ \beta_h+1 \dots \beta_r-1\ \beta_r+1 \dots n \end{pmatrix} = \epsilon \begin{vmatrix} a_{\alpha_1\beta_1} \dots a_{\alpha_1\beta_r} \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ a_{\alpha_r\beta_1} \dots a_{\alpha_r\beta_r} \end{vmatrix}$$

in cui si è posto:

$$\epsilon = (-1)^{\sum_{h=1}^{r}(\alpha_h+\beta_h)},$$

e tale formola si deduce in modo identico alle precedenti, paragonando il minore in esame con $P^{(n)}_{(\alpha)_r(\beta)_r}$, e tenendo conto della relazione (3).

4. — Le tre formole (1') (2') (3') mettono in chiaro una certa analogia di comportamento fra i minori finiti, e quelli infiniti di un determinante normale.

Invero si consideri in D il minore finito:

$$D_n = [a_{ik}], \qquad (i, k = 1, 2, \dots n)$$

e supposto $n > \alpha_h, \beta_h$ $(h = 1, 2, \dots r)$ si indichi con $D^{(n)}_{(\alpha)_r(\beta)_r}$ il complementare di:

$$\begin{vmatrix} a_{\alpha_1\beta_1} \dots\dots a_{\alpha_1\beta_r} \\ \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots \\ a_{\alpha_r\beta_1} \dots\dots a_{\alpha_r\beta_r} \end{vmatrix}$$

in D_n, dedotto ponendo $a_{\alpha_h\beta_h} = 1$ $(h = 1, 2 \dots r)$ e zero per ogni altro altro elemento delle linee $(\alpha)_r$ e delle colonne $(\beta)_r$.

Facendo crescere n indefinitamente si ha:

$$\lim_{n=\infty} D^{(n)}_{(\alpha)_r (\beta)_r} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_1 & \dots & \alpha_r \\ \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_r \end{pmatrix}$$

formola la quale mette in evidenza come da un minore finito di D, si possa dedurre un minore infinito, con un passaggio al limite inverso di quello per cui nella (3′), da un minore infinito di D, si ritorna ad uno speciale minore finito dello stesso determinante.

II.

1. — Sia D un normale non nullo di elementi:

$$a_{ik}, \qquad (i, k = 1, 2, \dots \infty)$$

e mediante i suoi minori infiniti di primo ordine, si costruisca il gruppo doppiamente infinito di quantità:

$$\alpha_{ik} = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} i \\ k \end{pmatrix}, \qquad (i, k = 1, 2, \dots \infty).$$

Allora il determinante infinito

$$\Delta = [\alpha_{ik}] \qquad (i, k = 1, 2, \dots \infty)$$

si dirà il *reciproco* di D.

Per esso, come per D faremo le posizioni:

$$\alpha_{ik} = \alpha'_{ik} \qquad (i \neq k)$$

$$\alpha_{ii} = 1 + \alpha'_{ii}.$$

Passiamo ora al teorema fondamentale inerente al det. Δ.

2. — *Il reciproco di un determinante normale è pure un determinante normale.*

Tenuta presente la definizione di normale abbiamo dunque a dimostrare:

a) *Il prodotto infinito:*

$$p = \prod_{i=1}^{\infty} (1 + \alpha'_{ii})$$

converge assolutamente, ovvero converge assolutamente la serie:

$$S = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ D - \binom{i}{i} \right\}.$$

A tale scopo si sviluppi il det. D per gli elementi della linea i:

$$D = \binom{i}{1} a_{i1} + \binom{i}{2} a_{i2} + \dots + \binom{i}{i} a_{ii} + \dots$$

donde:

$$D - \binom{i}{i} = \sum_k \binom{i}{k} a'_{ik}.$$

È noto poi che ponendo:

$$P = \prod_{i=1}^{\infty} (1 + \sum_{k=1}^{\infty} | a_{ik} |),$$

si ha per ogni valore degli indici:

$$\left| \binom{i}{k} \right| \leq P,$$

onde risulta ancora:

$$\left| D - \binom{i}{i} \right| \leq P \sum_k | a'_{ik} |.$$

D'altra parte, poichè D è normale, la serie doppia:

$$\sum_i \sum_k | a'_{ik} |.$$

converge, quindi:

$$\sum_i \left| D - \binom{i}{i} \right| \leq P \sum_i \sum_k | a'_{ik} |,$$

e la S è assolutamente convergente come intendevasi dimostrare.

b) *La serie doppia:*

$$S_1 = \sum_i \sum_k a_{ik} \qquad (i \neq k)$$

converge pure assolutamente. In luogo però della S_1 si potrà studiare la:

$$S' = \sum_i \sum_k \binom{i}{k} \qquad (i \neq k)$$

per dimostrarne la convergenza assoluta, e questa resterà assodata stabilendo a sua volta la convergenza delle altre due serie:

$$S_i' = \sum_k \left| \binom{i}{k} \right| \qquad (i \neq k)$$

$$S'' = \sum_i S_i'.$$

Si convenga, per ora, che tutti gli elementi a_{ik} siano reali.

Sviluppiamo il det. D per gli elementi della linea i ed abbiamo:

$$D = \binom{i}{1} a_{i1} + \binom{i}{2} a_{i2} + \dots + \binom{i}{i} a_{ii} + \dots$$

Allora al posto degli elementi a_{ik} $(k = 1, 2, \dots \infty)$ si ponga ± 1 in modo che per ogni valore degli indici:

$$\binom{i}{k} a_{ik} = \left| \binom{i}{k} \right|,$$

ed inoltre $a'_{ii} = 0$.

Il secondo membro (v. lavoro cit., pag. 172) si conserva per tal modo convergente, ed il primo membro si trasforma nel det. $D^{(i)}$ che si deduce dal normale D, sostituendo agli elementi della sua linea i dei numeri uguali a ± 1 opportunamente.

Si ha per questo verso che S'_i converge ed è:

$$S'_i = D^{(i)} - \binom{i}{i}$$

onde resta solo a dimostrare la convergenza di:

$$S'' = \sum_i \left\{ D^{(i)} - \binom{i}{i} \right\}.$$

Si ponga come dianzi [1]:

$$P = \prod_{h=1}^{\infty} (1 + \sum_{k=1}^{\infty} | a'_{hk} |) ; \qquad P^{(i)} = \prod_{h=1}^{\infty} (1 + \sum^{(i)} | a_{hk} |)$$

$$Q = \prod_{h=1}^{\infty}{}^{(i)} (1 + \sum_{k=1}^{\infty} | a'_{hk} |) ; \qquad Q^{(i)} = \prod_{h=1}^{\infty}{}^{(i)} (1 + \sum_{k=1}^{\infty}{}^{(i)} | a_{hk} |),$$

rappresentando inoltre con:

$$P_n, \ P_n^{(i)}; \quad Q_n, \ Q_n^{(i)}; \quad D_n^{(i)}, \ \begin{pmatrix} i \\ i \end{pmatrix}_n \qquad (n > i)$$

rispett. i prodotti che si ottengono da P, P^i, Q, $Q^{(i)}$ quando gli indici h, k variano da 1 ad n, ed i minori finiti d'ordine n di $D^{(i)}$ e $\begin{pmatrix} i \\ i \end{pmatrix}$, i cui elementi si trovano sull'incrocio delle prime n linee con le prime n colonne.

Ciò premesso i due determinanti:

$$D_n^{(i)}, \qquad \begin{pmatrix} i \\ i \end{pmatrix}_n$$

si potranno riguardare come generati rispettivamente dai prodotti:

$$Q_n, \qquad Q_n^{(i)},$$

quando si effettuino gli sviluppi, e si pongano opportunamente a coefficienti dei vari termini i numeri $+1, 0, -1$.

Ma si noti ancora che quando si faccia

$$a'_{ik} = 0 \qquad (k = 1, 2, \dots \infty)$$

allora:

$$Q_n \quad \text{e} \quad D_n^{(i)},$$

diventano rispettivamente:

$$Q_n^{(i)} \quad \text{e} \quad \begin{pmatrix} i \\ i \end{pmatrix}_n$$

[1] Il segno (i) che metteremo all'alto di Π o di Σ, significa che l'indice variabile h o k, può assumere tutti i valori da 1 ad ∞, eccettuato il valore i.

e fra i termini che si annullano in Q_n si trovano certo tutti i termini che si annullano in $D_n^{(i)}$, e sempre con segno positivo. Segue:

$$\left| D_n^{(i)} - \binom{i}{i}_n \right| \leq Q_n - Q_n^{(i)} .$$

Ma la differenza del secondo membro cresce sempre o almeno non decresce mai, e ammette per limite $Q - Q^{(i)}$, onde per assurdo è subito dimostrato che:

$$Q_n - Q_n^{(i)} \leq Q - Q^{(i)}$$

e quindi anche:

$$\left| D_n^{(i)} - \binom{i}{i}_n \right| \leq Q_n - Q_n^{(i)} \leq Q - Q^{(i)}$$

per qualunque valore dell'indice n. Da questa relazione ricordando che $D_n^{(i)} - \binom{i}{i}_n$ ammette per limite $D^{(i)} - \binom{i}{i}$, con un semplice processo per assurdo si deduce poi:

$$\left| D^{(i)} - \binom{i}{i} \right| \leq Q - Q^{(i)} .$$

E poichè:

$$\sum_{k=1}^{\infty} | a'_{hk} | \geq \sum_{k=1}^{\infty}{}^{(i)} | a'_{hk} | \geq 0 ,$$

si ha pure:

$$Q - Q^{(i)} \leq \frac{P}{1 + \sum_{k=1}^{\infty} | a'_{hk} |} - \frac{P^{(i)}}{1 + \sum_{k=1}^{\infty} | a'_{hk} |} \leq P - P^{(i)}$$

onde infine:

$$\left| D^{(i)} - \binom{i}{i} \right| \leq P - P^{(i)} . \tag{4}$$

Gli è questa la formola la quale ci conduce a dimostrare che la serie S″ è convergente.

Invero dato un prodotto infinito:

$$R = \prod_{h=1}^{\infty} (1 + A_h + B_h)$$

dove A_h, B_h sono positivi, e le serie $\sum_h A_h$, $\sum_h B_h$ convergono, il prodotto R converge pure, ed è facile dimostrare che soddisfa la disuguaglianza:

$$R \leq \prod_{h=1}^{\infty}(1+A_h)+\sum_{h=1}^{\infty}\frac{RB_h}{1+A_h+B_h}.$$

Allora si ponga in questa:

$$R=P \qquad A_h=\sum_{k=1}^{\infty}{}^{(i)}\,|a'_{hk}| \qquad B_h=|a'_{hi}|$$

e quindi anche:

$$\prod_{k=1}^{\infty}(1+A_h)=P^{(i)}$$

onde si ottiene:

$$P-P^{(i)}\leq\sum_{h=1}^{\infty}\frac{P\,|a'_{hi}|}{1+\sum_{k=1}^{\infty}|a'_{hk}|}\leq P\sum_{h=1}^{\infty}|a'_{hi}|.$$

Segue tosto:

$$\sum_{i=1}^{\infty}(P-P^{(i)})\leq P\sum_h\sum_i|a'_{hi}|,$$

e poichè la seconda serie converge per definizione, così converge anche quella del primo membro, e con essa, in virtù della (4) anche la serie:

$$S''=\Sigma\left\{D^{(i)}-\left(\begin{matrix}i\\i\end{matrix}\right)\right\},$$

onde il teorema propostoci se le a_{ik} sono numeri reali, resta dimostrato.

Nel caso che gli elementi a_{ik} sieno numeri complessi, allora basterà considerare al posto di $D^{(i)}$, $D_n^{(i)}$, $\left(\begin{matrix}i\\i\end{matrix}\right)$, quelle quantità che si deducono dallo sviluppo totale di questi determinanti con la sostituzione dei rispettivi moduli al posto dei singoli termini. Il ragionamento segue poi con piccole modificazioni, come nel caso precedente.

3. — Stabilita così la convergenza del determinante Δ, reciproco di D, è facile estendere ad esso i vari teoremi che toccano i reciproci di un determinante ordinario.

Daremo quelli fondamentali.

a) Il reciproco Δ *di un normale* D *è uguale in valore ad* $\frac{1}{D}$.

Invero si ponga il minore Δ_n:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

sotto la forma di determinante infinito come segue:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} & a_{1n+1} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} & a_{nn+1} & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

Allora moltiplicando Δ_n per D, linee per linee, risulta:

$$D\Delta_n = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{pmatrix},$$

ovvero, per σ comunque piccolo ed un valore n maggiore di un certo n', opportunamente grande, in virtù della 1):

$$\left| \frac{1}{D} - \Delta_n \right| = \frac{1}{|D|} \left| \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{pmatrix} - 1 \right| < \frac{\sigma}{|D|}$$

onde:

$$\Delta = \lim_{n=\infty} \Delta_n = \frac{1}{D}. \tag{5}$$

Ne consegue che il reciproco di un normale non nullo, non può mai nè annullarsi nè divergere.

b) Il complemento algebrico $\Delta_{\alpha\beta}$, *di* $a_{\alpha\beta}$ *in* Δ, *reciproco di* D, *converge ed è uguale ad* $\frac{a_{\alpha\beta}}{D}$.

La convergenza di $\Delta_{\alpha\beta}$ è dimostrata dal fatto che Δ è normale. Indichiamo allora con $\Delta_{\alpha\beta}^{(n)}$ il minore finito d'ordine n in $\Delta_{\alpha\beta}$, formato con gli elementi comuni alle prime n linee ed alle prime n colonne.

Ripetiamo su di questo l'operazione eseguita su Δ_n, e moltiplichiamolo così trasformato per D.

Risulta come dianzi:

$$D\Delta_{\alpha\beta}^{(n)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & \alpha-1 & \alpha+1 & \dots & n \\ 1 & 2 & \dots & \beta-1 & \beta+1 & \dots & n \end{pmatrix} (-1)^{\alpha+\beta}$$

donde, sotto le stesse ipotesi per n e per σ, e tenuta presente la (2'):

$$\left| \Delta_{\alpha\beta}^{(n)} - \frac{a_{\alpha\beta}}{D} \right| = \frac{1}{|D|} \left| \begin{pmatrix} 1 & 2 \dots & \alpha-1 & \alpha+1 \dots & n \\ 1 & 2 \dots & \beta-1 & \beta+1 \dots & n \end{pmatrix} - a_{\alpha\beta} \right| < \frac{\sigma}{|D|}$$

ovvero infine:

$$\Delta_{\alpha\beta} = \lim_{n=\infty} \Delta_{\alpha\beta}^{(n)} = \frac{a_{\alpha\beta}}{D}. \tag{6}$$

Segue tosto che formando il reciproco di Δ si ha, elemento per elemento, il determinante D.

c) Il minore complementare di un certo parziale finito in Δ, *è uguale all'omologo di questo parziale in* D *diviso per* D. Questo teorema segue con procedimento identico a quello tenuto in *a*) e in *b*) valendosi della formola (3'). Esso è sintetizzato nella relazione:

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_r \\ \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_r \end{pmatrix}_\Delta = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} a_{\alpha_1\beta_1} & \dots & a_{\alpha_1\beta_r} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{\alpha_r\beta_1} & \dots & a_{\alpha_r\beta_r} \end{vmatrix}. \tag{7}$$

4. — Da ultimo dimostriamo il teorema:
Sieno:

$$A = [a_{ik}] \qquad B = [b_{ik}] \qquad C = [c_{ik}]$$
$$(i, k = 1, 2 \dots \infty)$$

rispett. due normali ed il loro prodotto per linee, e siano ancora:

$$\mathsf{A} = [\alpha_{ik}] \qquad \mathsf{B} = [\beta_{ik}] \qquad \Gamma = [\gamma_{ik}]$$
$$(i, k = 1, 2 \dots \infty)$$

rispett. i loro reciproci. Vogliamo far vedere che il determinante:

$$\Gamma' = [\gamma'_{ik}]$$

prodotto per linee di A, B coincide, elemento per elemento, con Γ.

Infatti si ha per definizione:

$$\gamma_{ik} = \frac{(-1)^{i+k} C_{ik}}{C}; \qquad \gamma'_{ik} = \sum_h \alpha_{hi} \beta_{hk}.$$

dove $C_{ik} = \binom{i}{k}_C (-1)^{i+k}$ è il minore che si deduce da C *sopprimendo* la linea i e la colonna k.

Ma per un teorema sulle matrici normali d'ordine infinito, il minore C_{ik} si ottiene moltiplicando la matrice $A(i)$ dedotta da A sopprimendo la linea i, per $B(k)$ dedotta da B sopprimendo la linea k.

Si ha dunque:

$$C_{ik} = \sum_h A_{hi} B_{hk},$$

essendo A_{hi}, B_{hk} minori dedotti da A e B come C_{ik} è dedotto da C, onde:

$$\gamma_{ik} = \sum_h \alpha_{hi} \beta_{hk} = \gamma'_{ik} \qquad \text{c. d. d.}$$

Abbiamo sviluppato questo teorema soltanto per mettere in evidenza che, stabilite le proprietà fondamentali dei reciproci, ogni altra ne consegue in modo evidente.

5. — Accenniamo brevemente ai teoremi corrispondenti nei normaloidi. Sia:

$$D' = [\bar{a}_{ik}] \qquad (i, k = 1, 2, \dots \infty)$$

un *normaloide*, ossia un det. tale che esista e sia determinabile una certa successione di numeri:

$$x_1\, x_2\, x_3 \dots\dots x_n \dots$$

per modo che:

$$D = \left[\bar{a}_{ik} \frac{x_i}{x_k} \right] = [a_{ik}] \qquad (i, k = 1, 2, \dots \infty)$$

sia normale. La successione delle x_i $(i = 1, 2 \dots \infty)$ si dice ***normalizzante***; e D è il normale corrispondente a D'. È noto che le ordinarie proprietà dei normali stanno anche per i normaloidi, eccettuate talune fra queste (per es. la regola della moltiplicazione) (*) per le quali occorrono restrizioni opportune. Inoltre fra D, D' ed i loro minori stanno le relazioni:

$$(8) \qquad \begin{cases} D' = D \\ \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \dfrac{x_\alpha}{x_\beta} \\ \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_r \\ \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_r \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_r \\ \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_r \end{pmatrix} \dfrac{x_{\alpha_1} x_{\alpha_2} \dots x_{\alpha_r}}{x_{\beta_1} x_{\beta_2} \dots x_{\beta_r}} . \end{cases}$$

Allora se indichiamo con Δ, Δ' rispettivamente i reciproci di D e D', e con α_{ik}, $\bar{\alpha}_{i,k}$ i loro elementi generici, si hanno le proprietà:

a) Il reciproco Δ' di un normaloide D', *essendo la successione armonizzante di questo:*

$$x_1, x_2, x_3, \dots x_n \dots$$

è pure un normaloide, di successione armonizzante

$$\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \dots\dots \frac{1}{x_n} \dots\dots$$

Inoltre il normale che corrisponde a Δ' è il reciproco Δ del normale D *corrispondente a* D'.

Infatti combinando la prima e la seconda delle (8) risulta:

$$\alpha_{\alpha\beta} = \frac{x_\alpha}{x_\beta} \bar{\alpha}_{\alpha\beta}$$

la quale formola, convenientemente interpretata, dimostra il teorema.

(*) Vedi mia nota „ Ann. di Mat. „, 1899.

Segue poi che fra Δ e Δ' stanno quelle relazioni che si deducono dalle (8) scambiando x_n con $\frac{1}{x_n}$, e intendendo che i minori, i quali si presentano nelle (8) appartengano a Δ e a Δ' anzichè a D e a D′.

b) In virtù del precedente teorema e della (5) abbiamo ancora:

$$\Delta' = \Delta = \frac{1}{D} = \frac{1}{D'} \tag{5'}$$

ovvero: *Il reciproco del normaloide* D′ *è uguale in valore ad* $\frac{1}{D'}$.

Così pure risulta, tenuto conto della (6):

$$\Delta'_{\alpha\beta} = \frac{x_\beta}{x_\alpha} \Delta_{\alpha\beta} = \frac{x_\beta}{x_\alpha} \frac{a_{\alpha\beta}}{D} = \frac{\bar{a}_{\alpha\beta}}{D'}; \tag{6'}$$

formola che stabilisce, per i normaloidi, il teorema che la (6) dà per i normali.

Operando poi come sopra, e avuta presente la (7), si ottiene infine:

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_r \\ \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_r \end{pmatrix}_{\Delta'} = \frac{1}{D'} \begin{vmatrix} \bar{a}_{\alpha_1\beta_1} & \dots & \bar{a}_{\alpha_1\beta_r} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \bar{a}_{\alpha_r\beta_1} & \dots & \bar{a}_{\alpha_r\beta_r} \end{vmatrix} \tag{7'}$$

formola equivalente, per i normaloidi, alla (7) rispetto a' normali.

Risulta dunque chiaro, dal complesso di questi risultati, che l'intera teoria dei reciproci ha valore anche per normaloidi.

III.

1. — Raccogliamo ivi alcune osservazioni succinte intorno ai sistemi lineari infiniti, ed alle trasformazioni lineari in uno spazio ad infinite dimensioni, le quali trovano la loro giustificazione nei teoremi sviluppati finora.

Premetto l'estensione di un teorema noto. Sia:

$$u_i = \sum_k a_{ik} x_k = y_i \qquad (i = 1, 2, \dots \infty) \tag{9}$$

un sistema lineare infinito, il cui determinante:

$$A = [a_{ik}] \qquad (i, k = 1, 2, \dots \infty)$$

è normale non nullo. Allora supposte le y_i non tutte nulle, ma tutte inferiori ad un certo numero finito Y, si possono determinare le x_i in un modo solo, così che esse non superino in valore ogni numero finito X e tali da rendere $u_i = y_i$. È facile anche stabilire che si può mettere, tenute ferme le posizioni del n. 2 II:

$$X \leq \frac{P}{|A|} Y.$$

Ma in alcuni casi abbastanza generali le condizioni imposte alla grandezza delle x_i e delle y_i è troppo restrittiva.

Si formino le serie:

$$f_i(x) = a_{i1} x + a_{i2} x^2 + \dots$$

$$\varphi_i(x) = \alpha_{1i} x + \alpha_{2i} x^2 + \dots$$

dove le α_{ik} hanno il significato che abbiamo attribuito loro più indietro.

La serie $f_i(x)$, $\varphi_i(x)$ hanno rispett. per raggi di convergenza i due numeri:

$$r_i \geq 1 \qquad \rho_i \geq 1.$$

I due gruppi di numeri poi r_i, ρ_i $(i = 1, 2, \dots \infty)$ ammettono un limite inferiore ciascuno r, ρ tali che:

$$r \geq 1 \qquad \rho \geq 1.$$

Ciò posto è possibile dimostrare che se le y_i da un certo indice in poi, soddisfanno alla relazione:

$$y_i \geq Y \rho^i$$

dove Y è un numero finito costante, allora si può determinare un sol sistema di valori per le x_i, il quale verifichi la 9), e sia tale che, da un certo valore dell'indice in poi:

$$x_i < X r^i,$$

in cui X è un numero finito che possiamo assumere in dipendenza da Y e delle y_i.

In tal caso si ha:

$$x_k = \sum_i \alpha_{ik} y_i, \tag{10}$$

e reciprocamente dal sistema (10) si può ripassare al (9) sotto le medesime ipotesi, essendo (9) e (10) perfettamente reciproci.

La dimostrazione la omettiamo, perchè identica a quella che si espone nel caso noto accennato da principio, il quale è un caso particolare del teorema dato ora.

2. — È ovvia ora l'introduzione del concetto di trasformazione lineare in uno spazio ad infinite dimensioni. Ogni sistema:

$$y_i = \sum_k a_{ik} x_k \qquad (i = 1, 2, \ldots \infty) \tag{11}$$

non rappresenta in generale una trasformazione univoca di uno spazio S_x o di una sua regione, in uno spazio S_y, o in una regione di esso, ma la rappresenta certamente se si ammetta che il determinante:

$$A = [a_{ik}] \qquad (i, k = 1, 2, \ldots \infty)$$

sia normale non nullo. In tal caso ad ogni punto x di coordinate tali che:

$$x_i < X r^i \qquad (i = 1, 2, \ldots \infty)$$

corrisponde un punto y le cui coordinate sono:

$$y_i < Y \rho^i$$

essendo r e ρ i numeri definiti nel precedente paragrafo, ed X, Y delle costanti rispetto alle a_{ik}, diverse da zero e non infinite.

Inoltre dalla (11) sotto le medesime ipotesi, possiamo dedurre la trasformazione inversa:

$$x_i = \sum_k \alpha_{ki} x_k \qquad (i = 1, 2, \dots \infty) \tag{11'}$$

di cui il determinante:

$$\mathsf{A} = [\alpha_{ik}] \qquad (i, k = 1, 2, \dots \infty)$$

è ancora normale ed uguale ad $\frac{1}{A}$.

In altri termini come per gli spazi ordinari, resta definita mediante la (1) una corrispondenza biunivoca tra una certa regione dello spazio S_x ad infinite dimensioni, ed una regione ben determinata dello spazio S_y pure ad infinite dimensioni.

La trasformazione (1) sarà detta *normale*.

Appoggiandosi ora ai teoremi sviluppati più indietro, i quali affermano che i determinanti normali costituiscono un gruppo cui appartengono anche i loro reciproci, è ovvio stabilire per le trasformazioni lineari *normali*, e per i sistemi lineari *normali*, tutti i noti teoremi che valgono nel caso di un numero finito di variabili.

Seguirebbero poi come d'ordinario, i principî fondamentali di una teoria invariantiva per le forme ad infinite variabili e di grado finito, imaginandole soggette a trasformazioni lineari del tipo accennato.

3. — Chiudiamo con un esempio che può presentare qualche interesse.

Ogni serie di potenze si può riguardare come un elemento di uno spazio ad infinite dimensioni. I coefficienti ne rappresentano le coordinate. In particolare quelle serie che convergono in un cerchio di raggio R formano uno spazio subordinato (pure ad infinite dimensioni) dello spazio generale.

Sia dato ora un determinante normale:

$$A = [a_{ik}] \qquad (i, k = 1, 2, \dots \infty)$$

e si ammetta di saper determinare i due numeri r e ρ definiti più indietro. Sia inoltre:

$$s = x_1 x + x_2 x^2 + \dots + x_n x^n + \dots \tag{12}$$

una serie di potenze che converge in un cerchio di raggio $\frac{1}{r}$. Allora la trasformazione normale

$$y_i = \sum_k a_{ik} x_k \qquad (i = 1, 2 \dots \infty)$$

definisce un sistema di numeri y_i tali che la serie:

$$\sigma = y_1 x + y_2 x^2 + \dots + y_n x^n + \dots \tag{13}$$

abbia per raggio di convergenza $\frac{1}{\rho}$. La trasformazione inversa poi ci riconduce da una qualsivoglia serie di raggio di convergenza uguale ad $\frac{1}{\rho}$ o maggiore, ad un'altra di raggio uguale o maggiore di $\frac{1}{r}$.

Con linguaggio geometrico, possiamo dire:

Ogni det. normale $A = [a_{ik}]$, *cui corrispondono i due numeri* r, ρ, *definisce una corrispondenza biunivoca tra lo spazio* S_r *delle serie che convergono in un cerchio di raggio* $\frac{1}{r}$ *e lo spazio* Σ_ϱ *delle serie convergenti in un cerchio di raggio uguale ad* $\frac{1}{\rho}$.

Sarebbe interessante il determinare sotto quali condizioni dati i due spazi S_r, Σ_ϱ, sia determinabile un det. normale A, od A che individui una corrispondenza biunivoca tra i due spazi dati.

Pavia, 23 marzo 1899.

A proposito della mia Nota:
" Alcune osservazioni preliminari sulla teoria del movimento delle superficie ";

del Dott. ERMENEGILDO DANIELE.

Al nº II di una mia Nota recentemente pubblicata fra gli Atti di questa R. Accademia (" Alcune osservazioni preliminari sulla teoria del movimento delle superficie ", vol. XXXIV, 1899) volendo esaminare alcune proprietà di certe configurazioni attraversate da una rete in movimento, dovetti scrivere le equazioni del moto per le reti. Esse sono le equazioni (11) e (12) della Nota, fra cui le ultime esprimono l'inestendibilità delle linee coordinate. Avendo avuto in mira di studiare unicamente il moto in istanti determinati, e non già di porre a confronto stati della superficie in istanti diversi, non ebbi a far uso di un'altra equazione che si presenta nella teoria del moto di ogni sistema continuo, ed esprime il principio della conservazione della massa; dicendo ρ la densità e $d\sigma$ l'elemento superficiale, questa equazione è, nel nostro caso:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\, d\sigma) = 0\,.$$

Essa fa vedere che ρ non si può ritenere indipendente dal tempo se non quanto lo sia $d\sigma$: è appunto ciò che avviene per le superficie inestendibili, sia quando l'inestendibilità si intenda nel senso lineare, come pure quando la si intenda soltanto nel senso superficiale. In ogni altro caso ρ dovrà figurare nelle equazioni del movimento come funzione di t.

Le mie equazioni (11) non contengono ρ; e veramente io le dedussi col principio di D'Alembert da quelle dell'equilibrio, nelle quali la densità era supposta eguale ad uno. Ora se la mancanza della densità nelle (11) non ha importanza, per la

ragione che dissi, nel seguito, potendo io supporre che nello istante, in cui il moto è considerato, la densità sia eguale all'unità; non vi ha però dubbio che, qualora si voglia scrivere in maniera completa le equazioni che definiscono il moto di una rete, sia necessario farvi comparire esplicitamente la densità. Onde bisognerà moltiplicare i primi membri delle (11) per ρ, e unire al sistema delle (11) e (12) la

$$(\alpha) \qquad \frac{\partial}{\partial t}(\rho\, d\sigma) = 0.$$

In sostanza il moto più generale di una rete risulta definito non da cinque, ma da sei equazioni, che sono le (11) (coi primi membri moltiplicati per ρ), le (12) e le (α); e saranno pure sei le funzioni incognite del problema, cioè $x, y, z, \lambda, \nu, \rho$.

Alla (α) si possono dare diverse forme. Per es., essendo $d\sigma = \mathrm{H}\, du\, dv$, tenendo conto delle (12) si potrà scrivere la (α):

$$\frac{\partial \lg \rho}{\partial t} = \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{H}^2}\, \frac{\partial \mathrm{F}}{\partial t};$$

od anche, indicando con θ l'angolo delle linee coordinate:

$$\frac{\partial \lg \rho}{\partial t} \operatorname{tg}^2\theta = \frac{\partial \lg \mathrm{F}}{\partial t}.$$

Avendosi ancora $d\sigma = \sqrt{\mathrm{EG}} \operatorname{sen}\theta\, du\, dv$, la (α) si scriverà pure:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \operatorname{sen}\theta) = 0,$$

e questa dice che in un medesimo punto ρ acquista il valore minimo quando ivi i fili sono ortogonali, mentre ρ è tanto maggiore quanto più piccolo è l'angolo dei fili. Dicendo ρ_0 il valore minimo che è capace di assumere ρ in ciascun punto della rete, alla (α) si potrà dare la forma

$$\rho \operatorname{sen}\theta = \rho_0,$$

e sarà ρ_0 una determinata funzione delle sole u e v.

È chiaro poi che il principio della conservazione della massa avrebbe ancora la medesima espressione, quando in luogo delle due condizioni (12) si ponesse l'unica

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathrm{EG}) = 0.$$

Nel modo come considerai il movimento della rete al n° II di quella Nota si dovrà, in seguito all'introduzione di questa nuova funzione, la densità, aggiungere alle condizioni iniziali quest'altra, che ρ si riduca, per $t = 0$, ad una funzione nota di u e v, supponendo per maggior generalità che anche nel primitivo stato di equilibrio la superficie non sia omogenea; inoltre si dovrà moltiplicare i primi membri delle (13), e analogamente delle (15), per ρ. Del resto i risultati che ottenni nelle brevi applicazioni che sono fatte delle equazioni del moto non soffrono alcuna alterazione.

Si può notare come per le superficie inestendibili si possa fare a meno dell'equazione (α), poichè per esse la (α) si riduce a $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, il che significa che durante il movimento la densità conserva in ogni punto il medesimo valore che aveva all'istante iniziale, e quindi viene a figurare nelle equazioni del moto come una funzione nota delle sole u e v.

Sulla rappresentazione analitica delle funzioni reali discontinue di variabile reale;

Nota del Dott. CARLO SEVERINI, a Bologna.

La presente Nota fa seguito ad altre due, che sul medesimo argomento ho pubblicato lo scorso anno negli Atti di questa illustre Accademia (*).

Nella prima di quelle, dopo avere trattato altri casi più generali, accenno in ultimo ad alcuni teoremi, relativi alla rappresentazione delle funzioni ad un valore, reali per ogni valore reale della variabile, aventi un limite superiore finito per i loro valori assoluti, e generalmente continue in ogni intervallo finito, con sole discontinuità di prima specie.

Mi propongo ora di svolgere questa parte, e di aggiungere alcune altre notevoli considerazioni.

1. — Sia $f(x)$ una funzione, che soddisfi alle condizioni ora dette.

Indicando con α_n ed α_{n+1} $(\alpha_n < \alpha_{n+1})$ due punti consecutivi di discontinuità, definiamo una nuova funzione $f_n(x)$ ad un valore, reale, continua per ogni valore reale della variabile x, avente un limite superiore finito per i suoi valori assoluti, la quale tra α_n ed α_{n+1} coincida con $f(x)$, ciò che potremo fare in infiniti modi, ad esempio ponendo:

$$\begin{aligned} f_n(x) &= f(\alpha_n + 0) && \text{per} \quad x \leqq \alpha_n \\ f_n(x) &= f(x) && \;\;\text{"} \quad \alpha < x < \alpha_{n+1} \\ f_n(x) &= f(\alpha_{n+1} - 0) && \;\;\text{"} \quad x \geqq \alpha_{n+1} . \end{aligned}$$

(*) Vol. XXXIII e XXXIV.

Per questa sussistono tutti i teoremi dimostrati da Weierstrass nelle due Memorie: *Ueber die analytische Darstellbarkeit sogennanter wilkürlichen Functionen einer reellen Veränderlichen* (*). In particolare la funzione:

$$F_n(x,k) = \frac{1}{2k\omega}\int_{-\infty}^{+\infty} f_n(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du =$$

$$= \frac{1}{2k\omega}\left\{ f(\alpha_n+0)\int_{-\infty}^{\alpha_n}\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du + \int_{\alpha_n}^{\alpha_{n+1}} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du + \right.$$

$$\left. + f(\alpha_{n+1}-0)\int_{\alpha_{n+1}}^{\infty}\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du \right\},$$

dove u è una seconda variabile reale, k una quantità positiva indipendente da x ed u, e $\psi(x)$ una funzione ad un valore, reale, finita per ogni valore reale della variabile x, che soddisfa di più alle condizioni di essere pari, di non cambiare mai segno, e di ammettere determinato e finito l'integrale:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\psi(x)\,dx = 2\int_0^{\infty}\psi(x)\,dx,$$

che viene indicato con 2ω; al decrescere del parametro k tende ad $f_n(x)$ ed uniformemente in ogni intervallo finito.

Se si pone:

$$\varphi_n(x) = 2\int_0^{\infty}\frac{dz}{\pi z}\,\mathrm{sen}\,\frac{\alpha_{n+1}-\alpha_n}{2}\,\pi z\cos\left(\frac{\alpha_{n+1}+\alpha_n}{2}-x\right)\pi z,$$

si ha come è noto:

$$\varphi_n(x) = 1 \qquad \text{quando} \qquad \alpha_n < x < \alpha_{n+1}$$

$$\varphi_n(x) = \frac{1}{2} \qquad \text{"} \qquad \begin{cases} x = \alpha_n \\ x = \alpha_{n+1} \end{cases}$$

$$\varphi_n(x) = 0 \qquad \text{"} \qquad \begin{cases} x < \alpha_n \\ x > \alpha_{n+1}. \end{cases}$$

(*) " Sitzungsberichte der Königlic. preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin ", 1885.

La:

$$\Phi_n(x,k) = \varphi_n(x) F_n(x,k) =$$

$$= \frac{f(\alpha_n + 0}{k\omega} \int_{-\infty}^{\alpha_n} du \int_0^\infty \psi\left(\frac{u-x}{k}\right) \operatorname{sen} \frac{\alpha_{n+1} - \alpha_n}{2} \pi z \cos\left(\frac{\alpha_{n+1}+\alpha_n}{2} - x\right) \pi z \frac{dz}{\pi z} +$$

$$+ \frac{1}{k\omega} \int_{\alpha_n}^{\alpha_{n+1}} du \int_0^\infty f(u) \psi\left(\frac{u-x}{k}\right) \operatorname{sen} \frac{\alpha_{n+1} - \alpha_n}{2} \pi z \cos\left(\frac{\alpha_{n+1}+\alpha_n}{2} - x\right) \pi z \frac{dz}{\pi z} +$$

$$+ \frac{f(\alpha_{n+1} - 0}{k\omega} \int_{\alpha_{n+1}}^{\infty} du \int_0^\infty \psi\left(\frac{u-x}{k}\right) \operatorname{sen} \frac{\alpha_{n+1} - \alpha_n}{2} \pi z \cos\left(\frac{\alpha_{n+1}+\alpha_n}{2} - x\right) \pi z \frac{dz}{\pi z},$$

tenderà dunque uniformemente, al decrescere del parametro k, ad $f(x)$ per ogni x compreso tra α_n ed α_{n+1}, ad $\frac{1}{2} f(\alpha_n + 0)$ ed $\frac{1}{2} f(\alpha_{n+1} - 0)$ per x rispettivamente uguale ad α_n ed α_{n+1}, e sarà nulla per ogni altro valore di x.

Ciò posto sia dato un tratto finito qualunque $(x_1 \dots x_2)$, e sia p il numero dei punti di discontinuità in esso contenuti:

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \dots\dots < \alpha_p .$$

È chiaro che la funzione:

$$\sum_{n=0}^{n=p} \Phi_n(x,k),$$

dove $\Phi_0(x,k)$, $\Phi_p(x,k)$ si riferiscono ai tratti $(x_1 \dots \alpha_1)$, $(\alpha_p \dots x_2)$, quando k va a zero, tende uniformemente, per ogni valore di x compreso tra x_1 ed x_2, ad:

$$\frac{f(x+0) + f(x-0)}{2} .$$

Nei punti x_1 ed x_2, quando questi fossero punti di discontinuità, tenderebbe non più ad

$$\frac{f(x+0) + f(x-0)}{2}$$

ma ad:

$$\frac{f(x_1+0)}{2} \quad \text{ed} \quad \frac{f(x_2-0)}{2}$$

rispettivamente.

Ne segue la possibilità di determinare un valore k' abbastanza piccolo, perchè ivi risulti:

$$(1) \qquad \left| \frac{f(x+0)+f(x-0)}{2} - \sum_{n=0}^{n=p} \Phi_n(x,k') \right| < \frac{\sigma}{2},$$

σ essendo un numero positivo, scelto a piacere.

Ciò si otterrà prendendo per k' il minore dei $p+1$ valori di k, determinati in modo che siano soddisfatte le $p+1$ disuguaglianze:

$$| F_n(x,k) - f_n(x) | < \frac{\sigma}{2}, \qquad (n=0,1,\dots,p),$$

per tutti i punti di $(x_1 \dots x_2)$.

Ora delle funzioni $\psi(x)$, soddisfacenti alle ipotesi poste, ne esistono infinite, che godono della proprietà che le $F_n(x,k)$ corrispondenti, per ogni k fisso nullo, si possono rappresentare mediante serie di potenze intere e positive di x, convergenti per ogni valore finito di questo (*).

Immaginando di avere scelto in tal modo $\psi(x)$, potremo dunque mettere le singole $F_n(x,k')$ sotto forma di serie di potenze:

$$A_{n,0} + A_{n,1}x + A_{n,2}x^2 + \dots + A_{n,\nu}x^\nu + \dots$$

Detta $G_n^{(m)}(x)$ la somma dei primi m termini, si scelga m in modo da avere tra x_1 ed x_2:

$$| F_n(x,k') - G_n^{(m)}(x) | < \frac{\sigma}{2} \text{ (**)}, \quad (n=0,1,2,\dots,p),$$

e quindi:

$$\left| \sum_{n=0}^{n=p} \Phi_n(x,k') - \sum_{n=0}^{n=p} \varphi_n(x)\, G_n^{(m)}(x) \right| < \frac{\sigma}{2}.$$

(*) Vedasi la prima delle due Note citate.

(**) Ad ottenere un polinomio razionale intero di x che differisca da $F(x,k')$ a meno di $\frac{\sigma}{2}$, in tutti i punti di $(x_1 \dots x_2)$, si può anche giungere, seguendo il metodo indicato nella seconda delle due Note suddette.

Dal confronto di questa disuguaglianza colla (1) risulta:

$$\left| \sum_{n=0}^{n=p} \varphi_n(x) G_n^{(m)}(x) - \frac{f(x+0)+f(x-0)}{2} \right| < \sigma.$$

La funzione:

$$C^{(m)}(x) = \sum_{n=0}^{n=p} \varphi_n(x) G_n^{(m)}(x)$$

possiamo ordinarla, raccogliendo insieme tutti i termini, che contengono una medesima potenza di x. Allora è chiaro che in generale il coefficiente di x^ν $(\nu < m)$ verrà uguale alla somma dei coefficenti di questa potenza nelle $p+1$ funzioni:

$$\varphi_n(x) G_n^{(m)}(x),$$

cioè sarà:

$$\sum_{n=0}^{n=p} \varphi_n(x) A_{n,\nu}.$$

Introducendo una nuova variabile, che varî mantenendosi costantemente uguale ad x, potremo brevemente indicare tale coefficente con $D_\nu(t)$.

La $C^{(m)}(x)$ prende dunque la forma:

$$C^{(m)}(x) = \sum_{\nu=0}^{\nu=m-1} D_\nu(t) x^\nu.$$

I coefficenti $D_\nu(t)$ hanno un valore costante per tutti i punti compresi in uno dei tratti di $(x_1 \ldots x_2)$, ove la funzione data è continua, e precisamente per quelli compresi nel tratto $(\alpha_n \ldots \alpha_{n+1})$:

$$D_\nu(t) = A_{n,\nu},$$

in modo che la $C^{(m)}(x)$ ivi coincide col polinomio razionale intero:

$$\sum_{\nu=0}^{\nu=m-1} A_{n,\nu} x^\nu.$$

Possiamo dunque dire che l'espressione $C^{(m)}(x)$ è un'espressione generale, valida per tutto il tratto $(x_1 \dots x_2)$, ove, esclusi al più gli estremi, differisce in valore assoluto a meno di σ da:

$$\frac{f(x+0)+f(x-0)}{2},$$

e che nei $p+1$ tratti contenuti in $(x_1 \dots x_2)$, nei quali la $f(x)$ è continua, coincide con $p+1$ polinomi razionali interi, atti a rappresentare ivi la funzione medesima, a meno della quantità σ sopra detta.

Da ciò il seguente teorema:

Sia $f(x)$ una funzione ad un valore, reale per ogni valore reale della variabile x, che ammetta un limite superiore finito per i suoi valori assoluti, e generalmente continua in ogni intervallo finito, con sole discontinuità di prima specie. Esistono infiniti modi per costruire un'espressione $C^{(m)}(x)$, ordinata secondo le potenze intere e positive di x, aventi un massimo esponente finito, e tale che la differenza:

$$C^{(m)}(x) - \frac{f(x+0)+f(x-0)}{2}$$

sia in valore assoluto minore di una quantità σ, piccola quanto si vuole, per tutti i punti compresi in un intervallo finito $(x_1 \dots x_2)$, prefissato a piacere.

I coefficenti sono funzioni di t, variabile con x nello stesso intervallo $(x_1 \dots x_2)$, le quali hanno un valore costante quando t varia in un tratto fra due punti consecutivi di discontinuità.

2. — Immaginiamo ora di avere una successione infinita di quantità positive:

$$\sigma_1, \sigma_2, \dots\dots, \sigma_i, \dots\dots$$

tali che la serie $\sum_{i=1}^{\infty} \sigma_i$ sia convergente.

In base al teorema ora stabilito potremo determinare altrettante funzioni come $C^{(m)}(x)$:

$$C_1^{(m_1)}(x),\ C_2^{(m_2)}(x),\ \dots C_i^{(m_i)}(x), \dots$$

soggette in generale alla condizione:

$$\left| \frac{f(x+0)+f(x-0)}{2} - C_i^{(m_i)}(x) \right| < \sigma_i, \qquad (i=1,2,\ldots,\infty),$$

quando:

$$x_1 < x < x_2 .$$

Ponendo:

$$\overline{C}_0(x) = C_1^{(m_1)}(x)$$

$$\overline{C}_1(x) = C_2^{(m_2)}(x) - C_1^{(m_1)}(x)$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\overline{C}_i(x) = C_{i+1}^{(m_{i+1})}(x) - C_i^{(m_i)}(x)$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

si ottiene:

$$\sum_{i=0}^{i=l} \overline{C}_i(x) = C_{l+1}^{(m_{l+1})}(x);$$

e poichè per ogni x compreso tra x_1 e x_2:

$$\lim_{l=\infty} C_{l+1}^{(m_{l+1})}(x) = \frac{f(x+0)+f(x-0)}{2},$$

sarà:

$$\frac{f(x+0)+f(x-0)}{2} = \sum_{i=0}^{\infty} \overline{C}_i(x) .$$

È facile vedere che le funzioni $\overline{C}_i(x)$ godono delle medesime proprietà, enunciate per la $C^{(m)}(x)$ nel teorema precedente.

Abbiamo infatti:

$$C_i^{(m_i)}(x) = \sum_{\nu=0}^{\nu=m_i-1} D_{i,\nu}(t)\, x^\nu$$

ove è:

$$D_{i,\nu}(t) = \sum_{n=0}^{n=p} \varphi_n(t)\, A_{n,\nu}^{(i)} ;$$

e similmente:

$$C_{i+1}^{(m_{i+1})}(x) = \sum_{\nu=0}^{\nu=m_{i+1}-1} D_{i+1,\nu}(t)\, x_\nu,$$

con:

$$D_{i+1,\nu}(t) = \sum_{n=0}^{n=p} \varphi_n(t)\, A_{n,\nu}^{(i+1)}.$$

La:

$$\overline{C}_i(x) = C_{i+1}^{(m_{i+1})}(x) - C_i^{(m_i)}(x)$$

si potrà dunque ordinare anch'essa secondo le potenze intere e positive della variabile x, che, per ogni valore fissato di i, avranno un massimo esponente finito.

Quanto ai coefficenti se ne avranno anzitutto della forma:

$$D_{i+1,\nu}(t) - D_{i,\nu}(t) = \sum_{n=0}^{n=p} \varphi_n(t)\,(A_{n,\nu}^{(i+1)} - A_{n,\nu}^{(i)}),$$

che sono quelli, che provengono dalle potenze comuni a $C_{i+1}^{(m_{i+1})}(x)$ e $C_i^{(m_i)}(x)$.

Secondo poi che m_i è maggiore o minore di m_{i+1} si avranno in $\overline{C}(x)$ coefficenti come:

$$-D_{i,\nu}(t) = -\sum_{n=0}^{n=p} \varphi_n(t)\, A_{n,\nu}^{(i)}$$

ove:

$$m_{i+1} \leqq \nu < m_i;$$

ovvero coefficenti come:

$$D_{i+1,\nu}(t) = \sum_{n=0}^{n=p} \varphi_n(t)\, A_{n,\nu}^{(i+1)},$$

ove invece:

$$m_i \leqq \nu < m_{i+1}.$$

In ogni caso risulta dunque che se noi limitiamo la variabilità di t ai punti compresi in uno dei tratti di $(x_1 \ldots x_2)$,

individuati da due punti consecutivi di discontinuità, questi coefficenti si mantengono costanti; corrispondentemente la serie:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \overline{C}_i(x)$$

coinciderà con una serie di polinomi razionali interi.

Dalle disuguaglianze:

$$\left| \frac{f(x+0)+f(x-0)}{2} - C_i^{(m_i)} \right| < \sigma_i$$

$$\left| \frac{f(x+0)+f(x-0)}{2} - C_{i+1}^{(m_{i+1})} \right| < \sigma_{i+1},$$

tutte le volte che i è maggiore di zero, si ricava:

$$| \overline{C}_i(x) | < \sigma_i + \sigma_{i+1},$$

donde:

$$\sum_{i=1}^{\infty} | \overline{C}_i(x) | < \sum_{i=1}^{\infty} (\sigma_i + \sigma_{i+1}),$$

cioè la serie:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \overline{C}_i(x)$$

e quindi anche l'altra:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \overline{C}_i(x)$$

converge assolutamente ed in egual grado tra x_1 ed x_2.

Possiamo pertanto enunciare quest'altro teorema:

Per ogni funzione $f(x)$ come al teorema precedente si può, in infiniti modi, costruire una serie di funzioni della natura di $C^{(m)}(x)$, di cui al medesimo teorema, la quale rappresenti la $f(x)$ in ogni punto di continuità, preso entro un dato intervallo finito $(x_1 \ldots x_2)$, e nei punti di discontinuità la semisomma dei due limiti destro e sinistro.

Tale serie converge assolutamente ed in egual grado fra x_1 ed x_2.

È facile vedere come esista uno sviluppo analogo al precedente, che rappresenta la semisomma:

$$\frac{f(x+0)+f(x-0)}{2}$$

per ogni valore finito di x.

Per ottenerlo non si avrebbe che considerare una seconda successione infinita di quantità positive:

$$a_1, a_2, \dots, a_i, \dots$$

tali che sia:

$$\lim_{i=\infty} a_i = \infty$$

e nel ragionamento precedente alla disuguaglianza:

$$\left| \frac{f(x+0)+f(x-0)}{2} - C_i^{(m_i)}(x) \right| < \sigma_i, \qquad (i=1,2,\dots,\infty),$$

stabilita per x compreso tra x_1 ed x_2, sostituire l'altra:

$$\left| \frac{f(x+0)+f(x-0)}{2} - C_i'^{(m'_i)}(x) \right| < \sigma_i, \qquad (i=1,2,\dots,\infty),$$

colla limitazione:

$$-a_i < x < a_i,$$

ed essendo la $C_i'^{(m'_i)}(x)$ costruita per l'intervallo $(-a_i \dots + a_i)$ nello stesso modo che la $C_i^{(m_i)}(x)$ per l'intervallo $(x_1 \dots x_2)$.

La nuova serie convergerebbe assolutamente per ogni valore finito di x, ed in egual grado in ogni intervallo finito, ma non si potrebbe più dire che coincide con una serie di polinomi razionali interi, quando si fa variare x tra due punti consecutivi di discontinuità. Il campo ove ciò si verifica è determinato in generale da due punti consecutivi del gruppo formato dall'insieme dei punti di discontinuità e dei punti $\pm a_i (i = 1, 2, \dots, \infty)$ (*).

(*) Questa prima parte forma l'oggetto di un'altra Nota, avente il medesimo titolo, già pubblicata a Bologna (Tip. Gamberini e Parmeggiani, giugno 1898).

3. — Riprendiamo ora il caso, studiato nelle due Note ricordate in principio, che si abbia una funzione $f(x)$ ad un valore, reale per ogni valore reale della variabile x, che ammetta un limite superiore finito G per i suoi valori assoluti, e tale infine da essere integrabile in ogni intervallo finito.

Si possono fare alcune considerazioni, le quali ci sembrano notevoli, dirette a porre in maggior luce le relazioni, che intercedono tra la $f(x)$ e la corrispondente:

$$F(x,k) = \frac{1}{2k\omega}\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)\psi\left(\frac{u-x}{k}\right) du \;(*),$$

ammesse per la $\psi(x)$ le sole ipotesi, che sia ad un valore, reale, finita e continua per ogni valore reale di x, soddisfi alla condizione:

$$\psi(x) = \psi(-x),$$

non cambi mai segno, ed ammetta determinato e finito l'integrale:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\psi(x)dx = 2\int_0^{\infty}\psi(x)dx = 2\omega.$$

È chiaro anzitutto che la $F(x, k)$, la quale in valore assoluto non può mai oltrepassare il numero G, risulta una funzione sempre continua rispetto alla variabile x.

Si osservi a tal uopo che per ogni valore fissato k' di k, diverso da zero, qualunque sia una quantità finita, positiva b, l'integrale:

$$\frac{1}{2k'\omega}\int_{-b}^{+b} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k'}\right) du$$

rappresenta una funzione continua di x in tutti i punti di ogni intervallo finito $(x_1 \dots x_2)$, giacchè in ogni punto del rettangolo individuato dalle rette:

$$x = x_1,\; x = x_2,\; u = -b,\; u = +b,$$

la $f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k'}\right)$ è continua rispetto ad x (**).

(*) Cfr. Note suddette.

(**) Cfr. Prof. Arzelà, *Sugli integrali di funzioni che oltre alla variabile d'integrazione contengono altre variabili*, " Rendiconti della R. Accademia delle Scienze di Bologna ", 25 novembre 1888.

Inoltre, se b è maggiore in valore assoluto di x_1 ed x_2, ed è tale che si abbia:

$$\frac{G}{2\omega}\int_{\frac{b-x_2}{k'}}^{\infty}\psi(u)\,du+\frac{G}{2\omega}\int_{-\infty}^{\frac{-b-x_1}{k'}}\psi(u)\,du<\sigma,$$

σ essendo il solito numero positivo, piccolo a piacere, segue a più forte ragione, per tutti i punti di $(x_1\dots x_2)$:

$$\left|F(x,k')-\frac{1}{2\omega}\int_{\frac{-b-x}{k'}}^{\frac{b-x}{k'}}f(x+k'u)\psi(u)\,du\right|<\sigma,$$

e cambiando u in $\frac{u-x}{k'}$:

$$\left|F(x,k')-\frac{1}{2k'\omega}\int_{-b}^{+b}f(u)\psi\left(\frac{u-x}{k'}\right)du\right|<\sigma,$$

cioè l'integrale rappresentato con $F(x,k')$ è tra x_1 ed x_2 convergente in egual grado.

Anzi poichè la disuguaglianza:

$$\frac{G}{2\omega}\int_{\frac{b-x_2}{k}}^{\infty}\psi(u)\,du+\frac{G}{2\omega}\int_{-\infty}^{\frac{-b-x_1}{k}}\psi(u)\,du<\sigma$$

è sempre soddisfatta tutte le volte, che in essa si pone per k un valore minore od uguale a k', risulta anche da quanto abbiamo ora detto, che l'integrale:

$$F(x,k)=\frac{1}{2k\omega}\int_{-\infty}^{+\infty}f(u)\psi\left(\frac{u-x}{k}\right)du,$$

oltre che essere convergente in egual grado per tutti i valori di x compresi in un intervallo finito, preso a piacere, lo è nel tempo stesso per i valori di k, che non superano un limite finito, assegnato comunque.

Indicando con a una quantità positiva, finita, e con ξ una nuova variabile reale, c'è dunque luogo a considerare entrambi i valori medi:

$$m(x,a) = \frac{1}{2a}\int_{-a}^{+a} f(x+\xi)\,d\xi$$

$$M(x,k,a) = \frac{1}{2a}\int_{-a}^{+a} F(x+\xi,k)\,d\xi.$$

È facile vedere che:

$$\lim_{k=0} M(x,k,a) = m(x,a).$$

Infatti si ha:

$$M(x,k,a) = \frac{1}{4ak\omega}\int_{-a}^{+a} d\xi \int_{-\infty}^{+\infty} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x-\xi}{k}\right) du =$$

$$= \frac{1}{4ak\omega}\int_{-a}^{+a} d\xi \int_{-\infty}^{+\infty} f(x+u)\,\psi\left(\frac{u-\xi}{k}\right) du,$$

ed essendo p un numero positivo, finito, maggiore di a:

$$M(x,k,a) = \frac{1}{4ak\omega}\int_{-a}^{+a} d\xi \int_{-\infty}^{-p} f(x+u)\,\psi\left(\frac{u-\xi}{k}\right) du +$$

$$+ \frac{1}{4ak\omega}\int_{-a}^{+a} d\xi \int_{-p}^{+p} f(x+u)\,\psi\left(\frac{u-\xi}{k}\right) du +$$

$$+ \frac{1}{4ak\omega}\int_{-a}^{+a} d\xi \int_{+p}^{+\infty} f(x+u)\,\psi\left(\frac{u-\xi}{k}\right) du.$$

Se p è scelto in modo che riesca:

$$\frac{G}{2k\omega}\int_{-\infty}^{-p} \psi\left(\frac{u-\xi}{k}\right) du < \frac{\sigma}{4},$$

$$\frac{G}{2k\omega}\int_{+p}^{+\infty} \psi\left(\frac{u-\xi}{k}\right) du < \frac{\sigma}{4},$$

per tutti i valori di ξ compresi tra $-a$ e $+a$, e per quelli di k che non superano una quantità finita, data a piacere, la qual cosa è sempre possibile, come abbiamo ora detto, sarà qualunque sia il valore di x:

$$\left| \mathrm{M}(x,k,a) - \frac{1}{4ak\omega}\int_{-a}^{+a} d\xi \int_{-p}^{+p} f(x+u)\psi\left(\frac{u-\xi}{k}\right) du \right| < \frac{\sigma}{2} .$$

D'altra parte, indicando con r una quantità positiva, minore di a e tale da soddisfare alla condizione:

$$a + r < p,$$

si può scrivere:

$$\frac{1}{4ak\omega}\int_{-a}^{+a} d\xi \int_{-p}^{+p} f(x+u)\psi\left(\frac{u-\xi}{k}\right) du = \frac{1}{4a\omega}\int_{a+r}^{p} du \int_{\frac{u-a}{k}}^{\frac{u+a}{k}} \{f(x+u)+f(x-u)\}\,\psi(\xi)d\xi +$$

$$+ \frac{1}{4a\omega}\int_{a-r}^{a+r} du \int_{\frac{u-a}{k}}^{\frac{u+a}{k}} \{f(x+u)+f(x-u)\}\,\psi(\xi)\,d\xi +$$

$$+ \frac{1}{4a\omega}\int_{-a+r}^{a-r} du \int_{\frac{u-a}{k}}^{\frac{u+a}{k}} f(x+u)\,\psi(\xi)\,d\xi.$$

Il primo integrale del secondo membro di quest'ultima uguaglianza tende uniformemente a zero con k per ogni valore di x, il secondo non può mai superare in valore assoluto $\frac{2\mathrm{G}r}{a}$; il terzo, al decrescere di k, tende, anch'esso in egual grado rispetto a tutti i valori di x, ad:

$$\frac{1}{2a}\int_{-a+r}^{a-r} f(x+u)\,du$$

la cui differenza con $m(x,a)$ è numericamente minore di $\frac{\mathrm{G}r}{a}$.

Siccome r può essere scelto piccolo quanto si vuole, risulta di qui che è possibile assègnare un valore $\bar{k}$ del parametro k siffatto, che, quando k è minore di $\bar{k}$, sia:

$$\left| \frac{1}{4ak\omega}\int_{-a}^{+a} d\xi \int_{-p}^{+p} f(x+u)\psi\left(\frac{u-\xi}{k}\right) du - m(x,a) \right| < \frac{\sigma}{2},$$

e per quanto si è detto di sopra:

$$| \mathrm{M}(x,k,a) - m(x,a) | < \sigma ;$$

cioè, *quando* k *va a zero il valore medio* $\mathrm{M}(x, k, a)$ *della* $\mathrm{F}(x, k)$ *converge in egual grado al valore medio* $m(x, a)$ *della funzione* $f(x)$, *per tutti i valori di* x (*).

Nella prima delle due Note sopra citate abbiamo stabilito il risultato che, preso un intervallo finito qualsivoglia $(x_1 \dots x_2)$, essendo σ e λ due numeri positivi, piccoli a piacere e tra loro indipendenti, si può da esso escludere un numero finito di tratti, che sommati diano tutti insieme una quantità minore di λ, in modo che nella parte rimanente $[x_1, x_2]$, per valori di k minori di una quantità k' opportunamente scelta, risulti:

$$| \mathrm{F}(x,k) - f(x | < \sigma .$$

Il procedimento ivi seguito era di tal natura, che non permetteva di determinare una relazione tra i valori di $f(x)$ e quelli di $\mathrm{F}(x, k)$, valida per tutti i punti di $(x_1 \dots x_2)$.

Una relazione generale viene data invece dalla formola:

$$\lim_{k=0} \mathrm{M}(x,k,a) = m(x,a),$$

a cui siamo ora giunti, e che sussiste per ogni valore di x.

Immaginiamo di scegliere k' abbastanza piccolo perchè risulti:

$$| \mathrm{M}(x,k',a) - m(x,a) | < \frac{\sigma}{4} .$$

(*) Cfr. L. Maurer, *Ueber die Mittelwerte der Functionen einer reellen Wariabeln,* " Mathematische Annalen ", Bd. 47.

Se la $\psi(x)$ è stata in antecedenza presa in modo che la $F(x, k)$, per ogni k fisso, non nullo, sia sviluppabile in serie di potenze intere e positive di x, convergente per ogni valore finito di questo, la qual cosa è sempre possibile, come abbiamo ricordato in principio, potremo costruire un polinomio razionale intero $G(x)$ siffatto, che si abbia tra $x_1 - a$ ed $x_2 + a$:

$$| F(x, k') - G(x) | < \frac{\sigma}{4} \text{ (*)}.$$

Indicando con $m_G(x, a)$ il valore medio di $G(x)$:

$$\frac{1}{2a}\int_{-a}^{+a} G(x + \xi)\, d\xi,$$

che è alla sua volta anch'esso rappresentato da un polinomio razionale intero di x, sarà per tutti i punti di $(x_1 \ldots x_2)$:

$$| M(x, k', a) - m_G(x, a) | < \frac{\sigma}{4}$$

e quindi:

$$| m_G(x, a) - m(x, a) | < \frac{\sigma}{2}.$$

È dunque possibile costruire in infiniti modi un polinomio razionale intero di x, $m_G(x, a)$, il quale rappresenti, a meno di una quantità positiva, piccola a piacere, il valore medio $m(x, a)$ della funzione data $f(x)$, in tutti i punti di un intervallo finito, comunque assegnato.

In particolare, quando a sia abbastanza piccolo, si può anche ottenere che nel campo $[x_1, x_2]$ il valore assoluto della differenza $m_G(x, a) - f(x)$ sia sempre minore di σ, il che subito discende dal modo come viene formato il campo $[x_1, x_2]$ medesimo.

Queste considerazioni possono estendersi alle funzioni reali di due variabili reali, la qual cosa non presenta alcuna difficoltà.

4. — Abbiamo sempre posto che la $f(x)$ sia definita e soddisfi alle volute condizioni su tutto l'asse reale.

(*) Vedasi a questo proposito la seconda delle due note fatte a pag. 6.

Ciò evidentemente non è essenziale pei risultati ai quali siamo pervenuti, giacchè data una funzione, che in un intervallo finito $(x_1 \dots x_2)$ soddisfi a quelle condizioni, esistono infiniti modi per dedurne un'altra, come la precedente, che con essa coincida tra x_1 ed x_2.

Quindi in particolare si potrà togliere la condizione, che il valore assoluto della $f(x)$ ammetta un limite superiore finito anche per x che va all'infinito.

Nella prima delle due Note citate in principio sono incorsi alcuni errori di stampa, che crediamo qui opportuno correggere.

A pag. 6 e 7 invece di $\frac{G}{2k^n\omega}$ leggi sempre $\left|\frac{G}{2k^n\omega}\right|$.

A pag. 6, linea 5ª dal basso leggi: *sempre minore in valore assoluto di...*

A pag. 8, linea 3ª, leggi:

$$\frac{1}{2k\omega}\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)\,\frac{d^n}{dx^n}\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right) du\,.$$

A pag. 14, linea 12ª, leggi:

$$\frac{1}{2k\omega}\int_{x-\delta}^{x} f(u)\,\psi\left(\frac{u-x}{k}\right) du + \dots$$

A pag. 18, linea 2ª dal basso, leggi: ...il limite superiore del valore assoluto del coefficiente di x^n.....

A pag. 18, linea 4ª dal basso, leggi: ...ivi determinati, del valore assoluto dei coefficienti.....

Bologna, marzo 1899.

Complessi di 2° grado costituiti dalle normali ad una serie di curve piane;

Nota del Dott. AZEGLIO BEMPORAD
Assistente all'Osservatorio della R. Università di Torino.

1. — Consideriamo tre assi cartesiani ortogonali x, y, z. Le normali ad una *serie* di curve del piano x, y

$$F(x, y) = \text{cost} \tag{1}$$

costituiscono in ogni caso una tripla infinità di rette vale a dire un complesso. Considerando il cono-complesso relativo ad un punto qualunque $M \equiv (a, b, c)$, risulta subito che la sezione di questo cono col piano x, y non è altro che la *podaria* della serie (1) relativa al punto $M_0 \equiv (a, b, 0)$ proiezione di M sul piano x, y (chiamando per brevità podaria della serie relativa al punto M_0 il luogo dei piedi delle normali condotte da M_0 alle curve della serie).

Il complesso sarà dunque di 2° grado quando le podarie della serie relative ad un punto qualunque del piano x, y siano coniche. Per determinare le serie (1) dotate di questa proprietà osserviamo che, se $P \equiv (x, y)$ è un punto qualunque della podaria relativa al punto $M_0 \equiv (a, b)$, dovendo la M_0P risultar normale alla curva della serie (1) passante per P, si avrà

$$x - a : y - b = \frac{\partial F}{\partial x} : \frac{\partial F}{\partial y},$$

epperò

$$(x - a)\frac{\partial F}{\partial y} - (y - b)\frac{\partial F}{\partial x} = 0 \tag{2}$$

è senz'altro l'equazione della podaria della serie (1) relativa al punto (a, b).

Affinchè la (2) sia l'equazione di una conica, basta nel modo più generale che sia

$$(A)\quad (axy+by^2+lx+my+n)\frac{\partial F}{\partial x}-(ax^2+bxy+l'x+m'y+n')\frac{\partial F}{\partial y}=0$$

colle $a, b, l, m \ldots$ costanti qualunque.

Si può osservare che le curve $F=\text{cost}$ sono traiettorie ortogonali delle curve integrali dell'equazione differenziale ordinaria

$$\frac{dx}{ax^2+bxy+l'x+m'y+n'}=\frac{dy}{axy+by^2+lx+my+n}.$$

Ora queste non sono altro che le traiettorie del più generale gruppo proiettivo ad un parametro generato dalla trasformazione infinitesima

$$(3)\quad Xf\equiv(ax^2+bxy+l'x+m'y+n')\frac{\partial f}{\partial x}+(axy+by^2+lx+my+n)\frac{\partial f}{\partial y}.$$

Si può asserire dunque intanto che

Le più generali serie di curve le cui normali costituiscono un complesso di 2° grado sono le traiettorie ortogonali delle traiettorie di un gruppo proiettivo.

Questi complessi sono in ogni caso complessi *tetraedrali*. Questo può dimostrarsi analiticamente coll'esame dell'equazione generale di tali complessi in coordinate di retta (*), ma se ne può dare la seguente semplice dimostrazione geometrica (indicatami dal sig. Prof. Segre).

Chiamiamo ζ il piano dato ($z=0$) e Z il punto all'infinito delle sue perpendicolari che chiameremo anche per brevità verticali. I fasci delle normali che generano il complesso, giacendo in piani verticali tangenti alle traiettorie di un gruppo proiet-

(*) Prendendo come tetraedro fondamentale il tetraedro dei tre piani coordinati e del piano all'∞, quest'equazione si scrive

$$(ap_{13}+bp_{23})p_{12}+(lp_{13}+mp_{23}-np_{34})p_{14}-(l'p_{13}+m'p_{23}-n'p_{34})p_{24}=0.$$

tivo, possono pensarsi ottenuti proiettando le perpendicolari PZ al piano ζ da punti P′ infinitamente vicini ai loro piedi P e corrispondenti a questi in una collineazione infinitesimale, o ciò ch'è lo stesso, proiettando dai vari punti P′ di ζ le rette della stella Z corrispondenti ai punti P′ in una certa collineazione. Ora l'insieme dei fasci di rette che escono dai punti di un piano e si appoggiano alle rette di una stella corrispondenti a quei punti in una determinata collineazione è un complesso tetraedrale (STURM, *Die Gebilde 1 und 2 Grades der Liniengeometrie*. Bd. I, pag. 339).

Viceversa ogni complesso tetraedrale, in cui uno dei vertici (Z) sia all'infinito in direzione perpendicolare alla faccia opposta (ζ), è costituito dalle normali ad una serie di curve del piano ζ. Sarà costituito infatti da una doppia infinità di fasci coi centri in ζ e perpendicolari a questo piano. Considerando per ciascun fascio il centro e la traccia col piano ζ, si viene a coordinare a ciascun punto di questo piano una retta per esso, ciò che potrà esprimersi analiticamente con una relazione della forma

$$\varphi(x, y) = m,$$

m indicando il coefficiente angolare della retta. E allora è chiaro che le curve integrali dell'equazione differenziale ordinaria

$$dx + \varphi(x, y)\, dy = 0$$

sono precisamente quelle le cui normali costituiscono il complesso (*).

2. — Si possono ora esaminare i vari tipi di serie di curve che godono della proprietà enunciata, per il che basterà con

(*) Senza introdurre il concetto di collineazione inf.^ma il Prof. Segre ottiene ancora il risultato suesposto nel modo che segue: Il complesso delle normali ad una serie di curve del piano ζ è costituito da fasci di rette coi centri su ζ e coi piani per Z (e viceversa se un complesso è così costituito si vede subito, come sopra s'è fatto, che esso si comporrà delle normali ad una certa serie di curve di ζ). — Ora i soli complessi *quadratici* composti di fasci di rette coi centri su ζ e coi piani per Z sono appunto i complessi tetraedrali.

trasformazioni opportune ridurre a tipi determinati l'equazione differenziale (A). Dopo quanto precede s'intende che questa ricerca si può condurre di pari passo con quella dei vari tipi di trasformazioni inf^{me} proiettive (3). Ora questa seconda ricerca fu svolta completamente dal Lie (*), senonchè è da osservare anzitutto che la classificazione di Lie è fatta con trasformazioni che possono anche riuscire immaginarie, mentre è nell'indole della presente ricerca il considerare serie di curve essenzialmente reali. A questo si potrebbe ovviare facendo una classificazione con criterî reali, e si vedrebbe facilmente che basta a tale scopo aggiungere ai *cinque* tipi dati dal Lie il sesto:

$$xq - yp + \alpha(xp + yq) \tag{4}$$

(*roto-similitudine*), che corrisponde all'ipotesi di un punto invariante reale e due immaginari coniugati (**).

Ma non sarebbe neppure esatto il considerare come tipi delle nostre serie di curve le traiettorie ortogonali corrispondenti a queste sei trasformazioni inf^{me}. Per ridursi infatti a questi sei tipi conviene applicare, tra le altre, trasformazioni che portino una retta al finito nella retta all'infinito del piano e nel far ciò si viene a perdere naturalmente l'ortogonalità, non conservandosi i punti ciclici.

Per il nostro scopo è necessaria dunque una classificazione delle trasformazioni inf^{me} mediante trasformazioni finite che non alterino nè la realità nè la ortogonalità, vale a dire con movimenti e similitudini reali. Ed è quanto faremo.

Una trasformazione inf^{ma} proiettiva (***)

$$Xf \equiv (ax^2 + bxy + l'x + m'y + n')p + (axy + by^2 + lx + my + n)q$$

(*) V. Lie-Scheffers, *Vorlesungen über Continuierliche Gruppen*, pag. 64.

(**) Per vederlo si può usare utilmente il risultato preliminare che ai *due* tipi di trasformazioni inf.^{me} proiettive della *retta* (Lie-Scheffers, p. 125) si deve aggiungere, facendo la classificazione con criterî reali, il terzo

$$(x^2 + 1)p.$$

(***) Qui e nel seguito s'intende al solito

$$p = \frac{\partial f}{\partial x}, \qquad q = \frac{\partial f}{\partial y}.$$

ha in generale *tre punti invarianti* dati dalle due equazioni

$$(\alpha) \qquad \begin{aligned} ax^2 + bxy + l'x + m'y + n' &= 0 \\ axy + by^2 + lx + my + n &= 0 \end{aligned} \qquad (*)$$

(il punto all'infinito della retta $ax + by = 0$, comune alle iperbole rappresentate da queste due equazioni, non è da riguardare come invariante per la Xf, perchè non è tale, come subito si vede, il fascio $ax + by = \text{cost}$). Supposti dapprima questi tre punti distinti, posson farsi le seguenti ipotesi:

a) *tutti e tre i punti sono reali e al finito.*

Assumendone uno come origine e le due rette invarianti per esso come assi x, y, la Xf prenderà la forma

$$Xf \equiv (ax^2 + bxy + lx)p + (axy + by^2 + my)q,$$

dopo di che la terza retta invariante ha l'equazione

$$\frac{m}{b}x + \frac{l}{a}y + \frac{ml}{ab} = 0,$$

epperò (v. LIE-SCHEFFERS, pag. 77) l'equazione in termini finiti delle traiettorie della Xf si scrive:

$$y^l \left(\frac{m}{b}x + \frac{l}{a}y + \frac{ml}{ab}\right)^{m-l} = cx^m,$$

c indicando una costante arbitraria.

Tutte queste curve e quindi anche le traiettorie ortogonali passano per due dei tre punti invarianti; ad es. se $m > l$ per i due che giacciono sull'asse y. Nessuna passa pel terzo salvo le due rette invarianti (**).

Scrivendone l'equazione sotto la forma

$$\frac{y}{\frac{m}{b}x + \frac{l}{a}y + \frac{ml}{ab}} = c_1 \left(\frac{x}{\frac{m}{b}x + \frac{l}{a}y + \frac{ml}{ab}}\right)^{\frac{m}{l}},$$

(*) Questi tre punti insieme al punto all'infinito dell'asse z costituiscono il tetraedro fondamentale del complesso.

(**) Cfr. LIE-SCHEFFERS, pag. 76 nota.

si può dare una definizione metrica di queste curve rispetto al triangolo delle rette invarianti, dicendo che il rapporto delle distanze dalla prima e seconda retta è proporzionale secondo un fattor costante ad una determinata potenza del rapporto analogo per la terza e seconda retta. Se ne può studiare infine l'andamento (e insieme quello delle traiettorie ortogonali) deducendole colla trasformazione proiettiva

$$x' = \frac{x}{\frac{m}{b}x + \frac{l}{a}y + \frac{ml}{ab}}, \qquad y' = \frac{y}{\frac{m}{b}x + \frac{l}{a}y + \frac{ml}{ab}}$$

dalle curve

$$y' = c_1 x'^{\frac{m}{l}}$$

facilmente tracciabili.

Le traiettorie ortogonali di queste curve forniscono dunque un primo tipo di curve le cui normali costituiscono un complesso di 2° grado. La loro equazione differenziale, se ω è l'angolo degli assi, si scrive

$$\frac{dy}{dx} + \frac{(ax+by+l)x+(ax+by+m)y\cos\omega}{(ax+by+m)y+(ax+by+l)x\cos\omega} = 0$$

e non sembra riducibile a casi semplici d'integrazione.

b) un punto reale e due immaginarî coniugati al finito.

Il punto reale potrà assumersi come origine (con che $n = n' = 0$) e potranno prendersi come assi le bisettrici delle due rette invarianti immaginarie. L'equazione complessiva di queste avrà allora la forma

$$x^2 + \alpha^2 y^2 = 0,$$

talchè dovendo risultare

$$X(x \pm i\alpha y) = 0 \text{ per } x \pm i\alpha y = 0,$$

sarà

$$l' = m, \quad m' = -l\alpha^2.$$

La Xf prenderà dunque la forma

$$Xf \equiv (ax^2 + bxy + mx - l\alpha^2 y)p + (axy + by^2 + lx + my)q,$$

e considerando che la terza retta invariante ha dopo ciò l'equazione

$$(am - lb)x + (al\alpha^2 + mb)y + \alpha^2 l^2 + m^2 = 0,$$

si riconosce con opportune trasformazioni che le traiettorie della Xf sono date dall'equazione finita

$$\frac{x^2 + \alpha^2 y^2}{[(am - lb)x + (al\alpha^2 + mb)y + \alpha^2 l^2 + m^2]^2} = c\, e^{\frac{2m}{\alpha l} \operatorname{arc\,tang} \frac{\alpha y - x}{\alpha y + x}}.$$

Nessuna di queste curve (salvo le due rette invarianti immaginarie) passa per l'origine, mentre tutte passano per i due punti invarianti immaginari. Anche qui con una conveniente trasformazione proiettiva lo studio dell'andamento di queste curve (e quindi delle traiettorie ortogonali) può riportarsi a quello di curve note, precisamente delle spirali logaritmiche

$$x^2 + y^2 = c\, e^{\frac{2m}{l} \operatorname{arc\,tang} \frac{y}{x}}.$$

c) due punti reali al finito ed uno all'infinito.

Preso come origine uno dei due punti al finito e come assi le due rette invarianti per esso, la Xf prenderà come in (A) la forma

$$Xf \equiv (ax + by + l)xp + (ax + by + m)yq.$$

Di più se la terza retta invariante è parallela all'asse x, dovrà essere $a = 0$, talchè le traiettorie della Xf avranno per equazione

$$\frac{y}{y + \mu} = c\left(\frac{x}{y + \mu}\right)^{\frac{m}{l}} \qquad \left(\mu = \frac{m}{b}\right)$$

e il loro andamento e insieme quello delle traiettorie ortogonali potrà dedursi al solito dalle curve

$$y' = c\, x'^{\frac{m}{l}}.$$

d) un punto reale all'infinito e due immaginari al finito.

La retta invariante al finito potrà assumersi come asse delle x e si potrà prendere come origine il punto di mezzo del *segmento* intercettato dai due immaginari ($x = \pm i\alpha$). Si potrà prendere infine l'asse y nella direzione del terzo punto invariante. La Xf avrà allora la forma

$$Xf \equiv a(x^2 + \alpha^2)p + (axy + my)q,$$

e le sue traiettorie l'equazione

$$\frac{x^2}{x^2+\alpha^2} = c e^{\frac{2m}{a\alpha} \operatorname{arc\,tang} \frac{x}{\alpha}}.$$

e) In tutti i casi rimanenti due dei punti invarianti sono all'infinito, vale a dire si tratta di trasformazioni inf^{me} *affini* (caratterizzate dall'avere $a = b = 0$). È chiaro allora per la forma che assume l'equazione fondamentale (A) che le traiettorie ortogonali sono di nuovo traiettorie di un gruppo affine, di guisa che i rimanenti tipi di serie di curve le cui normali costituiscono complessi tetraedrali non sono altro che i vari tipi di traiettorie di gruppi affini. Ora questi sono determinati come si è detto in Lie-Scheffers (pag. 68) e solo è da aggiungere ai cinque tipi ivi notati il sesto corrispondente alla trasformazione inf^{ma} (4) le cui traiettorie sono le spirali logaritmiche definite dall'equazione

$$x^2 + y^2 = c e^{2\alpha \operatorname{arc\,tang} \frac{y}{x}}.$$

Restano a considerare i casi limiti, in cui due o più dei punti invarianti coincidono:

a) in un punto al finito.

Preso questo punto come origine e una delle rette invarianti per esso (*) come asse x, la Xf prenderà la forma

$$Xf \equiv (ax^2 + bxy + lx + my)p + (ax + by + m')yq.$$

(*) Per ogni punto invariante multiplo di una trasformazione inf.^{ma} projettiva passa almeno una retta reale.

La seconda delle coniche (α) essendo qui degenere ne risulta che:

1° affinchè l'origine sia intersezione doppia e non tripla delle due coniche dev'essere o punto ordinario per la seconda conica e di contatto colla prima, ovvero punto doppio per una delle due e di semplice passaggio per l'altra;

2° affinchè sia intersezione tripla e non quadrupla dovrà essere insieme punto di tangenza ordinaria per le due coniche e doppio per la seconda;

3° affinchè sia infine intersezione quadrupla, essendo comune in ogni caso alle due coniche un punto all'infinito, le due coniche dovranno avere una retta comune.

Altri casi non possono presentarsi.

A) Nella prima ipotesi (semplice contatto ordinario) sarà $l = 0$, $m' \neq 0$, e la Xf avrà come secondo punto invariante (semplice) il punto d'incontro delle rette

$$ax + by + m' = 0 \qquad m'x - my = 0$$

talchè assumendo come asse x la seconda retta (congiungente i due punti invarianti) la Xf prenderà la forma

$$Xf \equiv (ax + by)xp + (ax + by + m')yq.$$

Le traiettorie hanno l'equazione

$$\frac{y}{x} e^{\frac{by+m'}{ax}} = \text{cost.}$$

e le loro traiettorie ortogonali forniscono quindi un altro tipo di serie di curve le cui normali costituiscono un complesso di 2° grado. Il tetraedro fondamentale si riduce in questo caso ad una configurazione di tre faccie e tre vertici.

L'altra ipotesi che l'origine sia punto doppio per una delle coniche e di semplice passaggio per l'altra, conduce con un'opportuna scelta degli assi alla stessa forma della Xf.

B) Se l'origine è punto doppio per la seconda conica e di contatto ordinario colla prima, sarà $m' = l = 0$, cioè

$$Xf \equiv (ax^2 + bxy + my)p + (ay + by)\, yq.$$

Le traiettorie di questa sono fornite dal fascio di coniche (quadritangenti nell'origine)

$$ax^2 + 2bxy + 2my = cy^2 \qquad (c = \text{cost.})$$

talchè nel caso attuale le curve richieste sono traiettorie ortogonali di coniche e il tetraedro fondamentale si riduce ad una configurazione di due faccie e due vertici.

C) Se infine le due coniche hanno una retta comune, assumendola come asse x si avrà

$$Xf \equiv (bx + m)yp + (by + m')yq,$$

e potrà rendersi anche $m = 0$ colla traslazione

$$x' = x + \frac{m}{b}, \qquad y' = y.$$

Sono invarianti in questo caso tutti i punti di una retta $(y = 0)$ e inoltre un punto in generale fuori della retta $\left(x = 0,\ y = -\frac{m'}{b}\right)$ e tutte le rette per esso (traiettorie della Xf). Le traiettorie ortogonali sono quindi circoli concentrici e il complesso tetraedrale si scinde in due lineari speciali, aventi per assi la retta dei punti invarianti e la perpendicolare condotta al piano dei cerchi pel loro centro. (Che debbano appartenere al complesso tutte le rette passanti per qualunque punto invariante risulta dal fatto che ogni tal punto può riguardarsi come una traiettoria ridotta a quel solo punto. Del resto pel caso attuale la cosa risulta senz'altro rigorosamente dall'equazione del complesso a pag. 4).

b) il punto invariante multiplo è all'infinito.

Con una trasformazione proiettiva che trasporti il punto al finito si deve tornare ai casi precedenti.

Per converso dunque da questi casi si ricaveranno i nuovi, trasportando il punto invariante multiplo all'infinito (coll'avvertenza che non risulti invariante la retta all'infinito per non

ricadere nel caso già considerato delle trasformazioni inf^{me} affini). Si trovano così i seguenti casi distinti dai precedenti:

$$(A') \qquad Xf \equiv (bxy + lx + my)p + (by + l)yq$$

colle traiettorie

$$\left(b + \frac{l}{y}\right) e^{\frac{lx}{my}} = \text{cost.}$$

$$(B') \qquad Xf \equiv (bxy + my + n)p + by^2q$$

colle traiettorie

$$2bxy + 2my + n = cy^2 \qquad (c = \text{cost.})$$

(iperbole quadritangenti nel punto all'infinito dell'asse x).

Si può cercare come caso particolare quando è che *le normali ad un fascio di coniche costituiscono un complesso di 2° grado.* Si trova facilmente, paragonando l'equazione differenziale di un tal fascio coll'equazione (A), che si possono presentare soltanto i seguenti quattro casi:

a) un fascio di coniche simili e similmente disposte e concentriche di qualsiasi specie (in particolare un fascio di parabole eguali e coassiali). I tre punti singolari del complesso nel piano x, y sono il centro e i punti all'infinito degli assintoti.

b) un fascio di parabole tangenti in uno stesso punto al finito e cogli assi egualmente diretti. I tre punti singolari sono il punto di contatto al finito e due immaginari all'infinito.

c) un fascio di coniche degeneri con punto doppio comune, vale a dire un fascio di rette con centro al finito o all'infinito. Nel primo caso il complesso è ancora tetraedrale, e i tre punti singolari sono il centro e i punti ciclici del piano x, y. Nel secondo caso si ha un complesso lineare speciale con asse all'infinito.

d) un fascio di coniche degeneri con una retta comune e le altre parallele fra loro. In questo caso il complesso si spezza in due lineari speciali con un asse al finito (la retta comune) ed uno all'infinito (la giacitura perpendicolare alla direzione del fascio di parallele).

I casi *a*) e *b*) si possono riunire dicendo che *le normali ad un fascio di coniche bitangenti in due punti di cui uno almeno all'infinito* (*reale o immaginario*) *costituiscono un complesso di 2° grado ed è questo il più generale fascio di coniche non degeneri che goda di tale proprietà.*

Nota. — La trattazione del caso *a*) pag. 7 e dei casi seg.ti sarebbe in difetto se i tre punti invarianti fossero in linea retta, ma in tal caso la retta sarebbe tutta di punti invarianti, e si cadrebbe quindi nel caso C), pag. 12.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 23 Aprile 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO BARONE GAUDENZIO CLARETTA

DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Socii: Peyron, Rossi, Pezzi, Ferrero, Graf, Boselli, Perrero e Pizzi.

In assenza del Socio Segretario Nani, indisposto, ne fa le veci il Socio Ferrero.

È letto ed approvato l'atto verbale dell' ultima adunanza.

Il Socio ff. di Segretario presenta gli *Atti del primo Congresso nazionale delle rappresentanze provinciali* in Torino (1898) pubblicati dalla Provincia di Torino (Torino, 1899) ed offerti in omaggio dai Presidenti del Consiglio Provinciale e della Deputazione Provinciale di Torino.

Fra le altre pubblicazioni pervenute in dono alla Classe, egli segnala un volume del Socio Cipolla: *Pubblicazioni sulla storia medioevale italiana (1895)* (Venezia, 1898).

Il Socio Pizzi offre un suo libro: *Le sentenze di Bhartrihari* tradotte dal sanscrito (Torino, 1899).

È comunicata una lettera di S. E. il Ministro della Pubblica Istruzione, il quale annunzia di avere accolto la proposta dell'Accademia di destinare alla missione archeologica in Creta,

diretta dal prof. Halbherr, una somma su quella parte del lascito Gautieri, che rimane a disposizione del Ministero.

È comunicato un invito del Sindaco di Cividale del Friuli a partecipare al Congresso storico, che si terrà in quella città nel settembre, a commemorazione dell'undecimo centenario di Paolo Diacono.

È presentato dal Socio Graf a nome anche del Socio non residente D'Ancona, un lavoro manoscritto del dott. G. Manacorda, intitolato: *Galeotto Del Carretto poeta lirico e drammatico monferrino,* di cui l'Autore desidera l'inserzione nei volumi delle *Memorie.* Ad esaminare questo lavoro ed a riferire su di esso in una prossima adunanza, il Presidente delega il Socio presentante, il Socio Renier ed il Socio non residente D'Ancona.

Il Socio ff. di Segretario legge due lavori, l'uno del Prof. Carlo Pascal, *Noterelle oraziane;* l'altro del Prof. Luigi Valmaggi, *Un nuovo frammento di Ennio?*

Questi lavori sono pubblicati negli *Atti*

LETTURE

Tre noterelle oraziane

(Oraz. Sat. I, 4, 10; I, 4, 22-25; I, 9, 11).

Nota del Prof. CARLO PASCAL.

I.

Orazio, Satire, I, 4, 10:

" Nam fuit hoc vitiosus: in hora saepe ducentos,
Ut magnum, versus dictabat stans pede in uno ".

L'interpretazione comunemente data delle parole " stans pede in uno " è " con grandissima facilità ". Si richiama a tal proposito il modo italiano: " così, su due piedi ". Il Müller (Horatii Sermonum et Epistularum libri. Wien. 1891-92. 2er Theil, ed. Tempsky) a pag. 53, così dice: " um die Nonchalance des Lucilius beim Versemachen auszudrücken. — Andere Dichter irren schwärmerisch durch Stadt und Feld um Verse zu schmieden; vgl. Ep. II, 3, 457 ". — Edoardo Schütz (Horat. Sat. Berlino, Weidmann, 1881, pag. 50) poi opina che l'espressione sia tratta dalla posizione di colui che in atteggiamento di noncuranza si ferma sopra un solo piede ed aggiunge che la frase non può denotare la brevità del tempo, in cui si compia alcuna cosa, perchè Orazio aggiunge *in hora*. Come espressione contraria apporta quella di Terenzio (Andria, I, 1, 134): " *manibus, pedibus, obnixe* ". Nella edizione Orelli-Baiter-Mewes (Berlino, Calvary, 1886-1892) II, pag. 54, si richiamano le parole dello scoliaste antico " *maxima cum facilitate et tamquam ludibundus* " e si aggiunge " imago sumpta vel a pueris sic inter se ludentibus vel a circulatoribus qui popello monstrant quamdiu sic se sustinere possint. Videtur fuisse dictio proverbialis ". — Così pure a un dipresso il Doering (Augustae Taurinorum, 1830, pag. 42). Solo il Fritzsche (Des Q. Horatius Flaccus Sermonen. Leipzig, Teubner, 1875) I, pag. 106, asserisce che l'espressione si riferisce alla postura di chi stando sopra un sol piede, tenga

l'altro nella mano e così faccia prova di resistere lungo tempo senza sforzo e richiama il passo oraziano (Carm. 2, 20, 11): " *posuisse nudo sub pede palmam Fertur* „. Una postura diversa immagina invece il Kirchner (Horat. Sermonum libri duo, Lipsiae, Teubner, 1855, vol. II, pars I, pag. 147), e cioè la postura comoda e trascurata di chi stia con una gamba soprapposta all'altra e con le spalle appoggiate alla parete. Non allo sforzo maggiore o minore bensì al tempo si riferisce il Dillenburger (Bonnae, 1875), pag. 362, che spiega con queste sole parole: " brevissimum tempus significatur „. Ma di tale interpretazione fa giustizia, come abbiamo visto già notato dallo Schütz, Orazio stesso che aggiunge le parole *in hora*. In realtà niuno ha potuto portare un solo passo che possa documentare l'espressione " stans pede in uno „ nel significato o nei significati che le si vogliono attribuire. Ora a rincalzare gli argomenti esposti nella satira 4ª del libro I Orazio compose altresì la satira X nella quale molte ragioni di quella sono confermate e provate. Al nostro passo corrisponde nella satira X il seguente (59-61) " *si quis pedibus quid claudere senis, Hoc tantum contentus, amet scripsisse ducentos Ante cibum versus, totidem cenatus* „. Che questi versi si riferiscano a quelli della satira IV appare da molteplici luoghi della X; v. ad es. il verso 1° e specialmente il verso 50: " *at dixi fluere hunc lutulentum, saepe ferentem Plura quidem tollenda relinquendis* „. Ora nei versi sopra portati, Orazio biasima Lucilio perchè sol si appagava a scrivere dugento versi prima del pasto e dugento dopo " *pedibus senis* „ e cioè in esametro: parmi dunque evidente che colla espressione " *stans pede in uno* „, Orazio non abbia voluto significare se non questo medesimo pensiero e cioè " rimanendo sempre nello stesso metro „. Quanto all'uso di *pes* non già come " piede metrico „ ma come " genere di verso „ e adoperato al singolare cfr. " *pes citus* „ (il giambo) Art. Poet. 252; " *pede quo debent fortia bella geri* „ (l'esametro) Ovidio, Ibis, 644, e presso Orazio stesso " *pes Lesbius* „ Carm. IV, 6, 35; " *pede incomposito* „ Sat. I, 10, 1. — Per qual ragione poi di tutte le satire Luciliane Orazio non considerava se non gli esametri e per essi chiamava Lucilio " *durus componere versus* „ (Sat. I, 4, 8), è spiegato ampiamente da Luciano Müller nell'edizione sopra citata a pag. 53, e in " De re metrica „ a pag. 195.

II.

Sat. I, 4, 22-25:

" *cum mea nemo*
Scripta legat, vulgo recitare timentis ob hanc rem
Quod sunt quos genus hoc minime iuvat, utpote plures
Culpari dignos „.

Plures è interpretato comunemente come equivalente a " τοὺς πλείστους „ e apposizione del *quos*. Così vuole il Doering, op. cit., pag. 43, così lo Schütz pag. 52. Nella edizione Orelli-Baiter-Mewes si spiega, pag. 57, " utpote plures] „ per attractionem ad proxime praecedentia pro " quippe cum plures culpari digni sint „. Anche Luciano Müller op. cit. pag. 55, spiega " plures „ " die Mehrzahl „ ed aggiunge: " appunto per ciò Orazio non leggeva in pubblico „. Così pure il Dillenburger, pag. 363 e il Fritzsche, pag. 109, il quale aggiunge che l'uso grammaticale ha riscontro in esempi greci come Sofocle, Oed. Col. 733 e che la mutazione proposta dal Cuning di *dignos* in *digni* è da rifiutarsi.

Delle altre interpretazioni sono notevoli due che veggo citate senza indicazione bibliografica nella ediz. di O. Keller et A. Holder (Lipsia, Teubner, 1864-1870); l'una è quella del Kecke che cioè si debba leggere *pluris* e questo sia genitivo; l'altra è quella dello Hirkel che cioè si debba leggere *iures*. Questa seconda è molto arguta ma noi riteniamo che anche senza violare la lezione tradizionale si possa, adottando la lezione *pluris*, seguire un' interpretazione che meglio risponda al senso di tutto il contesto. Non è possibile che Orazio dica: " vi sono tali cui il mio genere di poesia non piace, perchè la maggior parte di essi è degna dei miei biasimi „. In una espressione siffatta mi par di vedere due incoerenze: l'una è che non si capirebbe la ragione per cui non dovesse piacere a quella *minor parte* che non è degna dei biasimi; l'altra è che implicitamente Orazio ammetterebbe che solo una parte delle persone da lui colpite meritano il biasimo e che cioè egli è ingiusto verso gli altri. Interpretando invece *pluris* come genitivo di colpa il pensiero corre limpido e preciso: " vi sono tali cui il mio genere di poesia non piace e sono appunto quelli che io biasimo, e che sarebbero degni di un biasimo ben maggiore di quello ch'io loro infliggo „.

III.

Satira I, 9ª, 11:

" *O te, Bolane, cerebri*
Felicem, aiebam tacitus „.

L'interpretazione antica di questi versi è la seguente: O quanto sei fortunato tu, o Bolano, ad esser di testa calda! (*cerebrosus*). Ed il senso si suol porre così: Orazio noiato dalle insistenze moleste del seccatore ricorre col pensiero agli scatti impetuosi di Bolano, che si sarebbe subito tolto d'imbarazzo coll'assestare un po' di legnate all'importuno. Nella edizione Orelli-Baiter-Mewes (Berlino, 1892), II, pag. 118 si dà la seguente interpretazione: " Utinam, secum ait, tam insanus et cerebrosus, μανικός, Tollkopf essem quam fuit Bolanus qui iamdudum exclamasset: βάλλ' ἐς κόρακας, *abi in malam rem.* Male enim accepissem verbis atque fugassem hominem „. La stessa interpretazione è data a un dipresso anche dal Fritzsche (Leipzig, Teubner, 1875), I, pag. 197, e da Luciano Müller (Wien, 1891), I, pag. 116: dal Doering (Aug. Taur. 1830), pag. 81, dal Kirchner, pag. 298. — L'interpretazione rimonta a remota antichità, giacchè lo scoliaste di Orazio, Porfirione, così parla di questo Bolano: " Qui adeo liber fuit, ut nullius ineptias ferret, quin quod de eo sentiret, statim in eum diceret „; e lo Schol. Crucq. " Dicebam intra me Bolanum esse felicem qui ὀξύχολος nullius ineptias ferebat, sed statim vel in faciem quemvis reprehendebat, vel de eo quid sentiret non dissimulate dicebat „; notizia sulla quale è ricalcata quella degli interpreti moderni come ad esempio quella del Dillenburger (Bonnae, 1875), pag. 394: " qui fuerit nescimus; certum est hominem fuisse durissimum et agrestem cui nihil notum esset urbanitatis „. La certezza del Dillenburger non potrà però esser comune a chi consideri che le parole degli Scoliasti non contengono propriamente una notizia storica, bensì solo una interpretazione che essi danno dei versi di Orazio. Perchè esse avessero valore storico occorrerebbe che vi fosse determinato qualcosa di più circa il prenome ed il nome di questo Bolano, l'epoca e la condizione della sua vita. Invece la semplice asserzione della sua indole irruenta e sgarbata non deriva già da una notizia di fatto, ma dall' interpretazione

data alle parole oraziane " *cerebri felicem* „. Questa interpretazione antica non fu, tra i moderni, accettata dallo Schütz (Berlino, Weidmann, 1881), pag. 108, il quale nota che il desiderio che qui esprimerebbe Orazio di esser violento non potrebbe aver luogo, perchè impetuoso e violento chiama sè stesso Orazio in Sat. II, 3, 323; 7, 35; 44; Epist. I, 20, 25. — Egli crede dunque migliore un'altra interpretazione. Bolano aveva una tal flemma che il sopportare questo importuno gli sarebbe tornato ben facile. Anche questa seconda interpretazione prende *cerebrum* nel senso di " stizza, impeto ecc. „ nel medesimo senso cioè dell'aggettivo " *cerebrosus* „. Ma a dir vero neppure l'interpretazione dello Schütz toglie di mezzo ogni difficoltà, giacchè Orazio in tutto il corso della satira si rappresenta abbastanza calmo e flemmatico e finchè Apollo non viene a liberarlo, resiste, impavido, agli assalti indiscreti del seccatore. Io credo che si possa tentare un'interpretazione diversa. *Cerebrum* è presso i Latini altresì la sede dell'intelligenza, come ci mostra Orazio stesso in Sat. II, 3, 75: " *Putidius multo cerebrumst, mihi crede, Perelli* „. Interpretando in tal senso nel luogo nostro la parola, il significato di " *felicem cerebri* „ sarebbe " testa fina „ o " cervello fino „ o anche " bell'ingegno „ e Bolano sarebbe il seccatore stesso. Orazio ha avvertito prima che il nome del seccatore lo conosceva, v. 3: " *notus mihi nomine tantum* „. Interpretando così, a me pare che tutto il passo acquisti significato più lepido. Giacchè il seccatore si è presentato ad Orazio come persona di studi e che egli dovrebbe conoscere: " *noris nos* „ gli ha detto, " *docti sumus* „ (v. 7). Ora Orazio sentendogli dire insulsaggini ed inezie, nulla gli risponde, ma è naturale che tra sè dica: " Sì, davvero che è un grande ingegno costui! „.

Un nuovo frammento di Ennio?

Nota di LUIGI VALMAGGI.

In un noto passo del *De oratore* (III, 42, 167) Cicerone, come anche altrove assai spesso, ci ha conservati di seguito parecchi frammenti di Ennio. Il passo, che gioverà avere presente per intero, suona cosí: " Ne illa quidem traductio atque immutatio in verbo quandam fabricationem habet:

Africa terribili tremit horrida terra tumultu.

Pro *Afris* est sumpta *Africa;* neque factum est verbum, ut: *Mare saxifragis undis;* neque translatum est, ut *Mollitur mare;* sed ornandi causa proprium proprio commutatum:

Desine, Roma, tuos hostes...

et

Testes sunt campi magni... ".

Quest'ultimo frammento è allegato piú compiutamente (*testes sunt Lati campi, quos gerit Africa terra politos* (1)) da Nonio (p. 66, 25), e assegnato al terzo libro delle *Satire*. Il penultimo (*Desine, Roma, tuos hostes*) è citato da Cicerone stesso anche altrove (*De fin.* II, 106), con un altro verso del passo originale di Ennio; e viene del pari ascritto al terzo libro delle *Satire*. Il primo (*Africa terribili* ecc.) compare sotto il nome di Ennio piú volte in Cicerone (cfr. *Or.* 27, 93 ed *Epist.* IX, 7, 2) e una volta in Festo (p. 153), ma sempre senz'altra piú precisa indi-

(1) Il testo dato da Nonio è probabilmente piú esatto di quello conservato da Cicerone con lieve variante; dacché è noto che Cicerone citava non di rado a memoria. Pure L. Müller si argomentò di conciliare le due citazioni ricostruendo il frammento in due versi, cosí: " *testes sunt campi magni* ◡ ◡ – ◡ ◡ – ◡ | *lati campi, quos gerit Africa terra politos* "; che non pare tuttavia lezione plausibile.

cazione né d'opera né di libro; sicché gli editori hanno esitato tra le *Satire* e gli *Annali.* I piú stettero per gli *Annali*: invece il Baehrens (*Fragm. poet. Rom.* p. 117) lo collocò coi precedenti nel III libro delle *Satire,* e gli accodò l' emistichio *mare saxifragis undis* (1) che il Vahlen aveva inserito tra i frammenti degli *Annali* di sede incerta (v. 564), e L. Müller relegò tra quelli di dubbia autenticità (v. 11). Ora che il Baehrens abbia fatto bene, non che ad accogliere tra i certi questo frammento di Ennio, ma anche a farlo seguire al precedente *Africa terribili tremit horrida terra tumultu,* risulta indubitabile per una ragione, che egli non dice, ma che apparirà ovvia a quanti abbiano qualche familiarità col modo di citare di Cicerone. Voglio dire che Cicerone suole assai spesso innestare nella sua prosa, per semplice sfoggio di erudizione, o a conferma di sue osservazioni o regole teoriche, emistichî e principî di versi o, benché piú di rado, versi interi e complessi di versi presi da un medesimo brano di scrittore e pur senza notarlo, " ut qui scientibus scribit quos verbo admonuisse satis est „ (2), allegati di seguito l'un dopo l'altro. Si veda tra altro l'esordio del *Cato maior,* che contiene i noti versi del pastore epirota a Quinzio Flaminino del libro X (o XI secondo L. Müller degli *Annali* di Ennio (vv. 385-89 M.):

" *O Tite, si quid ego adiuro curamve levasso,*
Quae nunc te coquit et versat in pectore fixa,
Ecquid erit praemii?

Licet enim mihi versibus eisdem adfari te, Attice, quibus adfatur Flamininum

Ille vir haud magna cum re, sed plenus fidei;

quamquam certo scio non, ut Flamininum,

Sollicitari te, Tite, sic noctesque diesque „.

Si vedano i frammenti del libro IX (o X secondo L. Müller) degli *Annali* di Ennio (vv. 348-53 M.) nel *Brutus* 15, 58 sg.: " Est igitur sic apud illum in nono, ut opinor, annali:

(1) Scandi: – mare saxifragis undis ⏑ ⏑ – ⏑ ⏑ – ⏑.
(2) J. Vahlen, *Ind. lect.* Berol. 1879, p. 3.

Additur orator Cornelius suaviloquenti
Ore Cethegus Marcus Tuditano conlega
Marci filius

et oratorem appellat et suaviloquentiam tribuit: quae nunc quidem non tam est in plerisque; latrant enim iam quidam oratores, non loquuntur; sed est ea laus eloquentiae certe maxima,

is dictust popularibus ollis
Qui tum vivebant homines atque aevum agitabant,
Flos delibatus populi

probe vero; ut enim hominis decus ingenium, sic ingenii ipsius lumen est eloquentia, qua virum excellentem praeclare tum illi homines florem populi esse dixerunt

suadaeque medulla „.

E questi del principio del libro VII (vv. 226-31 M.), ancora di Ennio e degli *Annali*, nell'*Orator* 51, 171: “ Ergo Ennio licuit vetera contemnenti dicere:

Versibus, quos olim Fauni vatesque canebant,

mihi de antiquis eodem modo non licebit? praesertim cum dicturus non sim: *Ante hunc*... ut ille, nec quae sequuntur: *Nos ausi reserare* „ (cfr. anche *Brut.* 18, 71 e 19, 76). E questi altri dell'*Iliona* di Pacuvio (Ribbeck, *Trag. Fragm.*³, 197-201) nelle *Tusculane* I, 44, 106: “ Ecce alius exoritur e terra qui matrem dormire non sinat.

Mater, te appello, tu quae curam somno suspenso levas
Neque te mei miseret, surge et sepeli natum.

haec cum pressis et flebilibus modis, qui totis theatris maestitiam inferant, concinnantur, difficile est non eos qui inhumati sint miseros iudicare.

prius quam ferae volucresque

metuit ne laceratis membris minus bene utatur, ne combustis, non extimescit.

Neu reliquias semustas sireis (1) *denudatis ossibus*
Per terram sanie delibutas foede divexarier „.

---

(1) Cosí emendò il Vahlen: *semiassi reis* o *semiassis reis* codd.; *quaeso mias sireis* Ribbeck.

Ancora nelle *Tusculane* III, 27, 65 sono riprodotti, benché con altro ordine, tre versi dello stesso brano dell'*Heautontimorumenos* di Terenzio (vv. 147-48 e 135): " Quid ille Terentianus ἑαυτὸν τιμωρούμενος, id est, ipse se puniens?

Decrevi tantisper me minus iniuriae,
Chremes, meo gnato facere, dum fiam miser.

Hic decernit, ut miser sit. Num quis igitur quidquam decernit invitus?

Malo quidem me quovis dignum deputem.

Malo se dignum deputat, nisi miser sit. Vides ergo opinionis esse, non naturae malum " (1). Da una stessa tragedia di Accio, l'*Atreo*, sono attinti due esempi contigui (vv. 229-30 e 233 Ribbeck[3]) nel *De oratore* III, 57, 217: " Aliud enim vocis genus iracundia sibi sumat, acutum, incitatum, crebro incidens:

Ipsus hortatur me frater, ut meos malis miser
Mandarem natos . . . "

(qui è il principio del v. 327 Ribbeck[3] del *Teucer* di Pacuvio) " et

Ecquis hoc animadvertit? vincite

et Atreus fere totus ". Due altri emistichi della medesima tragedia di Accio (203 sg. e 226 Ribbeck[3]) si leggono accostati nel *De officiis* I, 28, 97: " Sed tum servare illud poetas, quod deceat, dicimus, cum id, quod quaque persona dignum est, et fit et dicitur: ut, si Aeacus aut Minos diceret

Oderint, dum metuant,

aut

natis sepulchro ipse est parens,

indecorum videretur, quod eos fuisse iustos accepimus ".

E basterà con gli esempi. Dei quali del resto sarebbe facile accrescere il numero; ma gli addotti, presi a caso e di genere vario, mi paiono sufficienti a legittimare pienamente la congettura del Baehrens. Sennonché, per la stessa ragione per la quale è stato giustamente attribuito a Ennio il frammento

---

(1) Per altri esempi di citazioni da Terenzio v. la dissertazione di P. Tschernjaew, *De Ciceronis studiis Terentianis*, Casani 1898, p. 4 sgg.

mare saxifragis undis e posto in coda al verso *Africa terribili tremit horrida terra tumultu,* sarebbe opportuno (che non vedo sia stato fatto finora) restituirgli anche il principio d'esametro

mollitur mare

che nel passo del *De oratore* III, 42, 167 segue immediatamente all'emistichio *mare saxifragis undis,* col quale è inoltre, secondo ognuno vede, in assai stretta relazione di materia. È chiaro infatti che le parole *mare saxifragis undis,* accostate a queste altre *mollitur mare,* alle quali io propongo di far luogo tra i frammenti di Ennio, accennano indubbiamente a una descrizione di mare in tempesta, che, appartenendo al medesimo passo in cui si leggeva il verso *Africa terribili tremit horrida terra tumultu* (1), poteva essere un episodio del racconto della spedizione di Scipione in Africa. Se ne dovrebbe perciò desumere che in Ennio questa traversata di Scipione non era già " sine terrore ac tumultu „ (Livio XXIX, 27, 13), come nella maggior parte degli storici, ma al contrario agitata e fortunosa, come nella narrazione di Celio Antipatro (Livio ib. 14). E potrebb'essere che questo episodio Celio l'avesse tratto appunto da Ennio, dacché, secondo ha osservato il Pais (2), è assai verosimile che Ennio abbia esercitato non lieve influenza sui piú antichi annalisti e storici della repubblica. E anche piú qua in Livio non ne mancano traccie alquanto copiose (3). Né può opporsi a questa supposizione il fatto che Livio (l. cit.), dopo avere detto che egli preferí attenersi a " permultis Graecis Latinisque auctoribus „, soggiunge che a esprimere un'opinione diversa in proposito della navigazione di Scipione era stato il solo Celio (*Coelius unus*), il che alla prima parrebbe escludere ogni altro scrittore, e perciò anche Ennio: non può essere, dico, una difficoltà, perché qui Livio parla esclusivamente di *auctores,* col qual nome egli suole designare costantemente i soli storici (4).

---

(1) V. il commento di L. Müller a questo verso, p. 195; e cfr. Livio, XXIX, 28, 2.

(2) *Storia di Roma*, vol. I, p[e] I, Torino 1898, p. 41 sg.

(3) V. tra altri H. Hagen in *N. Jahrbb. f. Phil. und Pädag.* 1874, 271 sgg. e cfr. anche il Pais, op. e l. cit., p. 239, n. 2.

(4) V. gli esempi raccolti dal Fügner, *Lex. Liv.*, I, Lipsia 1897, col. 1364 sg.

Resterebbe a determinare se questa descrizione del viaggio di Scipione, documentata dai due frammenti di cui abbiamo discorso, trovasse luogo originariamente negli *Annali* ovvero nelle *Satire,* il terzo libro delle quali, come ognuno sa, era dedicato appunto a Scipione. Sennonché ciò dipende dalla collocazione che si preferisce dare al verso *Africa terribili tremit horrida terra tumultu*, che, " se dividendo bene estimo ", nel testo di Ennio non doveva essere molto lontano dai due frammenti *mare saxifragis undis* e *mollitur mare.* E quel verso s'è già avvertito che i piú inclinano ad assegnarlo agli *Annali;* sicché, stando all'opinione prevalente rispetto al primo verso, anche questi due sarebbero da collocare negli *Annali.* Non è che un'ipotesi: pure non conviene tacere che potrebbe conferirle qualche verosimiglianza il sospetto, cui dianzi accennavo, che Celio Antipatro abbia desunto da Ennio i particolari della navigazione tempestosa di Scipione; giacché è probabile che di Ennio, anziché le *Satire,* Celio avesse dinanzi il poema storico.

L'Accademico Segretario
CESARE NANI.

TORINO — VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi 40530

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 30 Aprile 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Cossa, Vice Presidente dell'Accademia, Bizzozero, Direttore della Classe, Berruti, D'Ovidio, Spezia, Camerano, Segre, Peano, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona e Naccari Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato.

Il Presidente dà comunicazione della circolare inviata dal Comitato istituitosi per promovere una fondazione che porti il nome dell'illustre storico Pasquale Villari, e sia un'attestazione di onoranza a lui nella occasione della ricorrenza del quarantesimo anno del suo insegnamento. Egli dà lettura dell' invito del Comitato e dice che la scheda rimarrà presso la Segreteria a disposizione dei Soci che volessero sottoscrivere.

Il Segretario presenta una Memoria del Socio corrispondente Rosenbusch, inviata in omaggio dall'autore e intitolata: *Ueber Euktolith, ein neues Glied der theralithischen Effusivmagmen,* e un opuscolo del Socio corrispondente G. E. Poincaré, intitolato: *Sur la théorie de Maxwell et les oscillations hertziennes.*

Il Socio Segre presenta per l'inserzione negli *Atti* una nota della signora Grace Chisholm Young, intitolata: *Sulla varietà*

razionale normale di M_3^4 *di* S_6 *rappresentante della trigonometria sferica* e una nota del sig. W. H. Young: *Sulle sizigie che legano le relazioni quadratiche fra le coordinate di retta in* S_4.

Il Socio D'Ovidio presenta per l'inserzione nel volume delle memorie uno scritto del prof. Mario Pieri, intitolato: *Della geometria elementare come sistema ipotetico deduttivo.* Sarà esaminato dal Socio D'Ovidio stesso e dal Socio Segre.

Vengono poi presentati ed accolti per la inserzione negli *Atti* gli scritti seguenti:

1° *Sulla presenza della iadeite nella valle di Susa,* nota del dott. Gius. Piolti, presentata dal Socio Spezia,

2° *Nuove osservazioni sopra i minerali della Comba di Compare Robert,* nota del dott. Giovanni Boeris, presentata dal Socio Spezia,

3° *Sulle diciandiossipiridine,* nota del Socio Guareschi,

4° *Alcuni derivati delle aldeidi propilica ed isobutilica,* nota del dott. Zaccaria Treves, presentata dal Socio Guareschi,

5° *Le ore di sole rilevate a Torino mediante l'eliofanometro nel triennio 1896-98,* nota del dott. Luigi Carnera, presentata dal Socio Volterra,

6° *Effemeridi del Sole e della Luna calcolate per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1900,* dell'ing. Luigi Gabba, presentate dal Socio Naccari,

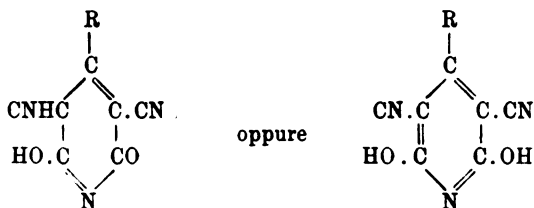
7° *Alcune osservazioni sull'interruttore elettrolitico di Wehnelt,* nota del dott. Andrea Giulio Rossi, presentata dal Socio Naccari.

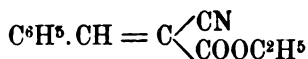
LETTURE

Sulle diciandiossipiridine;

Nota del Socio ICILIO GUARESCHI.

In una precedente nota (1) ho annunziato che avrei studiato l'azione dell'aldeide benzoica sull'etere cianacetico in presenza di ammoniaca per vedere se la reazione che ho indicato per l'aldeide etilica e che feci studiare nel mio laboratorio dal D[r] Quenda (2) era proprio generale e così avere un metodo per ottenere una numerosa serie di composti diciandiossipiridinici:

```
          R                                  R
          |                                  |
          C                                  C
        /   \\                             /   \\
   CNHC       C.CN      oppure      CN.C       C.CN
      |       |                        ||      |
   HO.C       CO                    HO.C       C.OH
        \\   /                             \\   //
          N                                  N
```

È noto che facendo agire l'aldeide benzoica sull'etere cianacetico direttamente si ottiene l'*etere fenil*α*cianacrilico:*

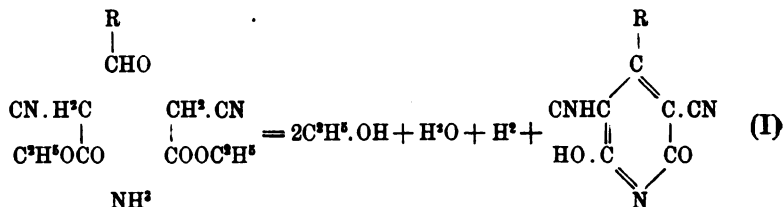
$$C^6H^5.CH = C\begin{cases} CN \\ COOC^2H^5 \end{cases}$$

cioè una molecola di aldeide agisce su una sola molecola di etere cianacetico (3). Invece io ho osservato che facendo agire sulla miscela di una aldeide con etere cianacetico l'ammoniaca gasosa secca oppure l'ammoniaca in soluzione acquosa concentrata, la reazione avviene in modo che per 1 mol. di aldeide entrano in reazione 2 mol. di etere; reazione che si può rappresentare nel modo seguente:

---

(1) " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", 1897, vol. XXXII e " Chem. Centralb. ", 1897, I.

(2) Ivi, 1897, vol. XXXII.

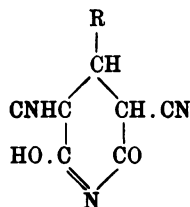
(3) Carrick, " J. prakt. Chem. ", 1892 (2), T. 45, p. 500, e Fiquet, Bull., 1892 (3), VII; " A. Ch. et Ph. " (6), T. 29.

$$\begin{matrix} & R & \\ & | & \\ & CHO & \\ CN.H^2C & & CH^2.CN \\ | & & | \\ C^2H^5OCO & & COOC^2H^5 \\ & NH^3 & \end{matrix} = 2C^2H^5.OH + H^2O + H^2 + \begin{matrix} & R & \\ & | & \\ & C & \\ & \diagup \quad \diagdown\!\!\diagdown & \\ CNHC & & C.CN \\ \| & & | \\ HO.C & & CO \\ & \diagdown\!\!\diagdown \quad \diagup & \\ & N & \end{matrix} \qquad (I)$$

Lo studio di questa reazione mi condusse alla conoscenza di una serie di interessanti composti bicianici che hanno proprietà caratteristiche, spiccatissime.

Esperimentai colle aldeidi benzoica, anisica e furfurolica. Altre aldeidi si sono studiate nel mio laboratorio.

La reazione avrebbe luogo come in quella di Michael (1) tra l'ammonialdeide, l'aldeide e l'etere acetacetico; anche in quel caso si metterebbe in libertà dell'idrogeno che servirebbe alla formazione di prodotti secondari.

Se non si stacca l'*idrogeno* dovrebbero formarsi, nel mio caso, dei composti della formola:

$$\begin{matrix} & R & \\ & | & \\ & CH & \\ & \diagup \quad \diagdown & \\ CNHC & & CH.CN \\ | & & | \\ HO.C & & CO \\ & \diagdown\!\!\diagdown \quad \diagup & \\ & N & \end{matrix}$$

ma l'analisi dei prodotti e le analogie colla reazione che avviene coll'aldeide etilica in cui si forma il composto (I), identico con quello che si forma dall'acetone metiletilico ed altri chetoni omologhi, dimostrano che veramente la reazione avviene come in (I).

Tutti i composti da me ottenuti danno col solfato ferroso un precipitato bianco o giallognolo, cristallino, del sale ferroso corrispondente; analogamente col cloruro ferrico e coll'acetato di rame danno bei precipitati cristallini. Anche questi composti danno dei sali cuproammonici bellissimi.

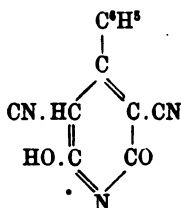
In questi composti l'ossidrile $HO.\overset{|}{C}\diagdown\!\!\diagdown$ ha spiccatissima funzione acida.

---

(1) "Ber.", XVIII, p. 2021.

I.

γfenilββdicianααdiossipiridina (*o fenildicianglutaconimide*).

```
          C⁶H⁵
           |
           C
          / \\
   CN.HC     C.CN
       ||    |
   HO.C      CO
        \\  /
          N
```

Mescolando 11 cm³ di aldeide benzoica (1 mol. circa) con 26 cm³ di cianacetato metilico e cianacetato etilico (circa 2 mol.) e aggiungendo 25 cm³ di ammoniaca a 0,914 si ha un liquido omogeneo giallo che a poco a poco diventa rossastro. Si sviluppa molto calore ed è bene raffreddare con acqua. Poco dopo comincia a depositarsi una materia bianca cristallina e a termine di un'ora circa tutta la massa è solida, cristallina. Lascio a sè alcuni giorni poi raccolgo su filtro, lavo con poca acqua e spremo bene per togliere un poco di prodotto oleoso. Dalle acque madri si ha dell'altra sostanza cristallizzata.

Tratto il prodotto ottenuto con acqua bollente nella quale si scioglie in gran parte; rimane però indisciolta una sostanza bianca pur essa, cristallina, che non si scioglie nell'acqua anche bollente e che, grezza fonde 164°-166° e dopo purificazione fonde 169° (la denomino provvisoriamente *composto A*).

Il prodotto principale cristallizza dall'acqua in begli aghi che facilmente si hanno purissimi. È questo il sale ammonico della fenil ββ dicianglutaconimide.

Quando in una miscela di 1 mol. di aldeide benzoica e di 2 mol. di etere cianacetico si fa passare una corrente di gas ammonico secco (1) il liquido intorbida, poi a poco a poco si fa limpido e rosso. Lasciato a sè 24 ore, dà una massa cristallina identica a quella che si ha coll'ammoniaca acquosa.

---

(1) Comunicazione alla Soc. chim. di Milano, 27 marzo 1897.

Sale ammonico $C^{13}H^6(NH^4)N^3O^2 + 2H^2O$ all'analisi diede i risultati seguenti:

I. Gr. 1,4048 di sostanza secca all'aria perdettero 0,0783 stando sul cloruro di calcio e 0,0870 in istufa a 100°-105°, cioè 0,1653 in totale. A 125° non perde più di peso.

II. Gr. 1,1335 di sale secco all'aria perdettero sul $CaCl^2$ 0,0698 e in istufa a 100°-105° ancora 0,0645 cioè 0,1343 in totale.

Da cui la quantità seguente di acqua:

		trovato		calcolato per
		I	II	$C^{13}H^6(NH^4)N^3O^2 + 2H^2O$
H^2O	%	11,77	11,85	12,3

Circa una molecola si perde in piccola parte stando all'aria e poi sul $CaCl^2$ e la seconda molecola solamente a 100°-105°.

I. Gr. 0,1484 di sale secco a 105° fornirono 29 cm³ di N a 19° e 740 mm.

II. Gr. 0,1454 fornirono 0,3232 di CO^2 e 0,0516 di H^2O.

III. Gr. 3462 di sale secco a 105° distillato con latte di magnesia fornì 0,3181 di cloroplatinato ammonico.

Da cui la composizione seguente:

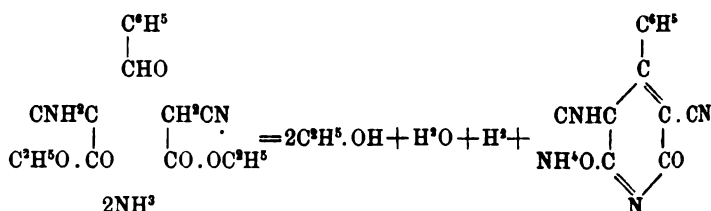
	trovato			calcolato per
	I	II	III	$C^{13}H^6(NH)^4N^3O^2$
C =	—	60,62	—	61,41
H =	—	3,94	—	3,93
N totale =	21,65	—	—	22,04
NH^3 =	—	—	6,94	6,70

Il composto così ottenuto è il sale ammonico della *fenil-ββ dicianglutaconimide:*

C^6H^5
|
CHO

CNH^2C CH^2CN
| |
$C^2H^5O.CO$ $CO.OC^2H^5$ $= 2C^2H^5.OH + H^2O + H^2 +$

$2NH^3$

C^6H^5
|
C
/ \\
CNHC C.CN
| |
$NH^4O.C$ CO
\\ /
N

L'idrogeno che necessariamente dovrebbe mettersi in libertà va probabilmente a formare dei prodotti secondari di riduzione; non l'ho potuto ottenere sotto forma di gas.

Questo sale si ha in bellissimi aghi incolori, brillanti, solubili nell'acqua fredda, ma molto più a caldo. All'aria non si colora. Scaldato sviluppa ammoniaca e fonde a temperatura molto alta scomponendosi. È insolubile nell'acido cloridrico e perciò la sua soluzione acquosa precipita coll'acido cloridrico; il precipitato contiene il sale ammonico e non l'acido corrispondente perchè, come vedremo, questo è solubile nell'acqua.

Precipita coi sali di rame, ferro, argento, calcio, bario, ecc. dando dei sali tutti assai bene cristallizzati.

Le soluzioni di cloridrato di *nicotina* danno colla soluzione all'1 % di questo sale di ammonio un abbondante precipitato bianco cristallino; le soluzioni, anche diluitissime, che non precipitano col cloruro platinico e che appena appena precipitano col cloruro aurico, danno dopo pochi momenti un precipitato formato da lunghissimi aghi disposti a fasci o a pennelli di aspetto bellissimo.

Nelle stesse condizioni, e anche in soluzioni più concentrate, il cloridrato di *conina* non dà precipitato o lievissimo; in soluzioni non troppo diluite del bromidrato di conina dà un precipitato bianco formato da piccoli prismi corti riuniti, pesanti. Forse potrà utilizzarsi questa reazione differenziale fra le due basi.

Il sale di ammonio della fenildiciandiossipiridina precipita le soluzioni di *chinina*, di *chinidina*, *codeina*, ecc., non precipita o lievemente quelle del solfato di *morfina*.

γfenilββdicianααdiossipiridina. La fenildiciandiossipiridina o dicianfenilglutaconimide libera si ottiene preparando dal sale ammonico il sale d'argento e questo, sospeso in acqua, decomponendo con acido solfidrico. Il liquido filtrato incoloro, acidissimo, concentrato lascia cristallizzare una bella sostanza in aghi incolori che ricristallizzati dall'acqua, nella quale però è molto solubile, si hanno bianchissimi.

All'analisi diede i risultati seguenti:

I. Gr. 0,1509 di sostanza secca a 135° fornirono 0,3650 di CO^2 e 0,0430 di H^2O.

II. Gr. 0,1746 di sostanza secca a 125° fornirono 0,4199 di CO^2 e 0,0483 di H^2O.

III. Gr. 0,1475 di sostanza secca a 125° fornirono 23,8 cm^3 di N a 21° e 738 mm.

Da cui:

	trovato			calcolato per $C^{13}H^{7}N^{3}O^{2}$
	I	II	III	
C =	65,96	65,58	—	65,75
H =	3,1	3,07	—	2,90
N =	—	—	17,66	17,72

Questo composto che ha netta funzione acida cristallizza con $3H^2O$ che perde totalmente a 125°. Infatti:

I. Gr. 0,3776 di sostanza secca all'aria, lasciati sul cloruro di calcio non perdono di peso e scaldati prima a 100°-110° poi a 120°-125° perdettero 0,0694.

II. Gr. 0,8048 scaldati sino a 135° perdettero a 0,1483.

Cioè:

	trovato		calcolato per $C^{13}H^{9}N^{3}O^{2} + 3H^2O$
	I	II	
H^2O %	18,37	18,43	18,55

Quest'acido disidratato attira con facilità l'umidità dell'aria; gr. 0,5210 di acido disseccato a 135°, lasciati all'aria 24 ore assorbirono 0,1175, corrispondente esattamente a $3H^2O$. E la sostanza così ottenuta che pesava 0,6385, scaldata a 135° perdette di nuovo 18,63 % del proprio peso, cioè $3H^2O$.

Con ciò si spiega come in una prima analisi, operando su sostanza non esattamente secca si trovasse in una combustione solamente 64,86 % di carbonio.

La γfenil $\beta\beta'$ dician $\alpha\alpha$ diossipiridina fonde a 234°-235° dando un liquido rosso-bruno e facendo schiuma.

La sua soluzione acquosa ha reazione acidissima e dà le reazioni seguenti:

Coll'*acetato di rame*, precipitato giallo-verde cristallino.

Col *cloruro ferrico* dà precipitato color carnicino chiaro e scaldando si ha soluzione rossa che per raffreddamento deposita un sale color ametista.

Col *solfato ferroso* dà un bel precipitato cristallino di color giallo verdognolo chiaro.

Col *nitrato d'argento* dà precipitato bianco cristallino.

Coi *cloruri di bario e di calcio* dà precipitati bianchi cristallini.

Col *nitrito potassico* dà precipitato bianco cristallino e non si colora.

Col *nitrato potassico* lo stesso, ma più lentamente.

Anche il *sale di magnesio* è cristallizzato.

Sale d'argento. — Preparato dal sale ammonico con nitrato d'argento. È un precipitato bianco, pochissimo solubile nell'acqua.

Gr. 0,3141 di sale bianchissimo disseccato nel vuoto e poi a 100°-105° (perdette 0,0088), fornirono 0,0988 di Ag.

Cioè:

	trovato	calcolato per $C^{13}H^{6}AgN^{3}O^{2}$
Ag %	31,45	31,39

Sale di bario. — Il sale di bario si precipita cristallizzato in begli aghi o prismi quando si aggiunge alla soluzione del sale ammonico, meglio se bollente, una soluzione di cloruro di bario.

I. Gr. 1,2622 di sale secco all'aria perdettero sul $CaCl^2$ solamente 0,0015, ma a 100° perdono 0,1013 (8,15 %) e poi da 125° a 130° ancora 0,0376 (3,08 %) cioè in totale 0,1389.

II. Gr. 2,2503 di sale secco all'aria perdettero a 100° gr. 0,1783 (7,92 %) e a 130°-140° ancora 0,0695, cioè in totale 0,2478.

III. Gr. 1,6437 di sale secco all'aria, scaldati a 100°-104° perdettero 0,1227 (7,5 %) e poi a 135°-140° ancora 0,643 cioè in totale 0,1870.

Da cui:

	trovato			calcolato per $(C^{13}H^{6}N^{3}O^{2})^{2}Ba + 4H^{2}O$	(o $4\,^1/_2 H^2O$?)
	I	II	III		
H^2O %	11,00	11,01	11,3	10,56	11,7

Come si vede a 100° perde $3H^2O$ e la quarta molecola solamente a 130°. Per la eliminazione di $3H^2O$ del sale con $4H^2O$ si calcola una perdita di 7,90 % mentre fu trovato 8,15-7,92

e 7,5 %. Per eliminazione di $3H^2O$ a 100° da un sale con 4 ½ H^2O si calcola 7,8.

Sale di magnesio. — È in aghi incolori setacei, poco solubili nell'acqua fredda. Non l'ho analizzato.

Sale ferrico. — È interessante il modo di comportarsi della fenil ββ' dicianglutaconimide col cloruro ferrico. Se si aggiunge una soluzione di cloruro ferrico ad una soluzione del sale ammonico si ottiene un bel precipitato di color giallo carnicino formato da lunghi e sottili aghi; se si scalda invece la soluzione si colora in rosso, gli aghi si sciolgono e poi si separano degli aghi di color rosso-bruno.

Il composto in aghi di color carnicino asciutto all'aria diede all'analisi i risultati seguenti:

I. Gr. 0,6280 di sostanza asciutta all'aria, scaldati a 100° perdettero 0,1074 e fornirono 0,0606 di Fe^2O^3, pari a Fe = 0,0424.

II. Gr. 0,7138 di sostanza secca all'aria, lasciati 24 a 35 ore sul cloruro di calcio assumono colore rossastro e perdettero 0,1173, poi scaldati in istufa a 105°-110° e in fine per molte ore a 120° perdettero ancora 0,1000, ma il sale si colora molto; il residuo fornì 0,0627 di Fe^2O^3 pari a 0,04388 di Fe.

Da cui:

	trovato		calcolato per $(C^{12}H^6N^3O^2)^3Fe + 9H^2O(?)$
	I	II	
H^2O a 100°	17,1	—	17,4
H^2O sul $CaCl^2$	—	16,4	—
Fe	6,6	6,1	6,16

Questo sale già stando sul cloruro di calcio perde l'acqua di cristallizzazione e cambia di colore, diventa rossastro; a temperatura superiore a 110° perde ancora di peso, ma si colora in violetto scuro quasi nero e pare si decomponga.

Dò con riserva la quantità di acqua di cristallizzazione ($9H^2O$?) perchè questo sale all'aria perde facilmente una parte dell'acqua e cambia colore. In un'altra preparazione ho trovato una maggiore quantità di acqua.

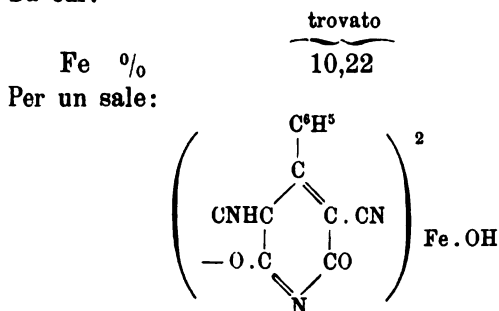
Questo sale ferrico scaldato con acqua bollente si decompone e dà un *sale basico* di color rosso mattone, cristallizzato in aghi ed il liquido assume reazione acida.

Gr. 0,7037 di sale ferrico basico stato disseccato all'aria e sul cloruro di calcio e poi a 100°, calcinati fornirono 0,0939 di Fe^2O^3 pari a 0,0719 di Fe.

Da cui:

	trovato
Fe %	10,22

Per un sale:

$$\left(\begin{array}{ccc} & C^6H^5 & \\ & | & \\ & C & \\ & \diagup \quad \diagdown\!\!\diagdown & \\ CNHC & & C.CN \\ | & & | \\ -O.C & & CO \\ & \diagdown\!\!\diagdown \quad \diagup & \\ & N & \end{array}\right)^2 Fe.OH$$

si calcola:

$$Fe = 10,27\ \%$$

Sale ferroso. — Aggiungendo una soluzione di solfato ferroso puro ad una soluzione del sale ammonico sovradescritto si ha un bel precipitato cristallino di color giallo-verdognolo chiaro, che si può, dopo lavato con acqua, ricristallizzare dall'acqua bollente senza che si alteri. Da 1,2 gr. di sale ammonico si ebbero 1,9 gr. di sale ferroso, asciutto all'aria.

I cristalli asciutti all'aria restano di colore giallo-verdognolo chiaro e all'analisi diedero numeri abbastanza concordanti colla formola $(C^{13}H^6N^3O^2)^2Fe + 11H^2O$ (oppure $12H^2O$), e a 125° perderebbe $7H^2O$.

Riassumo le analisi fatte:

	trovato			calcolato
	I	II	III	
Ferro in sostanza secca all'aria	8,04	7,8	7,5	7,7
Ferro in sostanza secca a 125°	9,4	9,5	9,11	9,33 (residuo con $4H^2O$)
H^2O perduta a 125°	16,95	16,60	17,06	17,3 (per eliminazione di $7H^2O$).

I risultati analitici concorderebbero abbastanza bene anche con $12H_2O$. Per un peso molecolare così elevato è poco sensibile la presenza di una mol. d'acqua in più.

Questo sale è in aghi setacei, bellissimi, che si sciolgono pochissimo nell'acqua fredda, ma bene nell'acqua calda da cui cristallizza facilmente. Fatto bollire con acqua non arrossa, come fa invece il sale ferrico.

Sale di rame. — Quando si tratta la soluzione del sale ammonico con soluzione di acetato o di solfato di rame, dopo pochi istanti si deposita una massa di cristalli gialli, insolubili nell'acqua o quasi, che si può lavare bene. Questo sale secco all'aria diede i risultati seguenti:

I. Gr. 0,4766 di sale secco all'aria perdettero 0,0224 sul $CaCl_2$ e poi a 100°-105°, cambia di colore, diventa color caffè, e perde ancora 0,0579.

II. Gr. 0,4473 di sale secco all'aria, calcinati fornirono 0,0549 di CuO pari a 0,0437 di Cu.

III. Gr. 0,4211 del sale secco all'aria scaldati a 100°-105° perdettero 0,0662 e calcinati fornirono 0,0497 di CuO pari a 0,03966 di Cu.

IV. Gr. 0,4057 di sale preparato col $CuSO_4$, secco all'aria, scaldati a 100°-105° perdettero 0,0655 e calcinati fornirono 0,0465 di CuO pari a 0,0378 di Cu.

Da cui la composizione centesimale seguente:

	trovato				calcolato per $(C_{13}H_6N_3O_2)_2Cu + 6H_2O$
	I	II	III	IV	
H_2O =	16,8	—	15,75	16,15	16,7
Cu =	—	9,76	9,42	9,35	9,8

Questo bellissimo sale è in cristalli riuniti a rosetta di color giallo orpimento, insolubili nell'acqua. Nel vuoto non si altera. Scaldato a 100°-105° perde tutta l'acqua e diventa color caffè, poi lasciato il sale così disseccato all'aria a temperatura ordinaria riprende a poco a poco il suo colore giallo vivo e tutta l'acqua di cristallizzazione; ciò mi fu dimostrato da varie analisi, ad esempio gr. 0,4057 (analisi IV citata) a 100°-105° per-

dettero 0,0655, ma lasciato il sale anidro all'aria dal 21 al 26 aprile 1897 diventò di color giallo ed il peso della sostanza era ancora 0,4059. Dopo 24 ore è già di color giallo vivo. Si può ripetere varie volte sul medesimo campione questa esperienza elegante; si scaccia l'acqua a 100° e assume color caffè violaceo, poi lasciato all'aria riprende il color giallo.

Precipitato dal sale ammonico tanto coll'acetato di rame quanto col solfato di rame ha la stessa composizione e la medesima proprietà.

Sale cuproammonico $(C^{13}H^6N^3O^2)^2Cu + 4NH^3 + H^2O$. — Aggiungendo alla soluzione del sale ammonico dell'ammoniaca al 8-10 % e una soluzione ammoniacale di acetato di rame, si ottiene un precipitato azzurro chiaro di un composto cuproammonico, poco solubile nell'acqua e che si può ricristallizzare sciogliendolo a caldo nell'ammoniaca diluita. 1 gr. 8 di sale, stati lungo tempo all'aria e sul cloruro di calcio non perdettero di peso.

I. Gr. 0,5523 di sale secco all'aria e sul cloruro di calcio, scaldati prima a 100° poi sino a 125° perdettero 0,0446 e calcinati fornirono 0,0685 di CuO, pari a Cu = 0,0547.

II. Gr. 0.6987 del sale secco sul cloruro di calcio distillati con acqua e acido di magnesio fornirono 0,0708 di ammoniaca.

III. Gr. 0,6970 di sale secco all'aria perdettero 0,0024 sul cloruro di calcio e 0,0493 prima a 100° poi a 125°-130°, e fornirono 0,0868 di CuO, pari a 0,0694 di Cu.

Da cui:

	trovato			calcolato per $(C^{13}H^6N^3O^2)^2Cu + 4NH^3 + H^2O$
	I	II	III	
Cu =	9,90	—	10,0	10,1
$(2NH^3+H^2O)$ =	8,07	—	8,40	8,37
NH^3 totale =	—	10,99	—	10,95

Questo sale cristallizza in aghi sottili di colore azzurro oltremare, somigliante all'asparagina rameica; è insolubile nell'acqua fredda; coll'acqua bollente si scompone.

È stabile all'aria e sul cloruro di calcio; a 100°-125° perde

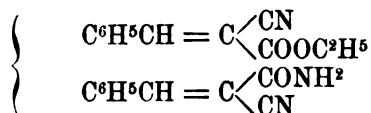
$2NH^3 + H^2O$ dando il composto $(C^{13}H^6N^3O^2)^2Cu + 2NH^3$ di color verde pomo. Solubile a caldo nell'ammoniaca da cui cristallizza.

Quando si scalda per bruciarlo entro un crogiuolo rigonfia in modo simile a quanto fa il solfocianato mercurico (serpenti di Faraone); ma in grado un poco minore.

Composto (A). — Questo composto, ottenuto, come ho detto, insieme al sale ammonico precedente nella reazione tra l'aldeide benzoica, l'etere cianacetico e l'ammoniaca, costituisce la parte del prodotto grezzo cristallino che non si scioglie nell'acqua. L'ho purificato per ripetute cristallizzazioni dell'alcool. Fonde costantemente a 169°. Come residuo dall'acqua bollente si ha in sottili aghi che sembrano di cotone e dall'alcool in cristalli aghiformi più duri. È solubile nell'alcool, specialmente a caldo.

Le proprietà, e, sino ad un certo punto, la composizione di questo corpo corrispondono a quelle del composto $C^{22}H^{19}N^3O^3$ ottenuto da Carrick (1) nella reazione dell'ammoniaca acquosa sull'etere α cianocinnamico $C^6H^5CH = C\begin{smallmatrix} \diagup CN \\ \diagdown COOC^2H^5 \end{smallmatrix}$.

Al composto fusibile 168° Carrick dà la formola:

$$\left\{ \begin{array}{l} C^6H^5CH = C\begin{smallmatrix} \diagup CN \\ \diagdown COOC^2H^5 \end{smallmatrix} \\ C^6H^5CH = C\begin{smallmatrix} \diagup CONH^2 \\ \diagdown CN \end{smallmatrix} \end{array} \right.$$

Per la quale si calcola: C = 70,70; H = 5,10 e N = 11,26. Io ho trovato C = 69,6 e 69,3 H = 5,0 e 4,9 e azoto 11,6 %. Ho trattato questo corpo con ammoniaca nell'idea di trasformarlo nella fenildiciandiossipiridina, ma senza risultati decisivi.

Infine farò notare che molto probabilmente il signor Carrick ha avuto per le mani il sale ammonico della mia fenildiciandiossipiridina, ed infatti nell'azione dell'ammoniaca acquosa sull'etere α cianocinnamico egli ottenne dei prodotti che fondevano male, da 170° a 200° e benchè abbia fatto 17 analisi non potè ricavarne una formola. Ciò appunto perchè senza dubbio operava su una miscela del composto fusibile 169° con il sale ammonico della fenildiciandiossipiridina.

(1) " Journ. f. prakt. Chem. „ (2), T. 45, p. 500.

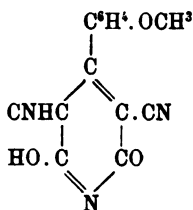
Che questa si possa formare dall'etere αcianocinnamico si spiega benissimo come ho (1) spiegato la formazione della cianmetilglutaconimide dall'etere cianoacetilacetico di Held; l'etere α cianocinnamico potrebbe per l'azione idratante dell'ammoniaca scindersi in aldeide benzoica ed etere cianacetico, e si avrebbero così le due sostanze da cui trae origine la fenildiciandiossipiridina.

Dei composti pochissimo solubili nell'acqua ed analoghi al composto di Carrick fusibile a 169°, si formano in altre reazioni simili da altre aldeidi come ad esempio dalle aldeidi anisica e propilica.

II.

Azione dell'aldeide anisica sull'etere cianatico in presenza di ammoniaca.

Metossifenil ββ *dician* αα *diossipiridina* o *metossifenildicianglutaconimide:*

```
         C⁶H⁴.OCH³
         |
         C
       /   \\
 CNHC        C.CN
     |       |
 HO.C        CO
       \\   /
         N
```

Mescolando 7 cm³ di aldeide anisica $C^6H^4{}^{OCH^3}_{CHO}$ con 12 cm³ di etere cianacetico e 40 cm³ di ammoniaca a 0,914, si sviluppa poco calore, il liquido si fa giallo e dopo aver agitato la miscela per circa 10 minuti si ha una massa compatta, cristallina, giallognola o quasi bianca. Dopo 24 ore tratto la massa con acqua fredda, lavo bene. Il residuo faccio bollire con acqua nella quale solo in parte si scioglie. Il primo prodotto che ottengo cristallizzato dall'acqua è in begli aghi incolori, che dopo ricristallizzazione ottengo allo stato di perfetta purezza. Anche dalle acque ammoniacali di lavaggio ottengo di questo prodotto

(1) " Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino ", 1896, vol. XLVI, p. 20.

solubile facilmente nell'acqua a caldo. Questo è il sale ammonico del *metossifenil* ββ' *dicianglutaconimide.*

La parte che non si scioglie, o molto difficilmente, nell'acqua bollente segno con (A) e dirò di essa più innanzi.

Dal sale ammonico sovracennato preparai il sale d'argento che analizzai e poi sospeso in acqua decomposi con acido solfidrico; evaporando il filtrato ottenni la γ *metossifenil* ββ' *dicianglutaconimide* libera.

I. Gr. 0,4359 di acido secco all'aria scaldati a 100°-105° poi anche a 130° perdettero 0,0536.

II. Gr. 0,486 scaldati a 120°-130° fornirono 0,055 di acqua.

Da cui:

	trovato		calcolato per $C^{14}H^{9}N^{3}O^{2}+2H^{2}O$
	I	II	
H^2O %	12,27	11,3	11,3

Gr. 0,176 fornirono 24,2 cm³ di N a 15° e 738 mm.

Da cui:

	trovato	calcolato per $C^{14}H^{9}N^{3}O^{2}$
N %	15,6	15,7

Questo composto anidro, anch'esso attira l'umidità.

È in bei cristalli incolori, solubili nell'acqua che all'aria si colorano alquanto.

Sale di ammonio. — Questo è il prodotto principale che si forma nella reazione fra l'aldeide anisica, l'etere cianacetico e l'ammoniaca.

I. Gr. 1,6107 di sale secco all'aria, scaldati a 100° perdettero 0,0887.

II. Gr. 0,4280 di sale secco a 100° fornirono per distillazione con acqua e magnesia 0,3034 di cloroplatinato di ammonio, pari a 0,024 di ammoniaca.

Da cui:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C^{14}H^{8}(NH^{4})N^{3}O^{3} + H^{2}O$
$H^{2}O$ % =	5,6	—	5,9
NH^{3} % =	—	5,61	5,88

Pare che perda un poco di acqua stando all'aria perchè in altri campioni che erano stati lungo tempo all'aria trovai 4,57, 4,7 e 3,8 %. Rimane stabile una $^{1}/_{2}$ $H^{2}O$.

Questo sale cristallizza in begli aghi incolori, che all'aria non si colorano, solubili nell'acqua, specialmente a caldo; la soluzione calda e concentrata forma per raffreddamento una massa cristallina gelatinosa, compatta. La soluzione acquosa di questo sale dà precipitati cristallini col nitrato d'argento, col cloruro ferrico, col solfato ferroso, coll'acetato e solfato di rame e forma un sale cuproammonico.

Anche questo sale precipita le soluzioni dei sali di molti alcaloidi quali la chinidina, la codeina, la nicotina ecc. Col cloridrato di *nicotina* dà un precipitato bianco cristallino anche in soluzione molto diluita, mentre nelle stesse condizioni il bromidrato di *conina* dà lentamente un precipitato meno abbondante e in larghe e sottili lamine; non precipita il solfato di *morfina*.

Sale di argento. — Questo sale di argento è un precipitato bianco cristallino, solubile in molta acqua bollente da cui cristallizza.

Gr. 0,2486 di sale secco all'aria e nel vuoto, scaldati a 105°-110° non perdettero il peso e fornirono 0,0714 di Ag.

Da cui:

	trovato	calcolato per $C^{14}H^{8}AgN^{3}O^{3}$
Ag %	28,70	28,85

Sale ferroso. — La soluzione anche diluita del sale ammonico trattata con solfato ferroso dà a poco a poco un precipitato bianco lievemente giallognolo, cristallino, che a caldo si

ridiscioglie e poi si separa in massa cristallina, densa, al punto che si può rovesciare il vaso senza sperdere la sostanza.

Sale cuproammonico $(C^{14}H^8N^3O^3)^2Cu + 4NH^3 + H^2O$. — La soluzione ammoniacale del sale ammonico dà, per aggiunta di soluzione di acetato di rame ammoniacale, un bel precipitato che a caldo si ridiscioglie e poi si deposita in forma di una massa costituita da aghi color viola.

È questo un magnifico sale che somiglia perfettamente nelle proprietà e composizione agli altri sali cuproammonici da me ottenuti dalle β cianglutaconimidi sostituite.

I. Gr. 0,3883 di sostanza secca all'aria, scaldati a 100° poi a 150°-155° perdettero 0,0286 lasciando poi un composto di color verde, che calcinato diede un residuo di 0,0443 di CuO pari a 0,0355 di Cu.

II. Gr. 0,4432 di sale secco all'aria, già da molti giorni, disseccati a 100° e poi a 150°-155° perdettero 0,0316; e gr. 0,4111 di sostanza secca a 150°-155° fornirono gr. 0,0515 di CuO pari a 0,0410 di Cu.

Da cui:

	trovato		calcolato per
	I	II	
			$-(2NH^3 + H^2O$
$(2NH^3 + H^2O)$ %	7,35	7,13	7,60
			$(C^{14}H^8N^3O^3)^2Cu + 2NH^3$
Cu %	9,85	9,96	10,08

Gr. 0,4680 del sale secco all'aria, fornirono per distillazione con MgO 0,0460 di ammoniaca.

Da cui:

	trovato	calcolato per $(C^{14}H^8N^3O^3)^2Cu + 4NH^3 + H^2O$
NH^3 %	9,83	9,97

Questo sale cuproammonico è dunque stabile, e solamente a 150°-155° perde $(2NH^3 + H^2O)$.

Composto (A). — Anche in questa reazione fra l'aldeide anisica, l'etere cianacetico e l'ammoniaca oltre il sale ammonico

della metossifenildiciandiossipiridina solubile nell'acqua si forma un composto che si scioglie difficilmente nell'acqua bollente; fonde verso 166° ed è simile al composto A o di Carrick che ho ottenuto dall'aldeide benzoica nelle stesse condizioni.

III.

Azione del furfurolo sull'etere cianacetico in presenza di ammoniaca.

Mi parve interessante vedere se anche il furfurolo nelle condizioni precedentemente descritte, si comportasse come le altre aldeidi.

Perciò mescolai 12 cm^3 di furfurolo con 24 cm^3 di etere cianacetico e 60 cm^3 di ammoniaca a 0,914, versate successivamente in due o tre volte ma piuttosto rapidamente. La reazione è viva, istantanea, si ha subito una colorazione azzurra che passa rapidamente al violetto, poi al roseo ranciato e giallo, nel mentre che tutta la massa si solidifica cristallizzando. Si sviluppa molto calore ed è bene raffreddare con acqua.

Dopo 24 ore aggiungo dell'acqua, mescolo bene, raccolgo la massa sul filtro, lavo bene con acqua fredda, poi spremo al torchio. La massa solida tratto con acqua bollente, in cui si scioglie tutta dando un liquido un poco torbido colorato. La sostanza cristallizzata, ridisciolta in acqua, scolorita con carbone e di nuovo ricristallizzata, si ottiene in bei cristalli aghiformi incolori o appena giallognoli. Il prodotto così ottenuto è il sale ammonico della γ*furfuril*ββ' *diciandiossipiridina* formatosi in modo analogo a quello del derivato fenilico.

In questa reazione non ho osservato la formazione di un composto insolubile o poco solubile nell'acqua, analogo ai composti (A) che si formano dalle aldeidi benzoica ed anisica.

Debbo fare osservare che appena si aggiunge, anche a poco a poco, l'ammoniaca alla miscela di furfurolo e di etere cianacetico si ha il liquido colorato in azzurro che passa poi al violetto roseo e giallo; ciò è dovuto senza dubbio alla formazione dell'*etere furfur*α*cianacrilico,* come si vedrà più innanzi, il quale cogli alcali appunto si colora in azzurro.

Il *sale ammonico* ricristallizzato dall'acqua bollente si ha in lunghi aghi setacei, leggieri, incolori o alle volte giallognoli appena, stabili, solubili molto nell' acqua bollente, pochissimo solubili nell'acqua fredda, cioè 1 p. in circa 550 p. a 15°.

I. Gr. 0,7381 di sale secco all'aria, scaldati a 100° non perdono di peso.

Gr. 0,4398 di sale secco a 100° fornirono per distillazione con magnesia 0,4138 di cloroplatinato di ammonio pari a 0,0317 di ammoniaca.

II. Gr. 0,1520 di sostanza secca all'aria e sul cloruro di calcio, fornirono 30,4 cm^3 di N a 14°,5 e 748 mm.

Da cui:

	trovato		calcolato per $C^{11}H^4(NH)^4N^3O^3$
	I	II	
NH^3 %	7,2	—	6,97
N totale	—	22,95	22,95

La soluzione acquosa, a 1 : 500, di questo sale ammonico versata nelle soluzioni dei sali metallici dà le reazioni seguenti:

Col *cloruro ferrico* precipitato bianco-roseo che a caldo diventa rosso e in cristalli aghiformi. I sali ferrici sono precipitati anche in soluzione diluitissima.

Col *solfato ferroso* precipitato cristallino bianco, appena giallognolo, che a caldo si scioglie e dà per raffreddamento una massa voluminosa, quasi gelatinosa formata da aghi sottilissimi.

Col *cloruro di cobalto* dà un precipitato bianco-roseo che a caldo si scioglie e cristallizza in bellissimi aghi setacei rosei.

Col *solfato di nickel* dà precipitato bianco verdognolo, che a caldo si scioglie e ricristallizza benissimo.

Anche in soluzione acetica precipita tanto i sali di cobalto quanto quelli di nickel, ma più abbondantemente i primi.

Coll'*acetato di rame* dà un bel precipitato verdognolo cristallizzato in aghi, a rosetta.

Col *cloruro di bario* dà subito un bel precipitato bianco, solubile a caldo e che cristallizza in lunghi aghi.

Col *cloruro di calcio* egualmente un precipitato che si scioglie a caldo e ricristallizza.

Col *nitrato potassico* dà un abbondante precipitato bianco, solubile a caldo e che ricristallizza in bellissimi aghi pesanti.

Col *fosfato neutro di sodio* dà precipitato bianco gelatinoso che a caldo si scioglie e per raffreddamento si rappiglia in massa gelatinosa formata da aghi.

Col *solfato di magnesio* dà precipitato bianco, cristallino, solubile a caldo.

Col *nitrato d'argento* dà precipitato bianco-giallognolo insolubile anche nell'acqua bollente.

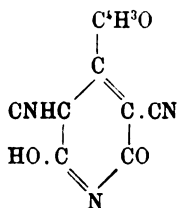
Precipita anche le soluzioni di molti alcaloidi. Nei sali di *cinconina* dà un precipitato cristallino anche se la soluzione è molto diluita. Precipita pure le soluzioni de' solfati di chinina, cinconidina e chinidina.

Nella soluzione di *solfato di stricnina* dà un precipitato bianco cristallizzato in aghi riuniti a fasci o a rosetta; precipita lentamente poco invece il *solfato di brucina.*

Nella soluzione di *solfato di morfina* dà lentamente un precipitato bianco costituito da bellissimi cristalli riuniti in fasci ramificati, di aspetto caratteristico.

Le soluzioni del cloridrato di *nicotina* danno col sale di ammonio della furfurildiciandiossipiridina un precipitato cristallino formato da begli aghi riuniti a rosetta o a stella e ciò in soluzione anche diluita. Il cloridrato di *conina* invece solo in soluzioni concentrate dà un precipitato formato da begli aghi separati ed il precipitato non è abbondante.

γfurfurilββ' diciandiossipiridina. — Il composto libero e a funzione acida:

```
          C⁴H³O
            |
            C
          /   \\
     CNHC      C.CN
        |      |
     HO.C      CO
          \\  /
            N
```

si ottiene trattando la soluzione del sale ammonico con acido cloridrico o con acido solforico, diluito; dopo poco tempo si ha

un precipitato bianco in lunghi aghi, che si può ricristallizzare dall'acqua calda. All'analisi diede:

I. Gr. 0,477 di sostanza secca all'aria, scaldati a 120°-130° perdettero 0,0908 di H^2O.

Cioè:

	trovato	calcolato per $C^{11}H^8N^2O^3+3H^2O$
H^2O 0/0	19,04	19,21

II. Gr. 0,1906 di sostanza secca 125° fornirono 0,4000 di CO^2 e 0,0428 di H^2O.

III. Gr. 0,145 di sostanza secca 130° fornirono 23,8 cm³ di N a 16° e 734 mm. cioè:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C^{11}H^8N^2O^3$
C =	57,23	—	58,10
H =	2,49	—	2,25
N =	—	18,33	18,50

Questo composto cristallizza in lunghi aghi setacei, solubili in acqua calda e molto meno nella fredda; la soluzione ha reazione acidissima.

Anidro fonde 260°-265° scomponendosi ed annerendo. Attira l'umidità dell'aria.

Sale di bario. — Si ottiene dalla soluzione del sale ammonico quando si tratta con cloruro di bario. Il precipitato è voluminoso. Questo sale cristallizza in sottili aghi setacei leggerissimi che stando lungo tempo all'aria ed alla luce si colorano.

Sale di magnesio. — Ottenuto dal sale ammonico con ossido di magnesio. Cristallizza bene. Non l'ho analizzato.

Sale di rame. — Si ottiene precipitando la soluzione del sale ammonico con acetato di rame. È di colore verde giallognolo, cristallizzato in aghi a rosetta, stabile all'aria.

Da due preparazioni diverse ottenni i risultati seguenti:

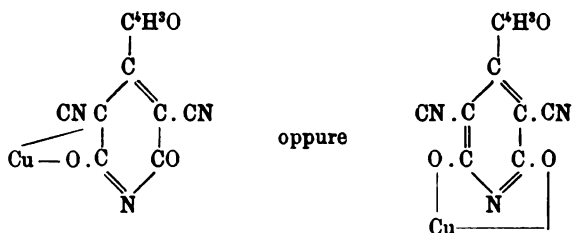
I. Gr. 0,1995 di sale secco all'aria, non perdono di peso nemmeno a 150°-155°; fornirono 0,0547 di CuO pari a 0,0436 di Cu.

II. Gr. 0,4227 di sale secco a 120° fornirono 0,1200 di CuO pari a 0,0958 di Cu.

Da cui:

	trovato		calcolato per $C^{11}H^{3}CuN^{3}O^{3}$
	I	II	
Cu %	22,2	22,65	22,1

Questo sale rameico può essere rappresentato da una delle due formole seguenti:

```
          C⁴H³O                              C⁴H³O
            |                                  |
            C                                  C
           / \\                               / \\
       CN C   C.CN                      CN.C    C.CN
   ____/  |   |          oppure            ||   |
  Cu—O.C      CO                         O.C    C.O
        \\  /                            |  \\ //  |
          N                              |   N     |
                                         Cu--------
```

Sale cuproammonico. — Si prepara sciogliendo il sale ammonico, a caldo, nell'ammoniaca al 10 % e aggiungendo al liquido filtrato e caldo una soluzione ammoniacale di acetato di rame. Si ha subito un abbondante precipitato, di color azzurro chiaro, che col raffreddamento aumenta. Raccolto e lavato bene con ammoniaca diluita, si asciuga fra carta poi all'aria.

Questo sale secco all'aria è in aghi sottili lunghi di colore azzurrastro grigio.

Questo sale scaldato sopra 100° diventa di colore verde. È quasi insolubile nell'acqua.

Gr. 0,8286 di sale lasciati all'aria per 16 ore non perdono di peso nè si osserva cambiamento di colore.

Le analisi del sale, ottenuto in varie preparazioni, diedero i risultati seguenti:

I. Gr. 0,5760 di sale secco all'aria, per riscaldamento prima a 100° e poi a 150° perdettero 0,0777 ed il residuo fornì 0,0979 di CuO, pari a 0,0781 di Cu.

II. Gr. 0,3375 di sale secco all'aria, distillati con ossido di magnesio danno 0,0382 di ammoniaca.

III. Gr. 0,4801 di sale secco all'aria, scaldati a 100°-110° diventano di color verde e perdono circa 6,68 % poi per 5-6 ore a 140° perdono 13,4 % e infine 4-5 ore a 150°-155° perdono ancora di peso; in totale 0,0660.

IV. Gr. 0,4102 del sale secco a 150°-155° fornirono 0,0809 di CuO pari a 0,0645 di Cu.

V. Gr. 0,3656 di sale secco all'aria fornirono 0,0616 di CuO pari a 0,0491 di Cu.

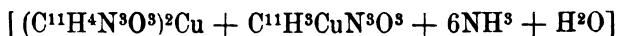
VI. Gr. 1,2218 di sale secco all'aria, scaldati a 100° e poi a 150° perdettero 0,1735; e 0,4630 di questo sale così disseccato fornirono 0,091 di CuO pari a 0,0724 di Cu.

VII. Gr. 0,7286 di sale secco all'aria e sul cloruro di calcio scaldati a 150°-155° perdettero 0,0991 e fornirono 0,1236 di CuO, pari a 0,0984 di Cu.

Da cui:

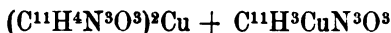
	trovato						
	I	II	III	IV	V	VI	VII
Perdita a 150°	13,48	—	13,7	—	—	14,20	13,55
NH^3 totale	—	11,30	—	—	—	—	—
Cu del sale secco all'aria	13,56	—	—	13,63	13,42	—	13,5
Cu del sale secco a 150°	15,6	—	—	15,68	—	15,63	15,65

Queste analisi fatte su varie preparazioni e concordanti fra loro, non concordano per un sale cuproammonico contenente il sale rameico neutro $(C^{11}H^4N^3O^3)^2Cu$ solamente o il sale rameico basico $C^{11}H^3CuN^3O^3$, ma invece concordano abbastanza bene colla formola:

$$[(C^{11}H^4N^3O^3)^2Cu + C^{11}H^3CuN^3O^3 + 6NH^3 + H^2O]$$

per la quale si calcola:

$$(6NH^3 + H^2O) = 13,00 \ \%$$
$$6NH^3 = 11,02$$
$$Cu = 13,7$$

e pel sale secco a 150° cioè:

$$(C^{11}H^4N^3O^3)^2Cu + C^{11}H^3CuN^3O^3$$

si calcola:

$$Cu = 15,7 \ \%.$$

Non ho trovato le condizioni per ottenere un sale cupro-ammonico derivante da un solo sale rameico; trattando però una volta la soluzione diluita del sale ammonico con ammoniaca ed acetato di rame ottenni un precipitato azzurrastro che lasciato all'aria per alcuni giorni ed analizzato mi fornì una percentuale di rame esattamente concordante con quella pel sale neutro di rame.

Gr. 0,4045 di sale fornirono 0,0503 di rame, cioè:

	trovato	calcolato per $(C^{11}H^4N^3O^3)^2Cu$
Cu %	12,4	12,3

Azione della metilamina sul furfurolo ed etere cianacetico.

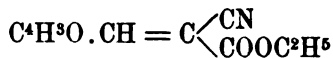
Quando si fa agire la metilamina in soluzione al 20 % su una miscela equimolecolare di etere cianacetico e furfurolo la reazione è vivissima; il liquido si colora prima in azzurro poi in violetto e finalmente in rosso bruno. Si sviluppa molto calore. Si deposita un prodotto cristallino molto colorato.

Se invece, su una miscela equimolecolare di etere cianacetico e furfurolo, si fa agire una soluzione molto diluita di metilamina (1-2 %) allora la reazione è molto meno viva, si ha un prodotto bianco appena roseo ed il liquido rosso. Questo

prodotto fatto cristallizzare da molta acqua o dall'alcool si ha in aghi incolori brillanti che fondono 93°-94° e che all'analisi diede:

7,23 a 7,36 % di N.

Questo prodotto con potassa alcolica si colora in azzurro. È dunque l'*etere furfur α cianacrilico* ottenuto in altro modo da Heuck (1) e da Bechert (2)

$$C^4H^3O.CH = C\langle{}^{CN}_{COOC^2H^5}$$

pel quale si calcola appunto:

N % = 7,33.

Anche il *citrale* reagisce coll'etere cianacetico in presenza di ammoniaca dando un prodotto cristallino che non ho ancora completamente studiato.

Torino, R. Università. Aprile 1899.

(1) " Ber. ,, 27, p. 2624.
(2) " Journ. f. prakt. Chem. ,, 1894, T. 50, p. 16.

Sulla varietà razionale normale M_3^4 *di* S_6 *rappresentante della trigonometria sferica*;

Nota di GRACE CHISHOLM YOUNG.

Nella mia dissertazione di laurea (*) ho considerato, tra altri problemi della trigonometria sferica, la rappresentazione di tutti i triangoli sferici sopra varietà algebriche di 3 dimensioni dello spazio a 6 dimensioni. Una delle varietà che così si presentavano è del quart'ordine. Ogni punto di essa rappresenta una classe di triangoli sferici, che si considerano pel momento come identici. Come triangolo (a, α) rappresentativo della classe si può scegliere, se si vuole, un triangolo *elementare*, cioè tale che i suoi lati a_1, a_2, a_3 e i suoi angoli interni $\pi - \alpha_1$, $\pi - \alpha_2$, $\pi - \alpha_3$ (**) abbiano valori fra 0 e π; tre altri triangoli della classe si ottengono da questo scambiando i segni o dei lati, o degli angoli, oppure di tutti gli elementi; ogni altro triangolo della classe si ottiene da questi aggiungendo ad arbitrio multipli di 2π ai varî elementi.

La nota che presento ora si riferisce a questa varietà.

Le M_3^4 che appartengono propriamente ad S_6 sono, com'è noto (***), di due specie. Le une sono composte di serie semplici razionali di piani; esse sono normali, cioè dànno per proiezione tutte le altre serie semplici razionali di piani del quart'ordine. Le altre sono coni aventi per sostegno un punto e

---

(*) *Algebraisch gruppentheoretische Untersuchungen zur sphärischen Trigonometrie*. Göttingen, 1895.

(**) Seguendo il suggerimento di Study (*Sphärische Trigonometrie*, Leipzig, 1893), misuro gli angoli del triangolo *esternamente*, cioè α_1 è l'angolo fra i due cerchi a_2 ed a_3.

(***) Segre, *Sulle varietà normali a 3 dimensioni composte di serie semplici razionali di piani*. “Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino„, t. 21, 1885.

per sezione con ogni S_5 una superficie del quart'ordine di Veronese. Si domanda se la nostra varietà sia un tal cono o no.

Nella presente nota dimostro che *la* M_3^4 *rappresentante della trigonometria sferica appartiene alla classe delle varietà luoghi di piani,* e dò le equazioni della serie di piani. Seguendo il metodo di Segre, cerco la rigata direttrice minima, la quale è una quadrica; le curve direttrici minime, essendo le rette generatrici di una schiera di questa quadrica, sono in numero infinito.

Diventa allora interessante interpretare questi risultati geometrici nella teoria dei triangoli sferici. Gli ∞^2 triangoli rappresentati dai punti della quadrica direttrice devono avere qualche cosa di speciale nella loro costituzione, sì da fare una differenza fra loro e gli altri triangoli. Essi hanno infatti gli elementi tutti nulli (mod. 2π). Li ho perciò chiamati *triangoli infinitesimi,* mostrando che formano una classe distinta da quella dei triangoli che chiamo *minimi,* i cui vertici coincidono in un punto, come pure della classe dei triangoli che chiamo *massimi,* i cui lati giacciono sopra un cerchio massimo. La classe dei triangoli infinitesimi contiene ∞^1 triangoli massimi e ∞^1 triangoli minimi, mentre queste altre due classi non hanno triangoli comuni.

L'insieme di tutti i triangoli minimi e l'insieme di tutti i triangoli massimi sono casi particolari dei gruppi di triangoli rappresentati rispettivamente dai varî piani della serie razionale giacente sopra la M_3^4. Tali gruppi sono tutti distinti, senza triangoli comuni, e sono definiti dal valore costante di una certa funzione simmetrica dei lati oppure degli angoli. In ogni tal gruppo si trovano ∞^1 triangoli infinitesimi. I triangoli di un gruppo sono legati fra loro come sono i punti di un piano, cosicchè da tre triangoli dati di un gruppo si ottiene ogni triangolo del gruppo mediante una formola semplice. Anche tre triangoli di un gruppo sono legati fra loro da relazioni che risultano mediante le proprietà dei triangoli infinitesimi del gruppo.

§ 1. *La serie* ∞^1 *di piani sopra la* M_3^4.

Le equazioni che definiscono la M_3^4 di S_6 rappresentante della trigonometria sferica si ottengono dalle analogie di Napier, prendendo per coordinate omogenee di punto $x_1 : x_2 : \ldots : x_7$ le seguenti:

$$\left.\begin{aligned}
\rho x_1 &= \operatorname{cotg}\frac{a_2}{2}\operatorname{cotg}\frac{a_3}{2}, \\
\rho x_2 &= \operatorname{cotg}\frac{a_3}{2}\operatorname{cotg}\frac{a_1}{2}, \\
\rho x_3 &= \operatorname{cotg}\frac{a_1}{2}\operatorname{cotg}\frac{a_2}{2}, \\
\rho x_4 &= \operatorname{cotg}\frac{\alpha_2}{2}\operatorname{cotg}\frac{\alpha_3}{2}, \\
\rho x_5 &= \operatorname{cotg}\frac{\alpha_3}{2}\operatorname{cotg}\frac{\alpha_1}{2}, \\
\rho x_6 &= \operatorname{cotg}\frac{\alpha_1}{2}\operatorname{cotg}\frac{\alpha_2}{2}, \\
\rho x_7 &= 1.
\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Scrivendo per brevità:

$$2\Lambda = x_7 + x_1 + x_2 + x_3,$$

$$2\mathrm{M} = x_7 + x_4 + x_5 + x_6,$$

le equazioni si possono scrivere sotto la forma di una matrice:

$$\left\| \begin{matrix} \Lambda - x_1, & \Lambda - x_2, & \Lambda - x_3, & \Lambda - x_7, \\ x_4, & x_5, & x_6, & x_7, \end{matrix} \right\| = 0;$$

oppure, che è lo stesso:

$$\left\| \begin{matrix} \mathrm{M} - x_4, & \mathrm{M} - x_5, & \mathrm{M} - x_6, & \mathrm{M} - x_7, \\ x_1, & x_2, & x_3, & x_7, \end{matrix} \right\| = 0.$$

La forma delle equazioni ci fa vedere subito che esiste sulla varietà una serie semplicemente infinita di piani, ognuno dei quali può essere individuato mediante un parametro λ, scrivendone le equazioni così:

$$\left.\begin{array}{l} \Lambda - x_7 - \lambda x_7 = 0, \\ \Lambda - x_1 - \lambda x_4 = 0, \\ \Lambda - x_2 - \lambda x_5 = 0, \\ \Lambda - x_3 - \lambda x_6 = 0; \end{array}\right\}$$

oppure, mediante un parametro μ così:

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{M} - x_7 - \mu x_7 = 0, \\ \mathrm{M} - x_4 - \mu x_1 = 0, \\ \mathrm{M} - x_5 - \mu x_2 = 0, \\ \mathrm{M} - x_6 - \mu x_3 = 0. \end{array}\right\}$$

Per conseguenza:

$$\Lambda = \lambda \mathrm{M},$$

$$\mathrm{M} = \mu \Lambda,$$

e quindi:

$$\lambda \mu = 1. \tag{2}$$

§ 2. *La rigata direttrice minima e le curve direttrici minime.*

Due piani della serie non hanno punti comuni, e l'iperpiano S_5 che contiene i piani λ e λ' ha per equazione:

$$(2+\lambda')(\Lambda - x_7 - \lambda x_7) - \lambda'(\Lambda - x_1 - \lambda x_4) - \lambda'(\Lambda - x_2 - \lambda x_5) - \\ - \lambda'(\Lambda - x_3 - \lambda x_6) = 0;$$

equazione che non muta scambiando λ e λ' fra loro, e che si può scrivere:

$$x_1 + x_2 + x_3 - (1+\lambda)(1+\lambda')x_7 + \lambda\lambda'(x_4 + x_5 + x_6) = 0.$$

Questi iperpiani formano, come si vede, il sistema lineare ∞^2 di tutti gli iperpiani che passano per lo spazio S_3 fisso:

$$\left.\begin{array}{r} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_4 + x_5 + x_6 = 0, \\ x_7 = 0. \end{array}\right\} \tag{3}$$

Il piano λ sega questo spazio secondo la retta λ, data dalle equazioni:

$$\left.\begin{array}{c} \frac{x_1}{x_4} = \frac{x_2}{x_5} = \frac{x_3}{x_6} = \lambda, \\ x_7 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{array}\right\} \quad (4)$$

Il luogo della retta λ è la *rigata minima*, che è la quadrica d'intersezione dell'S_3 fisso colla forma quadratica:

$$x_1 x_5 - x_2 x_4 = 0.$$

Le curve direttrici minime sono in numero ∞ in questo caso, e sono le rette generatrici della schiera diversa da quella delle rette λ. Ponendo un parametro κ per individuarle, se ne possono scrivere le equazioni:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{x_4}{x_5} = \kappa,$$

insieme colle equazioni (3).

Il punto (κ, λ) in cui il piano λ incontra la retta direttrice κ ha per coordinate:

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 : x_5 : x_6 : x_7 = \kappa : 1 : -1-\kappa : \frac{\kappa}{\lambda} : \frac{1}{\lambda} : -\frac{1+\kappa}{\lambda} : 0. \quad (5)$$

Così si hanno le coordinate di un punto della quadrica direttrice mediante due parametri (κ, λ).

§ 3. *Triangoli infinitesimi.*

Facendo il confronto delle equazioni (1) colle (5), si trova pel triangolo rappresentato dal punto (κ, λ) della quadrica direttrice:

$$\cot g \frac{a_1}{2} \cot g \frac{a_2}{2} \cot g \frac{a_3}{2} = \sqrt{-\frac{\kappa(1+\kappa)}{\epsilon^3}},$$

$$\cot g \frac{\alpha_1}{2} \cot g \frac{\alpha_2}{2} \cot g \frac{\alpha_3}{2} = \sqrt{-\frac{\kappa(1+\kappa)}{\lambda^3 \epsilon^3}},$$

ε essendo un infinitesimo.

Per conseguenza:

$$\text{tang.}\ \frac{a_1}{2} = \frac{x_1}{x_7}\sqrt{-\frac{\epsilon^3}{\kappa(1+\kappa)}} = \sqrt{-\frac{\epsilon\kappa}{1+\kappa}},$$

$$\text{tang.}\ \frac{\alpha_1}{2} = \frac{x_4}{x_7}\sqrt{-\frac{\epsilon^3\lambda^3}{\kappa(1+\kappa)}} = \sqrt{-\frac{\epsilon\lambda\kappa}{1+\kappa}},$$

cioè a_1 e α_1, come pure tutti gli altri elementi, sono infinitesimi (mod. 2π). Nel limite si ha però:

$$a_1 : a_2 : a_3 : \alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3 = \kappa : 1 : -1-\kappa : \kappa\sqrt{\lambda} : \sqrt{\lambda} : -(1+\kappa)\sqrt{\lambda}.$$

Un tal triangolo si potrebbe forse chiamare *un triangolo infinitesimo perfetto;* più brevemente lo chiamerò *un triangolo infinitesimo.* Tutti i suoi elementi sono nulli (mod. 2π), ma i loro mutui rapporti sono determinati: è un triangolo degenerato, in modo che i tre vertici coincidono in un punto e i tre lati coincidono in un cerchio massimo.

Un triangolo che degeneri pel solo fatto che i tre vertici coincidono in un punto, lo chiamerò *un triangolo minimo*; e un triangolo degenere coi tre lati posti in uno stesso cerchio massimo lo chiamerò *un triangolo massimo.* Si vedrà che è solo a prima vista che un triangolo infinitesimo sembra appartenere alla classe dei triangoli massimi oppure dei triangoli minimi. Difatti i lati di un triangolo minimo e gli angoli di un triangolo massimo sono tutti nulli, mentre gli altri tre elementi sono legati fra loro dalla sola restrizione che la loro somma dev'essere zero (mod. 2π). I triangoli minimi vengono di conseguenza rappresentati dai varî punti del piano $\lambda = \infty$, cioè:

$$x_4 = 0, \qquad x_5 = 0, \qquad x_6 = 0, \qquad x_7 = 0;$$

ed i triangoli massimi dai varî punti del piano $\lambda = 0$, cioè:

$$x_1 = 0, \qquad x_2 = 0, \qquad x_3 = 0, \qquad x_7 = 0.$$

Questi piani non hanno nessun punto comune, e ciascuno di essi ha una retta comune colla quadrica direttrice rappresentante dei triangoli infinitesimi.

Si vede così che vi sono veramente tre classi distinte di triangoli degeneri:

triangoli massimi,
triangoli minimi,
triangoli infinitesimi,

e che quest'ultima classe contiene ∞^1 triangoli di ciascuna delle altre due classi.

È notevole che non si può passare con continuità da un triangolo massimo a un triangolo minimo per mezzo di triangoli degeneri, senza passare per ∞^1 triangoli infinitesimi. Invero per passare dal punto rappresentativo sul piano $\lambda = 0$ fin al punto rappresentativo sul piano $\lambda = \infty$ bisognerà passare per la quadrica direttrice, movendosi lungo una curva di questa, per esempio lungo una retta direttrice.

Si può dare una costruzione per un triangolo infinitesimo come limite, cercandone il cerchio circoscritto oppure il cerchio iscritto.

Prendendo una qualunque delle formole che determinano questi cerchi (*), si trova che, quando gli elementi divengono infinitesimi, la tangente del raggio del cerchio circoscritto tende al valore limite di $\frac{\pm a_1}{2\alpha_1}$ ossia $\frac{1}{2\sqrt{\lambda}}$, e la tangente del raggio del cerchio iscritto tende al valore limite di $\frac{\pm 2 a_1}{\alpha_1}$ ossia $\frac{2}{\sqrt{\lambda}}$.

Quindi si può costruire il triangolo infinitesimo $(\kappa\lambda)$ nei seguenti modi.

1° *Si prende un cerchio minore della sfera di raggio arc. tang.* $\frac{1}{2\sqrt{\lambda}}$; *in questo cerchio sia iscritto un triangolo* ABC, *avente:*

$$BC : CA = \kappa : 1;$$

poi si facciano muovere i punti AB *sul cerchio, avvicinandosi infinitamente a* C, *mentre rimane costante il rapporto dato dei lati.*

(*) Per es.: essendo R il raggio del cerchio circoscritto, e r quello del cerchio iscritto,

$$\pm \operatorname{cotg.} R = \sin \tfrac{1}{2}(-\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \cot \tfrac{\alpha_1}{2},$$

$$\pm \operatorname{tang.} r = \sin \tfrac{1}{2}(-a_1 + a_2 + a_3) \cot \tfrac{\alpha_1}{2}.$$

Al limite quando A *e* B *coincidono in* C *si ha il triangolo infinitesimo* $(\kappa\lambda)$.

2° *Si prenda un cerchio minore della sfera di raggio arc. tang.* $\frac{2}{\sqrt{\lambda}}$; *a questo sia circoscritto un triangolo* ABC, *avente:*

$$BC : CA = \kappa : 1;$$

poi si facciano muovere i punti di contatto di CA *e* CB *sul cerchio, avvicinandosi infinitamente al punto di contatto di* AB, *mentre rimane costante il rapporto dato dei lati. Al limite quando questi tre punti coincidono si ha il triangolo infinitesimo* (κ, λ).

Queste costruzioni valgono anche nel caso di $\lambda = 0$, cioè di quei triangoli infinitesimi che sono anche triangoli massimi; solo in questo caso i due cerchi coincidono in un cerchio massimo.

Ma nel caso di $\lambda = \infty$, cioè di quei triangoli infinitesimi che sono anche triangoli minimi, le costruzioni non valgono più, tutti e due i cerchi essendo ridotti ad un punto. In questo caso bisogna prendere la costruzione duale di quella data per i triangoli infinitesimi massimi, cioè:

Per costruire un triangolo infinitesimo massimo (κ, ∞) *si prendano tre cerchi massimi passanti per un punto, sì che due degli angoli fra i cerchi siano nel rapporto* $\kappa : 1$. *Poi si facciano avvicinare due dei cerchi al terzo, mentre rimane costante questo rapporto. Al limite quando coincidono i tre cerchi si ottiene il triangolo infinitesimo minimo* (κ, ∞).

§ 4. *Triangoli rappresentati da punti di un piano.*

Essendo

$$\frac{2(\Lambda - x_7)}{x_7} = \frac{\sin\frac{1}{2}(a_1 + a_2 + a_3)}{\sin\frac{a_1}{2}\sin\frac{a_2}{2}\sin\frac{a_3}{2}} = 2\lambda\,,$$

abbiamo da (2) il teorema seguente:

$$\frac{\sin\frac{1}{2}(a_1 + a_2 + a_3)}{2\sin\frac{a_1}{2}\sin\frac{a_2}{2}\sin\frac{a_3}{2}} \cdot \frac{\sin\frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)}{2\sin\frac{\alpha_1}{2}\sin\frac{\alpha_2}{2}\sin\frac{\alpha_3}{2}} = 1.$$

L'esistenza della serie di piani sulla M^4_3 ci porta a raggruppare insieme quegli ∞^2 triangoli per cui λ, cioè:

$$\frac{\sin\frac{1}{2}(a_1+a_2+a_3)}{2\sin\frac{a_1}{2}\sin\frac{a_2}{2}\sin\frac{a_3}{2}}$$

ha un valore costante. Segue che ogni triangolo di un tal gruppo si può dedurre da tre triangoli dati del gruppo.

Difatti essendo (a, α), (b, β) e (c, γ) *tre triangoli di un gruppo, le quantità* d_1, d_2, d_3, δ_1, δ_2, δ_3 *definite dalle equazioni:*

$$l\operatorname{cotg}\frac{a_i}{2}\operatorname{cotg}\frac{a_j}{2}+m\operatorname{cotg}\frac{b_i}{2}\operatorname{cotg}\frac{b_j}{2}+n\operatorname{cotg}\frac{c_i}{2}\operatorname{cotg}\frac{c_j}{2}=$$
$$=(l+m+n)\operatorname{cotg}\frac{d_i}{2}\operatorname{cotg}\frac{d_j}{2},$$

$$l\operatorname{cotg}\frac{\alpha_i}{2}\operatorname{cotg}\frac{\alpha_j}{2}+m\operatorname{cotg}\frac{\beta_i}{2}\operatorname{cotg}\frac{\beta_j}{2}+n\operatorname{cotg}\frac{\gamma_i}{2}\operatorname{cotg}\frac{\gamma_j}{2}=$$
$$=(l+m+n)\operatorname{cotg}\frac{\delta_i}{2}\operatorname{cotg}\frac{\delta_j}{2},$$

(l, m, n essendo costanti ed $i, j = 1, 2, 3$, $i \neq j$) *sono gli elementi di un triangolo dello stesso gruppo.*

Viceversa se (d, δ) è un triangolo dello stesso gruppo con (a, α), (b, β) e (c, γ) allora si posson trovare valori delle costanti l, m, n per verificare le equazioni precedenti.

Corrispondentemente ai valori ∞ e 0 di λ si hanno il gruppo dei triangoli minimi e quello dei triangoli massimi. Pel primo di questi due gruppi le prime tre formole naturalmente non dànno niente; e le tre ultime sono relazioni fra quattro terne di angoli la cui somma è zero (mod. 2π), e del resto qualunque. Analogamente per il secondo gruppo le prime tre formole sole dànno relazioni, che valgono però per quattro terne qualunque di lati la cui somma è zero (mod. 2π).

In un gruppo generico non vi sono nè triangoli massimi nè minimi, ma vi sono ∞^1 triangoli infinitesimi, dati da valori di l, m, n tali che $l+m+n=0$.

Quindi dalle (4) *si deduce il seguente teorema, che lega tre triangoli di un gruppo:*

$$\frac{l \operatorname{cotg} \frac{a_1}{2} \operatorname{cotg} \frac{a_2}{2} + m \operatorname{cotg} \frac{b_1}{2} \operatorname{cotg} \frac{b_2}{2} - (l+m) \operatorname{cotg} \frac{c_1}{2} \operatorname{cotg} \frac{c_2}{2}}{l \operatorname{cotg} \frac{\alpha_1}{2} \operatorname{cotg} \frac{\alpha_2}{2} + m \operatorname{cotg} \frac{\beta_1}{2} \operatorname{cotg} \frac{\beta_2}{2} - (l+m) \operatorname{cotg} \frac{\gamma_1}{2} \operatorname{cotg} \frac{\gamma_2}{2}}$$

non muta valore scambiando ciclicamente gli indici 1, 2, 3, *ed è uguale alla funzione simmetrica dei lati determinativa del gruppo.*

Torino, 28 aprile 1899.

Sulle sizigìe che legano le relazioni quadratiche fra le coordinate di retta in S_4.

Nota di W. H. YOUNG.

Le relazioni quadratiche che legano le coordinate di retta in uno spazio ad *n* dimensioni furono date dal Prof. D'Ovidio (*). Esse formano un sistema completo, cioè ogni altra funzione razionale intera delle coordinate di retta, la quale sia identicamente nulla, è una funzione intera di quelle forme quadratiche; mentre d'altra parte non può esprimersi nessuna di queste come forma lineare delle rimanenti. Com'è noto, quelle relazioni quadratiche non sono indipendenti fra loro. Per conseguenza vi sono sizigìe che legano le relazioni, e sizigìe che legano le sizigìe, ecc. Adoperando una terminologia conveniente, si può dire che vi sono sizigìe *semplici, doppie, triple*... fino a r^{ple}, dove nel nostro problema *r* dipende dalla *n*, e, per un teorema di Hilbert (**), non può superare $(n+1)$.

La conoscenza di queste sizigìe è certamente necessaria per

(*) D'Ovidio, *Ricerche sui sistemi indeterminati di equazioni lineari*, " Atti dell'Acc. delle Scienze di Torino ", vol. XII, 1877.

(**) Hilbert, *Ueber die Theorie der algebraischen Formen*, " Math. Ann. ", XXXVI, 1890.

completare la teoria; ma credo che finora il sistema completo delle sizigìe non sia stato trovato.

In questa nota do i risultati pello spazio a quattro dimensioni, e ne faccio un' applicazione alla determinazione del numero delle costanti essenziali nel complesso generale dello R^{mo} ordine, definito da una sola equazione.

Indicheremo con $12:13:14:23:\ldots\ldots:45$ le coordinate omogenee di una retta; e porremo, come al solito:

$$ij = -ji.$$

Poniamo poi:

$$\begin{aligned}
X_1 &\equiv 23.45 + 24.53 + 25.34,\\
X_2 &\equiv 31.45 + 41.53 + 51.34,\\
X_3 &\equiv 12.45 + 14.52 + 15.24,\\
X_4 &\equiv 12.53 + 13.25 + 15.32,\\
X_5 &\equiv 12.34 + 13.42 + 14.23.
\end{aligned}$$

Queste espressioni uguagliate a zero, dànno le 5 relazioni quadratiche che legano le 10 coordinate di retta in S_4.

Fra queste relazioni quadratiche vi sono 5 sizigìe semplici. Difatti sono nulle le 5 espressioni seguenti:

$$\begin{aligned}
X_1^{(1)} &\equiv \phantom{21X_1 +{}} 12X_2 + 13X_3 + 14X_4 + 15X_5,\\
X_2^{(1)} &\equiv 21X_1 \phantom{{}+ 12X_2} + 23X_3 + 24X_4 + 25X_5,\\
X_3^{(1)} &\equiv 31X_1 + 32X_2 \phantom{{}+ 13X_3} + 34X_4 + 35X_5,\\
X_4^{(1)} &\equiv 41X_1 + 42X_2 + 43X_3 \phantom{{}+ 14X_4} + 45X_5,\\
X_5^{(1)} &\equiv 51X_1 + 52X_2 + 53X_3 + 54X_4 .
\end{aligned}$$

Queste 5 sizigìe semplici sono legate da una sizigìa doppia, cioè:

$$X_1X_1^{(1)} + X_2X_2^{(1)} + X_3X_3^{(1)} + X_4X_4^{(1)} + X_5X_5^{(1)} = 0.$$

Con questi dati si calcola la *funzione caratteristica* $\chi(R)$ di Hilbert, e si ottiene:

$$9!\,\chi(R) = \frac{\overline{R+9}!}{R!} - 5\,\frac{\overline{R+7}!}{\overline{R-2}!} + 5\,\frac{\overline{R+6}!}{\overline{R-3}!} - \frac{\overline{R+4}!}{\overline{R-5}!}$$

donde:

$$\chi(R) = 1 + 9\binom{R}{1} + 31\binom{R}{2} + 54\binom{R}{3} + 51\binom{R}{4} + 25\binom{R}{5} + 5\binom{R}{6}.$$

L'ultimo termine ci dà, secondo la regola di Hilbert, la dimensione 6 e l'ordine 5 per la varietà rappresentativa M_6^5 di S_9 (*). Così si verifica in una maniera indipendente il risultato noto che nello spazio a 4 dimensioni si posson tirare 5 rette a incontrare 6 piani dati.

La funzione caratteristica $\chi(R)$ stessa è il numero delle costanti essenziali nell'equazione generale dell'R^{mo} ordine fra le coordinate di retta. Per i primi valori di R si ottengono i seguenti numeri:

l'equazione	generale	d'ordine	2	contiene	50	costanti	essenziali,
"	"	"	3	"	175	"	"
"	"	"	4	"	490	"	"
"	"	"	5	"	1176	"	"
"	"	"	6	"	2520	"	"

Questi vari numeri diminuiti di un' unità ci dànno i numeri di rette generiche che determinano i complessi degli ordini corrispondenti. Per esempio, il complesso cubico generale di rette nell'S_4, definito da un'equazione sola, è determinato quando sono note le posizioni di 174 rette generiche.

Aggiungo una nota su una interpretazione geometrica delle sizigìe.

Per ottenere le sizigìe bisogna mettere l'ipotesi che non siano nulle le espressioni X_i. Essendo dunque 12, 13, ... 45 indipendenti, si possono prendere come le coordinate a_{12}, a_{13},

(*) La funzione caratteristica di Hilbert per la M_4^2 di S_5 rappresentante la geometria della retta nell'S_3 è

$$1 + 5\binom{R}{1} + 9\binom{R}{2} + 7\binom{R}{3} + 2\binom{R}{4}.$$

$\dots, a_{45}$ di un complesso di piani. Le X_i sono allora le coordinate dello S_3 singolare (*).

Siano Y_i le coordinate di un S_3 generico; le coordinate del punto nullo di Y rispetto al complesso sono:

$$y_1 : y_2 : y_3 : y_4 : y_5 ,$$

dove

$$\left.\begin{array}{l} \rho y_1 = a_{12} Y_2 + a_{13} Y_3 + a_{14} Y_4 + a_{15} Y_5 , \\ \text{ecc.} \end{array}\right\} \tag{1}$$

Questo punto nullo deve giacere nell' S_3 singolare, dunque qualunque siano le Y_i:

$$X_1 y_1 + X_2 y_2 + X_3 y_3 + X_4 y_4 + X_5 y_5 \equiv 0 \tag{2}$$

Facendo coincidere lo spazio Y collo spazio X, il punto nullo diviene indeterminato. Dunque, qualunque sia il complesso di piani, si hanno le relazioni:

$$\left.\begin{array}{r} a_{12} X_2 + a_{13} X_3 + a_{14} X_4 + a_{15} X_5 \equiv 0 \\ \text{ecc.} \end{array}\right\} \tag{1'}$$

Quando il complesso di piani è specializzato, esso si compone di tutti i piani che incontrano una retta, e le a_{ij} sono proporzionali alle coordinate di questa retta. Lo spazio singolare è allora indeterminato, le sue coordinate X sono tutte nulle, il che ci dà le relazioni quadratiche. Le identità (1′) ci dànno le 5 sizigie semplici e l'identità (2) la sizigia doppia.

Torino, 20 Aprile 1899.

(*) Come

$$\Sigma a_{ij} x_i y_j = 0 ,$$

dove

$$a_{ij} = - a_{ji} ,$$

ossia il complesso lineare di rette, ha un punto singolare (pel quale passano gli iperpiani nulli dei vari punti di S_4), così un complesso lineare di piani

$$\Sigma a_{ij} \xi_i \eta_j = 0$$

ha un S_3 singolare.

Sulla presenza della iadeite nella Valle di Susa;

Osservazioni del Dott. GIUSEPPE PIOLTI
Assistente al Museo Mineralogico dell'Università di Torino.

Molti anni or sono avevo incontrato nel materiale morenico di Rivoli (Piemonte), all'imbocco di Val di Susa, un ciottolo d'un bel color verde-erba, avente un volume approssimativo di circa 100 c. c. e ricoperto in parte da un' esile crosta di carbonato di calce.

Il colore e la durezza m'avevano fin d'allora fatto supporre si trattasse di iadeite e siccome ferveva a quei tempi (come d'altronde ferve ancor adesso) la lotta tra i sostenitori dell'ipotesi dell'importazione di quel materiale in Europa e quelli invece che ammettono, dirò così, l'indigenità della iadeite (1), mi posi ad esaminare accuratamente i giacimenti serpentinosi della Valle di Susa, nella speranza di trovare quel minerale in posto. Ma per quanto io abbia esplorato i giacimenti suddetti, non riuscii ad incontrare traccia di iadeite e neppure rinvenni il minerale fra i ciottoli della Dora Riparia.

Tuttavia, pensando che finora non era stata trovata la iadeite nella Valle di Susa, risolsi di fare un'analisi del mio ciottolo, innanzi tutto per assicurarmi che realmente si trattasse di iadeite. Poichè, come è noto, vi son pochi minerali attorno a cui si siano commessi tanti errori d'apprezzamento come questo, perchè parecchie specie mineralogiche non in cristalli hanno l'aspetto di detto minerale e poi anche perchè il colore della iadeite passa per tutte le sfumature da un bianco niveo ad un verde intenso, dipendentemente dalla varia composizione chimica. Quindi si confusero, ad esempio, colla iadeite, la nefrite,

---

(1) Il Lovisato riassunse molto bene le varie opinioni emesse dagli autori su quest'argomento nella sua Memoria intitolata: *Contribuzione alla Preistoria Calabrese* e pubblicata nelle " Memorie della R. Accademia dei Lincei ", vol. I, serie IV, 1885, p. 336.

la saussurite, la vesuvianite, ecc. (1); ossia ascie od altri oggetti uguali nell'aspetto, si ritennero per iadeite, mentre l'analisi chimica dimostrò che si trattava di materiali diversi, ciò che non deve recar meraviglia quando si pensi al carattere essenzialmente ricercato dagli uomini neolitici in quegli istrumenti, cioè la durezza e, nei casi di materiali usati per farne amuleti od ornamenti, il colore, perchè è nota la simpatia degli indigeni di molte regioni della terra per il colore verde (2). Considerazioni analoghe erano già state fatte dallo Strobel (3) fin dal 1883 colle seguenti parole: " Una grande difficoltà per risolvere il problema in discorso sta nella confusione che s'è fatta e si fa ognora tra Nefrite, Giadaite ed altre rocce affini o soltanto simili per caratteri esterni e specialmente per la tenacità (che ne determinò l'uso); .... Perciò quasi tutto il materiale paletnologico relativo ha bisogno d'una revisione, d'un nuovo esame chimico-microscopico ".

Ciò posto, vediamo primieramente quali siano i caratteri fisici del materiale da me studiato.

Nella rottura fresca scorgesi un luccichio micaceo speciale che forse è dovuto ad inclusioni d'una mica bianca, ciò che venne anche osservato dal Clarke e dal Merill (4) in una iadeite del Messico.

Si osservano qua e là minutissimi aggregati cristallini di pirite, minerale che già venne incontrato dal Fischer nella iadeite (5).

Il peso specifico, alla temperatura di + 15°, è di 3,407; attribuisco questo valore del peso specifico relativamente alto rispetto ai valori indicati nei trattati, a piccole quantità del suddetto minerale disseminate nella massa della iadeite.

---

(1) Edm. v. Fellenberg, *Ueber Jadeit vom Piz Longhin, Bergell.* " Neues Jahrbuch für Min. Geol. und Palaeontologie ", 1889, 1, p. 103. — C. Rammelsberg, *Ueber den Vesuvian vom Piz Longhin*, Id., p. 229. — Meyer A. B.. *Der sog. Jadeit vom Piz Longhin; Bergell, Schweiz.* Id., p. 270.

(2) Heinrich Fischer, *Nephrit und Jadeit.* Stuttgart, 1875, p. 21.

(3) Strobel, *Provenienza degli oggetti di Nefrite e di Giadaite.* " Bullettino di paletnologia italiana ", anno IX, nov. e dic. 1883, n[i] 11 e 12, p. 182.

(4) F. W. Clarke e G. P. Merill, *Ueber Nephrit und Jadeit.* Riassunto in " Zeitschrift für Kryst. und Mineralogie ", vol. XVII, 1890, p. 414.

(5) " Neues Jahrb. für Min., Geol. und Palaeontologie ", 1880, I, p. 175.

La durezza è di 7.

Il minerale è fusibile facilmente al cannello in uno smalto giallo-verdognolo.

Nei preparati microscopici scorgesi come un intreccio di fibre verdognole, ora limpide ed ora torbide per un principio di alterazione. Fra tali fibre vedonsi individui prismatici a contorno ben delineato, collo stesso aspetto però delle fibre. Debole è il pleocroismo. A prismi incrociati compaiono vivissimi colori di polarizzazione disegualmente distribuiti e l'angolo d'estinzione, nelle sezioni allungate, oscilla da 31° a 37°.

L'Arzruni trovò, per iadeiti della Svizzera, valori oscillanti da 18°,30′ a 30°,30′ (1); il Berwerth un massimo di 42° (2); il Clarke ed il Merill in iadeiti del Messico da 35° a 40° ed in un esemplare di Culebra da 29° a 40° (3); il Bauer un massimo di 40° nella iadeite di Tammaw (4) e finalmente il Farrington (5) un massimo di 35° in quella di Mogoung.

La composizione chimica, secondo la mia analisi, che indico colla lettera A, è la seguente; e le pongo accanto, per confronto, l'analisi (che indico con B) d'una iadeite Asiatica, fatta dal Damour (6):

	A	B
SiO^2	55,11	55,34
Al^2O^3	9,66	8,40
Fe^2O^3	7,55	5,60
Cr^2O^3	tr.	0,66
CaO	12,04	14,80
MgO	7,33	8,41
Na^2O	7,84	6,38
Perdita per calcinazione .	0,33	—
	99,86	99,59

(1) Meyer A. B., *Rohjadeit aus der Schweiz.* Id., 1885, II, Ref., p. 7.

(2) F. Berwerth, *Vorläufige Anzeige eines neuen Vorkommens von Herderit und Jadeit,* " Neues Jahrbuch für Min. Geol. und Palaeontologie „, 1888, II, Ref., p. 221.

(3) Nota citata, p. 414 e 415.

(4) Max Bauer, *Der Jadeit und die anderen Gesteine der Jadeit-lagerstätte von Tammaw in Ober Birma,* " Neues Jahrbuch etc. „, 1896, I, p. 24.

(5) Oliver C. Farrington, *An Analysis of Jadeite from Mogoung, Burma.* Id., Ref., p. 20.

(6) Damour, *Nouvelles analyses sur la jadéite et sur quelques roches sodifères,* " Bulletin de la Société Minéralogique de France „, 1881, 6, p. 158.

E notisi che il Damour osserva come questa iadeite sia molto simile, pei suoi caratteri fisici e per la sua composizione ad un'altra pure da lui analizzata, che è *d'une belle couleur vert d'herbe uniforme,* come il mio minerale. Rimane così posto fuori dubbio che trattasi di iadeite.

Considerazioni geologiche e paletnologiche.

Il Fischer nel 1879 (1) chiedevasi perchè essendosi trovate molte ascie in eclogite in varie località della terra, nonchè vari giacimenti di tale roccia, invece i giacimenti di iadeite, di cloromelanite e di nefrite siano sconosciuti in Europa. A questa domanda risponde il G. de Mortillet (2) nel 1881 dicendo *que si nous ne connaissons pas ceux de la jadéite d'Europe, cela tient tout simplement à ce que nous n'avons pas fait des recherches suffisantes.*

Ed io mi permetto inoltre d'osservare che un minerale, per condizioni speciali dovute alla sua genesi, può trovarsi in quantità così piccola relativamente alla ricerca, da essere in poco tempo consumato, come a ragione suppose l'Arzruni per la nefrite (3). Cito un esempio. È noto come la cossaite sia stata usata un tempo per farne oggetti d'ornamento e di tal minerale verosimilmente è un anello descritto dal Gastaldi (4) nel 1874, trovato dal sig. Vincenzo Rosa presso S. Mauro Torinese. Ora la cossaite, per quanto io mi sappia, in Italia fu rinvenuta dal Prof. Struever (5) presso Borgofranco, dal Gastaldi al Colle Blaisier e dallo scrivente al Colle di Bousson; il Gastaldi (6) stesso trovò inoltre nei dintorni di Fenestrelle un minerale anche verde dissimile solo dai precedenti per la prevalenza della potassa sulla soda, come risulta dalle analisi che il Prof. Cossa

(1) Nota citata del 1880, p. 176.

(2) G. de Mortillet, *Importation de la néphrite et du bronze. Matériaux pour l'histoire primitive de l'homme,* XVII[e] année, 1881, p. 261.

(3) " Neues Jahrbuch für Min. Geol. und Palaeontologie ", 1884, II, Ref., p. 330.

(4) Gastaldi, *Sulla Cossaite,* " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ", vol. X, adunanza del 13 dicembre 1874.

(5) Id., p. 8.

(6) Id., p. 12.

eseguì sugli esemplari di Borgofranco, del Colle Blaisier e di Fenestrelle. Finalmente, nel 1869 il Prof. Baretti (1) *trovò un minerale di questo gruppo nel gneiss calcarifero o calceschisto micaceo di Pont nella valle dell'Orco.* Aggiungo che ai 19 agosto del 1896, poco distante dal Colle del Sabbione (Valle di Susa), sopra Bussoleno, presso alla fontana di Pian Paris, trovai in posto la cossaite. Riassumendo quindi, le località, note ora in Italia per detto minerale o per minerali affini, che avrebbero potuto servire come materiale per pietre d'ornamento, sono solamente sei e chi ha visto in posto la cossaite ha potuto farsi il concetto che se domani la moda s'impadronisse di questo minerale per lavorarlo, in breve tempo tale materiale scomparirebbe affatto, poichè trattasi di noduli con piccola estensione. E perchè non potrebbe questo ragionamento applicarsi alla iadeite?

Il Damour (2) nel 1881 scriveva quanto segue: " *Il serait prématuré, sans doute, d'affirmer dès aujourd'hui que cette matière minérale existe aussi parmi les terrains du continent européen; mais les analyses et les observations que j'ai exposées ci-dessus permettent du moins d'augurer qu'on en trouvera quelque gisement dans la chaîne des Alpes, soit dans tout autre lieu peu distant de cette région. Si cette prévision se vérifie, la présence des haches en jadéite, sur notre continent, trouvera son explication naturelle sans qu'il soit nécessaire de recourir à l'hypothèse de la migration d'anciennes peuplades asiatiques* ".

Non vedo il perchè tale profezia non potrebbe verificarsi da un momento all'altro ed anche ammesso che non si verificasse, il non trovarsi oggi in posto la iadeite in Val di Susa non prova che un tempo non vi si sia potuta trovare e che sia stata consumata tutta, ipotesi, come dissi, già emessa dall'Arzruni per la nefrite. S'intende che il materiale sarebbe stato usufruito sotto forma di ciottoli, perchè dati i limitati mezzi di cui disponevano gli uomini neolitici, non è ammissibile, o per lo meno è poco probabile, ch'essi coltivassero giacimenti in posto. E che un materiale attivamente ricercato, se trovasi in poca quantità, possa scomparire da una data località, è cosa possibilissima,

(1) Nota citata del Gastaldi, p. 15.
(2) Nota citata, p. 164.

come appare dalla seguente considerazione. In tutta la valle di Susa, a partire da Rivoli, nelle case anche non signorili, sono comuni caminetti di marmo brecciato a chiazze rosse e giallognole. Ora questa breccia, per quanto io mi sappia, non si trova più nella valle perchè fu consumata tutta. Nel 1890 io accennavo come poco oltre Villarfocchiardo, sulla sinistra di chi risalga la valle, esistano nel gneiss tracce d'una lente di calcare dolomitico a struttura saccaroide, stata escavata. Ora, al posto di detta lente di calcare, di cui sono ancora visibili qua e là frammenti, havvi, come eravi già nel 1890, una specie di grotta. Simili esempi si potrebbero moltiplicare, come è facile a comprendersi. Per cui è possibile che la iadeite sia stata tutta consumata o che, come dice il Meyer A. B. (1), *les gisements sont encore à découvrir et il est probable qu'ils existent dans les Alpes et ailleurs*.

Naturalmente la questione della iadeite sarebbe risolta allorquando in una data località si trovassero ascie preistoriche del detto minerale ed anche solo ciottoli dello stesso in alluvioni od in morene, perchè, secondo il mio modesto avviso, l'essere la iadeite in posto nel senso geologico o fluitata non ha importanza; poichè il Noetling (2), che descrisse i celebri giacimenti di iadeite dell'Alta Birmania, dice chiaramente che la iadeite in posto di Tammaw (studiata dal Bauer) non è conosciuta che da quindici anni e perciò le iadeiti antiche erano esclusivamente tolte dai giacimenti alluvionali. E sul concetto suaccennato insiste appunto il Fischer (3) là dove dice che l'aver trovato la nefrite in Silesia archeologicamente è senza significato, perchè nè nella Germania orientale nè nella centrale non son conosciute ascie in nefrite.

Partendo da quest'idea, chiesi al Prof. Dott. Comm. Ernesto Schiaparelli, Direttore del R. Museo d'Antichità di Torino, se per caso non avesse contezza di ascie preistoriche trovate nella Valle

---

(1) Recensione dell'opera del Meyer sulla iadeite e sulla nefrite, pubblicata a Lipsia nel 1882, in *Matériaux pour l'histoire primitive et naturelle de l'homme*, vol. XVIII, 3me série, t. 1r, 1884, p. 228.

(2) Fritz Noetling, *Ueber das Vorkommen von Jadeit in Ober-Birma*, " Neues Jahrbuch für Min. Geol. und Palaeontologie ", 1896, I, p. 8.

(3) " Neues Jahrbuch etc. ", 1885, I, Ref., p. 66.

di Susa. Ed egli mi disse che sapeva esservene nel Museo Civico di detta città, state descritte dal Dott. Antonio Taramelli (1), R° Ispettore degli Scavi per la Provincia di Torino. Allora mi recai a Susa e dalla cortesia del Direttore di quel Museo, Maggiore Cav. Primitivo Grange, seppi quanto segue. A Mattie (a pochi chilometri da Susa) fu trovata un'accetta preistorica da un tal Donato Ainardi (2) che la regalò al Museo suddetto. Quest'accetta è dal Taramelli molto bene e diligentemente descritta ed egli dice che il materiale di cui è costituita *può ritenersi nefrite* (3): io la vidi e la esaminai a lungo; se sia di nefrite o di iadeite non so, perchè senza fare un'analisi, credo sia impossibile stabilire con sicurezza se si tratti dell'uno o dell'altro minerale. Quello che è certo è che tale ascia è ben diversa dal mio ciottolo, poichè è bianca, con belle macchie verdi sfumate. Si potrebbe osservare che in una stessa località un minerale come la iadeite, a composizione chimica assai oscillante e con un colore che passa per tutte le gradazioni del bianco niveo al verde intenso, può benissimo presentare variazioni dipendentemente dal posto da cui provenne il ciottolo che fu lavorato. Ad ogni modo non riconobbi opportuno, pel momento, di chiedere il permesso alle competenti autorità per avere una scheggia di quell'ascia allo scopo di farne un'analisi. Però il fatto importante per me è questo che a Vayes, poco distante da Villarfocchiardo, in una grotta, furono trovate accette preistoriche di altro materiale, ora nel Museo di Susa e che vennero anche descritte dal Taramelli nella citata Nota.

Una è d'anfibolite, roccia comunissima nella valle, un'altra parmi sia di lherzolite, altra roccia della valle; un'altra è d'an-

---

(1) Taramelli, *Tracce dell'uomo neolitico in Valle di Susa*, " Bullettino di paletnologia italiana ", anno XXIII, luglio-settembre 1897, n. 7-9, p. 101.

(2) Queste informazioni non collimano perfettamente con quelle indicate dall'egregio Ispettore nella sua Nota; ma egli non ha assolutamente alcun torto, perchè la cosa accadde nel seguente modo, come mi raccontò il Direttore del Museo. Quando quegli si recò a Susa il Direttore era assente e le informazioni furono fornite da un altro signore, il quale erroneamente credeva che l'ascia provenisse da Villarfocchiardo. Ma ciò non ha alcuna importanza, perchè detto villaggio dista da Mattie circa dieci chilometri, ed ambidue sono sulla sponda destra della Dora.

(3) Nota citata, p. 101.

fiboloschisto, altra roccia della valle. Quindi, ripeto, il fatto importante per me è questo: *gli uomini neolitici della Valle di Susa fabbricavano armi con materiali presi sul luogo*. Ed è quasi sicuro, per le ragioni già dette, che essi si servissero di ciottoli o di frammenti scheggiati. Ad avvalorare tale ipotesi sta il fatto che anche l'accetta più importante del Museo di Susa, cioè la prima di cui parlai, probabilmente fu tratta da un ciottolo, come appare dalle seguenti parole del Taramelli (1): " la testa dell'accetta è tondeggiante e lascia vedere l'antica superficie del ciottolo, qua e là evidente anche nelle due costole; dal che si desume che il ciottolo, da cui l'arma fu cavata, non era molto più grande dell'arma stessa, la quale per la rarità della roccia dovette avere un grande valore ed essere forse tenuta come oggetto di parata più che di uso ". D'altronde, ancor ora, nel Yunnan si continuano a ricercare i ciottoli per lavorarli, come risulta dalle seguenti parole: " *M. Fischer doute des gisements signalés dans les provinces de Tsche-Kiang et de Kiang-se et pense que ce sont seulement celles de Kan, Su-Sse-Tschuan, Kwe-tschou et Yunnan qui fournissent du jade. M. Meyer cite notamment ce que dit M. Anderson, médecin de l'armée anglaise, sur les mines dans la dernière province indiquée. La vallée est parsemée d'excavations faites depuis un temps immémorial. Les blocs de jade sont au nombre des cailloux roulés; les puits sont irréguliers et ne dépassent pas une profondeur de 20 pieds. A certaines époques de l'année, plus de mille hommes sont occupés aux travaux de recherche; l'auteur donne des détails sur les impôts qui frappent cette industrie et sur les manufactures qui transforment la roche en objets variés, à Momien et à Yunnan* " (2). E più recentemente il Noetling (3) afferma (traduco testualmente) *che la iadeite è ottenuta in due maniere, cioè dalle alluvioni del fiume Uru e per mezzo di lavori nella roccia viva nelle vicinanze di Tammaw*.

Non è gran tempo, il sig. Mrazec (4) pubblicò un'analisi di una iadeite da lui trovata nel Museo di Storia Naturale di Bu-

(1) Nota citata, p. 102.

(2) Recensione citata dell'opera del Meyer, p. 227.

(3) Nota citata, p. 7.

(4) *Note sur une jadéitite du Piémont*, " Bulletin de la Société des Sciences de Bucarest ", anno VII, n. 2, aprile-marzo, 1898, p. 187.

carest ed avente come indicazione di provenienza, " Piemonte ". Egli, dopo un minuto e diligente esame microscopico e chimico, viene alla conclusione che il nome di *iadeite* dato ai materiali di molte ascie e ciottoli provenienti dalle Alpi dev'essere abbandonato e propone il nome di *iadeitite*, avvicinandosi così all'opinione del sig. Berwerth che chiama la roccia dei materiali suddetti col nome di " *Jadeit-Pyroxenit* ". Seguono alcune considerazioni sulla genesi della iadeite.

Come documento, lo studio del sig. Mrazec è molto importante e potrà essere utilmente usufruito allorquando nessuno possa più affermare che la *jadeitite n'est pas connue en Europe en place*, come afferma giustamente l'autore a p. 191 della sua nota.

Ed anche a titolo di documento, credo che l'aver trovato un ciottolo di vera iadeite nella Valle di Susa aumenti il numero dei fatti pei quali il valore dell'ipotesi dell'importazione della iadeite in Europa viene alquanto a scemare. Per cui parmi di poter conchiudere collo Strobel (1) che " l'ipotesi della provenienza dall'Asia degli oggetti preistorici europei di Nefrite e di Giadaite, finora da molti accarezzata, diminuisca assai di probabilità ".

(1) Nota citata, p. 181.

Nuove osservazioni sopra i minerali della Comba di Compare Robert;

Nota di GIOVANNI BOERIS.

In un precedente lavoro, inserito negli Atti di questa Accademia (1), pubblicai alcune notizie sopra un giacimento di minerali che rinvenni nella località detta comba di Compare Robert, un vallone scavato nel fianco orientale del monte Ciabergia, poco lungi da Avigliana.

Descrissi, in modo più speciale, l'epidoto riscontrato, insieme a minuti cristallini di diopside, in certe lenti di granato compatto messe allo scoperto nella escavazione di uno scisto serpentinoso che colà si trova. Accennai anche alle geodi di cristalli di granato che potei vedere in tali lenti, agli ottaedri di magnetite e ai cristalli, sempre mal conformati, di apatite e di titanite dello strato cloritico, di esiguo spessore, il quale le avvolge separandole dalla roccia serpentinosa in cui stanno.

Ultimamente ebbi modo di notare che le lenti di granato compatto non sono localizzate nell'allineamento venuto a giorno nella cava, poichè altre se ne trovano, qua e là, per entro alle rupi di serpentino emergenti dal fianco del vallone in cui la cava è situata, cioè il destro.

A proposito della diffusione di queste lenti di rocce granatitiche entro ai serpentini, si può dunque dire che, anche qui, si ripete quanto è stato osservato nella più gran parte dei massicci serpentinosi rilevati nelle Alpi occidentali.

In vece nei serpentini in posto del fianco sinistro, non mi imbattei, pure avendoli cercati, in massi di granatite. E non ne vidi nemmeno tra i blocchi di serpentino, formanti una larga falda detritica ai piedi degli aspri dirupi, della stessa roccia, che stanno in faccia alla cava. Parecchi di tali massi, e nume-

(1) *Sull'epidoto della Comba di Compare Robert.* Vol. XXXII di questi „ Atti „, pag. 670.

rosi loro frammenti, mi riuscì, per contrario, di scorgere fra i blocchi serpentinosi staccatisi dalle rocce del lato destro.

Un masso intero staccato e diversi frammenti di altri, interessanti per i minerali cristallizzati che contenevano, rinvenni in quel cumulo di blocchi di serpentino al quale, chi rimonti il vallone, girato alla sua base il cono di rottami venuti giù dalla cava, può arrivare in pochi passi.

Sopra tali minerali, e su quelli di una lente affatto analoga trovata in posto, potei fare delle osservazioni cristallografiche di cui esporrò brevemente i risultati.

La lente in questione era piuttosto piccola, circondata da uno strato cloritico e attraversata da una vena di calcite spatica. Nello strato cloritico, oltre a qualche cristallo di magnetite e a qualche nodulo di apatite, osservai anche delle concentrazioni di pirite e numerose ghiandole di un pirosseno monoclino, bianco verdiccio, finamente granulare.

Ma ciò che attrasse maggiormente la mia attenzione fu una piccola cavità tappezzata di prismetti biancastri a sezione rombica, fortemente striati nel senso del loro allungamento, sulle cui facce }110{ una direzione di estinzione fa un angolo di circa 13° coll'asse verticale, e riconoscibili come amfibolo bianco o tremolite. Insieme a questi stavano piccoli rombododecaedri di magnetite e alcuni altri cristallini, che, a primo aspetto, si sarebbero potuti dire di questo stesso minerale. Però il loro abito alquanto divèrso e il non essere attirati da un comune ago calamitato, potevano far sospettare trattarsi di altra cosa, e la misura del più bello mi fece sicuro di essere in presenza di ilmenite in una paragenesi che è certo degno di nota.

Le forme osservate nel detto cristallo (fig. 1) sono }100{ }101{ }$3\bar{1}1${ }$1\bar{1}0${ }111{. Siccome le facce della base, che è la forma dominante, e qualcuna di }100{, brillano abbastanza bene, così mi servii dell'angolo (100) : (111) misurato quattro volte, con limiti sufficientemente ristretti, per calcolare l'angolo del romboedro fondamentale:

$$(100) : (010) = 94^\circ 26'$$

il quale, sugli assi esagonali, corrisponderebbe al rapporto parametrico:

$$a : c = 1 : 1,38235.$$

Il romboedro fondamentale adunque di questa ilmenite, la seconda rinvenuta in Italia in cristalli misurabili, giacchè fin qui non si conosceva che quella trovata dall'Artini nelle sabbie del

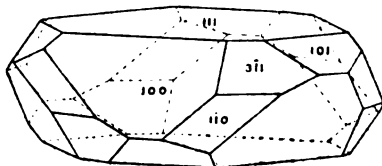



Fig. 1.

Ticino (1), riesce alquanto più ottuso, pure andando con esso d'accordo in modo soddisfacente, di quello dell'ilmenite proveniente dai lavaggi d'oro di Atlianskoi presso Miask negli Urali, cui il Kokscharow (2) assegna il valore 94°29′4″.

Gli angoli misurati sono messi a confronto coi calcolati nella seguente tabella:

Angoli	Limiti delle osserv.	Media	Calcolato	N.
(100):(111)	57°55′ — 57°57′	57° 56′	*	4
(101):(111)		38 38	38° 36′	1
(3$\bar{1}$1):(111)	61 29 — 61 33	61 31	61 31	2
(3$\bar{1}$1):(101)		32 9	32 3	1

La calcite spatica attraversante in forma di vena il masso, veniva a riempire una cavità geodiforme molto irregolare, ricoprendo una interessante cristallizzazione di diopside con granato,

(1) *Intorno alla composizione mineralogica delle sabbie del Ticino.* " Giornale di Min. Crist. ecc. ". Vol. II, p. 177.

(2) *Materialien zur Mineralogie Russlands.* VI, p. 350.

larghe lamine di clorite e grossi, ma imperfetti individui di titanite.

I cristalli di questo diopside, di color verde chiaro e torbidicci per la massima parte della cavità, diventavano di un verde più scuro e trasparenti ad una estremità di essa.

I verde chiaro mostrano queste forme: }100{ }510{ }310{ }010{ }221{ }111{ }001{ }$\bar{2}$21{. Per quel che riguarda l'aspetto delle facce di esse dirò che quelle di }100{ }010{, per lo più egualmente estese, sono di solito striate secondo lo spigolo [100 : 010]. Più piane e molto brillanti sono quelle, costantemente ristrette, di }310{ e }110{. Il prisma }510{ si presentò sempre cen facce lineari, tolto un cristallo in cui osservai due facce di questa forma, una da una parte e l'altra dall'altra del piano di simmetria, con una grandissima estensione. La }221{ il più delle volte ha facce che non brillano e sono striate secondo lo spigolo [221 : 110]; }111{ è sempre con facce di poca

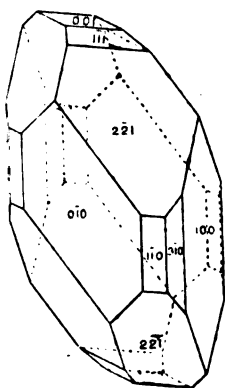



Fig. 2.

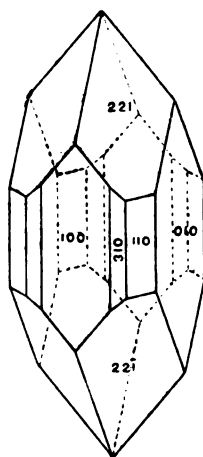



Fig. 3.

ampiezza e di scarso splendore. La base è sempre opaca, e poco brillanti di solito sono pure le facce di }$\bar{2}$21{ e striate secondo lo spigolo [22$\bar{1}$: 110].

Un abito frequente è quello della fig. 2. Si ha cioè un notevole sviluppo delle facce }221{; anzi queste talvolta predominano così che i cristalli sembrano stirati secondo lo spigolo

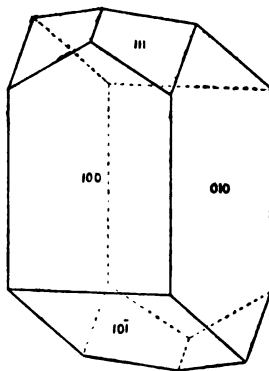
[221 : 010]. Solo per eccezione le facce di questo prisma e del }$\bar{2}$21{ sono egualmente estese, ed allora si hanno cristalli dell'aspetto di quello rappresentato dalla fig. 3, la combinazione del quale è la più di frequente riscontrata.

Aderiscono alla roccia nelle più svariate maniere. I più grossi non superano in altezza il mezzo centimetro e sono ordinariamente di 2-3 millimetri in lunghezza e larghezza.

Angoli	Limiti delle osserv.	Media	Calcolato	N.
(100) : (510)	11°42′ — 12°10′	11° 56′	11° 53′	3
(100) : (310)		19 25	19 16	1
(100) : (110)	46 16 — 46 37	46 28	46 22	6
(221) : (100)		47 38	47 43	1
(221) : (010)	55 20 — 55 47	55 39	55 39	6
(221) : (110)		29 10	29 14	1
(111) : (010)		65 17	65 45	1
(22$\bar{1}$) : (100)		61 37	61 25	1
(22$\bar{1}$) : (010)	47 48 — 48 4	47 56	47 58	2
(22$\bar{1}$) : (110)		65 11	65 21	1

I cristalli verde scuro sono anche più poveri di forme, poichè mostrano di frequente la combinazione della fig. 4, cioè }100{ }010{ }111{ }$\bar{1}$01{. A queste si aggiunge talvolta anche }110{ e solo in qualcuno compare anche la base con faccette molto ridotte.

Fig. 4.

Alcuni di questi cristalli, che sono nella maggior parte dei casi un po' compressi secondo }010{, a differenza di quelli descritti prima, avevano facce terminali piane e brillanti; della combinazione effigiata vidi anzi diversi nitidissimi cristallini.

Anche questi sono attaccati alla roccia in diversissime posizioni. Il colore però non è uniforme in tutta la loro massa. Solitamente il verde è più intenso ad una estremità in quelli impiantati. In certi invece, adagiati su una faccia di }100{ o di }010{, ambedue le estremità sono colorate e limpide e la parte centrale è torbida e biancastra.

I più grossi di questa serie hanno press'a poco le dimensioni dei maggiori dell'altra.

Angoli	Limiti delle osserv.	Media	Calcolato	N.
(100) : (110)	46° 12′ — 46° 33′	46° 27′	46° 22′	10
(111) : (100)	53 57 — 54 5	54 2	53 59	6
(111) : (010)	65 30 — 65 55	65 46	65 45	6
(111) : (001)		33 54	33 53	1
(111) : (110)		45 33	45 20	1
(001) : (100)		74 20	74 16	1
$(10\bar{1})$: (100)	74 32 — 74 34	74 33	74 21	2
$(\bar{1}01)$: (001)		31 18	31 24	1
$(\bar{1}01)$: (111)	58 59 — 59 2	59 1	59 11	3
(111) : $(1\bar{1}\bar{1})$		48 35	48 30	1

Si vedevano altresì dei gruppi di minuti cristallini bianchicci, ma di questi, sempre confusamente cresciuti insieme, non potei misurarne alcuno. Qualche cristallino invece incoloro di questo stesso minerale, di cui trovai pure delle piccole druse in frammenti di granatite staccati, riuscii a misurare notando che in questi si hanno le forme }100{ }510{ }310{ }010{ }221{ $\}\bar{2}21\{$. Brillano specialmente anche qui le facce della zona [100 : 010], ma in qualche caso osservai anche delle buone facce di }221{ e $\}\bar{2}21\{$.

Angoli	Limiti delle osserv.	Media	Calcolato	N.
(100) : (510)		11° 55′	11° 53′	1
(100) : (310)	19° 9′ — 19° 28′	19 19	19 16	8
(100) : (110)	46 23 — 46 29	46 26	46 22	5
(221) : (100)	47 36 — 47 53	47 43	47 43	4
(221) : (010)	55 25 — 55 43	55 35	55 39	4
(221) : (110)	28 58 — 29 17	29 5	29 14	3
(221) : (310)	34 35 — 34 57	34 45	34 47	1
(221) : $(1\bar{1}0)$		86 44	86 47	1
(221) : $(3\bar{1}0)$		63 14	63 19	1
(221) : $(2\bar{2}1)$		68 57	68 41	1
$(22\bar{1})$: (100)		61 37	61 25	1
$(22\bar{1})$: (010)		47 46	47 58	1
$(22\bar{1})$: (110)		35 22	35 26	1
$(22\bar{1})$: (310)		47 50	47 44	1

Per ogni cristallo misurato di ciascun gruppo, l'orientazione venne controllata per via ottica, e per il calcolo degli angoli mi attenni al rapporto parametrico dato da A. Schmidt (1) per il diopside di Val d'Ala.

L'asse di minima elasticità ottica fa, sulla }010{, a luce media, collo spigolo [100 : 010], un angolo di circa 38° tanto nei cristalli verde pallido quanto in quelli senza colore e di circa 41° in quelli verde scuro.

Menzionai più sopra un blocco di granatite, trovato staccato, con minerali ben cristallizzati. Tale blocco, in alcuni tratti,

(1) *Daten zur genaueren Kenntniss einiger Mineralien der Pyroxengruppe.* " Zeitschrift für Kryst. und Min. „, XXI, 1.

era, più che altro un impasto di clorite, di minuti cristallini di titanite, di ottaedri di magnetite, di granati e di calcite che teneva insieme cementato il tutto. Qualche granato di una certa grossezza, oltre a }110{ }211{, mostrava anche faccettine di }210{.

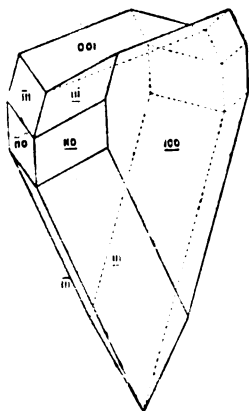



Fig. 5.

La titanite poi non era sempre in cristalli esigui, poichè da diversi punti dell'accennato impasto potei cavare dei bei geminati ad asse normale a }100{, l'aspetto dei quali è rappresentato dalla fig. 5, sviluppati sufficientemente, con facce discretamente piane e brillanti delle forme }100{ }001{ }110{ }111{ }$\bar{1}$11{, che mi fornirono buone misure, in base alle quali, adottando l'orientazione del Des Cloizeaux (1) che è accettata dal Dana (2) e dall'Hintze (3) nei loro trattati, calcolai le costanti:

$$a : b : c = 0,75357 : 1 : 0,85446$$

$$\beta = 60^\circ\ 12'$$

Angoli	Limiti delle osserv.	Media	Calcolato	N.
(111) : (001)	38°10′ — 38°20′	38° 14′	*	10
(111) : (100)	34 58 — 35 4	34 59	*	5
(111) : (1$\bar{1}$1)	43 37 — 43 50	43 44	*	6
(111) : (110)	27 10 — 27 15	27 12	27° 11′	5
(110) : (100)	33 0 — 33 14	33 6	33 11	4

(1) *Manuel de minéralogie*. Paris, 1862, I, 145.
(2) *The System of Mineralogy*. Sixth Ed., New York, 1892, 712.
(3) *Handbuch der Mineralogie*. Leipzig, 1897, II, 1609.

Angoli	Limiti delle osserv.	Media	Calcolato	N.
$(\bar{1}11):(001)$	70°31′ — 70°39′	70° 35′	70° 30′	2
$(\bar{1}11):(\bar{1}10)$	43 56 — 44 8	44 2	44 5	2
$(110):(001)$	65 9 — 65 26	65 17	65 25	2
$(100):(11\bar{1})$	60 54 — 60 58	60 56	60 50	2
$(\bar{1}\bar{1}\bar{1}):(\underline{111})$	109 53 —110 9	110 4	110 2	8
$(\bar{1}\bar{1}0):(\underline{110})$	113 43 —113 53	113 48	113 38	2
$(\bar{1}\bar{1}1):(\underline{11\bar{1}})$		58 17	58 20	1
$(001):(\underline{00\bar{1}})$		60 10	60 12	1

Sempre dallo stesso blocco estrassi anche diversi cristallini di apatite, svariati assai di abito, con non poche forme riunite in combinazioni molteplici. Siccome le loro facce forniscono non di rado belle e nette immagini, ne ho misurato un certo numero. Mi parve che, per un così fatto minerale, più ancora che per gli altri, fosse conveniente il fare ciò, giacchè i suoi cristalli, come è noto, mostrano forti divari a seconda delle località da cui provengono; divari che hanno più volte richiamata l'attenzione dei mineralogisti.

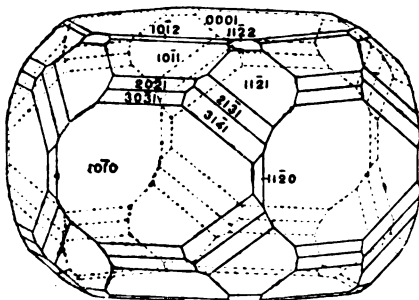



Fig. 6.

Le forme osservate sono $\{0001\}$ $\{10\bar{1}0\}$ $\{11\bar{2}0\}$ $\{30\bar{3}1\}$ $\{20\bar{2}1\}$ $\{10\bar{1}1\}$ $\{10\bar{1}2\}$ $\{11\bar{2}1\}$ $\{11\bar{2}2\}$ $\{31\bar{4}1\}$ $\{21\bar{3}1\}$, le quali nella fig. 6 si veggono tutte insieme riunite.

La costante cristallografica ricavata dall' angolo $(10\bar{1}0)$: (0001), misurato buon numero di volte e con risultati soddisfacenti, è

$$a : c = 1 : 0,72840.$$

Faccio ora seguire la tabella dei valori angolari trovati messi di fronte a quelli calcolati.

Media	Limiti delle osserv.	Media	Calcolato	N.
$(0001):(10\bar{1}1)$	39° 58′ — 40° 10′	40° 4′	*	14
$(10\bar{1}1):(20\bar{2}1)$	19 2 — 19 20	19 14	19° 12′	6
$(20\bar{2}1):(30\bar{3}1)$		8 47	9 7	1
$(30\bar{3}1):(10\bar{1}0)$		21 51	21 37	1
$(10\bar{1}1):(10\bar{1}0)$	49 51 — 49 58	49 54	49 56	6
$(20\bar{2}1):(10\bar{1}0)$	30 38 — 30 50	30 41	30 44	5
$(10\bar{1}2):(0001)$		22 45	22 49	1
$(10\bar{1}2):(10\bar{1}1)$		17 17	17 15	1
$(0001):(11\bar{2}1)$	55 29 — 55 38	55 34	55 32	7
$(11\bar{2}1):(11\bar{2}0)$	34 23 — 34 25	34 24	34 28	2
$(0001):(11\bar{2}2)$		35 59	36 4	1
$(11\bar{2}2):(11\bar{2}1)$		19 28	19 28	1
$(10\bar{1}1):(11\bar{2}1)$	26 37 — 26 54	26 47	26 47	12
$(11\bar{2}1):(21\bar{3}1)$	13 57 — 14 4	14 0	13 58	4
$(21\bar{3}1):(10\bar{1}0)$	30 21 — 30 30	30 24	30 28	6
$(11\bar{2}2):(01\bar{1}1)$		18 49	18 46	1
$(31\bar{4}1):(10\bar{1}0)$	22 57 — 23 1	22 59	22 48	2
$(31\bar{4}1):(21\bar{3}1)$	7 43 — 7 48	7 45	7 41	3
$(10\bar{1}1):(01\bar{1}1)$	37 26 — 37 30	37 28	37 33	2
$(21\bar{3}1):(01\bar{1}0)$	46 24 — 46 28	46 26	46 25	2
$(21\bar{3}1):(20\bar{2}1)$	17 59 — 18 12	18 6	18 8	3

Angoli	Limiti delle osserv.	Media	Calcolato	N.
$(20\bar{2}1):(11\bar{2}1)$	25°23′ — 25°27′	25° 25′	25° 27′	2
$(01\bar{1}0):(20\bar{2}1)$	64 32 — 64 40	64 36	64 33	2
$(11\bar{2}0):(31\bar{4}1)$		24 5	24 9	1
$(31\bar{4}1):(20\bar{2}1)$		17 47	17 44	1
$(20\bar{2}1):(01\bar{1}1)$	47 57 — 47 59	47 58	48 7	2
$(31\bar{4}1):(10\bar{1}1)$		33 30	33 35	1
$(31\bar{4}1):(01\bar{1}0)$		48 40	48 49	1
$(21\bar{3}1):(10\bar{1}1)$	29 43 — 29 45	29 44	29 43	2
$(21\bar{3}1):(11\bar{2}0)$		26 22	26 24	1
$(11\bar{2}0):(10\bar{1}1)$		56 5	56 7	1
$(21\bar{3}1):(0001)$	65 36 — 65 56	65 50	65 48	4
$(11\bar{2}1):(2\bar{1}\bar{1}1)$		48 44	48 41	1
$(20\bar{2}1):(1\bar{2}11)$		73 12	73 11	1
$(1\bar{2}11):(21\bar{3}1)$		90 43	90 49	1
$(21\bar{3}1):(1\bar{1}01)$		64 53	64 52	1

Secondo la teoria di Pusyrewsky e Kokscharow (1), sostenuta anche dal Baumhauer (2) per la quale l'angolo $(10\bar{1}1):(0001)$ cresce col diminuire del contenuto in cloro, bisognerebbe ritenere che questo elemento, nella nostra apatite, debba essere abbondante. Scorriamo infatti la tabella in cui dal Baumhauer (3) sono disposti, in ordine crescente, i valori dati, da diversi osservatori, per l'angolo $(10\bar{1}1):(0001)$ delle apatiti delle località meglio studiate: si vede che il nostro valore per tale angolo può essere posto ad un capo della serie insieme a quelli delle

(1) Kokscharow, *Materialien zur Mineralogie Russlands*, V, 86.

(2) *Ueber die Winkelverhältnisse des Apatit von verschiedenen Fundorten.* " Zeitschrift für Kryst. und Min., XVIII, 31.

(3) Mem. cit., 40.

più ricche in cloro, prima ancora di quello dell'apatite di Achmatowsk che è di 40° 6′ 21″. Questa contiene 0,51 °/₀ di cloro.

Non mi fu dato per altro di assicurarmi se la teoria del Pusyrewski si verifichi o no nel caso nostro, perchè avevo una quantità troppo piccola di materiale e non potevo sperare di fare con essa una esatta determinazione di cloro. Ad ogni modo ciò che mi pare degno di essere rilevato si è non tanto il fatto che il valore fondamentale dell'apatite testè descritta, almeno per quello che mi riuscì di vedere nella letteratura mineralogica, è il più piccolo trovato finora, quanto quello di poterla strettamente raggruppare colle apatiti di giacimenti analoghi al nostro, come il già citato di Achmatowsk, Rothenkopf e Val d'Ala.

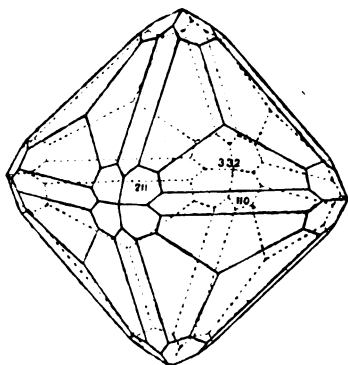



Fig. 7.

In un frammento di masso poi rinvenni alcuni cristalli di granato, color giallo miele, dei quali credo bene di fare un breve cenno, poichè, oltre alle forme }110{ }211{, mostrano anche il triacisottaedro } 332 {, forma questa nel granato non tanto frequente. Le sue facce erano piuttosto scabre e non molto splendenti, ma in quasi tutti i cristalli osservati, notevolmente estese, così da dare loro l'abito che è rappresentato dalla fig. 7. Tale forma si determina per le zone [110 : 112], [211 : 121]; inoltre misurai i seguenti spigoli:

Angoli	Limiti delle osserv.	Misurato	Calcolato	N.
(332) : (110)	25° 9′ — 25° 25′	25° 14′	25° 14′	6
(332) : (211)	16 38 — 16 53	16 46	16 47	8
(332) : (323)	17 14 — 17 20	17 18	17 20	4

In un altro frammento di masso, in mezzo a minuti e imperfetti cristallini di diopside biancastro, trovai un cristallo di titanite di una certa e, per questa località, insolita ricchezza

poichè presentava facce delle forme }100{ }102{ }001{ }110{ }111{ }$\bar{1}$11{ }$\bar{1}$12{ }212{, piuttosto scadenti per altro. La fig. 8

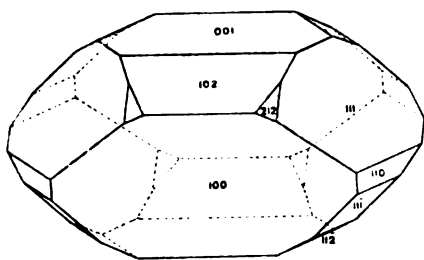



Fig. 8.

ne dà l'immagine. Gli angoli, misurati solo a scopo di determinare le forme, messi a confronto coi calcolati dagli angoli di partenza per la titanite di cui è fatta parola più sopra sono:

Angoli	Misurato	Calcolato
(100) : (102)	38° 46′	39° 12′
(100) : (001)	60 6	60 12
(001) : ($\bar{1}$12)	40 53	40 37
($\bar{1}$12) : ($\bar{1}$11)	29 31	29 53
($\bar{1}$11) : ($\bar{1}$10)	43 35	44 5
(111) : (110)	27 26	27 11
(111) : (001)	38 10	38 14
(100) : (111)	34 43	34 59
(111) : ($\bar{1}$11)	83 59	84 11
(11$\bar{1}$) : (100)	61 4	60 50
(100) : (212)	30 18	30 3
(212) : ($\bar{1}$12)	64 28	64 11
($\bar{1}$12) : ($\bar{1}$00)	85 57	85 46
(111) : (212)	10 27	10 31
(111) : ($\bar{1}$12)	60 52	60 58

Milano, Museo Civico, Aprile 1899.

Alcuni derivati delle aldeidi propilica ed isobutilica;

Nota del Dott. ZACCARIA TREVES.

Il D[r] Quenda (1) studiando l'azione dell'etere cianacetico sull'etere acetilidenacetacetico in presenza di NH_3 ottenne accanto all'etere idrocollidindicarbonico un sale di ammonio della formola $C^8H^8N^4O^2$ analogo a quello che contemporaneamente ottenevano Pasquali e Grande facendo agire l'ammoniaca e l'etere cianacetico sui chetoni grassi (2).

L'ipotesi del Prof. Guareschi sul modo secondo il quale avviene la reazione per cui si forma questo corpo riconosciuto per ββ'dicianmetilglutaconimide venne confermata di già dal fatto che Quenda l'ottenne eziandio facendo agire direttamente l'etere cianacetico sull'aldeide etilica in presenza di NH_3. Dietro consiglio del Prof. Guareschi studiai l'azione dell'etere cianacetico e dell'ammoniaca su altre aldeidi, omologhe all'etilica, per vedere se si tratta di una reazione generale a questo gruppo di corpi.

A. *Azione dell'etere cianacetico sulla aldeide propilica in presenza di* NH_3.

Metto in un vaso cilindrico a tappo smerigliato nelle proporzioni di una molecola l'aldeide propilica e di due molecole l'etere cianacetico (58 : 226) con 30 ccm. NH_3 al 22 % (circa 3 mol.). Avviene una viva reazione con sviluppo di densi vapori e di calore notevole. Agito e dopo venti minuti o mezz'ora

(1) E. Quenda, *Azione dell'ammoniaca e dell'etere cianacetico sull' etere etilidenacetacetico e sull'aldeide etilica,* " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ", vol. XXXII.

(2) A. Pasquali, *Azione dell'etere cianacetico e dell'ammoniaca sui chetoni grassi,* " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", vol. XXXII, 1897. — E. Grande, *Azione dell'etere cianacetico sopra il metiletilchetone in presenza di ammoniaca* (Ibidem).

precipita una massa cremosa che diventa ognor più abbondante, immersa in poco liquido leggermente colorato in rosa o giallognolo. Lasciata a sè per ventiquatt'ore la massa si fa sempre più densa, e se l'odore di ammoniaca è scomparso, conviene aggiungere ancora una piccola quantità di questa, affinchè si possa ben completare la reazione.

Raccolto su carta e spremuto al torchio, il precipitato cede facilmente la lieve colorazione assunta e ne rimane perfettamente bianco.

Si scioglie in acqua a freddo, molto più a caldo. Dalla soluzione acquosa cristallizza, evaporando, in piccoli mammelloni; ma se la reazione non avvenne in modo completo, accanto al prodotto terminale si trova in minor quantità un'altra sostanza che si scioglie più difficilmente in acqua e già a caldo ne ricristallizza in forma di polvere fina; questa separata, essiccata a 100° C., fonde a 175° C., mentre i cristallini sferici che costituiscono la parte prevalente della massa precipitata non fondono oltre 300° C., e soltanto verso 250° C. cominciano ad imbrunire lievemente con leggero sviluppo di NH_3. La loro soluzione acquosa è perfettamente incolora; ha reazione acida; dà col nitrato d'argento un precipitato pesante, copioso; trattata con acetato neutro di rame assume una bella colorazione verde e si separano lentamente bei cristalli dello stesso colore, disposti tra loro a rosetta; trattata con latte di magnesia dà luogo a notevole sviluppo di NH_3, indizio che si tratta in realtà di un sale di ammonio.

Questa sostanza portata nella stufa oltre 100° C. non perdette acqua di cristallizzazione. Essiccata fino a peso costante diede all'analisi i seguenti risultati:

I. Gr. 0,1167 distillati con idrato di magnesio in corrente di vapor d'acqua fornirono gr. 0,1360 di cloroplatinato di ammonio, corrispondenti a gr. 0,008 di N.

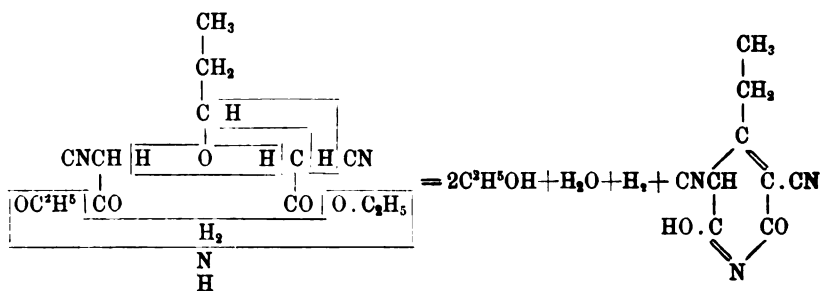
II. Gr. 0,1076 fornirono ccm. 25 di N alla T. di 15° C. e pressione mm. 754.

III. Gr. 0,1140 fornirono ccm. 27,4 di N alla T. di 20° C. e pressione mm. 742.

IV. Gr. 0,1882 fornirono gr. 0,3630 di CO_2 e gr. 0,0830 di H_2O.

Onde si ha

	% trovato				% calcolato per $C^9H^6(NH)^4N^3O$
	I	II	III	IV	
N ammon.	6,85				6,79
N totale		27,33	26,6		27,1
C				52,6	52,41
H				4,9	4,85

È questo dunque il sale ammonico della etilββ'dicianαα'diossipiridina di cui parlerò più innanzi e che si forma secondo la seguente reazione:

Sale di Argento. — Lo ottenni trattando la soluzione acquosa calda del sale di NH_4 con un eccesso di soluzione concentrata di $AgNO_3$. Si ha sotto forma di un precipitato bianco, voluminoso, pesante, e cristallizza dalle soluzioni diluite sotto forma di pagliuzze iridescenti.

I. Gr. 0,3424 di sostanza secca all'aria, scaldati sino a peso costante, T. 120° C., perdettero in peso gr. 0,051.

II. Gr. 0,1682 di sostanza anidra diedero all'analisi Ag gr. 0,0605.

III. Gr. 0,2914 di sostanza anidra diedero Ag gr. 0,1050.

IV. Gr. 0,5474 diedero Ag gr. 0,1996.

Onde si ricava

	% trovato				% calcolato per $C^9H^6N^3O^2Ag+3H_2O$	% calcolato per anidro
	I	II	III	IV		
H_2O	15,4				14,8	
Ag		35,96	36,03	36,46		36,48

Sale di rame. — Lo si prepara sotto forma di cristalli verdi, conglomerati a rosetta, trattando a caldo una soluzione concentrata del sale ammonico con acetato neutro di rame e lasciando raffreddare. Questo sale non contiene acqua di cristallizzazione.

Gr. 0,1894 di sale anidro fornirono 0,06 di CuO corrispondenti a gr. 0,047 di Cu.

Onde si deduce

	trovato %	calcolato %
Cu	24,81	25,1

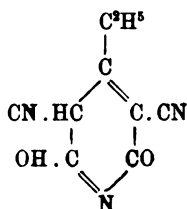
Sale di bario. — L'ottenni trattando la soluzione acquosa del sale di ammonio col cloruro di bario. È assai solubile, ma meno del sale ammonico, e lo si ha sotto forma di lamine incolore, piuttosto grosse, specialmente lasciandolo cristallizzare per lenta evaporazione.

I. Gr. 0,4158 di sale di Ba, secco all'aria, portati nella stufa sino a peso costante, perdettero di peso gr. 0,0494.

II. Gr. 0,3664 di sale di Ba anidro fornirono gr. 0,1358 di $BaCO_3$ pari a gr. 0,094 di Ba.

	% trovato		% calcolato per	
	I	II	$(C_9H_6N_3O_2)^2Ba + 4H_2O$	$(C_9H_6N_3O_2)^2Ba$
H_2O crist.	11,80		11,63	
Ba		25,6		25,04

γEtilββdicianaαdiossipiridina:

```
          C²H⁵
           |
           C
          / \\
  CN.HC       C.CN
      |       |
   OH.C       CO
        \\  /
          N
```

Per ottenere questo composto a funzione acida, corrispondente ai sali descritti precedentemente, sospendo il sale di Ag in poca acqua che scaldo moderatamente a bagno maria e faccio

attraversare da una corrente di H_2S. Precipita il solfuro di Ag che separo dal liquido per filtrazione.

Gr. 6,0306 di sale di Ag anidro diedero gr. 2,5484 di Ag^2S corrispondenti a gr. 2,21 Ag; onde si deduce pel sale di Ag 36,64 % di Ag di fronte al calcolato 36.48 %.

Faccio evaporare il liquido filtrato a bagno maria, ed ottengo una prima porzione di sostanza; la separo, filtrando alla pompa, e, per ottenere il rimanente, porto le acque soprassature in essicatore con H_2SO_4 nel vuoto. La sostanza che si ottiene è bianca; cristallizza da punti diversi del liquido in begli aghi disposti a raggio, che confluendo formano poi una massa densa. Secca all'aria, imbrunisce e fonde lentamente a 205° C. senza sviluppo di NH_3; disidratata fonde lentamente a 224° C. colorandosi in bruno senza sviluppo di NH_3. In soluzione acquosa dà con $AgNO_3$ un precipitato pesante bianco, solubile in HNO_3 solo a caldo, colorandosi il liquido leggermente in giallo.

I. Gr. 1,1578 di sostanza secca all'aria, scaldati fino a peso costante, 130° C., perdettero in peso gr. 0,1858.

II. Gr. 0,1258 di sostanza anidra fornirono gr. 0,0478 di H_2O e gr. 0,2631 di CO_2.

	% trovato		% calcolato per	
	I	II	$C^9H^7N^3O^2+2HO_2$	$C^9H^7N^3O^2$
H_2O	16,04		16	
C		57,03		57,14
H		4,13		3,70

B. *Azione dell'etere cianacetico sull'aldeide butilica in presenza di* NH_3.

Ho impiegato in questa reazione l'aldeide butilica ordinaria od isobutilica $(CH^3)^2CH.CHO$. Entrando in reazione una molecola di aldeide butilica con due di etere cianacetico in presenza di NH_3, se ne ha un risultato analogo a quello che si ebbe per l'aldeide propilica; e cioè, condensazione con eliminazione di alcool, acqua, idrogeno e formazione del sale ammonico della dicianisopropilglutaconimide, $C^{10}H^8(NH^4)N^3O^2$.

La reazione è meno violenta che nel caso precedente; lo sviluppo di calore assai moderato; si ottiene un precipitato co-

pioso, pesante, cristallizzato in larghe lamine, incoloro; una quantità notevole del nuovo corpo resta sciolto nelle acque madri da cui si acquista facilmente evaporando a bagno maria. Per avere puro il precipitato non resta che filtrarlo alla pompa e lavarlo due o tre volte sul filtro stesso con poca acqua distillata a freddo. Non fonde oltre 300° C.; a 225°-230° C. lascia sviluppare traccie di NH_3; col latte di magnesio già a freddo dà luogo a notevole sviluppo di NH_3. Qui dunque pure si tratta di un sale di ammonio.

Questo, come quello proveniente dall'aldeide propilica, dà un abbondante precipitato bianco col nitrato d'argento; col cloruro di bario forma un sale di bario che si separa in belle grosse lamine incolore dalle acque madri per lenta evaporazione; in soluzione acquosa assume col percloruro di ferro una colorazione violetta prima, poi rossa intensa, e lascia lentamente precipitare piccoli cristalli aghiformi, isolati, dello stesso colore.

I. Gr. 2,9939 di sostanza secca all'aria, portati nella stufa fino a peso costante, perdettero in peso gr. 0,2319;

II. Gr. 2,4116, seccati all'aria, scaldati fino a peso costante, perdettero in peso gr. 0,1910;

III. Gr. 0,2010 di sostanza anidra, distillati con idrati di magnesio in corrente di vapor d'acqua fornirono gr. 0,2134 di cloroplatinato d'ammonio, corrispondenti a gr. 0,013 di N;

IV. Gr. 0,1230 di sostanza anidra fornirono ccm. di N 27,3 a T. 10° C. e pressione 740 mm.;

V. Gr. 0,2080 di sostanza anidra fornirono gr. 0,0966 di H_2O e gr. 0,4156 di CO_2.

	°/₀ trovato					°/₀ calcolato per $C^{10}H^{12}N^4O^2 + H_2O$	°/₀ calcolato per $C^{10}H^{12}N^4O^2$
	I	II	III	IV	V		
H_2O	7,74	7,9				7,56	
N amm.			6,46				6,81
N totale				25,7			25,45
C					54,49		54,54
H					5,15		5,45

Sale di Ag. — Dalla soluzione acquosa del sale di ammonio concentrata a caldo trattata con una soluzione concentrata di $AgNO_3$ ottengo un abbondante precipitato bianco pesante di sale di Ag.

I. Gr. 0,2474 del sale così ottenuto ed essicato all'aria, portati per più ore nella stufa sino a peso costante perdettero in peso gr. 0,021;

II. Gr. 0,3383 di sale di Ag secco all' aria, perdettero nella stufa gr. 0,0302;

III. Gr. 0,3081 di sale di Ag anidro fornirono un residuo di Ag gr. 0,1067.

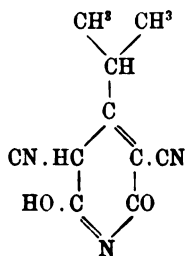
	°/₀ trovato			°/₀ calcolato per	
	I	II	III	$C^{10}H_8N^3O^2Ag + 1^1/_2H_2O$	$C^{10}H^8N^3O^2Ag$
H_2O crist.	8,4	8,92		8	
Ag			34,63		34,83

Sale di rame. — La soluzione concentrata del sale di ammonio trattata a caldo con una soluzione di acetato neutro di rame acquista una bella colorazione verde e lascia prontamente separare dei cristalli verdi aghiformi conglomerati sotto forma mammellonare. Il sale di rame non contiene acqua di cristallizzazione.

Gr. 0,1778 di sostanza anidra fornirono gr. 0,0548 di CuO corrispondenti a gr. 0,0437 di Cu; onde si deduce

	°/₀ trovato	°/₀ calcolato
Cu	24,5	24

Isopropilββdicianααdiossipiridina:

```
        CH³  CH³
          \  /
           CH
           |
           C
          / \\
   CN.HC     C.CN
       |     |
    HO.C     CO
        \\  /
          N
```

L'ho ottenuta in modo analogo al derivato etilico sottoponendo il sale di Ag sospeso in poca acqua a caldo ad una corrente di H_2S. Filtro, e dal liquido filtrato evaporando si separano dei cristalli a forma laminare, incolori, trasparenti. Questa separazione però avviene solo da pochissimo liquido e conviene favorire l'evaporazione mettendo tutto sotto l'essicatore con H_2SO_4 nel vuoto e raccogliere le prime frazioni che cristallizzano per tosto asciugarle, perchè rapidamente si alterano assumendo una colorazione giallognola.

La soluzione acquosa si comporta in presenza di $AgNO_3$ nello stesso modo che l'acido libero corrispondente all'aldeide propilica, cioè dà un precipitato bianco pesante solubile in HNO_3 solo a caldo, con colorazione gialla del liquido.

La sostanza, secca all'aria, fonde a 200°-203° C.; priva dell'acqua di cristallizzazione, fonde a 240°-241° C. colorandosi in giallo.

I. Gr. 0,7631 di sostanza secca all'aria, scaldati sino a peso costante, perdettero in peso gr. 0,1531;

II. Gr. 0,1220 di sostanza anidra fornirono gr. 0,2636 di CO_2 e gr. 0,0546 di H_2O;

III. Gr. 0,1636 di sostanza anidra fornirono 30,8 ccm. di N alla T. 23° C. ed alla pressione di 740 mm.

IV. Gr. 0,1670 di sostanza anidra fornirono ccm. di N 31,6 a T. 23° C. e pressione 745 mm.

	% trovato				% calcolato per	
	I	II	III	IV	$C^{10}H^9N^3O^2 + 3H_2O$	$C^{10}H^9N^3O^2$
H_2O crist.	20,07				21	
C		58,92				59,1
H		4,9				4,41
N			21,14	21,4		20,68

Laboratorio di Chimica farmaceutica. R. Università di Torino.
Aprile 1899.

EFFEMERIDI

del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1900

calcolate da LUIGI GABBA
Assistente all'Osservatorio

AVVERTENZA.

Le presenti effemeridi furono calcolate con dati della *Connaissance des temps* di Parigi e del *Nautical Almanac* di Greenwich, seguendo le norme contenute nelle *Istruzioni e tavole numeriche per la compilazione del calendario*, del Dott. Michele Rajna (Milano, Hoepli, 1887); ed usando le tavole ausiliarie contenute nelle *Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1889*, del Prof. Francesco Porro (Torino, Loescher, 1888).

Sono state aggiunte le ore del principio e della fine del crepuscolo civile determinate dagli istanti nei quali il sole si trova a 6° 30′ sotto l'orizzonte.

Le ore, i minuti ed i secondi sono espressi in tempo medio civile del meridiano di 15° all'Est di Greenwich; cioè in *tempo medio civile dell'Europa centrale.*

PRINCIPALI ARTICOLI DEL CALENDARIO

PER L'ANNO COMUNE 1900.

Relazioni cronologiche.

L'anno 1900 del calendario Gregoriano stabilito nell'ottobre 1582, comincia Lunedì 1° Gennaio e corrisponde all'anno:

6613 del periodo Giuliano;

2676 delle olimpiadi (od al IV anno della 669ª olimpiade), il quale comincia però nel Luglio 1900; essendo assunta l'êra delle olimpiadi verso l'1 di Luglio dell'anno 3988 del periodo Giuliano; ossia 775,5 anni prima di G. C.;

2653 della fondazione di Roma (secondo Varrone), che comincia il 21 aprile 1900;

1900 del calendario russo (Giuliano), il quale è bisestile e comincia il 13 Gennaio 1900 del calendario Gregoriano;

5660 dell'êra israelitica, il quale comincia il 5 Settembre 1899 e finisce il 23 Settembre 1900;

1317 dell'êra maomettana (Egira); il quale comincia il 12 Maggio 1899 e termina il 30 Aprile 1900.

Computo Ecclesiastico.

Numero d'Oro	1
Epatta	XXIX
Ciclo Solare	5
Lettera Domenicale	G
Indizione Romana	13
Lettera del Martirologio	N

Quattro Tempora.

Di primavera	7, 9 e 10 Marzo
D'estate	6, 8 e 9 Giugno
D'autunno	19, 21 e 22 Settembre
D'inverno	19, 21 e 22 Dicembre

Feste Mobili.

Settuagesima	11 Febbraio
Le Ceneri	28 Febbraio
Pasqua di Risurrezione	15 Aprile
Rogazioni	21, 22 e 23 Maggio
Ascensione	24 Maggio
Pentecoste	3 Giugno
SS. Trinità	10 Giugno
Corpus Domini	14 Giugno
1ª Domenica dell'Avvento	2 Dicembre

Principio delle Quattro Stagioni.

Primavera	21 Marzo	ore 2,	min. 39
Estate	21 Giugno	„ 22	„ 39
Autunno	23 Settembre	„ 13	„ 20
Inverno	22 Dicembre	„ 7	„ 41.

ECLISSI

Nel 1900 avvengono due Eclissi di Sole ed una di Luna. Nei nostri paesi è invisibile la seconda Eclisse di Sole.

I. *Eclisse totale di* Sole, *28 Maggio* (*in Italia visibile come eclisse parziale*).

Essa è visibile nell'America del Nord e Centrale, nella metà boreale dell'oceano atlantico e nelle parti limitrofe del mar glaciale, nel nord-ovest dell'Africa, nell'Europa e nell'ovest dell'Asia.

Principio	$16^h\ 1^m\ 18^s$
Fase massima	17 8 12
Fine	18 10 0

Grandezza della fase massima 0,767 del diametro solare.

Angolo di posizione	principio	259°	dal punto nord del disco verso sinistra (immagine diritta).
	fine	107°	
Angolo di posizione	principio	31°	dal punto più basso del disco verso destra (immagine diritta).
	fine	59°	dal punto più alto del disco verso sinistra (immagine diritta).

II. *Eclisse parziale di* Luna, *13 Giugno* (*visibile in Italia*).

Primo contatto colla penombra	$2^h\ 16^m$
" " con l'ombra o principio dell'eclisse	4 24
Istante medio	4 28
Ultimo contatto con l'ombra o fine dell'eclisse . .	4 31
" " con la penombra	6 39

Grandezza dell'eclisse 0,001 del diametro lunare.

Questa eclisse piccolissima è visibile nell'Europa e nell'Africa occidentale, nell'Oceano atlantico, nell'America ad eccezione della parte nord-ovest, nella parte sud-ovest del grande oceano e nelle regioni polari antartiche.

A Torino il 13 Giugno la Luna tramonta a 4^h 50^m; 19^m dopo la fine dell'eclisse.

I due contatti coll'ombra hanno luogo a 42° e 38° dal punto più basso del disco verso sinistra (immagine diritta).

III. *Eclisse anulare di* Sole, *22 Novembre* (*invisibile in Italia*).

È visibile nella metà meridionale dell'Africa, nell'Oceano Indiano, nell'Australia e nelle isole della Sonda.

Gennaio 1900.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
1	1	L	8 10	12 32 52,41	16 56	7 53	12 26,4	17 4	30
2	2	M	10	33 20,79	57	8 38	13 25,9	18 21	1
3	3	M	10	33 48,82	58	9 16	14 23,0	19 39	2
4	4	G	9	34 16,44	59	9 48	15 17,7	20 58	3
5	5	V	9	34 43,65	17 0	10 17	16 10,0	22 14	4
6	6	S	9	34 70,40	1	10 44	17 0,9	23 30	5
7	7	D	9	35 36,66	2	11 11	17 51,2	—	6
8	8	L	9	36 2,42	3	11 40	18 42,0	0 44	7
9	9	M	9	36 27,62	4	12 12	19 33,7	1 56	8
10	10	M	8	36 52,26	6	12 47	20 26,6	3 6	9
11	11	G	8	37 16,30	7	13 29	21 20,2	4 14	10
12	12	V	7	37 39,75	8	14 18	22 13,9	5 15	11
13	13	S	7	38 2,57	9	15 12	23 6,5	6 9	12
14	14	D	6	38 24,74	10	16 12	23 57,1	6 55	13
15	15	L	6	38 46,26	12	17 15	—	7 34	14
16	16	M	5	39 7,10	13	18 17	0 45,4	8 6	15
17	17	M	5	39 27,26	14	19 19	1 31,0	8 34	16
18	18	G	4	39 46,70	16	20 20	2 14,4	8 58	17
19	19	V	3	40 5,44	17	21 32	2 56,1	9 21	18
20	20	S	3	40 23,44	18	22 22	3 36,8	9 42	19
21	21	D	2	40 40,72	20	23 23	4 17,6	10 3	20
22	22	L	1	40 57,25	21	—	4 59,2	10 27	21
23	23	M	0	41 13,01	22	0 25	5 42,5	10 52	22
24	24	M	7 59	41 28,01	24	1 20	6 28,6	11 21	23
25	25	G	58	41 42,23	25	2 34	7 17,9	11 55	24
26	26	V	57	41 55,68	27	3 39	8 10,9	12 40	25
27	27	S	57	42 8,34	28	4 41	9 7,5	13 34	26
28	28	D	56	42 20,21	29	5 38	10 6,4	14 39	27
29	29	L	54	42 31,26	31	6 27	11 6,2	15 51	28
30	30	M	53	42 41,51	32	7 9	12 5,3	17 10	29
31	31	M	52	42 50,94	34	7 45	13 2,6	18 31	1

Fasi della Luna.

1 Luna nuova alle $14^h 52^m$
8 Primo quarto „ $6^h 40^m$
15 Luna piena „ $20^h 8^m$
24 Ultimo quarto „ $0^h 53^m$
31 Luna nuova „ $2^h 23^m$

Il giorno nel mese cresce di $0^h 56^m$

3 La Luna è in Perigeo alle 18^h
19 Id. Apogeo „ 18^h

Il Sole entra nel segno *Acquario* il giorno 20 alle ore 12 min. 33.

Febbraio 1900.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
32	1	G	7 51	12 42 59,45	17 35	8 16	13 57,6	19 51	2
33	2	V	50	43 7,32	37	8 46	14 51,5	21 10	3
34	3	S	49	43 14,26	38	9 14	15 44,1	22 28	4
35	4	D	47	43 20,38	39	9 42	16 36,6	23 44	5
36	5	L	46	43 25,65	41	10 14	17 29,4	——	6
37	6	M	45	43 30,08	42	10 50	18 22,9	0 56	7
38	7	M	44	43 33,69	44	11 30	19 16,6	2 6	8
39	8	G	42	43 36,49	45	12 16	20 10,3	3 9	9
40	9	V	41	43 38,47	47	13 9	21 2,9	4 5	10
41	10	S	39	43 39,64	48	14 7	21 53,6	4 54	11
42	11	D	38	43 40,03	49	15 7	22 42,1	5 34	12
43	12	L	37	43 39,64	51	16 8	23 28,1	6 9	13
44	13	M	35	43 38,47	52	17 11	——	6 37	14
45	14	M	33	43 36,55	54	18 12	0 12,1	7 3	15
46	15	G	32	43 33,89	55	19 13	0 54,3	7 26	16
47	16	V	30	43 30,51	57	20 13	1 35,4	7 47	17
48	17	S	29	43 26,42	58	21 14	2 16,2	8 9	18
49	18	D	27	43 21,63	59	22 15	2 57,5	8 32	19
50	19	L	26	43 16,16	18 1	23 18	3 40,0	8 56	20
51	20	M	24	43 10,03	2	——	4 24,3	9 24	21
52	21	M	22	43 3,25	4	0 21	5 11,5	9 56	22
53	22	G	21	42 55,85	5	1 24	6 1,6	10 35	23
54	23	V	19	42 47,82	7	2 26	6 54,7	11 22	24
55	24	S	17	42 39,20	8	3 22	7 50,6	12 20	25
56	25	D	15	42 30,00	10	4 14	8 48,1	13 26	26
57	26	L	14	42 20,25	11	4 59	9 46,0	14 40	27
58	27	M	12	42 9,93	12	5 37	10 43,3	15 59	28
59	28	M	10	41 59,07	14	6 11	11 39,4	17 19	29

Fasi della Luna.

6 Primo quarto alle 17^h 23^m

14 Luna piena „ 14^h 50^m

22 Ultimo quarto „ 17^h 44^m

Il giorno nel mese cresce di 1^h 22^m

1 La Luna è in Perigeo alle 1^h
16 Id. Apogeo „ 2^h

Il Sole entra nel segno *Pesci* il giorno 19 alle ore 3 min. 1.

Marzo 1900.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il Sole			La Luna			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
60	1	G	7 9	12 41 47,69	18 15	6 42	12 34,6	18 39	30
61	2	V	7	41 35,81	17	7 11	13 29,0	20 0	1
62	3	S	5	41 23,42	18	7 41	14 23,4	21 19	2
63	4	D	3	41 10,54	19	8 13	15 18,3	22 37	3
64	5	L	1	40 56,20	21	8 48	16 13,6	23 50	4
65	6	M	0	40 43,40	22	9 28	17 9,3	——	5
66	7	M	6 58	40 28,17	23	10 13	18 4,5	0 58	6
67	8	G	56	40 14,53	24	11 5	18 58,5	1 58	7
68	9	V	54	39 58,48	26	12 1	19 50,3	2 50	8
69	10	S	52	39 44,05	27	13 1	20 39,6	3 34	9
70	11	D	51	39 28,28	28	14 2	21 26,2	4 10	10
71	12	L	49	39 11,17	30	15 3	22 10,6	4 40	11
72	13	M	47	38 55,74	31	16 5	22 53,1	5 7	12
73	14	M	45	38 39,04	32	17 6	23 34,5	5 31	13
74	15	G	43	38 22,07	34	18 6	——	5 53	14
75	16	V	41	38 4,86	35	19 7	0 15,4	6 15	15
76	17	S	39	37 47,43	36	20 8	0 56,7	6 38	16
77	18	D	37	37 29,80	38	21 11	1 38,9	7 1	17
78	19	L	36	37 12,00	39	22 13	2 22,8	7 28	18
79	20	M	34	36 54,05	40	23 16	3 9,0	7 59	19
80	21	M	32	36 35,99	41	——	3 57,7	8 35	20
81	22	G	30	36 17,82	43	0 16	4 49,1	9 20	21
82	23	V	29	35 59,58	44	1 14	5 42,7	10 12	22
83	24	S	26	35 40,27	45	2 6	6 37,8	11 13	23
84	25	D	24	35 22,93	46	2 51	7 33,4	12 21	24
85	26	L	22	35 4,58	48	3 31	8 28,8	13 34	25
86	27	M	21	34 45,22	49	4 6	9 23,5	14 51	26
87	28	M	19	34 27,89	50	4 37	10 17,6	16 9	27
88	29	G	17	34 9,61	52	5 7	11 13,5	17 29	28
89	30	V	15	33 50,37	53	5 37	12 6.8	18 48	29
90	31	S	13	33 32,20	54	6 8	13 1.1	20 8	1

Fasi della Luna.

1 Luna nuova alle 12^h 25^m
8 Primo quarto „ 6^h 34^m
16 Luna piena „ 9^h 12^m
24 Ultimo quarto „ 6^h 37^m
30 Luna nuova „ 21^h 31^m

Il giorno nel mese cresce di 1^h 37^m

1 La Luna è in Perigeo alle 13^h
15 Id. Apogeo „ 2^h
30 Id. Perigeo „ 0^h

Il Sole entra nel segno *Ariete* il giorno 21 alle ore 2 min. 39.

Aprile 1900.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
91	1	D	6 11	12 33 14,12	18 55	6 42	13 57,5	21 25	2
92	2	L	9	32 57,12	57	7 21	14 54,9	22 38	3
93	3	M	7	32 39,24	58	8 6	15 52,3	23 44	4
94	4	M	6	32 21.49	59	8 56	16 48,7	——	5
95	5	G	4	32 3,88	19 0	9 52	17 43,0	0 41	6
96	6	V	2	31 46,44	2	10 53	18 34,3	1 28	7
97	7	S	0	31 29,18	3	11 55	19 22,6	2 8	8
98	8	D	5 58	31 2,11	4	12 56	20 8,0	2 42	9
99	9	L	56	30 55,27	6	13 57	20 51,2	3 9	10
100	10	M	55	30 38,65	7	14 58	21 32,8	3 35	11
101	11	M	53	30 22,30	8	15 58	22 13,9	3 58	12
102	12	G	51	30 6,21	9	16 59	22 55,0	4 19	13
103	13	V	49	29 50.41	11	18 0	23 37,1	4 42	14
104	14	S	47	29 34,93	12	19 2	——	5 6	15
105	15	D	46	29 19,78	13	20 5	0 20,7	5 32	16
106	16	L	44	29 4,98	14	21 9	1 6,6	6 2	17
107	17	M	42	28 50,55	16	22 10	1 54,9	6 37	18
108	18	M	41	28 36,52	17	23 6	2 45,9	7 19	19
109	19	G	39	28 22,88	18	——	3 38,9	8 9	20
110	20	V	37	28 9,66	19	0 2	4 33,2	9 6	21
111	21	S	35	27 56,88	21	0 49	5 28,0	10 12	22
112	22	D	34	27 44,55	22	1 30	6 22,0	11 21	23
113	23	L	32	27 32,69	23	2 5	7 15,2	12 34	24
114	24	M	31	27 21,31	24	2 36	8 7,5	13 49	25
115	25	M	29	27 10,42	26	3 5	8 59,4	15 5	26
116	26	G	27	27 0,03	27	3 34	9 51,7	16 22	27
117	27	V	26	26 50,15	28	4 4	10 45,1	17 39	28
118	28	S	24	26 40,77	29	4 36	11 40,2	18 57	29
119	29	D	23	26 31,92	30	5 12	12 37,2	20 13	1
120	30	L	21	26 23,58	32	5 55	13 35,3	21 23	2

Fasi della Luna.

6 Primo quarto alle 20h 55m

15 Luna piena „ 2h 2m

22 Ultimo quarto „ 15h 33m

29 Luna nuova „ 6h 23m

Il giorno nel mese cresce di 1h 30m

11 La Luna è in Apogeo alle 11h
27 Id. Perigeo „ 6h

Il Sole entra nel segno *Toro* il giorno 20 alle ore 14 min. 27.

Maggio 1900.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
121	1	M	5 20	12 26 15,77	19 33	6 43	14 33,5	22 26	3
122	2	M	18	26 8,48	34	7 38	15 34,2	23 19	4
123	3	G	17	26 1,73	35	8 38	16 24,3	——	5
124	4	V	15	25 55,51	37	9 42	17 15,1	0 3	6
125	5	S	14	25 49,82	38	10 44	18 2,5	0 40	7
126	6	D	12	25 44,67	39	11 46	18 47,1	1 10	8
127	7	L	11	25 40,07	40	12 48	19 29,5	1 37	9
128	8	M	10	25 36,01	42	13 49	20 10,8	2 1	10
129	9	M	9	25 32,52	43	14 49	20 51,8	2 23	11
130	10	G	7	25 29,58	44	15 49	21 33,5	2 45	12
131	11	V	6	25 27.19	45	16 52	22 16,6	3 9	13
132	12	S	5	25 25,38	46	17 54	23 1,8	3 34	14
133	13	D	3	25 24,13	48	18 58	23 49,6	4 3	15
134	14	L	2	25 23,45	49	20 1	——	4 36	16
135	15	M	1	25 23,34	50	21 2	0 40,5	5 16	17
136	16	M	0	25 23,80	51	22 8	1 33,7	6 4	18
137	17	G	4 59	25 24,84	52	22 47	2 28,5	7 3	19
138	18	V	58	25 26,45	53	23 30	3 23,8	8 4	20
139	19	S	57	25 28,63	54	——	4 18.4	9 13	21
140	20	D	56	25 32,37	55	0 7	5 11,7	10 25	22
141	21	L	55	25 34,69	56	0 39	6 3,5	11 38	23
142	22	M	54	25 38,57	58	1 8	6 54,4	12 51	24
143	23	M	53	25 42,99	59	1 36	7 44,9	14 6	25
144	24	G	52	25 47,96	20 0	2 4	8 36,1	15 21	26
145	25	V	51	25 53,47	1	2 33	9 28,8	16 36	27
146	26	S	51	25 59,48	2	3 8	10 23,4	17 51	28
147	27	D	50	26 5,99	3	3 47	11 20,0	19 3	29
148	28	L	49	26 12,98	3	4 31	12 17,8	20 8	30
149	29	M	49	26 20,46	4	5 23	13 15,4	21 6	1
150	30	M	48	26 28,37	5	6 22	14 11,3	21 56	2
151	31	G	47	26 36.71	6	7 4	15 4.4	22 36	3

Fasi della Luna.

6 Primo quarto alle $14^h\ 39^m$

14 Luna piena „ $16^h\ 37^m$

21 Ultimo quarto „ $21^h\ 31^m$

28 Luna nuova „ $15^h\ 50^m$

Il giorno nel mese cresce di $1^h\ 8^m$

9 La Luna è in Apogeo alle 3^h

24 Id. Perigeo „ 19^h

Il Sole entra nel segno *Gemelli* il giorno 21 ad ore 14 min. 17.

Giugno 1900.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
152	1	V	4 47	12 26 45,45	20 7	8 29	15 54,1	23 9	4
153	2	S	46	26 54,59	8	9 32	16 40,6	23 38	5
154	3	D	46	27 4,09	9	10 36	17 24,4	——	6
155	4	L	45	27 13,96	9	11 37	18 6,5	0 3	7
156	5	M	45	27 24,15	10	12 37	18 47,6	0 26	8
157	6	M	44	27 34,65	11	13 38	19 28,8	0 49	9
158	7	G	44	27 45,46	11	14 39	20 11,0	1 11	10
159	8	V	44	27 56,54	12	15 41	20 55,1	1 35	11
160	9	S	43	28 7,88	13	16 44	21 41,8	2 3	12
161	10	D	43	28 19,47	13	17 48	22 31,5	2 33	13
162	11	L	43	28 31,28	14	18 51	23 24,2	3 11	14
163	12	M	43	28 43,30	14	19 50	——	3.57	15
164	13	M	43	28 55,51	15	20 43	0 19,4	4 50	16
165	14	G	43	29 7,88	15	21 28	1 15,8	5 53	17
166	15	V	43	29 20,41	16	22 8	2 12,0	7 2	18
167	16	S	43	29 33,07	16	22 42	3 7,0	8 14	19
168	17	D	43	29 45,84	17	23 12	4 0,3	9 28	20
169	18	L	43	29 58,71	17	23 40	4 52,9	10 42	21
170	19	M	43	30 11,66	17	——	5 42,4	11 56	22
171	20	M	43	30 24,66	18	0 8	6 32,9	13 10	23
172	21	G	43	30 37,69	18	0 36	7 24,0	14 24	24
173	22	V	44	30 50,72	18	1 8	8 16,7	15 37	25
174	23	S	44	31 3,73	18	1 44	9 11,0	16 49	26
175	24	D	44	31 16,69	18	2 25	10 7,1	17 56	27
176	25	L	44	31 29,58	18	3 13	11 3,7	18 56	28
177	26	M	45	31 42,35	18	4 8	11 59,8	19 48	29
178	27	M	45	31 54,99	18	5 9	12 53,9	20 32	1
179	28	G	46	32 7,49	18	6 13	13 45,1	21 8	2
180	29	V	46	32 19,78	18	7 17	14 33,2	21 39	3
181	30	S	47	32 31,86	18	8 21	15 18,6	22 5	4

Fasi della Luna.

5 Primo quarto alle 7^h 59^m

13 Luna piena „ 4^h 39^m

20 Ultimo quarto „ 1^h 57^m

27 Luna nuova „ 2^h 27^m

Il giorno nel mese cresce di 0^h 12^m

5 La Luna è in Apogeo alle 22^h

19 Id. Perigeo „ 3^h

Il Sole entra nel segno *Cancro* il giorno 21 ad ore 22 min. 40.

Luglio 1900.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
182	1	D	4 47	12 32 43,71	20 18	9 23	16 1,6	22 29	5
183	2	L	48	32 55,29	18	10 24	16 43,2	22 52	6
184	3	M	48	33 6,58	17	11 25	17 24,3	23 14	7
185	4	M	49	33 17,57	17	12 26	18 5,9	23 38	8
186	5	G	50	33 28,23	17	13 26	18 48,7	—	9
187	6	V	50	33 38,52	16	14 29	19 33,6	0 4	10
188	7	S	51	33 48,46	16	15 31	20 21,3	0 32	11
189	8	D	52	33 58,02	16	16 34	21 12,3	1 6	12
190	9	L	52	34 7,17	15	17 35	22 6,3	1 47	13
191	10	M	53	34 15,90	15	18 31	23 2,5	2 37	14
192	11	M	54	34 24,20	14	19 21	23 59,7	3 35	15
193	12	G	55	34 32,08	13	20 5	—	4 43	16
194	13	V	56	34 39,46	13	20 42	0 56,5	5 56	17
195	14	S	57	34 46,40	12	21 14	1 52,0	7 11	18
196	15	D	58	34 52,87	11	21 44	2 45,9	8 28	19
197	16	L	59	34 58,85	11	22 12	3 38,2	9 44	20
198	17	M	59	35 4,34	10	22 41	4 29,8	10 59	21
199	18	M	5 0	35 9,33	9	23 12	5 21,3	12 14	22
200	19	G	1	35 13,81	8	23 46	6 13,7	13 27	23
201	20	V	2	35 17,77	7	—	7 7,1	14 39	24
202	21	S	3	35 21,20	6	0 25	8 1,9	15 47	25
203	22	D	4	35 24,08	5	1 10	8 57,4	16 48	26
204	23	L	5	35 26,42	4	2 1	9 52,7	17 43	27
205	24	M	6	35 28,19	3	2 59	10 46,7	18 29	28
206	25	M	8	35 29,38	2	4 1	11 38,3	19 7	29
207	26	G	9	35 29,98	1	5 5	12 27,3	19 40	30
208	27	V	10	35 29,98	0	6 8	13 13,4	20 8	1
209	28	S	11	35 29,42	19 59	7 11	13 57,4	20 33	2
210	29	D	12	35 28,23	58	8 13	14 39,6	20 57	3
211	30	L	13	35 26,43	57	9 14	15 21,0	21 19	4
212	31	M	14	35 24,00	55	10 14	16 2,2	21 42	5

Fasi della Luna.

5 Primo quarto alle 1^h 14^m

12 Luna piena „ 14^h 22^m

19 Ultimo quarto „ 6^h 31^m

26 Luna nuova „ 14^h 43^m

Il giorno nel mese diminuisce di 0^h 50^m.

3 La Luna è in Apogeo alle 16^h
15 Id. Perigeo „ 15^h
31 Id. Apogeo „ 10^h

Il Sole entra nel segno *Leone* il giorno 23 alle ore 9 min. 36.

Agosto 1900.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
213	1	M	5 15	12 35 20,96	19 54	11 14	16 44,2	22 7	6
214	2	G	16	35 17,31	53	12 15	17 27,6	22 33	7
215	3	V	17	35 13,02	52	13 17	18 13,4	23 4	8
216	4	S	18	35 8,11	50	14 18	19 1,9	23 41	9
217	5	D	20	35 2,59	49	15 19	19 53,5	——	10
218	6	L	21	34 56,46	48	16 16	20 47,6	0 26	11
219	7	M	22	34 49,71	46	17 9	21 43,8	1 20	12
220	8	M	23	34 42,36	45	17 55	22 40,7	2 22	13
221	9	G	25	34 34,42	43	18 36	23 37,4	3 31	14
222	10	V	26	34 25,89	42	19 11	——	4 47	15
223	11	S	27	34 16,78	40	19 43	0 33,0	6 4	16
224	12	D	28	34 7,11	39	20 14	1 27.5	7 23	17
225	13	L	29	33 56,88	37	20 43	2 21,2	8 41	18
226	14	M	31	33 46,13	36	21 14	3 14,6	9 59	19
227	15	M	32	33 34,85	34	21 47	4 8,2	11 15	20
228	16	G	33	33 23,05	32	22 26	5 2,7	12 29	21
229	17	V	34	33 10.75	31	23 9	5 57,9	13 38	22
230	18	S	35	32 57,96	29	23 59	6 53,6	14 43	23
231	19	D	37	32 44,68	28	——	7 48,0	15 39	24
232	20	L	38	32 30,94	26	0 55	8 42,8	16 27	25
233	21	M	39	32 16,73	24	1 54	9 34,6	17 7	26
234	22	M	40	32 2,07	22	2 56	10 23,8	17 42	27
235	23	G	41	31 46,97	21	3 59	11 10,4	18 11	28
236	24	V	43	31 31,44	19	5 2	11 54,8	18 37	29
237	25	S	44	31 15,48	17	6 3	12 37,4	19 2	1
238	26	D	45	30 59,10	16	7 4	13 19,0	19 24	2
239	27	L	46	30 42,34	14	8 4	14 0,3	19 47	3
240	28	M	47	30 25,19	12	9 4	14 41,9	20 11	4
241	29	M	49	30 7,66	10	10 5	15 24,6	20 37	5
242	30	G	50	29 49,77	8	11 6	16 9,0	21 6	6
243	31	V	51	29 31,53	6	12 6	16 55,7	21 40	7

Fasi della Luna.

3 Primo quarto alle 17^h 46^m

10 Luna piena „ 22^h 30^m

17 Ultimo quarto „ 12^h 46^m

25 Luna nuova „ 4^h 53^m

Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 26^m.

---

12 La Luna è in Perigeo alle 12^h
28 Id. Apogeo „ 0^h

Il Sole entra nel segno *Vergine* il giorno 23 alle ore 16 min. 20.

Settembre 1900.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
244	1	S	5 52	12 29 12,96	19 5	13 6	17 44,8	22 21	8
245	2	D	53	28 54,07	3	14 3	18 36,5	23 9	9
246	3	L	55	28 34,88	1	14 57	19 30,1	——	10
247	4	M	56	28 15,41	18 59	15 45	20 25,2	0 5	11
248	5	M	57	27 55,67	57	16 28	21 20,8	1 9	12
249	6	G	58	27 35,69	55	17 5	22 16,2	2 21	13
250	7	V	59	27 15,48	54	17 39	23 11,2	3 36	14
251	8	S	6 1	26 55,07	52	18 10	——	4 54	15
252	9	D	2	26 34,47	50	18 41	0 5,8	6 13	16
253	10	L	3	26 13,73	48	19 13	1 0,5	7 33	17
254	11	M	4	25 52,85	46	19 46	1 55,8	8 52	18
255	12	M	5	25 31,86	44	20 24	2 52,0	10 10	19
256	13	G	6	25 10,78	42	21 6	3 49,1	11 24	20
257	14	V	8	24 49,64	40	21 56	4 46,5	12 32	21
258	15	S	9	24 28,46	39	22 50	5 43,4	13 33	22
259	16	D	10	24 7,26	37	23 49	6 38,6	14 24	23
260	17	L	11	23 46,05	35	——	7 31,5	15 7	24
261	18	M	12	23 24,86	33	0 51	8 21,5	15 43	25
262	19	M	14	23 3,71	31	1 54	9 8,7	16 15	26
263	20	G	15	22 42,61	29	2 55	9 53,5	16 41	27
264	21	V	16	22 21,58	27	3 56	10 36,3	17 6	28
265	22	S	17	22 0,64	25	4 56	11 18,0	17 29	29
266	23	D	19	21 39,79	23	5 57	11 59,3	17 52	30
267	24	L	20	21 19,08	21	6 57	12 40,8	18 16	1
268	25	M	21	20 58,50	19	7 58	13 23,3	18 41	2
269	26	M	22	20 38,08	18	8 58	14 7,1	19 10	3
270	27	G	23	20 17,84	16	9 59	14 52,9	19 42	4
271	28	V	25	19 57,80	14	10 58	15 40,8	20 20	5
272	29	S	26	19 37,95	12	11 56	16 30,7	21 4	6
273	30	D	27	19 18,35	10	12 49	17 22,4	21 57	7

Fasi della Luna.

2 Primo quarto alle 8^h 56^m

9 Luna piena „ 6^h 6^m

15 Ultimo quarto „ 21^h 57^m

23 Luna nuova „ 20^h 57^m

Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 32^m.

9 La Luna è in Perigeo alle 19^h
24 Id. Apogeo „ 5^h

Il Sole entra nel segno *Libra* il giorno 23 alle ore 13 min. 20.

Ottobre 1900.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
274	1	L	6 28	12 18 58,98	18 8	13 37	18 15,3	22 56	8
275	2	M	30	18 39,88	6	14 21	19 8,7	——	9
276	3	M	31	18 21,08	4	14 59	20 2,2	0 2	10
277	4	G	32	18 2,57	2	15 33	20 55,6	1 12	11
278	5	V	33	17 44,39	1	16 5	21 49,0	2 27	12
279	6	S	35	17 26,58	17 59	16 36	22 42,9	3 44	13
280	7	D	36	17 9,13	57	17 7	23 37,8	5 2	14
281	8	L	37	16 52,07	55	17 40	——	6 22	15
282	9	M	38	16 35,44	53	18 17	0 34,3	7 42	16
283	10	M	40	16 19,26	52	18 58	1 32,4	8 59	17
284	11	G	41	16 3,55	50	19 46	2 31,6	10 13	18
285	12	V	42	15 48,34	48	20 41	3 31,0	11 19	19
286	13	S	44	15 33,64	46	21 40	4 29,1	12 16	20
287	14	D	45	15 19,49	44	22 43	5 24,6	13 3	21
288	15	L	46	15 5,88	43	23 45	6 16,8	13 43	22
289	16	M	47	14 52,85	41	——	7 5,6	14 16	23
290	17	M	49	14 40,42	39	0 48	7 51,4	14 45	24
291	18	G	50	14 28,59	38	1 50	8 35,0	15 10	25
292	19	V	52	14 17,38	36	2 50	9 16,9	15 34	26
293	20	S	53	14 6,82	34	3 51	9 58,2	15 57	27
294	21	D	54	13 56,90	32	4 50	10 39,6	16 21	28
295	22	L	56	13 47,65	31	5 51	11 21,8	16 45	29
296	23	M	57	13 39,08	29	6 51	12 5,3	17 13	30
297	24	M	58	13 31,19	27	7 52	12 50,8	17 44	1
298	25	G	7 0	13 24,01	26	8 52	13 38,3	18 21	2
299	26	V	1	13 17,52	24	9 50	14 27,7	19 4	3
300	27	S	2	13 11,77	23	10 45	15 18,8	19 53	4
301	28	D	4	13 6,74	21	11 34	16 10,9	20 49	5
302	29	L	5	13 2,45	20	12 18	17 3,1	21 53	6
303	30	M	7	12 58,92	18	12 58	17 55,1	22 59	7
304	31	M	8	12 56,13	17	13 32	18 46,6	——	8

Fasi della Luna.

1 Primo quarto alle 22^h 11^m
8 Luna piena „ 14^h 18^m
15 Ultimo quarto „ 10^h 51^m
23 Luna nuova „ 14^h 27^m
31 Primo quarto „ 9^h 18^m

Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 34^m.

8 La Luna è in Perigeo alle 7^h
21 Id. Apogeo „ 8^h

Il Sole entra nel segno *Scorpione* il giorno 23 alle ore 21 min. 55.

Novembre 1900.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
305	1	G	7 9	12 12 54,11	17 16	14 3	19 37,8	0 9	9
306	2	V	11	12 52,88	14	14 33	20 29,3	1 22	10
307	3	S	12	12 52,42	13	15 3	21 21,9	2 37	11
308	4	D	13	12 52,76	11	15 34	22 16,1	3 53	12
309	5	L	15	12 53,92	10	16 8	23 12,6	5 11	13
310	6	M	16	12 55,89	9	16 47	——	6 29	14
311	7	M	18	12 58,69	7	17 32	0 11,4	7 46	15
312	8	G	19	13 2,33	6	18 25	1 11,7	8 57	16
313	9	V	20	13 6,82	5	19 24	2 12,1	10 1	17
314	10	S	22	13 12,18	4	20 27	3 10,7	10 54	18
315	11	D	23	13 18,40	3	21 32	4 6,3	11 39	19
316	12	L	25	13 25,48	1	22 37	4 58,0	12 15	20
317	13	M	26	13 33,43	0	23 40	5 46,2	12 46	21
318	14	M	27	13 42,25	16 59	——	6 31,3	13 12	22
319	15	G	29	13 51,93	58	0 41	7 14,2	13 37	23
320	16	V	30	14 2,48	57	1 42	7 55,9	14 0	24
321	17	S	31	14 13,89	56	2 42	8 37,1	14 24	25
322	18	D	33	14 26,15	56	3 41	9 18,9	14 48	26
323	19	L	34	14 39,25	55	4 42	10 2,0	15 15	27
324	20	M	35	14 59,18	54	5 43	10 46,9	15 45	28
325	21	M	37	15 7,95	53	6 43	11 34,1	16 20	29
326	22	G	38	15 23,52	52	7 44	12 23,4	17 2	1
327	23	V	39	15 39,88	52	8 40	13 14,8	17 49	2
328	24	S	41	15 57,02	51	9 32	14 7,2	18 45	3
329	25	D	42	16 14,92	50	10 18	14 59,9	19 45	4
330	26	L	43	16 33,56	50	10 59	15 52,1	20 52	5
331	27	M	44	16 52,94	49	11 34	16 43,3	22 0	6
332	28	M	46	17 13,01	49	12 5	17 33,7	23 10	7
333	29	G	47	17 33,78	48	12 35	18 23,6	——	8
334	30	V	48	17 55,50	48	13 3	19 13,8	0 22	9

Fasi della Luna.

7 Luna piena alle 0^h 0^m

14 Ultimo quarto „ 3^h 38^m

22 Luna nuova „ 8^h 17^m

29 Primo quarto „ 18^h 35^m

Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 9^m.

5 La Luna è in Perigeo alle 17^h

17 Id. Apogeo „ 20^h

Il Sole entra nel segno *Sagittario* il giorno 22 ad ore 18 min. 48.

Dicembre 1900.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE				La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano		tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m	s	h m	h m	h m	h m	
335	1	S	7 49	12 18	17,28	16 47	13 33	20 5,2	1 35	10
336	2	D	50	18	39,98	47	14 4	20 58,5	2 50	11
337	3	L	51	19	3,28	47	14 39	21 54,4	4 5	12
338	4	M	52	19	27,18	46	15 20	22 52,7	5 21	13
339	5	M	53	19	51,65	46	16 8	23 52,5	6 33	14
340	6	G	55	20	16,67	46	17 4	——	7 41	15
341	7	V	56	20	42,22	46	18 6	0 52,4	8 39	16
342	8	S	57	21	8,27	46	19 12	1 50,4	9 29	17
343	9	D	58	21	34,81	46	20 18	2 45,2	10 10	18
344	10	L	59	22	1,80	46	21 24	3 36,3	10 45	19
345	11	M	59	22	29,23	46	22 27	4 23,9	11 13	20
346	12	M	8 0	22	57,07	46	23 30	5 8,7	11 40	21
347	13	G	1	23	25,28	46	——	5 51,4	12 3	22
348	14	V	2	23	53,84	46	0 31	6 33,1	12 27	23
349	15	S	3	24	22,71	46	1 30	7 14,7	12 52	24
350	16	D	3	24	51,85	46	2 30	7 57,2	13 17	25
351	17	L	4	25	21,25	47	3 31	8 41,0	13 45	26
352	18	M	5	25	50,86	47	4 31	9 27,2	14 18	27
353	19	M	5	26	20,63	47	5 32	10 15,7	14 56	28
354	20	G	6	26	50,55	48	6 30	11 6,8	15 42	29
355	21	V	6	27	20,56	48	7 25	11 59,6	16 35	30
356	22	S	7	27	50,64	49	8 14	12 53,2	17 35	1
357	23	D	7	28	20,74	49	8 58	13 46,9	18 41	2
358	24	L	8	28	50,81	50	9 35	14 39,6	19 50	3
359	25	M	8	29	20,83	50	10 9	15 31,1	21 1	4
360	26	M	9	29	50,75	51	10 39	16 21,5	22 18	5
361	27	G	9	30	20,54	51	11 8	17 11,4	23 25	6
362	28	V	9	30	50,16	52	11 37	18 1,7	——	7
363	29	S	9	31	19,57	53	12 6	18 53,1	0 38	8
364	30	D	9	31	48,75	54	12 38	19 46,2	1 52	9
365	31	L	9	32	17,66	55	13 16	20 41,7	3 5	10

Fasi della Luna.

6 Luna piena alle 11^h 38^m

13 Ultimo quarto „ 23^h 42^m

22 Luna nuova „ 1^h 1^m

29 Primo quarto „ 2^h 48^m

Il giorno nel mese diminuisce di 0^h 14^m.

3 La Luna è in Perigeo alle 21^h
15 Id. Apogeo „ 14^h
30 Id. Perigeo „ 17^h

Il Sole entra nel segno *Capricorno* il giorno 22 alle ore 7 min. 42.

Ore del principio e della fine del crepuscolo civile determinate dagli istanti nei quali il Sole si trova a 6° 30′ sotto l'orizzonte.

Data	Gennaio		Febbraio		Marzo		Aprile	
	Principio	Fine	Principio	Fine	Principio	Fine	Principio	Fine
	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m
1	7 31	17 35	7 16	18 11	6 36	18 48	5 38	19 30
2	7 32	17 36	7 14	18 12	6 34	18 49	5 36	19 31
3	7 32	17 36	7 13	18 14	6 33	18 51	5 35	19 31
4	7 32	17 37	7 12	18 15	6 31	18 52	5 33	19 33
5	7 32	17 38	7 11	18 17	6 29	18 54	5 31	19 34
6	7 31	17 39	7 10	18 18	6 27	18 55	5 29	19 35
7	7 31	17 40	7 8	18 19	6 25	18 56	5 27	19 37
8	7 31	17 41	7 7	18 21	6 24	18 58	5 25	19 38
9	7 31	17 42	7 6	18 22	6 22	18 59	5 23	19 39
10	7 31	17 44	7 5	18 23	6 20	19 0	5 22	19 41
11	7 30	17 45	7 3	18 25	6 18	19 2	5 20	19 42
12	7 30	17 46	7 2	18 26	6 16	19 3	5 18	19 44
13	7 30	17 47	7 0	18 27	6 14	19 4	5 16	19 45
14	7 29	17 48	6 59	18 29	6 13	19 6	5 14	19 46
15	7 29	17 49	6 58	18 30	6 11	19 7	5 12	19 48
16	7 28	17 50	6 56	18 32	6 9	19 8	5 10	19 49
17	7 28	17 52	6 55	18 33	6 7	19 10	5 8	19 50
18	7 27	17 53	6 53	18 34	6 5	19 11	5 6	19 52
19	7 27	17 54	6 52	18 36	6 3	19 12	5 5	19 53
20	7 26	17 55	6 50	18 37	6 1	19 13	5 3	19 55
21	7 25	17 57	6 48	18 38	5 59	19 15	5 1	19 56
22	7 25	17 58	6 47	18 40	5 57	19 16	4 59	19 57
23	7 24	17 59	6 46	18 40	5 55	19 17	4 57	19 59
24	7 23	18 00	6 45	18 41	5 53	19 19	4 55	20 0
25	7 22	18 2	6 43	18 43	5 52	19 20	4 54	20 2
26	7 21	18 3	6 41	18 44	5 50	19 21	4 52	20 3
27	7 21	18 4	6 40	18 46	5 48	19 23	4 50	20 4
28	7 20	18 6	6 38	18 47	5 46	19 24	4 49	20 6
29	7 19	18 7			5 44	19 26	4 47	20 7
30	7 18	18 8			5 42	19 27	4 45	20 9
31	7 17	18 10			5 40	19 28		

Ore del principio e della fine del crepuscolo civile determinate dagli istanti nei quali il Sole si trova a 6° 30′ sotto l'orizzonte.

Data	Maggio		Giugno		Luglio		Agosto	
	Principio	Fine	Principio	Fine	Principio	Fine	Principio	Fine
	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m
1	4 43	20 10	4 5	20 48	4 4	21 1	4 36	20 33
2	4 42	20 11	4 5	20 49	4 5	21 1	4 38	20 32
3	4 40	20 13	4 4	20 50	4 6	21 0	4 39	20 30
4	4 38	20 14	4 4	20 51	4 6	21 0	4 40	20 29
5	4 37	20 16	4 3	20 52	4 7	21 0	4 42	20 27
6	4 36	20 16	3	20 53	4 8	20 59	4 43	20 26
7	4 35	20 17	4 2	20 54	4 8	20 59	4 43	20 25
8	4 33	20 19	4 2	20 55	4 9	20 58	4 45	20 24
9	4 32	20 20	4 1	20 55	4 10	20 57	4 46	20 22
10	4 30	20 21	4 1	20 56	4 11	20 57	4 47	20 20
11	4 29	20 23	4 1	20 57	4 12	20 56	4 49	20 19
12	4 27	20 24	4 0	20 57	4 13	20 55	4 50	20 17
13	4 26	20 26	4 0	20 58	4 14	20 55	4 51	20 15
14	4 25	20 27	4 0	20 58	4 15	20 54	4 53	20 14
15	4 23	20 28	4 0	20 59	4 16	20 53	4 54	20 12
16	4 22	20 30	4 0	20 59	4 17	20 52	4 55	20 10
17	4 21	20 31	4 0	21 0	4 18	20 51	4 57	20 9
18	4 19	20 32	4 0	21 0	4 19	20 50	4 58	20 7
19	4 18	20 33	4 0	21 1	4 20	20 49	5 0	20 5
20	4 17	20 35	4 0	21 1	4 21	20 48	5 1	20 3
21	4 16	20 36	4 0	21 1	4 23	20 47	5 2	20 1
22	4 15	20 37	4 0	21 1	4 24	20 46	5 4	19 59
23	4 14	20 39	4 1	21 1	4 25	20 45	5 5	19 58
24	4 13	20 40	4 1	21 2	4 26	20 44	5 6	19 56
25	4 12	20 41	4 1	21 2	4 27	20 43	5 8	19 54
26	4 11	20 42	4 2	21 2	4 29	20 41	5 9	19 52
27	4 10	20 43	4 2	21 2	4 30	20 40	5 10	19 50
28	4 9	20 44	4 2	21 1	4 31	20 39	5 12	19 48
29	4 8	20 45	4 3	21 1	4 32	20 37	5 13	19 46
30	4 7	20 46	4 4	21 1	4 34	20 36	5 14	19 44
31	4 6	20 47			4 35	20 35	5 16	19 42

Ore del principio e della fine del crepuscolo civile determinate dagli istanti nei quali il Sole si trova a 6° 30′ sotto l'orizzonte.

Data	Settembre		Ottobre		Novembre		Dicembre	
	Principio	Fine	Principio	Fine	Principio	Fine	Principio	Fine
	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m
1	5 17	19 40	5 54	18 43	6 33	17 52	7 11	17 26
2	5 18	19 38	5 55	18 41	6 35	17 51	7 12	17 25
3	5 20	19 37	5 57	18 39	6 36	17 49	7 13	17 25
4	5 21	19 35	5 58	18 37	6 37	17 48	7 14	17 25
5	5 22	19 33	5 59	18 35	6 39	17 47	7 15	17 25
6	5 23	19 31	6 1	18 34	6 40	17 46	7 16	17 24
7	5 25	19 29	6 2	18 32	6 41	17 44	7 17	17 24
8	5 26	19 27	6 3	18 30	6 42	17 43	7 18	17 24
9	5 27	19 25	6 4	18 28	6 44	17 42	7 19	17 24
10	5 27	19 24	6 5	18 26	6 45	17 41	7 20	17 24
11	5 29	19 22	6 6	18 26	6 46	17 40	7 21	17 24
12	5 30	19 20	6 7	18 24	6 48	17 39	7 22	17 24
13	5 31	19 18	6 8	18 22	6 49	17 38	7 22	17 24
14	5 33	19 16	6 10	18 20	6 50	17 37	7 23	17 25
15	5 34	19 14	6 11	18 19	6 52	17 36	7 24	17 25
16	5 35	19 12	6 12	18 17	6 53	17 35	7 25	17 25
17	5 37	19 10	6 14	18 15	6 54	17 34	7 25	17 25
18	5 38	19 8	6 15	18 13	6 55	17 33	7 26	17 26
19	5 39	19 6	6 16	18 12	6 57	17 32	7 27	17 26
20	5 40	19 4	6 17	18 10	6 58	17 31	7 27	17 26
21	5 42	19 2	6 19	18 9	6 59	17 31	7 28	17 27
22	5 43	19 0	6 20	18 7	7 0	17 30	7 28	17 27
23	5 44	18 58	6 21	18 5	7 2	17 29	7 29	17 28
24	5 45	18 56	6 23	18 4	7 3	17 29	7 29	17 29
25	5 47	18 54	6 24	18 2	7 4	17 28	7 30	17 29
26	5 48	18 53	6 25	18 1	7 5	17 28	7 30	17 30
27	5 49	18 51	6 27	17 59	7 6	17 27	7 30	17 30
28	5 50	18 49	6 28	17 58	7 8	17 27	7 31	17 31
29	5 52	18 47	6 29	17 56	7 9	17 26	7 31	17 32
30	5 53	18 45	6 31	17 55	7 10	17 26	7 31	17 33
31			6 32	17 53			7 31	17 33

Le ore di Sole rilevate a Torino mediante l'eliofanometro nel triennio 1896-98;

Nota del Dottor LUIGI CARNERA
Assistente volontario al R. Osservatorio astronomico di Torino.

Mentre da molti anni, e qui a Torino in particolare da oltre un secolo, si vanno raccogliendo giornalmente dati meteorologici, per quanto riguarda la temperatura, l'umidità, il vento, ecc., si trascurò fino agli ultimi tempi di prendere in considerazione le radiazioni solari che sono poi la causa prima di gran parte se non di tutti i fenomeni meteorologici, e ciò non già perchè a ciò non si fosse pensato, ma perchè mancava, e manca si può dire anche ora, un istrumento che potesse servire ad un tal genere di rilevazioni. Ed oggi infatti sappiamo benissimo, che nelle diverse ore del giorno e nelle varie stagioni la quantità di raggi solari calorifici, luminosi ed attinici, che giungono sulla nostra terra, muta, ma con quali leggi ciò avvenga ci è assolutamente ignoto, mentre di tanto interesse sarebbe la loro conoscenza, appunto per gli effetti tanto diversi che quelle tre specie di raggi possono produrre.

Per avere adunque almeno alcuni elementi sulla radiazione solare, si immaginò un'istrumento — l'eliofanometro (1) — atto ad indicare il numero delle ore in ogni giornata in cui il sole rimane scoperto; e ciò in modo almeno approssimativo rimanendo sempre il dubbio per chi fa le rilevazioni sul modo di computare questa durata dello splendere del sole, a seconda che si contano fra queste solamente quelle in cui la traccia è nettamente marcata, ovvero si includono anche quelle nelle quali si scorge ap-

(1) Per la descrizione dell'istrumento, il modo di agire e quello di fare le rilevazioni, si veda la nota del dott. G. B. Rizzo: *La durata dello splendere del sole sull'orizzonte di Torino*, " Atti della R. Accademia delle scienze di Torino ,, T. 31, pag. 1039.

pena, quando non si voglia adottare il metodo tenuto all'osservatorio di Madrid, dove si deducono tre gruppi di valori, uno relativo alle ore in cui il sole è affatto libero, uno relativo a quello in cui è appena velato da nebbie o vapori, ed uno finalmente per le ore in cui è coperto completamente.

I risultati delle rilevazioni fatte nel triennio 1896-98 coll'eliofanometro in questo osservatorio sono l'argomento della presente nota, che continuando il lavoro citato del Dr G. B. Rizzo, prepara nuovo materiale per la determinazione dei valori normali, che ora sarebbe prematuro fare, avendosi i dati di appena 9 anni, tempo troppo ristretto per poter studiare un fenomeno così complesso. Osservo poi che essendomi attenuto nelle rilevazioni al metodo usato dal König (1), di computare cioè fra le ore in cui il sole splendeva anche quelle in cui c'era appena traccia di segno, in ciò appunto si deve ricercare la ragione dei notevoli aumenti che si riscontrano nei singoli valori che compaiono nelle seguenti tabelle, oltre che al fatto effettivamente accaduto di avere avuto negli ultimi anni alcuni mesi con un numero eccezionale di giornate serene, salvo forse l'autunno del 1896 e l'inverno del 1896-97 in cui si riscontrò il fenomeno opposto, come si può vedere facilmente dalla tabella IV, o come si può rilevare anche dalla seguente tabella I, che ci dà il numero dei giorni sereni nel periodo che va dall'anno 1890 al 1898.

La tabella II ci permette di seguire il modo in cui varia la media durata dello splendere del sole nelle varie ore del giorno e nei diversi mesi dell'anno: cosa che riesce ancor più evidente nei diagrammi che seguono. Subito si riscontra il fatto generale constatato già nel lavoro del Dr Rizzo per la città di Torino, ed in quello del König per l'Europa intera, che il massimo numero di minuti in cui il sole splende non è compreso sempre fra le stesse ore nelle varie stagioni, ma varia con esse. Nei mesi invernali infatti, dovendo vincere prima il sole le fitte nebbie, splende poco nelle prime ore del mattino (e nei diagrammi la linea va alzandosi lentamente) e raggiunge il massimo valore

(1) Helmuth König, *Dauer des Sonnenscheins in Europa*, “Nova Acta, Abt. der K. Leop. Carol. deutschen Akademie der Naturforscher „, Bd. 67, pag. 311.

soltanto dopo il mezzogiorno, per diminuire poi rapidamente. Il mese di febbraio solamente fa un'eccezione in questo triennio, avendo il massimo fra le 11^h e le 12^h; ma se si osserva che l'altezza a cui si mantiene il valore fra le 11^h e le 16^h è quasi costante, e si tien conto del numero eccezionalmente grande di giornate serene avutesi in febbraio in questo triennio in confronto del precedente sessennio, e che appunto in quello il valore massimo si aveva fra le 15^h e le 16^h, si capisce che considerando periodi lunghi come è necessario di fare volendo studiare un tal genere di fenomeni anche per il mese di febbraio la regola del König sarà perfettamente verificata. Coll'avanzarsi invece dell'estate sempre più rapido si fa l'innalzamento della curva, e contemporaneamente si anticipa l'ora in cui si raggiunge il massimo, finchè nell'estate questo si ha molto prima del mezzogiorno, seguìto generalmente da un leggiero abbassamento causato dalla gran quantità di vapori che si sollevano dal Po (1); ad esso poi tiene dietro nelle ore del pomeriggio un massimo secondario, seguìto da un lento abbassarsi.

La tabella III[a] è destinata a porre in luce il modo in cui varia nelle diverse decadi il numero complessivo medio di minuti ed ore in cui splende il sole in ciascun giorno: in essa quindi troviamo nella colonna (A) questo valore dedotto dalle osservazioni del triennio 1896-98, mentre nelle (A′) sono quelli del sessennio precedente: ad esse segue la colonna che ci dà le differenze fra quelli e questi; nella colonna (B) è dato il numero delle ore e minuti in cui rimane il sole sull'orizzonte, indi il rapporto dei numeri delle colonne (A) ed (A′) a quelli della (B) che ci dànno la così detta durata relativa dello splendere del sole, indi la differenza fra questi due rapporti, che essendo, salvo cinque decadi eccezionali, minore di un decimo, ci permette fissare la prima cifra significativa per la durata relativa dello splendere del sole: e concludere che il minimo di essa si ha nel novembre, che poi essa va lentamente aumentando, per diminuire nuovamente nella 1[a] decade di gennaio, dopo di che incomincia a salire, e dopo un massimo secondario nel mese di marzo, raggiunge quello effettivo nell'agosto decrescendo poi in seguito

(1) Vapori che sono appunto la causa del fenomeno dello straordinario ritardo nell'ora della massima temperatura.

rapidamente. Infine ho aggiunto nella colonna (C) una serie di valori, calcolati con una formola periodica determinata dal Dr G. B. Rizzo nella citata memoria e che approssimativamente dovrebbe dare il numero giornaliero delle ore e minuti di sole splendente; tenendo conto del piccolo numero d'anni di rilevazioni che servirono di base per determinarla, bisogna riconoscere una discreta esattezza. Segue poi la durata relativa calcolata con quei valori della colonna (C) ed infine la differenza fra questa e quella determinata in base alle osservazioni del triennio.

Ultima infine viene la tabella generale da cui furono dedotti i valori che compaiono nelle precedenti: essa ci dà per ogni ora di ogni decade dell'anno il numero medio dei minuti in cui rimase scoperto il sole e ciò per ogni anno del triennio, ed il valore medio per esso.

I diagrammi uniti servono poi a mettere in luce le variazioni mensili ed annuali avute nel numero medio di ore di sole rilevate nel triennio, e le differenze riscontrate col numero medio del precedente sessennio.

TABELLA I. — *Numero delle giornate serene negli ultimi 9 anni.*

	1890	1891	1892	1893	1894	1895	Media del sessenn. (*a*)	1896	1897	1898	Media del triennio (*b*)	Differenza (*a-b*)
Gennaio	9	11	6	14	5	4	8	10	6	11	9	+ 1
Febbraio	7	16	6	7	11	11	10	15	8	9	11	+ 1
Marzo	11	7	9	11	10	10	10	9	9	7	8	— 2
Aprile	3	4	9	12	6	9	7	9	3	5	6	— 1
Maggio	11	2	9	3	3	9	6	3	7	7	6	—
Giugno	7	1	6	7	6	0	5	5	14	2	7	+ 2
Luglio	7	4	5	5	8	4	5	6	12	13	10	+ 5
Agosto	4	6	10	3	13	16	9	3	8	15	9	—
Settembre	8	8	7	3	8	12	8	7	10	8	8	—
Ottobre	5	4	3	9	3	5	5	3	5	4	4	— 1
Novembre	7	4	5	6	4	4	5	6	6	2	5	—
Dicembre	3	16	12	13	17	5	11	2	2	18	7	— 4
TOTALE NELL'ANNO	82	83	87	93	94	89	88	78	90	101	90	+ 2

TABELLA II. — *Numero medio dei minuti in cui splende il sole nelle singole ore del giorno.*

Ore (tempo vero locale)	Valore medio nel	Genn.	Febbr.	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Sett.	Ottobre	Nov.	Dic.
4^h — 5^h	triennio					0.5	1.1						
	sessennio					—	—						
	differenza					+ 0.5	+ 1.1						
5^h — 6^h	tr.				—	5.1	9.7	10.9	4.0				
	s.				0.3	0.7	4.2	2.7	0.2				
	d.				— 0.3	+ 4.4	+ 5.5	+ 8.2	+ 3.8				
6^h — 7^h	tr.		0.2	7.5	1.9	14.4	21.3	30.7	19.2	0.4	0.2		
	s.		—	2.1	6.8	7.8	19.6	19.6	12.3	2.2	—		
	d.		+ 0.2	+ 5.4	— 4.9	+ 6.6	+ 1.7	+11.1	+ 6.9	— 1.8	+ 0.2		
7^h — 8^h	tr.	1.0	6.8	17.6	13.3	23.2	25.5	34.4	31.5	17.2	4.6	0.6	—
	s.	0.2	2.9	16.9	20.5	20.6	29.6	29.8	28.8	22.3	5.1	0.7	0.1
	d.	+ 0.8	+ 3.9	+ 0.7	— 7.2	+ 2.6	+ 4.1	+ 4.6	+ 2.7	— 5.1	— 0.5	— 0.1	— 0.1
8^h — 9^h	tr.	4.9	19.2	23.9	18.5	25.5	29.7	37.3	36.2	30.4	11.8	4.9	4.1
	s.	3.0	12.9	23.4	27.0	26.0	31.7	36.4	37.5	26.4	12.6	4.0	2.1
	d.	+ 1.9	+ 6.3	+ 0.5	— 8.5	— 0.5	— 2.0	+ 0.9	— 1.3	+ 4.0	— 0.8	+ 0.9	+ 2.0
9^h — 10^h	tr.	13.3	25.1	28.2	23.3	26.4	31.8	41.3	40.5	26.9	16.8	10.4	13.7
	s.	5.7	14.4	28.5	28.9	31.1	34.7	41.5	43.0	32.2	16.8	5.8	7.9
	d.	+ 7.6	+10.7	— 0.3	— 5.6	— 4.7	— 2.9	— 0.2	— 2.5	— 5.3	—	+ 4.6	+ 5.8
10^h — 11^h	tr.	20.1	30.0	28.5	27.4	28.9	30.7	44.6	41.6	18.1	19.5	12.9	20.2
	s.	8.9	17.5	29.9	31.2	30.3	35.5	42.5	43.2	34.9	20.6	9.1	14.5
	d.	+11.2	+12.5	— 1.4	— 8.8	— 1.4	— 4.8	+ 2.1	— 1.6	—16.8	— 1.1	+ 3.8	+ 5.7

	d.	+ 8.[illegible]	+ 9.1	− 1.1	− 0.[illegible]	− 0.7	− 5.4	+ 0.2	− [illegible]	[illegible]	7.7	+ 3.0	+ 5.5
13ʰ — 14ʰ	tr. s. d.	24.4 16.3 + 8.1	31.6 24.5 + 7.1	32.8 34.8 − 2.0	31.5 33.2 − 1.7	29.0 28.3 + 0.7	25.7 32.3 + 6.6	35.8 35.8 —	34.2 40.8 − 6.6	33.5 36.2 − 2.7	21.0 27.7 − 6.7	20.3 17.6 + 2.7	25.2 21.7 + 3.5
14ʰ — 15ʰ	tr. s. d.	24.6 16.6 + 8.0	30.9 25.3 + 5.6	34.4 35.0 − 0.6	31.1 33.0 − 1.9	23.5 27.1 − 3.6	25.4 29.4 − 4.0	33.0 32.5 + 0.5	32.8 38.9 − 6.1	36.5 33.1 + 3.4	21.8 26.6 − 4.8	18.8 17.3 + 1.5	21.4 19.1 + 2.3
15ʰ — 16ʰ	tr. s. d.	20.1 10.8 + 9.3	30.9 26.3 + 4.6	33.0 33.3 − 0.3	30.2 31.6 − 1.4	22.7 27.6 − 4.9	23.9 28.8 − 4.9	30.5 30.8 − 0.3	31.5 38.3 − 6.8	37.5 35.0 + 2.5	20.3 23.7 − 3.4	17.6 11.9 + 5.7	14.3 8.3 + 6.0
16ʰ — 17ʰ	tr. s. d.	6.1 2.0 + 4.1	23.4 17.6 + 5.8	29.6 29.4 + 0.2	26.8 24.2 + 2.6	24.5 23.7 + 0.8	25.4 28.4 − 3.0	27.3 28.2 − 0.9	30.5 35.3 − 4.8	29.8 27.4 + 2.4	16.9 15.0 + 1.9	6.6 1.8 + 4.8	2.3 0.2 + 2.1
17ʰ — 18ʰ	tr. s. d.		5.2 2.3 + 2.9	16.3 9.7 + 6.6	10.2 10.6 − 0.4	23.2 12.1 +11.1	26.9 24.5 + 2.4	25.8 24.4 + 1.4	23.7 22.4 + 1.3	6.5 8.7 − 2.2	5.2 0.5 + 4.7	0.7 — + 0.7	
18ʰ — 19ʰ	tr. s. d.				— 0.5 − 0.5	13.3 0.9 +12.4	16.7 5.6 +11.1	11.1 3.5 + 7.6	7.4 2.3 + 5.1				
19ʰ — 20ʰ	tr. s. d.					2.0 — + 2.0	1.6 — + 1.6	0.6 — + 0.6					

TABELLA III.

Mese	Decade	Durata media del sole			Durata del sole sull' orizzonte (B)
		nel tr. (A)	nel sess. (A')	D. (A-A')	
	Iª	1^h 36^m	1^h 18^m	+ 18^m	8^h 52^m
Gennaio . .	IIª	2 27	0 54	+ 1^h 33	9 7
	IIIª	3 55	2 21	+ 1 34	9 30
	Iª	6 14	2 47	+ 3 27	9 54
Febbraio . .	IIª	4 18	3 43	+ 35	10 21
	IIIª	2 54	2 49	+ 5	10 51
	Iª	5 29	5 21	+ 8	11 23
Marzo . . .	IIª	5 11	3 58	+ 1 13	11 53
	IIIª	5 18	6 9	— 51	12 26
	Iª	5 4	5 42	— 38	12 58
Aprile . . .	IIª	5 14	4 45	+ 29	13 29
	IIIª	3 42	4 58	— 1 16	13 59
	Iª	5 11	4 8	+ 1 3	14 26
Maggio . . .	IIª	6 28	6 9	+ 19	14 51
	IIIª	4 50	4 40	+ 10	15 11
	Iª	4 30	5 26	— 56	15 26
Giugno . . .	IIª	5 53	6 18	— 25	15 33
	IIIª	7 54	6 57	+ 57	15 33
	Iª	7 48	6 56	+ 52	15 27
Luglio . . .	IIª	7 5	6 24	+ 41	15 14
	IIIª	7 18	6 57	+ 21	14 53
	Iª	6 11	6 49	— 38	14 28
Agosto . . .	IIª	7 11	7 27	— 16	14 01
	IIIª	7 0	7 18	— 18	13 30
	Iª	6 20	6 54	— 34	12 58
Settembre . .	IIª	3 48	4 48	— 1 0	12 29
	IIIª	3 55	4 45	— 50	11 57
	Iª	2 21	3 14	— 53	11 26
Ottobre. . .	IIª	3 13	4 15	— 1 2	10 54
	IIIª	3 17	2 35	+ 42	10 23
	Iª	2 13	2 4	+ 9	9 54
Novembre . .	IIª	1 46	1 26	+ 20	9 28
	IIIª	2 25	1 15	+ 1 10	9 8
	Iª	2 20	2 3	+ 17	8 52
Dicembre . .	IIª	2 50	2 1	+ 49	8 44
	IIIª	2 20	1 30	+ 50	8 42

Durata relativa			Durata calcolata		Durata relativa calcol.	
nel tr. $\left(\frac{A}{B}\right)$	nel s. $\left(\frac{A'}{B}\right)$	D. $\left(\frac{A-A'}{B}\right)$	(C)	D. (A-C)	$\left(\frac{C}{B}\right)$	D. $\left(\frac{A-C}{B}\right)$
0.180	0.146	+0.034	1^h 55^m	— 0^h 19^m	0.216	— 0.036
.268	.097	+ .171	2 12	+ 15	.241	+ .027
.411	.247	+ .164	2 34	+ 1 21	.270	+ .141
.629	.281	+ .348	2 56	+ 3 18	.296	+ .333
.415	.359	+ .056	3 18	+ 1	.319	+ .096
.267	.259	+ .008	3 39	— 50	.337	— .070
.481	.470	+ .011	4 2	+ 1 27	.354	+ .127
.436	.333	+ .103	4 26	+ 44	.372	+ .064
.426	.501	— .075	4 49	+ 29	.393	+ .033
.390	.440	— .050	5 9	— 5	.397	— .007
.388	.352	+ .036	5 22	— 8	.398	— .010
.265	.355	— .090	5 30	— 1 48	.393	— .128
.359	.286	+ .073	5 27	— 16	.377	— .018
.435	.414	+ .021	5 33	+ 54	.374	+ .061
.318	.307	+ .011	5 33	— 43	.365	— .047
.291	.352	— .061	5 36	— 1 7	.362	— .071
.353	.405	— .052	5 44	+ 9	.368	— .015
.508	.447	+ .061	5 52	+ 2 2	.377	+ .131
.505	.449	+ .056	6 16	+ 1 32	.405	+ .100
.465	.420	+ .045	6 36	+ 28	.434	+ .031
.491	.466	+ .025	6 56	+ 22	.466	+ .025
.427	.471	— .044	7 9	— 58	.494	— .067
.512	.532	— .020	7 10	+ 1	.512	—
.518	.540	— .022	6 57	+ 3	.515	+ .003
.489	.532	— .043	6 29	+ 9	.500	— .011
.304	.390	— .086	5 50	— 2 2	.474	+ .170
.329	.397	— .068	4 59	— 1 4	.418	— .089
.205	.282	— .077	4 7	— 1 46	.360	— .145
.294	.390	— .096	3 15	— 2	.298	— .004
.317	.248	+ .069	2 26	+ 51	.235	+ .082
.224	.209	+ .015	1 44	+ 29	.176	+ .048
.187	.151	+ .036	1 24	+ 22	.149	+ .038
.264	.137	+ .127	1 17	+ 1 7	.141	+ .123
.263	.231	+ .032	1 17	+ 1 3	.144	+ .119
.324	.231	+ .093	1 24	+ 1 26	.161	+ .070
.267	.172	+ .095	1 38	+ 42	.187	+ .080

Tabella IV. — (Tempo vero locale).

Mese	Decade	4h — 5h				5h — 6h			
		1896	1897	1898	Media	1896	1897	1898	Media
Gennaio	Ia								
	IIa								
	IIIa								
Febbraio	Ia								
	IIa								
	IIIa								
Marzo	Ia								
	IIa								
	IIIa								
Aprile	Ia								
	IIa								
	IIIa								
Maggio	Ia	1.0			0.3	3.5			1.2
	IIa					11.5	3.5	5.0	6.6
	IIIa	3.6			1.2	16.3	6.5	2.5	8.4
Giugno	Ia		1.5		0.5	0.5	20.0		6.8
	IIa	3.0	0.5		1.2	13.5	19.5		11.0
	IIIa			4.5	1.5	10.5	15.5	7.5	11.2
Luglio	Ia					14.5	5.5	12.5	10.8
	IIa					11.5	5.0	19.0	11.8
	IIIa					3.2	22.7	4.1	10.0
Agosto	Ia					3.0	8.0	1.0	4.0
	IIa					5.5	7.5		4.3
	IIIa						11.1		3.7
Settembre	Ia								
	IIa								
	IIIa								
Ottobre	Ia								
	IIa								
	IIIa								
Novembre	Ia								
	IIa								
	IIIa								
Dicembre	Ia								
	IIa								
	IIIa								

Segue TABELLA IV.

Mese	Decade	6h — 7h				7h — 8h			
		1896	1897	1898	Media	1896	1897	1898	Media
Gennaio	Iª								
	IIª					1.0			0.3
	IIIª					0.9	7.3		2.7
Febbraio	Iª		1.0	0.5	0.5		17.0	14.5	10.5
	IIª					1.5	6.5	5.5	4.5
	IIIª					1.1	15.6		5.5
Marzo	Iª	7.0	20.0		9.0	19.0	27.0	2.0	16.0
	IIª		22.0	0.6	7.5	2.5	32.0	13.8	16.1
	IIIª	1.5	16.4		6.0	24.5	31.7	5.9	20.7
Aprile	Iª		1.5		0.5	13.5	14.0	7.5	11.7
	IIª	6.5	4.5	2.5	4.5	25.0	20.5	11.5	19.0
	IIIª	0.5	1.5		0.7	17.5	10.5		9.3
Maggio	Iª	5.5	7.0	10.5	7.7	2.5	25.5	24.5	17.5
	IIª	24.0	22.5	16.5	21.0	44.0	35.5	18.0	32.5
	IIIª	16.1	16.5	11.0	14.5	20.0	23.5	15.5	19.7
Giugno	Iª	0.5	32.5	0.5	11.2	6.0	40.5	10.5	19.0
	IIª	26.5	31.5	4.5	20.8	19.0	31.0	8.5	19.5
	IIIª	29.0	46.0	21.0	32.0	33.5	50.5	30.0	38.0
Luglio	Iª	33.0	28.5	34.0	31.8	37.5	26.5	33.0	32.3
	IIª	29.5	20.0	48.0	32.5	31.5	28.0	53.5	37.7
	IIIª	7.7	45.9	29.5	27.7	12.8	50.0	36.8	33.2
Agosto	Iª	17.5	34.0	20.5	24.0	27.5	29.0	36.0	30.8
	IIª	17.2	21.0	11.1	16.4	21.1	27.0	33.9	27.3
	IIIª	13.2	35.0	3.2	17.1	32.7	48.3	28.2	36.4
Settembre	Iª		0.5	1.5	0.7	10.0	21.5	28.0	19.8
	IIª					23.5	11.5	10.5	15.2
	IIIª	1.5			0.5	26.0	22.5	1.0	16.5
Ottobre	Iª		0.5		0.2	7.0	8.5		5.2
	IIª			1.5	0.5			10.0	3.3
	IIIª					5.5	8.6	1.5	5.2
Novembre	Iª					3.5			1.2
	IIª					1.0			0.3
	IIIª					1.0			0.3
Dicembre	Iª								
	IIª								
	IIIª								

Segue TABELLA IV.

Mese	Decade	8h — 9h				9h — 10h			
		1896	1897	1898	Media	1896	1897	1898	Media
Gennaio	Ia		5.5		1.8	8.3	14.0	9.0	10.4
	IIa	5.5			1.8	8.5		11.5	6.6
	IIIa	6.9	26.0		10.9	19.9	30.0	18.5	22.8
Febbraio	Ia	28.5	29.0	30.0	29.2	48.5	30.5	37.0	38.6
	IIa	14.5	13.0	17.5	15.0	24.5	16.5	23.0	21.3
	IIIa	5.5	35.0		13.5	6.6	39.3	0.6	15.5
Marzo	Ia	23.5	35.0	10.0	22.8	33.5	39.0	15.0	29.2
	IIa	12.5	32.5	28.9	24.6	12.0	32.0	37.2	27.1
	IIIa	27.5	31.4	14.5	24.5	31.5	37.3	16.4	28.4
Aprile	Ia	25.0	18.0	17.0	20.0	24.0	19.5	26.5	23.3
	IIa	81.5	27.5	12.5	23.8	39.5	30.0	19.5	29.7
	IIIa	19.5	9.0	6.5	11.7	31.0	13.5	6.5	17.0
Maggio	Ia	8.5	35.0	26.5	23.3	9.5	34.0	38.5	27.3
	IIa	47.5	32.5	18.0	32.7	43.5	35.5	18.0	32.3
	IIIa	15.4	23.5	22.5	20.5	11.2	26.5	21.0	19.6
Giugno	Ia	9.5	44.5	10.0	21.3	13.0	48.0	13.0	24.7
	IIa	19.0	40.5	14.5	24.7	19.5	49.0	19.0	29.2
	IIIa	29.5	58.5	41.0	43.0	34.0	53.5	37.0	41.5
Luglio	Ia	44.0	32.5	34.5	37.0	47.0	32.5	45.0	41.5
	IIa	33.0	29.5	52.0	38.2	39.5	35.0	44.0	39.5
	IIIa	23.7	54.1	32.7	36.8	41.0	50.0	37.7	42.9
Agosto	Ia	36.5	32.0	36.0	34.8	38.0	36.0	39.0	37.7
	IIa	29.3	29.5	44.4	34.4	21.1	38.5	50.5	36.7
	IIIa	34.5	42.3	41.4	39.4	41.4	49.4	50.5	47.1
Settembre	Ia	12.5	32.5	50.5	31.8	23.5	34.5	55.5	37.8
	IIa	43.5	16.0	29.5	29.7	30.5	15.5	30.0	25.3
	IIIa	36.0	45.6	7.0	29.5	35.5	13.1	4.5	17.7
Ottobre	Ia	17.0	7.5		8.2	19.5	6.5	4.5	10.2
	IIa	0.5	15.5	12.0	9.3	14.0	20.5	20.5	18.5
	IIIa	15.4	20.9	17.5	17.9	17.3	21.8	26.5	21.8
Novembre	Ia	14.5			4.8	21.5	3.0	1.4	8.6
	IIa	14.5			4.8	23.5	4.5	6.5	11.5
	IIIa	3.0	5.5	7.0	5.2	12.0	13.5	7.5	11.0
Dicembre	Ia		0.5	9.5	3.3		2.5	27.0	9.8
	IIa	5.0		10.6	5.2	6.5	5.0	32.5	14.7
	IIIa	6.4		5.0	3.8	22.0		28.2	16.7

Segue Tabella IV.

Mese	Decade	10h — 11h				11h — 12h			
		1896	1897	1898	Media	1896	1897	1898	Media
Gennaio	Ia	13.3	14.0	12.5	13.3	13.3	14.5	17.0	14.9
	IIa	25.0		27.0	17.3	29.0	2.0	27.5	19.5
	IIIa	27.3	35.0	27.0	29.8	33.2	31.4	28.5	31.0
Febbraio	Ia	57.0	32.5	45.0	44.8	58.5	27.0	46.0	43.8
	IIa	34.0	20.0	26.0	26.7	36.0	22.0	26.5	28.2
	IIIa	7.2	43.8	5.0	18.6	12.6	43.8	15.6	24.0
Marzo	Ia	37.0	42.5	12.0	30.5	39.5	44.0	18.0	33.8
	IIa	12.0	30.5	34.4	25.6	16.0	27.0	43.9	29.0
	IIIa	26.0	52.3	9.5	29.3	29.0	51.4	21.8	34.1
Aprile	Ia	30.5	18.5	31.5	26.8	34.5	24.0	31.0	29.8
	IIa	43.5	35.5	23.5	34.2	46.5	42.0	25.5	38.0
	IIIa	36.0	18.5	9.5	21.3	33.5	20.5	10.0	21.3
Maggio	Ia	8.5	38.5	37.0	28.0	13.0	37.0	33.0	27.7
	IIa	42.5	43.0	18.0	31.2	47.0	35.0	14.0	32.0
	IIIa	12.8	38.5	21.5	27.6	21.8	36.0	18.5	25.4
Giugno	Ia	16.0	48.0	12.5	25.5	11.0	46.0	21.0	26.0
	IIa	14.5	48.0	13.5	25.3	16.5	44.0	14.0	24.8
	IIIa	41.0	53.0	30.0	41.3	39.0	50.0	26.5	38.5
Luglio	Ia	43.5	35.0	48.0	42.1	41.0	32.5	43.5	39.0
	IIa	44.5	35.5	49.5	43.2	46.5	35.0	45.0	42.2
	IIIa	44.5	52.7	45.0	47.2	44.5	46.8	42.3	44.5
Agosto	Ia	32.5	39.0	49.5	40.3	29.0	43.0	41.5	37.8
	IIa	30.0	38.5	56.6	41.7	24.4	34.5	53.3	37.4
	IIIa	37.3	37.7	53.6	42.9	36.4	36.1	49.1	40.5
Settembre	Ia	30.5	32.5	46.5	36.5	36.5	34.0	45.0	38.5
	IIa	7.0	0.5	5.0	4.2	6.0	0.5	4.5	3.7
	IIIa	26.0	2.5	12.5	13.7	18.5	2.5	14.2	11.7
Ottobre	Ia	22.0	5.5	6.0	11.2	26.6	4.5	2.5	11.2
	IIa	18.5	25.0	28.0	23.8	20.5	27.5	25.5	24.5
	IIIa	16.4	21.8	32.0	23.4	16.4	21.8	28.5	22.2
Novembre	Ia	23.5	0.5	9.3	11.1	19.0	0.5	17.1	12.2
	IIa	18.0	9.5	8.0	11.8	18.0	14.5	8.0	13.5
	IIIa	14.5	23.5	9.5	15.8	18.5	29.5	10.5	19.5
Dicembre	Ia	8.0	4.5	42.0	18.2	12.0	16.5	45.0	24.5
	IIa	11.5	10.5	38.1	20.0	15.5	20.5	33.8	23.3
	IIIa	23.0		44.1	22.4	15.4		52.3	22.5

Segue TABELLA IV.

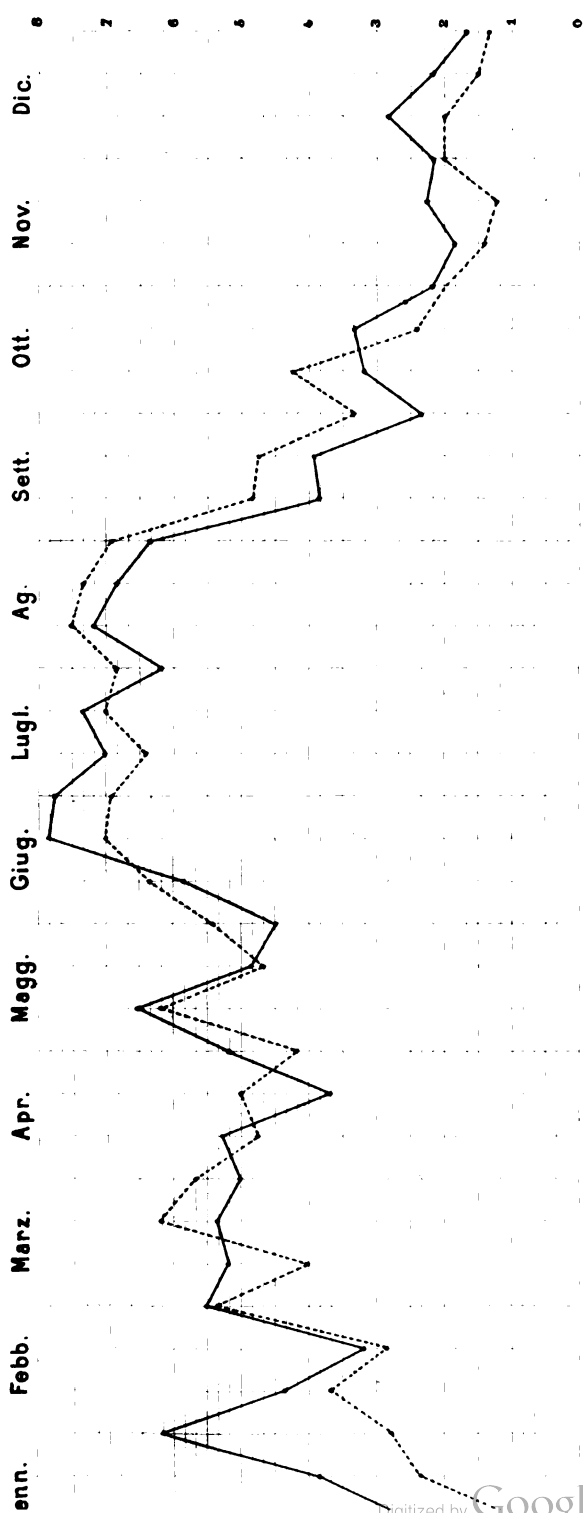
Mese	Decade	12h — 13h				13h — 14h			
		1896	1897	1898	Media	1896	1897	1898	Media
Gennaio	Iª	13.3	15.5	18.0	15.6	13.3	15.5	21.0	16.6
	IIª	35.0	6.0	26.0	22.3	40.5	4.0	31.0	25.2
	IIIª	35.0	29.1	28.0	30.7	36.3	26.4	32.0	31.5
Febbraio	Iª	60.0	30.0	44.0	44.6	60.0	29.0	39.5	42.8
	IIª	36.0	20.5	25.5	27.3	36.0	26.0	35.5	32.5
	IIIª	12.2	43.8	16.3	24.1	9.3	37.5	11.3	19.4
Marzo	Iª	37.5	45.0	18.0	33.5	33.0	44.0	18.0	31.7
	IIª	18.0	27.0	45.5	30.1	21.5	32.0	43.9	32.5
	IIIª	40.0	50.0	18.2	36.1	41.0	44.5	17.3	34.3
Aprile	Iª	42.0	29.0	30.0	33.7	42.5	28.0	32.5	34.3
	IIª	45.0	37.0	22.5	34.8	39.0	29.5	31.0	33.2
	IIIª	32.0	22.0	14.5	22.8	34.0	23.5	23.5	27.0
Maggio	Iª	14.5	34.0	39.0	29.2	21.0	35.0	33.0	29.7
	IIª	46.0	35.0	18.0	33.0	46.5	33.0	12.0	30.5
	IIIª	22.8	30.5	28.5	27.3	17.3	36.0	27.5	26.9
Giugno	Iª	15.0	32.0	20.0	22.3	26.0	26.5	18.5	23.7
	IIª	22.0	35.5	12.5	23.3	22.0	31.5	13.0	22.2
	IIIª	38.5	47.5	20.5	35.5	34.0	43.5	16.0	31.1
Luglio	Iª	41.5	35.5	41.0	37.3	40.5	30.5	45.0	38.7
	IIª	44.5	34.0	36.5	38.3	34.0	28.5	36.5	33.0
	IIIª	32.7	50.9	35.0	39.5	21.4	51.8	33.6	35.6
Agosto	Iª	26.0	32.0	29.5	29.2	25.5	26.0	29.5	27.0
	IIª	26.6	37.0	53.2	38.9	26.6	40.5	52.2	39.8
	IIIª	36.0	29.9	49.0	38.3	35.0	32.7	40.0	35.9
Settembre	Iª	38.5	36.5	48.5	41.2	34.5	37.5	55.5	42.5
	IIª	22.0	9.5	18.0	16.5	37.5	20.0	41.5	33.0
	IIIª	21.5	3.2	15.0	13.2	31.0	27.5	17.0	25.2
Ottobre	Iª	31.5	3.5	5.5	13.5	31.5	1.5	13.0	15.3
	IIª	22.5	27.5	21.0	23.7	24.0	22.5	19.0	21.8
	IIIª	9.5	22.7	32.0	21.4	12.7	29.1	36.0	25.9
Novembre	Iª	24.5	4.5	17.1	15.4	29.0	13.5	16.4	19.6
	IIª	18.5	17.5	10.5	15.5	20.5	18.0	12.0	16.8
	IIIª	23.5	31.5	15.0	23.3	23.0	34.0	16.0	24.3
Dicembre	Iª	14.0	16.5	43.0	24.5	17.5	14.5	41.0	24.3
	IIª	13.5	30.5	40.0	28.0	9.5	29.0	48.1	28.9
	IIIª	14.1	0.5	51.7	22.4	16.4	0.5	50.0	22.3

Segue Tabella IV.

Mese	Decade	14h — 15h				15h — 16h			
		1896	1897	1898	Media	1896	1897	1898	Media
Gennaio	Ia	13.3	11.5	20.0	14.9	6.6	3.5	12.0	7.4
	IIa	48.0	2.5	30.0	26.8	45.0	0.5	27.5	24.3
	IIIa	34.1	27.7	34.0	31.9	33.1	22.7	30.0	28.6
Febbraio	Ia	60.0	30.0	32.5	40.8	60.0	28.5	41.5	43.3
	IIa	38.5	34.0	29.0	33.9	44.0	38.5	19.5	34.0
	IIIa	5.0	34.4	15.0	18.1	1.5	30.6	14.4	15.5
Marzo	Ia	37.0	51.5	18.0	35.5	37.5	47.0	17.5	34.0
	IIa	21.5	34.0	45.5	33.7	20.0	33.5	45.5	33.0
	IIIa	42.5	50.0	9.5	34.0	42.0	40.9	13.2	32.0
Aprile	Ia	53.0	28.5	33.0	38.2	49.5	34.5	30.5	38.2
	IIa	37.5	26.0	29.5	31.0	39.5	22.0	28.0	29.8
	IIIa	29.0	17.0	26.5	24.2	33.5	7.5	27.0	22.6
Maggio	Ia	13.0	25.5	30.5	23.0	17.5	21.5	33.0	24.0
	IIa	31.5	28.0	13.0	26.5	40.5	31.0	7.5	26.3
	IIIa	21.3	20.5	21.0	20.9	13.2	15.0	25.0	17.7
Giugno	Ia	15.5	34.5	17.0	22.3	7.0	37.0	17.0	20.3
	IIa	27.5	31.0	14.5	24.3	27.5	28.5	17.5	24.5
	IIIa	28.0	40.5	20.0	29.5	28.5	41.5	20.0	30.0
Luglio	Ia	42.0	27.5	46.5	38.7	44.5	21.0	36.5	34.0
	IIa	22.0	26.0	34.0	27.3	22.0	31.0	38.0	30.3
	IIIa	16.0	50.9	31.7	32.9	10.0	45.0	26.4	27.1
Agosto	Ia	24.0	30.5	29.0	27.8	16.5	32.0	31.0	26.5
	IIa	22.2	42.0	46.2	36.8	23.3	43.0	47.2	37.8
	IIIa	33.6	36.1	31.6	33.8	32.7	28.8	28.6	30.0
Settembre	Ia	32.5	33.0	57.0	40.8	34.5	30.5	56.0	40.3
	IIa	42.0	14.0	43.5	33.2	41.0	19.0	49.0	36.3
	IIIa	33.0	49.4	25.0	35.6	35.0	50.0	23.0	36.0
Ottobre	Ia	30.0	6.5	19.0	18.1	33.5	12.5	14.0	20.0
	IIa	23.0	30.0	21.5	24.8	17.0	19.0	20.5	18.8
	IIIa	12.7	16.8	36.5	22.0	10.0	24.5	31.5	22.0
Novembre	Ia	25.5	20.5	14.3	20.1	28.5	19.5	14.3	20.8
	IIa	16.5	18.0	10.5	15.0	12.0	17.0	7.5	12.2
	IIIa	22.0	32.5	9.0	21.2	18.5	30.5	11.0	20.0
Dicembre	Ia	12.0	10.5	34.0	18.8	12.0	8.5	22.0	14.2
	IIa	10.0	23.0	45.0	26.0	9.5	21.0	25.6	18.7
	IIIa	11.4	5.0	41.7	19.4	0.5	3.5	26.4	10.1

Segue TABELLA IV.

Mese	Decade	16ʰ — 17ʰ				17ʰ — 18ʰ			
		1896	1897	1898	**Media**	1896	1897	1898	**Media**
Gennaio	Iᵃ	1.1		2.0	1.0				
	IIᵃ	5.0		2.5	2.5				
	IIIᵃ	15.0	19.1	10.5	14.9				
Febbraio	Iᵃ	45.5	23.0	26.5	32.6	0.5	8.0		2.8
	IIᵃ	40.0	27.0	13.5	25.8	3.5	9.0	2.5	5.0
	IIIᵃ		30.0	5.6	11.9		23.1		7.7
Marzo	Iᵃ	35.5	45.5	16.5	32.5	21.0	38.5	1.7	20.4
	IIᵃ	18.5	30.5	38.9	29.3	5.0	30.0		11.7
	IIIᵃ	34.5	34.5	11.8	26.9	15.5	28.2	7.0	16.9
Aprile	Iᵃ	44.0	37.5	27.0	36.2	17.0	12.5	7.0	12.2
	IIᵃ	34.0	23.5	17.5	25.0	18.5	7.0	7.5	11.0
	IIIᵃ	30.5	6.5	20.5	19.2	17.0	3.5	1.5	7.3
Maggio	Iᵃ	14.0	19.5	38.0	23.8	18.0	20.0	30.0	22.7
	IIᵃ	43.5	36.5	15.0	31.7	49.5	24.5	17.0	30.3
	IIIᵃ	10.0	16.5	24.5	17.0	8.2	20.0	22.0	16.7
Giugno	Iᵃ	5.0	34.0	17.5	18.8	3.0	37.5	15.5	18.7
	IIᵃ	33.0	35.5	18.0	28.8	26.0	37.5	19.5	27.7
	IIIᵃ	25.5	38.0	22.0	28.5	26.5	39.5	37.0	34.3
Luglio	Iᵃ	43.0	19.5	36.5	33.0	44.0	15.5	35.5	31.7
	IIᵃ	12.0	20.0	32.5	21.5	12.0	12.5	31.0	18.5
	IIIᵃ	5.5	46.8	30.0	27.4	6.0	45.5	30.5	27.3
Agosto	Iᵃ	2.5	28.5	30.5	20.5	5.5	32.0	18.0	18.5
	IIᵃ	25.6	40.5	49.4	38.5	26.8	32.0	35.5	31.4
	IIIᵃ	31.7	42.2	23.2	32.4	17.3	36.1	10.5	21.3
Settembre	Iᵃ	25.5	24.0	50.0	33.2	4.0	13.5	14.0	10.5
	IIᵃ	29.5	21.0	27.0	25.8	5.0	9.0		4.7
	IIIᵃ	31.0	48.1	12.5	30.5	6.5	6.3		4.3
Ottobre	Iᵃ	33.0	18.0	11.0	20.7	7.0	13.0		6.7
	IIᵃ	16.0	12.0	20.0	16.0	10.5	2.0	10.0	7.5
	IIIᵃ	5.4	19.5	17.0	14.0	3.2	0.9		1.4
Novembre	Iᵃ	23.7	10.0		11.2	5.5			1.8
	IIᵃ	9.5	4.0		4.5	0.5			0.2
	IIIᵃ	7.0	5.0		4.0				
Dicembre	Iᵃ	3.0	2.5	0.5	2.0				
	IIᵃ	12.0	3.0		5.0				
	IIIᵃ								

MEDIA DURATA DELLO SPLENDERE DEL SOLE IN UN GIORNO
enn.
Febb.
Marz.
Apr.
Magg.
Giug.
Lugl.
Ag.
Sett.
Ott.
Nov.
Dic.
8
7
6
5
4
3
2
1
0
Le linee ——— sono relative al triennio 1896-98
Le linee -------- sono relative al sessennio 1890-95.

Segue TABELLA IV.

Mese	Decade	18h — 19h				19h — 20h			
		1896	1897	1898	Media	1896	1897	1898	Media
	Iª								
Gennaio	IIª								
	IIIª								
	Iª								
Febbraio	IIª								
	IIIª								
	Iª								
Marzo	IIª								
	IIIª								
	Iª								
Aprile	IIª								
	IIIª								
	Iª	15.0		10.0	8.3	2.5		0.5	1.0
Maggio	IIª	42.5	13.5	12.0	22.7	11.5		0.5	4.0
	IIIª	5.0	11.5	10.5	9.0	1.4		1.5	1.0
	Iª	0.5	12.0	12.5	8.3			0.5	0.2
Giugno	IIª	19.0	28.0	19.5	22.2	3.0	4.5	1.5	3.0
	IIIª	16.5	19.5	22.5	19.5		3.5	1.5	1.7
	Iª	17.5	12.5	21.5	17.2		2.0	1.0	1.0
Luglio	IIª		7.0	23.0	10.0			2.0	0.7
	IIIª	2.3	16.4		6.2				
	Iª	5.0	13.0	17.7	11.9				
Agosto	IIª	5.9	12.5	9.0	9.1				
	IIIª		3.3		1.1				
	Iª								
Settembre	IIª								
	IIIª								
	Iª								
Ottobre	IIª								
	IIIª								
	Iª								
Novembre	IIª								
	IIIª								
	Iª								
Dicembre	IIª								
	IIIª								

Alcune osservazioni sull'interruttore elettrolitico di Wehnelt;

Nota di ANDREA GIULIO ROSSI.

1. — Il filo di P*t* saldato in tubo di vetro, come elettrodo attivo quale è finora adoperato, è di esistenza assai precaria; anche saldato *in vetro sottile*, non tarda a saltare per la violenza delle vibrazioni cui è sottoposto il vetro e per l'incandescenza del P*t* oltre il mercurio e della guaina di gas che lo riveste.

Si può evitare l'uso del vetro nel seguente modo: un filo di P*t* di 6-8 cm. di lunghezza, è saldato o ribadito, entro foro, all'estremità di un grosso filo di rame lungo altri 10 cm. e che porta un morsetto. L'elettrodo attivo così costituito viene immerso nell'elettrolito sormontato da 8-10 cm. d'olio d'olive o di petrolio: *la saldatura e una parte del filo di* Pt *devono restare immerse in quest'ultimo.* Si ha così la possibilità di regolare la lunghezza della parte attiva del filo entro l'acido, e l'olio impedisce al resto di divenire incandescente, come pure modera in ogni caso e trattiene la violenza della ebullizione.

Come elettrodo negativo può servire vantaggiosamente un serpentino cilindrico o conico di tubo di P*b* (da acetilene) che si fa percorrere dall'alto al basso da acqua fredda.

Con fili di varii spessori e differenti lunghezze immerse e con varie f. e. m., si riscontra così rapidamente che, nel primario di un grosso Ruhmkorff, in generale: per una data f. e. m., per una data immersione e per una data distanza esplosiva nel secondario, il filo *canta* in tono tanto più elevato quanto più è sottile; aumentando l'immersione, il tono si abbassa e la scintilla, dapprima spessa e continua, in forma d'arco assai instabile e di temperatura elevata, si sparpaglia in un fascio di scintille sottili e bianche. Per un dato filo di P*t*, con distanze esplosive crescenti, il tono si abbassa anche gradatamente (influenza del carico del secondario sull'auto induzione del primario). Per f. e. m. crescenti, la frequenza delle interruzioni va crescendo, tanto più presto quanto minore è la distanza esplosiva che si mantiene nel secondario. Quando il tratto di filo immerso nell'elettrolito è troppo lungo per mantenere una vibrazione regolare continua,

si sente una serie di esplosioni sorde in seno al liquido, le quali scuotono fortemente il filo e tutto l'apparecchio.

Con piccole f. e. m., talvolta il filo *canta* senza fornire scariche nel secondario: basta allora dare una piccola scossa trasversale al filo per ristabilire il flusso di scintille; ovvero, aprire e richiudere il circuito. Scuotendolo continuamente e con piccole e rapide ampiezze, le scariche si mantengono sempre più regolari, e seguitano anche quando il liquido è assai caldo.

Adoperando un filo di P*t* saldato nel vetro, è assai conveniente che il tubo presso l'attacco sia ripiegato orizzontalmente, o meglio due volte, in modo da condurre il filo ad essere verticale con la punta rivolta in alto: lo svolgimento dei prodotti gassosi si fa così più regolarmente e il vetro alla saldatura rimane più riparato dalle variazioni troppo brusche di temperatura.

Se l'elettrodo negativo è uno strato di mercurio, il liquido si insudicia meno rapidamente che col piombo e si ha il vantaggio di potere osservare nettamente l'andamento dei fenomeni sul P*t* (*).

2. — Secondo la teoria finora da varii autori delineata sul modo d'agire dell'apparecchio, l'anodo è avvolto da una guaina di gas, che rapidamente si produce e più rapidamente sparisce. La corrente si stabilisce nel circuito a norma della sua autoinduzione, e contemporaneamente va aumentando la produzione di bollicine di gas alla superficie del filo, il che aumenta la resistenza, fino ad annullare d'un tratto la corrente allorchè le bollicine si riuniscono in una guaina continua; a questo punto interviene essenzialmente l'effetto dell'auto-induzione del circuito: interrottasi bruscamente la corrente, l'energia rimasta accumulata nell'induttanza del primario, si slancia sulle due armature del condensatore elettrolitico e carica ad alto potenziale l'anodo P*t*: ne consegue bentosto la scarica per via di un vero arco voltaico fra la superficie del P*t* e la superficie del liquido che chiude la guaina gassosa, d'onde l'incandescenza di quest'ul-

(*) Volendo far uso della disposizione originale di Wehnelt, è in generale più conveniente, per la sicurezza di un lungo funzionamento — specie con grandi f. e. m. —, di disporre nello stesso liquido molti tubetti a filo sottile in parallelo, piuttosto che un solo tubo a filo grosso, come elettrodo attivo.

tima e il distacco dell'ossigeno dissociato, con che la corrente torna a stabilirsi fra il *Pt* e l'elettrolito (*).

Ora, se la guaina costituisce in sostanza un arco voltaico che alternativamente si forma e svanisce, un campo magnetico trasversale alla corrente nell'elettrolito dovrebbe agire per soffiarlo via e ristabilire con maggior rapidità la corrente.

Alcune prove, fatte in condizioni mediocri, mi dimostrarono la esistenza di un effetto di questo genere. L'effetto è veramente mascherato in parte dai moti vorticosi che assume il liquido intorno all'asse del campo, moti che agiscono come uno scuotimento sul filo stesso.

Dispongo una vaschetta di vetro parallelepipeda, di centimetri $4 \times 11 \times 14$ fra i poli ovoidi di un elettro-magnete Faraday-Ruhmkorff, della forma e dimensioni classiche, eccitato da 9 accumulatori Tudor. I poli distano di 4 cm. e sono applicati sul centro delle due faccie 11×14 della vaschetta. L'elettrodo negativo è uno strato di mercurio a cui un filo di *Pt* entro tubo di vetro adduce la corrente; l'elettrodo attivo è della forma solita, 2,5 cm. di filo *Pt* di 0,3 mm. saldato in vetro e immerso nel centro, *con la punta fra i poli del campo magnetico;* uno strato d'olio sopra l'acido trattiene l'effervescenza. Il primario nel quale trovasi l'interruttore contiene una forza elettromotrice di 56 Volta.

In queste condizioni, per piccole distanze esplosive nel secondario, non si nota alcun cangiamento nei caratteri della scin-

(*) Se il filo di *Pt* è posto al polo negativo, la luminosità della guaina invece che roseo-purpurea (alla luce del giorno) è bianco-azzurrastra, e il numero delle interruzioni è molto minore. Si osserva dipoi che il *Pt* apparisce opaco alla superficie, nella parte che restò immersa nell'elettrolito, e, osservato al microscopio, appare rosicchiato, a guisa delle estremità ingrandite dei carboni di un arco voltaico, quando la parte vergine mostra ancora, sotto la stessa tinta, le striature longitudinali lasciate dalla trafila. Un'apparenza affatto analoga mostra un filo che abbia fatto da catodo in un tubo Geissler, o per ottenere la deposizione di strati metallici trasparenti secondo il noto metodo di Wright. Parrebbe dunque che il filo attivo in tali condizioni, cioè al polo — nell'elettrolito, restasse polverizzato. Potrebbe darsi che nella prima fase della corrente il filo assorbisse superficialmente l'H che si produce e poi, per opera del calore intenso della scarica attraverso alla guaina, fosse costretto ad abbandonarlo d'un tratto, e questo fatto non andrebbe senza uno sminuzzamento degli strati superficiali.

tilla quando si eccita il campo; bensì, il *tono dell'interruttore* subisce delle variazioni sensibili, dopo un breve istante dalla chiusura. La maggior parte delle volte, specie se il liquido è già assai caldo, si nota un affievolimento nel suono, ma inoltre il tono si innalza, o più precisamente si introducono toni più elevati nel tono ordinario: questa variazione nel tono è più sensibile sul principio, quando il liquido è ancor freddo. In altre esperienze, con apparecchio differente, sembra che invece il tono si abbassi, sempre per piccole, o nulle, distanze esplosive.

Al contrario, e qui il fenomeno avviene ben distintamente, per distanze esplosive tanto grandi che la scarica scocchi difficilmente, o non passi altro che l'effluvio, all'eccitazione del campo si ha di nuovo un notevole torrente di scintille bianche, che scompaiono col campo. Il tono dell'interruttore, che per grandi distanze esplosive è assai basso, si abbassa vieppiù in presenza del campo, e lo stesso avviene pel tono della scarica.

Nel mio caso, la distanza esplosiva è di 24-25 cm., e con la tensione di cui dispongo non ho allora che il solito effluvio su tutti i punti proeminenti del secondario e qualche rara scintilla ramificata nell'intervallo: chiudendo il circuito del campo, compaiono numerose e rumorose scintille.

L'esperienza riesce bene con punta e pallina all'eccitatore. Contemporaneamente, la tensione ai poli primarii del rocchetto diminuisce (in presenza del campo) da 78 Volta a 70. La tensione ai poli dell'interruttore elettrolitico — che è di 54-55 Volta quando il secondario è in corto circuito (tono acuto) — è di circa 95 Volta quando è aperto con scariche a effluvio, e per l'azione del campo magnetico che eccita le scintille, discende a 75-80 Volta. Naturalmente, la corrente nel primario, cresce (da 3,5 a 5 Ampère).

Sembra dunque che realmente il campo magnetico agisca come per *soffiar via* la guaina incandescente, ristabilendo più rapidamente la corrente, con che la tensione massima ai poli del secondario deve innalzarsi; e infatti si passa, con la stessa distanza esplosiva, dal regime dell'effluvio a quello delle scintille bianche. Aumentando così il carico del secondario, l'autoinduzione del primario viene diminuita, e con ciò la frequenza delle interruzioni *dovrebbe* crescere. Invece si osserva ben nettamente, specie nell'ultimo caso considerato, che il tono dell'in-

terruttore si abbassa. Questo potrebbe spiegarsi col fatto che il liquido fra i due elettrodi assume dei rapidi moti vorticosi, ben visibili, intorno all'asse del campo magnetico, l'effetto dei quali però non è facilmente nè semplicemente spiegabile.

Come prima approssimazione, mi pare si possa ammettere che la resistenza del ramo di circuito costituito entro l'elettrolito, sia *aumentata* dalle deformazioni e dagli allungamenti delle traiettorie che devono percorrere gli ioni, o i gruppi di ioni, per l'azione del campo trasversale sulla corrente; crescendo la resistenza del primario, la frequenza delle interruzioni diminuisce.

La dilucidazione completa della questione mi pare spetti ai fortunati possessori di *reografi;* l'osservazione diretta delle variazioni che per opera del campo risente la forma della corrente primaria, potrà nel modo più semplice informare sulle ragioni dei fenomeni.

3. — È facile notare durante il funzionamento dell' interruttore elettrolitico che, partendo con liquido freddo e forza elettromotrice elevata, dopo pochi istanti il tono va elevandosi, e che la scintilla migliora in quanto a spessore e luminosità, per ogni data distanza esplosiva nel secondario. Il fatto è dovuto indubbiamente all'innalzamento della temperatura del liquido. Anzi, appena chiuso il circuito, il funzionamento si inizia con una specie di esplosione, notevole con f. e. m. superiori ai 75 V., e per un attimo il tono si mantiene assai basso, benchè violento; bentosto il liquido si scalda, tanto più se il vaso è piccolo e il filo attivo in alto, e il tono si innalza.

Ciò può costituire un inconveniente pel sistema platino-rame in petrolio, che ho sopra indicato; se si vuol procedere per qualche tempo *con f. e. m. elevate, è necessario raffreddare il liquido;* e per questo, volendo far uso del detto sistema, è bene prendere una specie di cristallizzatore, con 5-6 cm. di elettrolito e altrettanti di petrolio, disporre al fondo una spirale piatta di tubo di piombo percorsa da acqua fredda e il filo di *Pt-Cu* nel centro del recipiente. È bene che il tubo di piombo entri ed esca dal vaso senza attraversare il petrolio, possibilmente per due tubulature laterali, allo scopo di diminuire il rimescolamento dei due liquidi che tende a prodursi per opera di correnti inverse presso le superfici di piombo verticali, promosse dallo

sviluppo gassoso. Meglio ancora, se si può disporre la spirale piatta, a ciambella, più in alto della punta di platino, circa 1 cm. al disotto della superficie di separazione dei due liquidi: le spire, essendo alquanto discoste fra loro, consentono un regolare sviluppo ai gas, e il raffreddamento, operato al disopra del focolare, che è l'elettrodo attivo, avviene più metodicamente.

Noterò ancora che è mala pratica ricoprire il vaso con un disco; si forma sul petrolio un'atmosfera assai calda di miscuglio tonante, che esplode spesso spontaneamente, forse per l'arrivo in seno ad essa di bollicine gassose ad alta temperatura, partite dal filo di platino. I 5-6 cm. di petrolio bastano, anche in vaso ampio ed aperto, ad impedire la dannosa diffusione dell'acido polverizzato.

Il sig. Armagnat (*) osservò che la forza elettromotrice necessaria a produrre il fenomeno Wehnelt è funzione della temperatura dell'elettrolito, oltre che della superficie del filo attivo; più precisamente, è possibile far funzionare l'interruttore per uso di apparecchi d'induzione, *con un determinato elettrodo attivo,* abbassando la f. e. m., se si mantiene elevata la temperatura del liquido: *più caldo è il liquido e più basso può essere il voltaggio della sorgente.*

Ho voluto studiare con esperienze i limiti entro i quali può mantenersi questa asserzione. È facile dapprima constatare, con l'elettrodo attivo P*t*-C*u*, e il primario del grosso Ruhmkorff in circuito, che se si vuol far uso, *con andamento regolare,* di grandi forze elettromotrici, è necessario tener bassa la temperatura; per una data immersione di un determinato filo di P*t*, la frequenza delle interruzioni cresce con la temperatura fino ad un punto critico, oltre il quale il funzionamento diviene irregolare, a meno di accorciare la distanza esplosiva successivamente; si può allora allungare il filo immerso e procedere ancora alquanto con la stessa frequenza, o di poco diversa ... Con un filo attivo lungo in tutto 5 cm., del diametro di $^6/_{10}$ mm., immerso per metà nell'acido, ho potuto constatare che non si possono sorpassare i 90°, con 75 V. A partire da tal temperatura, diminuendo successivamente di 9 in 9 il numero degli accumulatori, si può quasi proporzionalmente accorciare il filo immerso, e giungere, con

(*) J. Carpentier, C. R., t. CXXVIII, pag. 987.

funzionamento abbastanza regolare, ad una f. e. m. di 20-22 V. Ma, beninteso, *il tono dell'interruttore si abbassa di assai in tali condizioni*, pur mantenendosi con una certa costanza lungo tempo, sinchè si mantiene quella temperatura.

Altre esperienze feci con 5 fili *uguali* (2 cm. × 0,3 mm.), saldati in tubetti di vetro e disposti nello stesso vaso, sopra elettrodo negativo di mercurio, cui un grosso filo di rame amalgamato adduceva la corrente.

Partendo dalla temperatura di 25°, con 75 Volta di f. e. m., e tutti i fili in quantità al polo attivo, non si può andar oltre gli 87° (per una distanza esplosiva verticale costante, di 3 cm. nel secondario). A questa temperatura, bisogna abbassare la f. e. m.; per es. a 36 V. e sempre con i 5 fili, il tono caratteristico riprende, ma assai più basso, e dura regolarmente (con scintille bianco-violacee nel secondario) e a lungo, con che la temperatura sale e si mantiene intorno ai 90°. Sopprimendo ad uno ad uno i fili, il tono si eleva di grado in grado, ma naturalmente s'indebolisce e le scariche divengono meno nudrite. Si può scendere, con uno o due di questi fili, fin sotto i 18 V. alla sorgente; ma *il rendimento del Ruhmkorff certamente diviene allora ben meschino;* si cade nei limiti di frequenza dei più modesti interruttori meccanici, ed *è probabile che in tal caso questi ultimi assorbano meno energia del Wehnelt*.

Con altre esperienze, fatte pure su una serie di fili, ma differenti l'un dall'altro, cioè lunghi risp. cm. 3 — 2 — 1,5 — 1,0, e del diametro comune di mm. 0,23, disposti parallelamente e verticali in un bicchiere di vetro sottile, sopra mercurio e in acqua acidulata, che poteva scaldarsi con una fiamma e poi raffreddarsi, trovai costantemente, per f. e. m. basse, che *per ogni dato filo e ogni data f. e. m. v'ha un intervallo di temperatura che solo consente la produzione regolare del fenomeno Wehnelt*. Invero, tale intervallo ha le estremità alquanto indeterminate, o per lo meno così risulta nei limiti di precisione di queste esperienze; i quali d'altra parte non mi parve potessero gran che venire estesi più oltre, vista la grande complessità dei fenomeni che si osservano e il numero delle variabili mal conosciute o ignote da cui dipendono. Ad ogni modo, innanzi il limite più basso dell'intervallo, non si ha che elettrolisi silenziosa; oltre il limite più elevato, il funzionamento *dell'interruttore* cessa di essere continuo.

Riporto l'andamento di due di queste esperienze.

I. *Filo di* Pt *di mm.* 0.23, *lungo cm.* 1.0 — *f.e.m. della sorgente:* 14 V.

Temperature	Distanza fra le palline (vert.)	Caratteri dei fenomeni nel liquido dell'interrutore e nella scarica	Tensione ai poli del Wehnelt	Corrente primària
23°	1 cm.	Elettrolisi semplice, silenziosa; assenza di interruzioni.	10.5 V	3.85 A cost.
30° } 33° }	" "	Elettrolisi id.; qualche crepitìo con calescenza sul filo.	—	3.2 ±
36°	"	Elettrolisi id.; i crepitii si moltiplicano accompagnati da scintille nel secondario, di più in più meno rare. Agitando il liquido, si favorisce la comparsa delle scariche.	—	—
40°	"	Scintille continue; il liquido, da lattiginoso, si chiarifica per la scomparsa della effervescenza diffusa: le bollicine di H restano di più in più accumulate sul mercurio e si svolgono con grosso volume, isolatamente. L'agitazione trasversale del liquido presso il *Pt*, ostacola la produzione delle scariche.	—	—
42°	"	Tono continuo e costante, calescenza uniforme sul Pt, scariche continue.	—	—
51°	2 cm.	Scintille continue nudrite; calescenza uniforme, ecc.	21-22	2.7 ±
61°	"	Scintille più rare; fenomeno Wehnelt meno uniforme.	—	—
65°	"	Le scintille cessano; il tono si eleva; si sente qualche crepitìo accompagnato da scintilla.	22-23	1.9 cost.
70°	"	Id. id. L'agitazione trasversale del liquido, eseguita con bacchetta di vetro, fa abbassare il tono e favorisce la comparsa delle scariche, spesso nudrite.	—	—
77°	"	Calescenza Wehnelt irregolare, tono elevato, assenza di scintille — (Si interrompe lo scaldamento e si raffredda dall'esterno).	—	—
60°	"	Ricomparsa delle scariche e del fenomeno Wehnelt regolare.	—	—
35°	"	Scintille rare, calescenza non uniforme. Il liquido torna a intorbidarsi per la comparsa della elettrolisi diffusa.	—	—

II. *Filo di* Pt *di mm.* 0.23, *lungo cm.* 2.5 — *f.e.m. della sorgente:* 14 V.

Temperature	Distanza fra le palline (vert.)	Caratteri dei fenomeni nel liquido dell'interruttore e nella scarica	Tensione ai poli del Wehnelt	Corrente primaria
25°	2 cm.	Elettrolisi semplice, diffusa.	9.5 V	5.8 A cost.
49°	"	Elettrolisi id. — La sommità del filo *Pt*, presso il vetro, diviene incandescente.	—	—
50°	"	Id. Id. — Incandescenza del filo; qualche crepitìo con guaina calescente alla punta.	—	—
53°	"	Id. Crepitìo con calescenza Wehnelt fuggitiva e qualche scintilla.	—	—
60° } 62° }	"	Calescenza Wehnelt interrotta, con successione di scintille sempre più frequenti.	—	—
65° } 66° }	"	Calescenza Wehnelt quasi continua, scintille bianche numerose.	11 ±	?
69°	"	Scintille nudrite. L'agitazione del liquido ostacola il flusso delle scintille.	13.5	?
79°	4 cm.	Scintille vivissime, bianche, continue. Il liquido si chiarifica rapidamente.	—	—
85°	"	Qualche arresto nelle scintille.	—	—
87° } 89° }	"	Arresto completo nella scarica di 4 cm. — Calescenza irregolare.	26-27	?
94°	"	Id. Id. — L'agitazione favorisce di molto la ricomparsa delle scariche e della uniformità nella guaina calescente — (Si fa raffreddare il liquido).	—	—
78° } 75° }	"	Riprendono le scintille nudrite di 4 cm.	—	—
60°	"	Scomparsa delle scintille di 4 cm.	—	—
...	...	. . . .		

In altre esperienze analoghe, che non cito, eseguite con distanze esplosive costanti dal principio alla fine, ho pure sempre osservato che esiste un limite superiore per la temperatura, oltre il quale il fenomeno Wehnelt si produce irregolarmente e le scintille scompaiono. Però *entrambi i limiti dell'intervallo di temperatura dipendono anche dalla distanza esplosiva o, se si vuole, dall'autoinduzione del primario.*

Per es., nelle esperienze sopra esposte, conservando le distanze esplosive iniziali, risp. di 1 e di 2 cm., si può salire con

la temperatura ben oltre i 65° e gli 89° senza che la scarica regolare si arresti. Non ho aumentato la distanza esplosiva che per abbreviare l'esperienza.

È degno di nota che, sempre, allorchè il fenomeno Wehnelt si produce debolmente, cioè al principio e alla fine del periodo, agitando il liquido vicino all'elettrodo attivo, si favorisce la comparsa del fenomeno stesso e delle scariche, spesso in modo assai marcato. Al contrario, verso il mezzo del periodo, allorchè il fenomeno Wehnelt procede vigorosamente, un'agitazione del liquido ostacola, diminuisce il flusso della scarica.

È inoltre notevole il fatto che, specie con fili (di mm. 0,23) più lunghi di 1 cm., allorchè la elettrolisi semplice è prossima a lasciar luogo alle prime calescenze temporarie sul filo, questo si fa ad un tratto incandescente presso la saldatura nel vetro, l'incandescenza si estende sempre più in basso, e poco dopo compaiono i primi sintomi del fenomeno Wehnelt, cominciando dal basso, mentre l'incandescenza si spegne in alto.

Pare che il passaggio dall'elettrolisi silenziosa al fenomeno Wehnelt (*guaina*), sia più difficile per la punta, più bassa, del filo (distante dal mercurio negativo da 2 a 4 cm.), che per la parte più elevata entro il liquido; cosicchè, mentre i punti del *Pt* che si trovano più in alto sono i primi a restare allo scoperto entro una guaina gassosa continua, i punti inferiori continuando a dar luogo a svolgimento gassoso minuto e sempre trovandosi più o meno a contatto del liquido, quel breve tratto del filo sottile, presso la saldatura, che sopporta tutta la corrente, ne viene portato alla incandescenza in seno alla guaina isolante: l'energia si spende in questa incandescenza *del metallo* e la differenza di potenziale non è ancora sufficiente a dar luogo alla scarica per arco attraverso la guaina gassosa. Tale stato di cose si prolunga per qualche tempo, sinchè le condizioni di temperatura dell'elettrolito son tali da permettere alla guaina di estendersi fino alla estremità del filo, con che tutta l'energia si trasporta in seguito dal filo *nella guaina*, la incandescenza del metallo scompare e il fenomeno Wehnelt si produce su tutta la lunghezza del filo.

A riprova, noto che per il filo di solo 1 cm. di lunghezza, il quale trovavasi colla punta più elevato degli altri sul mercurio negativo, non potei osservare l'incandescenza del metallo,

o al più per un istante brevissimo e in un punto assai limitato appena oltre la saldatura, mentre negli altri fili più lunghi il tratto incandescente raggiunse parecchi millimetri e durò spesso molti secondi. Questo spiega perchè, chiudendo il circuito con una forza elettromotrice un po' forte per il filo che si adopera, questo venga talora tagliato via rasente alla saldatura, per arroventamento e fusione. È perciò in ogni caso conveniente tenere in circuito un reostato variabile, ed evitare di applicare d'un tratto grandi forze elettromotrici all'interruttore Wehnelt, specialmente a freddo.

Ho pure ripetuto la ricerca dell'influenza del campo magnetico sul Wehnelt, nel caso di f. e. m. deboli, facendo variare la temperatura, nelle seguenti condizioni.

Una provetta di vetro sottile, del diam. di 4 cm., lunga 19 cm., conteneva l'elettrolito e, come elettrodo negativo, una striscia di piombo di cm. 2 × 30 piegata ad U, e per elettrodo positivo un filo di P*t* di 1 cm. × 0,23 mm. saldato in tubo di vetro e centrato nella provetta; inoltre un termometro, col bulbo a livello della punta di P*t*. La provetta era disposta fra i pezzi polari ovoidi dell'elettromagnete, eccitato da 18 accumulatori, con l'asse del campo normale al piano dell'U di piombo e al filo di P*t* press'a poco nel suo punto di mezzo. Nel circuito del Wehnelt così costituito, trovavasi una f. e. m. di 12 Volta, un amperometro, un commutatore e il primario del solito grosso Ruhmkorff, nel secondario del quale si dispose un intervallo verticale fra le palline di 3 cm., che superava di pochissimo la distanza esplosiva massima corrispondente alle migliori condizioni del Wehnelt attuale. La provetta può riscaldarsi con una fiamma e raffreddarsi gradatamente.

Riassumo l'andamento di una delle esperienze.

Partendo da 35°, fino a 57° non si ha che elettrolisi semplice, con qualche raro crepitìo interno; verso i 59° i crepitii si moltiplicano, e allo spinterometro dei crepitii consimili annunziano scariche per effluvio: se si eccita il campo magnetico, i crepitii interni del liquido vengono soppressi dopo un istante.

Verso i 65°, il crepitìo interno si fa più frequente: il campo lo arresta decisamente.

A 76°-77°, sèguita il crepitìo, irregolare, e nel secondario corrispondentemente non si notano che scariche per effluvio, interrotte: il campo cambia questi effluvi isolati in scintille.

A 80°-81°... sparisce il crepitìo allo spinterometro; sul filo si accelera il fenomeno Wehnelt: eccitando il campo, ricompaiono, dapprima il crepitìo (tono abbassato), indi vive scintille fra le palline.

Verso 86°-87°... il Wehnelt funziona meno regolarmente, la scarica si mantiene oscura, ma sparisce ogni effetto del campo. Tensione ai poli, 22 Volta.

Si fa raffreddare.

A 84°, col campo, comparisce il solo crepitìo.

A 81°,5 col campo, comparisce il crepitìo e subito dopo scoccano scintille sincrone.

A 78°, col campo, lungo crepitìo, poi scintille rare.

A 72°, col campo, crepitìo e scintille meno vive; senza campo, più raro crepitìo.

A 65°, senza campo, si accelera il crepitìo, sempre con scarica oscura; col campo sparisce il crepitio e compaiono scintille. (Il crepitìo è dovuto tanto all'elettrolito che allo spinterometro, quest'ultimo è più intenso a temperature più alte e maschera il primo).

A 62°-61° col campo cessa il crepitìo e compare ancora qualche scintilla.

A 52°, si ha elettrolisi semplice con rari crepitii: il campo li fa scomparire. (Tensione ai poli: 10 Volta). Risalendo le temperature, i fenomeni si ripetono.

Restano quindi confermati in generale i risultati delle precedenti esperienze. Con deboli forze elettromotrici, cioè con basse frequenze, la influenza del campo magnetico risulta più nettamente marcata, e appare procedere di pari passo con la temperatura nell'intervallo che comprende la produzione del fenomeno Wehnelt, cioè della scarica convettiva attraverso la guaina gassosa.

Si constata così di nuovo il fatto che il campo magnetico, agendo sull'interruttore Wehnelt nel primario di un Ruhmkorff, ha una tendenza a cangiare in scintille bianche e vive ogni scarica oscura nell'intervallo del secondario, cioè ad aumentare la distanza esplosiva, distanza che dipende direttamente dalla rapidità di variazione della corrente nel primario.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 7 Maggio 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Rossi, Bollati di Saint-Pierre, Ferrero, Graf, Boselli, Cipolla, Perrero, Renier e Pizzi.

Il Socio Ferrero, in assenza del Socio Nani, impedito per malattia di assistere all'adunanza, ne funge le veci.

È data lettura dell'atto verbale dell'ultima adunanza, che è approvato.

Il Presidente offre un opuscolo del prof. Pasquale Del Giudice, intitolato: *I consigli ducali e il Senato di Milano* (Milano, 1899), accompagnandone la presentazione colle seguenti parole:

“ Il dotto professore della Università di Pavia, nella sua memoria dedicata al suo maestro Errico Pessina, in occasione del cinquantesimo anniversario del suo insegnamento, si occupa delle origini del primo Senato milanese, e prendendo occasione da una recente pubblicazione del dottor Crespi, nella quale si sostiene che il Senato di Milano tragga la sua origine dall'Editto di Luigi XII e si esclude ogni figliazione ed affinità fra esso e i due Consigli segreto e di Giustizia esistenti sotto la signoria ducale, si fa a combattere quest'opinione valendosi del sussidio di documenti inediti. — Egli espone quindi la genesi storica dei Consigli segreto e di Giustizia, che avrebbero ricevuto il loro assetto normale ed organico da Gian Galeazzo

Visconti, e dopo aver accennato all'interruzione, che vi fu in tali Consigli durante il triennio di vita della Repubblica Ambrosiana dal 1447 al 1450, dimostra come essi siano ricomparsi sotto il Principato di Francesco Sforza, e narra le vicende che essi subirono con Bona di Savoia e le modificazioni da essa introdotte, distinguendo fra il Consiglio plenario ed il Consiglio segreto.

" Da ultimo viene all'Editto di Luigi XII del 1499, il quale avrebbe riunito in un solo i due Consigli precedenti, modificandone la struttura e le attribuzioni, e dandogli il nome di Senato, il che però non impedisce, secondo il Del Giudice, che il primo Senato milanese si riannodi strettamente agli antichi consigli Segreto e di Giustizia dell'epoca viscontea, e che perciò in questi se ne debba ricercare la genesi storica.

" È lavoro di grande interesse per la descrizione accurata della genesi ed evoluzione del Senato milanese dai Consigli già prima esistenti, e per la pubblicazione di documenti in tutto o in parte inediti, sovra cui l'autore fonda le prove del proprio asserto ".

Annuncia quindi la morte del Socio corrispondente professore Enrico KIEPERT, di cui indica le benemerenze scientifiche.

Il Socio CLARETTA, condeputato coi Socii FERRERO e CIPOLLA ad esaminare il lavoro manoscritto presentato per l'inserzione nelle *Memorie* dal dott. Arturo SEGRE ed intitolato: *Delle relazioni tra Savoia e Venezia da Amedeo VI a Carlo II (III)* [*1366-1553*], legge una relazione concludente per la lettura di esso alla Classe.

La Classe approva le conclusioni della relazione, ed udita la lettura del lavoro, ne approva la stampa.

Il Socio GRAF, condeputato col Socio RENIER e col Socio non residente D'ANCONA ad esaminare il lavoro manoscritto: *Galeotto Del Carretto poeta lirico e drammatico monferrino* (*14..-1530*), presentato dal dott. Giuseppe MANACORDA per l'inserzione nelle *Memorie*, legge una relazione concludente per l'ammessione di esso alla lettura.

La Classe, dopo aver approvato le conclusioni della relazione, ode la lettura del lavoro, e quindi ne approva la stampa.

LETTURE

Relazione sul lavoro del dott. Arturo Segre, intitolato: *Delle relazioni tra Savoia e Venezia da Amedeo VI a Carlo II (III)* [*1366-1553*], e presentato per l'inserzione nel volume delle *Memorie*.

Il dottor Arturo Segre, che già pubblicava nelle nostre Memorie accademiche un suo studio sull'ammiraglio Andrea Provana di Leynì, presenta ora un'altra monografia, che comprende le relazioni di Savoia colla Repubblica di Venezia, dal 1366 al 1553, cioè dai gloriosi tempi dell'illustre principe Sabaudo Amedeo VI, a quelli men propizi per la Dinastia nostra, di Carlo III (il Buono).

Conviene preludere coll'avvertenza, che nella guisa della citata sua prima memoria, anche in questa la narrazione è quasi unicamente fondata su documenti inediti, ricavati specialmente dagli Archivi di Stato di Torino e di Venezia, che abbondanti l'autore inserisce nelle copiose note. Imperocchè egli non poteva far troppo grande assegnamento sulle notizie che, relative a quest'argomento, si riscontrano nel libro pubblicato dal professor Paravia sul patriziato veneto dei reali di Savoia e sulle relazioni fra Venezia e Piemonte ai tempi di Emanuele Filiberto, nè sulle notizie generali che qua e là sparse si hanno nelle opere del Cibrario. Invece potè giovarsi non poco di altre pubblicazioni che videro posteriormente la luce, e sono ancora in corso di stampa, cioè i Diarî di Marin Sanuto e i libri Commemoriali del Predelli.

Col mezzo pertanto di questi varî materiali riuscì al Segre di compilare la sua memoria, che riesce così originale, e s'insinua in molti particolari i quali vogliono essere tenuti in pregio, anco secondo l'autorità del Machiavelli stesso, il quale lasciò detto che niente diletta ed insegna più della storia che descrive minutamente.

E per darci almeno un'idea sommaria del contenuto dello scritto del Segre, converrà avvertire, che dopo un breve preambolo storico, in cui l'autore si propone di far vedere la potenza dei conti di Savoia alla metà del secolo XIV, egli s'intrattiene particolareggiatamente delle relazioni avute da Amedeo VI colla Repubblica, dal 1366, anno in cui quel principe, mantenendo la promessa data tre anni prima ad Urbano V, di prendere parte alla spedizione in aiuto dell'imperatore Giovanni Paleologo assediato dai Bulgari, recossi a Venezia, dove ricevette festosa accoglienza.

Molte, e di non lieve momento, furono le relazioni di Amedeo VI con Venezia, e tutte accuratamente descritte dall'autore, il quale non lasciò di farci conoscere le particolarità del celebre trattato di Torino, dell' otto agosto 1381, in cui Amedeo VI fu arbitro nel dar il giudizio sulle gravi differenze tra Genova e Venezia, ed in seguito al quale l'isola di Tenedo ricevette presidio savoino, comandato dal nostro Bonifacio di Piossasco, cavaliere Gerosolimitano.

Che se di gran lunga meno importanti furono le relazioni fra i due Stati ai tempi di Amedeo VII, di ben altro genere furono quelle occorse sotto la dominazione del successore Amedeo VIII. E qui si può dire che l'autore abbia solcato un campo non anco dissodato, poichè molte sono le particolarità che i documenti consultati gli consentirono di divulgare.

Ma ceduto da Amedeo il dominio al figlio Lodovico, fredde furono le relazioni fra Savoia e Venezia, essendo nello Stato all'influenza veneta succeduta la lombarda nelle varie quistioni agitatesi, fra le quali le note pretese sul reame di Cipro non dovevano al certo servire a cementare troppo buona unione fra le due potenze. Dicasi lo stesso delle dominazioni di Amedeo IX e di Filiberto I. Che se sotto Carlo I, succeduto nel 1482 al fratello Filiberto, si ebbe per un momento nuovo impulso alla vita politica, gli avvenimenti cipriotti dovevano pur troppo attutirla. Nè meglio si può dire della dominazione di Carlo Giovanni Amedeo, detto Carlo II, succeduto a suo padre Carlo I nel 1490, epoca in cui, reggendo lo Stato la tutrice Bianca di Monferrato, si ebbe a deplorare l'invasione di Carlo VIII. E debole successo si ebbe dalla determinazione presa dalla Repubblica di stabilire, ai tempi di Filippo di Savoia signore di Bressa detto Senza Terra, ultimo superstite dei fratelli di Amedeo IX (1497), un suo resi-

dente a Torino. Tant'è che nel 1500, sotto Filiberto II, la Repubblica già cessava di mandare fra noi il suo residente, perchè dopo la conquista francese in Lombardia era venuto meno in essa il bisogno di vigilare sulle cose piemontesi. Ai tempi poi di Carlo III, succeduto nel 1504 al fratello Filiberto II (ultimo principe di cui s'intrattiene il Segre nella sua memoria), gli avvenimenti accaduti, frammisti alle futili questioni cipriotte e di cerimoniale a Roma ed altrove, fecero sì che senza inimicare fra loro i due Stati, le relazioni loro divennero languide assai. E purtroppo la politica del duca, che fece parte della lega di Cambrai contro Venezia e che coi marchesi di Mantova, di Monferrato e col duca di Ferrara, venne nominato qual alleato del Re di Francia, ebbe ad attirargli ogni malanno, e quell'invasione francese, dalla quale egli non ebbe più mezzo di liberarsi, non avendo potuto più oltre far assegnamento sulla Repubblica, che diversamente gli avrebbe giovato assai.

Ancor questo, come il precedente scritto del dottor Segre, è condotto coi criteri della scuola moderna, e fondato sulla profondità dell'indagine minuta e precisa, con copiosa indicazione delle fonti onde l'autore attinse le notizie, con metodo logico e chiaro e con sobrietà di osservazioni.

Per la qual cosa i sottoscritti sono d'avviso che il lavoro del dott. Segre, previa lettura alla Classe per il competente giudizio, possa essere pubblicato nelle memorie accademiche.

G. Claretta, *relatore*
C. Cipolla
E. Ferrero.

Relazione sul lavoro del dott. Giuseppe Manacorda, intitolato: *Galeotto del Carretto, poeta lirico e drammatico monferrino (14..-1530)*, e presentato per la inserzione nei volumi delle *Memorie*.

Lo scritto del dott. Giuseppe Manacorda si compone di sei capitoli e un'appendice. Nel primo capitolo l'autore discorre in generale delle lettere e delle arti, quali fiorirono nella corte monferrina nei secoli XV e XVI. Ritesse nel secondo la biografia

del poeta, accertando l'anno della nascita e quello della morte, discutendo le notizie tramandate e ripetute, traendone da fonti inedite parecchie di nuove. Ragiona nel terzo delle liriche, cercando soprattutto nelle amorose l'influsso del gusto che andava allora prevalendo, nelle morali e politiche le opinioni del poeta e i giudizii di lui concernenti uomini e casi. L'autore discute l'autenticità delle liriche italiane contenute nel Codice Torinese reale 109, e quella delle spagnuole contenute in un codice estense. Nel capitolo quarto prende in esame i drammi, non senza far precedere alcuni cenni sopra il teatro sacro piemontese in genere e monferrino in ispecie, e sopra l'influsso esercitato dal dramma sacro francese. I cinque drammi di Galeotto studia, non solamente in sè stessi, ma ancora in relazione con le fonti loro, e con drammi d'altri autori che trattarono gli stessi argomenti, e in quanto ancora fan manifesto il perdurar dell'influsso sacro o il crescer del classico. Nel capitolo quinto si studiano i metri; nel sesto le cronache, di cui una in prosa, un'altra in rima. L'appendice contiene alcuni documenti e le rime del codice torinese testè citato.

Il Dott. Manacorda s'è giovato di quanto altri prima di lui aveva scritto intorno a Galeotto del Carretto; ma egli ha saputo ordinare molte sparse notizie, dire non poche cose nuove, correggere non pochi errori, e mettere insieme una monografia che ne fa conoscere meglio, non solo il poeta monferrino, ma ancora la condizione delle lettere nella region sua e nel suo tempo.

Perciò i sottoscritti non esitano a proporne alla Classe la lettura.

A. D'Ancona
A. Graf, *relatore*
R. Renier.

L'Accademico Segretario
Cesare Nani.

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

ONORANZE

rese alla memoria

DI

TOMMASO VALLAURI

Adunanza del 7 Maggio 1899.

In adempimento delle disposizioni prese nella seduta dell'Accademia a Classi Unite del 21 novembre 1897, il giorno 7 di maggio 1899, l'Accademia procedeva all'inaugurazione di un busto marmoreo al compianto suo Socio Senatore prof. Tommaso VALLAURI.

Erano presenti alla cerimonia inaugurale parecchi Senatori e Deputati, il Presidente del Consiglio Provinciale di Torino, il Sindaco di Torino, il Presidente della Corte di Cassazione, il Primo Presidente della Corte di Appello, il Presidente del Tribunale Civile e il Procuratore del Re, il Preside ed i Professori della Facoltà della R. Università, Professori dell'Università e di altri istituti di studi di istruzione superiore, parenti del Senatore Vallauri e della sua consorte Elisa Gibellini, quasi tutti gli Accademici e un eletto stuolo di Signore e Signori.

Il Ministro della Pubblica Istruzione aveva delegato il Presidente dell'Accademia a rappresentarlo.

La Presidenza del Senato era rappresentata dai Soci Senatori Domenico Carutti di Cantogno e Giulio Bizzozero, il Prefetto della Provincia dal Consigliere di Prefettura Comm. avv.

G. Tola, il Sindaco di Chiusa Pesio dal Comm. Avv. Luigi Vallauri e il Sindaco di Sarsina dal Presidente dell'Accademia.

Il Presidente dell'Accademia Senatore Giuseppe CARLE, apre la funzione pronunciando le seguenti parole:

SIGNORI,

" In questo giorno la nostra Accademia esce dal consueto suo riserbo per adempiere ad un ufficio di riconoscenza verso un illustre suo socio e munifico donatore.

" Il 2 Settembre 1897 decedeva in questa Città il Prof. Senatore TOMMASO VALLAURI, e l'Accademia, che si onorava di averlo a suo socio fin dal 1867, apprendeva dalla Egregia sua consorte Donna Elisa Gibellini, che Egli con suo testamento olografo l'aveva istituita erede universale delle sue sostanze, coll'incarico di stabilire col reddito di esse premii cospicui ad incremento delle scienze e delle lettere.

" L'Accademia accettò riconoscente l'incarico affidatole, e nella sua seduta plenaria del 21 Novembre 1897 deliberò di erigergli, in segno di onoranza, un busto marmoreo da collocarsi sotto il porticato del Palazzo Accademico, con un'epigrafe che ricordasse l' atto munifico di Lui. A tale onoranza volle pure contribuire come usufruttuaria universale la vedova Elisa Gibellini, di cui pur troppo si doveva presto deplorare la perdita avvenuta il 28 Gennaio 1898.

" Consentitemi quindi, che oggi, in cui trattasi di inaugurare il monumento eretto in onore del Vallauri, io mandi anzitutto un pensiero di mesto e rispettoso saluto e di rimpianto alla memoria di Colei, che gli fu compagna pia ed affezionata in tutte le vicissitudini della sua vita, e che lo circondò di cure pazienti ed amorevoli allorchè una malaugurata caduta tolse al nonagenario consorte di poter continuare quella vita attiva ed operosa, che era una necessità per la sua fibra robusta (1).

(1) Ecco le epigrafi state apposte a cura dell'Accademia, al monumento erettosi dallo stesso Vallauri nel camposanto di Torino colla scritta: THOMAS VALLAURIUS SIBI ET ELISAE GIBELLINIAE CONIUGI CARISSIMAE VIVUS FECIT. — L'iscri-

" E poi con vera soddisfazione dell'animo, che, anche come conterrazzano del Vallauri, io adempio al dovere di ringraziare coloro che vollero concorrere con noi a rendere più solenni le onoranze ad un benemerito cittadino. Ringrazio quindi il Prefetto, il Sindaco, le altre autorità civili e militari, i Senatori, i Deputati, i Consiglieri comunali, i colleghi dell'Università, i discepoli, gli amici e i parenti, e tutti quelli che memori del defunto intervennero in persona; e ringrazio quelli che non potendo intervenire scrissero però di essere presenti col pen-

---

zione per il Vallauri dettata da lui stesso, a cui solo aggiunse la data della morte il suo amico Prof. Cav. Vincenzo Lanfranchi, è così concepita:

H. S. E.
THOMAS . VALLAVRIVS
DOMO . CLVSIA . APVD . CVNEENSES
QVI . DOCTOR . DECVRIALIS
LITTERIS . LATINIS . TRADENDIS
IN . ATHENAEO . TAVRINENSI
DISCIPLINAE . SVAE . ALVMNOS
NAVITER . EXCOLVIT
SVBALPINORVM . HISTORIAM . ILLVSTRAVIT
IN . SENATVM . ADLECTVS
OPTIMAM . STVDIORVM . RATIONEM
ASSERERE . NON . DESTITIT
DECESSIT . AVGVSTAE . TAVRINORVM
IV . NON . SEPTEMB . ANNO . M . DCCC . XCVII .
VIXIT . ANNOS . XCII .

Quella poi per la signora Elisa Vallauri, nata Gibellini, fu dettata dallo stesso Prof. Cav. Vincenzo Lanfranchi, ed è la seguente:

H. S. E.
ELISABETH . IOANNIS . F. GIBELLINIA . TAVRINENSIS
VXOR . THOMAE . VALLAVRII
DOCTORIS . DECVRIALIS . LITTERIS . LATINIS . TRADENDIS
IN . R. ATHENAEO
REGNIQVE . SENATORIS
QVAE . INGENIO . MITIS . PRVDENS . AD . EXEMPLVM . FIDELIS
VIRI . INCOMMODAE . VALETVDINI
ANXIA . ASSEDIT . DEFICIENTEM . FOVIT
OCTO . ET . SEPTVAGINTA . ANNOS . NATA
CHRISTIANA . MORTE . OCCVBVIT
AVGVSTAE . TAVRINORVM . V . KAL. FEBRVAR. AN. M . DCCC . XCVIII
DE . MARITO . INLVSTRI
DE . AEGROTIS . EGENTIBVS . OPTIME . MERITA

siero, o delegarono i rappresentanti, fra i quali ricordo in modo particolare il Ministro Baccelli, amico del defunto, che mi ha incaricato di rappresentarlo, la Presidenza del Senato, rappresentata dai senatori e socii Barone Carutti di Cantogno e Bizzozero, il Sindaco di Chiusa-Pesio, paese nativo del Vallauri, che delegò a rappresentarlo il Comm. Avv. Luigi Vallauri, cugino del defunto, e il Municipio di Sarsina, di cui Egli era cittadino onorario, che pur mi ha incaricato di rappresentarlo.

“ Certo non spetta a me parlare qui dell'Illustre defunto, di cui discorrerà con competenza e con affetto il più anziano dei nostri Socii, che ebbe con lui lunga famigliarità e comunanza di studi e di vita accademica. Io mi limiterò unicamente a dire, che qualsiasi apprezzatore imparziale non può a meno di inchinarsi all'uomo, che dedicò tutta la sua vita allo studio dell'antichità e all'illustrazione della storia subalpina, che in sessanta e più anni educò parecchie generazioni al culto della latinità e formò così una pleiade di insegnanti, che poi ne portarono l'insegnamento in tutte le città e gli istituti del Regno, e che morendo volle che il patrimonio accumulato in una vita lunga, operosa, temperante e frugale andasse in sussidio delle scienze e delle lettere.

“ E qui credo mio debito di annunziare che l'Accademia, in esecuzione del testamento, ha deliberato che cogli interessi della cartella nominativa del consolidato italiano di lire 240 mila, in cui sarà investito il patrimonio della fondazione Vallauri, a cura del solerte esecutore testamentario Avv. Giovanni Calandra, che qui pubblicamente ringrazio per l'opera sua sollecita e disinteressata, siano stabiliti e pubblicati fin d'ora due premi quadriennali, di cui: il primo per il quadriennio decorrente dal 1899 a tutto il 1902 sarà conferito allo scienziato italiano o straniero, che in tale spazio di tempo abbia pubblicato colle stampe l'opera più ragguardevole e più celebre su alcuna delle scienze fisiche, dando a questo vocabolo la più estesa significazione; ed il secondo per il quadriennio decorrente dal 1903 a tutto il 1907 sarà invece conferito a quel letterato italiano o straniero che avrà in tal tempo stampato la migliore opera critica sulla letteratura latina. Ciascuno di tali premii sarà di lire italiane trentamila nette, fatta riserva per il caso, che abbia a mutare il reddito del consolidato italiano.

“ L'Accademia non si è dissimulate la difficoltà e la gravità del compito, che veniva ad assumersi, ma si è creduta in debito di accettarlo, ben sapendo che le Accademie non hanno ora che due vie per aiutare lo svolgimento scientifico, quella cioè di accogliere nei proprii volumi le note e le memorie originali che segnino un progresso nelle scienze, e quello di ricompensare con premii le opere e le scoperte veramente ragguardevoli ed insigni.

“ La nostra Accademia ha cercato sempre di adempiere al primo ufficio, come lo provano le sue pubblicazioni, che ormai rimontano oltre a cento anni, ed ora è lieta di essere posta in condizione di poter anche contribuire all'incremento delle scienze e delle lettere col conferimento di ragguardevoli premii.

“ Essa fin dal 1879 cominciò a disporre del cospicuo premio, istituito dal Dottor Alessandro Bressa, di lire 12 mila lorde a favore delle maggiori opere o scoperte scientifiche fatte nel quadriennio, premio, che viene alternandosi ogni biennio fra gli scienziati di tutti i paesi e gli scienziati italiani. Fu questo premio, che le porse il mezzo di segnalare le maggiori scoperte ed opere, che da quell'epoca si sono compiute, come lo provano i nomi dei premiati, che sono, fra gli esteri, quelli di Carlo Darwin, di Ormuzd Rassam, di Luigi Pasteur, di Enrico Hertz e di Lord John William Rayleigh, e fra gli italiani i nomi del viaggiatore Luigi D'Albertis, di Pasquale Villari, di Domenico Comparetti, di Angelo Battelli e di Giuseppe Pitrè.

“ Nel 1895 si aggiungeva il premio fondato dall'Avv. Cesare Gautieri, più modesto di proporzioni, cioè di lire tremila lorde, ma che scade ogni anno, e serve per riconoscere e segnalare la migliore opera filosofica, storica e letteraria, che nel triennio siasi pubblicata in Italia.

“ Ed ora mercè la munificenza del Vallauri viene a stabilirsi il premio Vallauri, veramente cospicuo per l'entità della somma, per il carattere internazionale, per il largo dominio scientifico e letterario a cui si riferisce.

“ L'Accademia quindi non può che essere grata all'Illustre Socio per la fiducia che le ha dimostrato, affidandole il conferimento di un premio mondiale, e per averla così posta in condizione di contribuire anche per questa via al progresso delle scienze e delle lettere.

“ Lasciate quindi che io termini esprimendo l'augurio, che il premio Vallauri, nella gara internazionale a cui darà luogo fra gli scienziati e fra i letterati di tutti i paesi, valga anche a stimolare efficacemente e a mantenere alacre e pronto questo ingegno italiano, a cui non è venuto mai meno nè l'arditezza e l'acume nelle scoperte scientifiche, nè l'amore e il gusto per la letteratura latina, il cui culto era dal Vallauri ritenuto indispensabile per l'avvenire di un paese, che più degli altri ha il dovere di mantenere viva la tradizione della classica antichità.

“ Ed ora prego il collega Peyron a volerci dire della vita e delle opere di Tommaso Vallauri „.

Discorso commemorativo del Socio Bernardino Peyron.

Signori,

“ Porgere omaggio di una parola riconoscente alla memoria del compianto Senatore Vallauri in nome dell' Accademia, fu oggi ed in precedenti occasioni il compito dell' egregio che la presiede. Aggiungerne una, come Ei desiderò, la quale specialmente commemori il latinista, sarebbe stato diritto di altri miei colleghi per la specialità dei loro studi linguistici, e rimase a me privilegio ed onore.

“ Grato accettai l'onore, annetto il privilegio ad un altro, che ho io su tutti i colleghi, privilegio più bello a conquistarsi che a possedersi, l' età, la quale me, come niun altro avvicina a quella del Vallauri nel dire di lui. Mi avvicina, ma non così, che egli già laureato, anzi aggregato, non abbia potuto essere Ripetitore di latino a me adolescente.

“ Prego notare la circostanza potendo avvenire, che mentre si aspetta da me un elogio in qualche modo scientifico, io non sappia recare fuorchè il tributo dell'età, che è dei ricordi. In tal caso appaia in me, che anche i ricordi possono avere dalle circostanze valore accademico, dacchè ai lieti dell'età prima e alla venerazione, che se allora nasce s'impone poi sempre, rannodo ancora dopo sì lungo intervallo il dovere che compio, inspiro la parola, che nell'antico maestro compiange la recente perdita d'un collega.

“ A parer dunque ciò che dovrei essere, latinista, una prima nota attingo al Vocabolario che oggidì reca il nome del Vallauri, voi sapete, per le aggiunte di locuzioni da lui fatte latine di cose moderne; aggiunte di cui scrisse: *Le coniai di mio imitando gli antichi.* Fra le quali ve n'ha una caratteristica, ed è, che a denominare in puro latino *Accademia delle Scienze* non stimò possibile la traduzione letterale, ma usò di una perifrasi, la quale rivela l'alto concetto, che egli si era formato dell'Istituzione, che doveva un dì accoglierlo Socio non men dotto che munifico. Di quella si valse il degno Epigrafista sui marmi a scoprirsi. Me ne varrò io a rintracciare in essa le lontane ragioni, il presagio del grandioso lascito; e poichè una citazione latina credo permessa, dove la parte gentile dell'Uditorio non si sa dire, se sia o più gentile o più colta nel Santuario stesso della Scienza, la dirò in latino: *Societas taurinensis Scientiarum finibus proferendis.*

“ Estendere i confini al dominio scientifico se sia lo scopo della Società, dicasi pure, che quanto è giusta nel concetto e classica nella forma la definizione, altrettanto fu generoso il commento, che l'Autore vi appose, chiamando sua erede l'Accademia stessa a promuovere in Italia e fuori le discipline, che ella coltiva, con premi di cui non so quali altri maggiori in altri Istituti Scientifici. La frase dal modesto volume, ove l'Autore la inserì ad uso delle scuole, rivivrà in questo recinto titolo di gratitudine sotto la effigie, che i Colleghi decretarono, e l'Arte, vedrete, con mirabil finezza di lavoro scolpiva.

“ Ben è vero, che l'accettazione del lascito non fu disgiunta da un sentimento di generosità anche per parte della erede, se si consideri quale responsabilità, quali studi e fatiche per amore della Scienza essa importerà alle due classi. Ma intanto la gratitudine si appalesa oggi quella che inchiude non che il dovere ma il bisogno di una qualche significazione. I marmi che inauguriamo, diranno ai Soci avvenire come i presenti adempirono il dovere; a noi presenti rimane la soddisfazione di inaugurarli in solennità intima ed amica per l' intervento di congiunti ed amici, non che splendida per quello di autorevoli personaggi.

“ Tommaso Vallauri nacque in Chiusa Pesio il 25 gennaio 1805. A togliere alcune note alla sua autobiografia oltre i miei tempi, debbo salire alle prime aurore del secolo, di cui

stiamo per vedere l'ultima. Nè altri si sgomenti alla data secolare prefissa al mio dire. Il tempo vola, ed il mio dire avrà forse la rapidità con cui al Collega ed a me parve trascorrere questo, ed a Voi parrà, o Signori, cui auguro felice, il secolo venturo.

" Or ecco la nota. *Anche mio padre,* scrive egli, *aveva coltivato con molto amore il latino. Egli fu che m'insegnò le declinazioni dei nomi e le coniugazioni dei verbi. Alla sua scuola acquistai* (sono sue parole) *una maravigliosa facilità nello interpretare gli scrittori latini, e nel trovare le voci e le frasi convenienti per latinizzare i concetti italiani.* Una prova ne avemmo nella citata frase. Ma non è ella singolare questa eredità di padre in figlio nell'arte di esprimere il bello; chè tale è pure lo scrivere bene in latino? Anche i genii della musica italiana, che a questo secolo aggiungeranno la gloria del loro nome, si sa che nacquero da modesti professori dell'arte loro. Dovrassi adunque dire con le debite restrizioni, seppure sieno necessarie, che anche per il Vallauri si verificò il misterioso fenomeno dell'atavismo? Per me dico di sì, perchè a questo mistero, non sapendo io a principii di alta filologia, sarò indotto ad attribuire, quando n'abbia a dare giudicio, la bontà del suo scrivere latino e la conseguente meritata fama.

" Intanto alcune cagioni di questa fama hannosi a ricercare nella educazione letteraria durante il Corso dell' Università in Torino.

" Siamo già sul fine del secondo decennio del secolo. Nel nostro Ateneo la filologia latina e greca è professata da Carlo Boucheron, la italiana da Giuseppe Biamonti, nè vuolsi passare sotto silenzio, che nella scuola attigua di lingue orientali le tradizioni del Caluso erano tenute vive da un discepolo poco più che ventenne, il quale, acquistatasi già qualche rinomanza negli studi ellenici colla pubblicazione del suo Empedocle era agli alunni della vicina scuola esempio ed eccitamento a quelli.

" Chi non udì il Boucheron, come io l'udii anche un anno solo. che fu l'ultimo di sua vita, non può farsi un'idea del fascino di quelle sue improvvisazioni latine, nelle quali spiegando i Classici dalle minuzie grammaticali passava ad alti argomenti per ritornare, ove fosse d'uopo, agli epigrammi ed alle facezie sulle cose del giorno. Così poi sentiva la bellezza d'un pensiero greco e

d'una greca espressione, che i versi di Sofocle in quel mio anno ricevevano talvolta la interpretazione estetica dal modo stesso, con cui li pronunciava. Chi poi non udì dal labbro stesso dei discepoli le lodi del Biamonti, come io le udii dal loro, non può farsi un'idea dell'entusiasmo, che quell'uomo eruditissimo sapeva eccitare nei loro animi. Non saliva in cattedra, ma come Socrate, si circondava de' suoi scolari a dialogizzare con loro. Il professore di lettere italiane era letterato ad un tempo e scienziato; dottissimo in greco ed in latino come dimostrano per il greco i suoi preziosi manoscritti inediti lasciati alla biblioteca universitaria, e maestro nell'italiano, li intratteneva in continui paralleli semplici, elementari, ma scientifici sulle tre lingue e sulle tre letterature.

" Per tal guisa quei due maestri del Vallauri erano due insigni, che con diverso metodo e diversa erudizione ottenevano il medesimo risultamento, che era infiammare i giovani allo studio della trina letteratura.

" Aggiungete ora, o Signori, che a sì degni maestri erano sortiti in quel Corso degni scolari, e, singolar fatto, erano venuti in buon numero col Gorresio e col Vallauri da Mondovì, circondario che, ricordevole d'essere stato la sede un dì degli studi subalpini, si credè obbligato d'inviare poi sempre alla Sede di Torino begli ingegni a dare in seguito e alle Cattedre e alle Accademie professori e Presidenti e financo al regno i Senatori.

" Il perchè accennare anche solo alcune delle gloriose riuscite parmi un breve tratto di storia letteraria, breve, ma se male non mi appongo, bello e degno e opportuno a dirsi in questa aula a proposito del Vallauri.

" Accademici, siamo in famiglia, è anche storia nostra intima. Luigi Cibrario, Socio nostro, storico insigne ed elegante scrittore, era di quel Corso. L'Arri, Socio nostro, l'amore alla filologia acquistato allora nell'Ateneo, per la seduzione della vicina scuola, rivolse agli studi semitici, ed ebbe nome in quelli. Amico suo Gaspare Gorresio da Bagnasco ad un venerato mio parente successore nell'Istituto di Francia e per alcun tempo sulla cattedra di Lingue Orientali, certo dovette la sua fortuna all'ingegno e allo studio, ma chi sa quanto all'essere stato allora distinto discepolo del Boucheron nel greco, talchè per tale sua qualità fu chiamato ad insegnarlo ai figli di un potente Ministro

plenipotenziario del Re Carlo Felice in Vienna, e poi Ministro di Carlo Alberto in Torino, il quale rimunerò l'educatore dei proprî figli negli studi ellenici rinascenti allora fra noi, procurando alla futura sua fama di sanscrittista sussidii, che altri non avrebbe osato imaginare, non che sperare. Claudio Dalmazzo, da Vernante, il fervente amico di Gioberti, amico mio e collega nella Biblioteca Universitaria, vivrà nelle sue traduzioni della *Ciropedia* e dell'*Anabasi* di Senofonte attribuendone egli il merito a quei due, sotto la cui disciplina si educò. *Ai quali non posso*, scriveva egli, *essere tanto tenuto, che basti*. Perocchè il prodigio di quei due, fu avere fatti Grecisti in Piemonte, quando nel sistema del pubblico insegnamento mancavano i mezzi facili a divenire tali, ma innamorando i giovani a procurarseli a qualunque costo. Nel qual prodigio furono involti e il Prieri traduttore di alcuni dialoghi di Platone, e il Bacchialoni successori l'un dopo l'altro al loro maestro di greco. Fra i quali discepoli la eloquenza latina aveva designato un suo futuro lustro, ed ecco a completare il bel quadro ci si presenta la figura di Tommaso Vallauri.

" Chi lo conobbe nella veneranda età de' suoi novant'anni, non indebolita la mente, valido della persona, di cui era così curante, che, mi diceva la sua degna Consorte, dall'ultima caduta nulla più paventava, che il pericolo di offesa nella dignità del camminare, argomenti la vigoria di un'adolescenza promettitrice di sì robusta longevità, e sorrida dovendolo imaginare quale ei ci narra essere venuto dal Seminario di Mondovì ad iscriversi in Lettere a Torino, cioè a quindici anni in abito clericale.

" Fra le splendide riuscite dei compagni qual parte toccò a lui? Splendida anch'essa, e per qualche rispetto invidiabile, perocchè fra tutti ebbe in sorte di supplire nella scuola del Biamonti chi dopo lui la resse, e di succedere dopo il Lanteri allo stesso Boucheron in quella di eloquenza latina. Nè i due onori avrebbe avuto, se la via a quelle due cattedre non gli era aperta da non pochi lavori, che il dichiararono dotto nell'una e nell' altra letteratura. Moltissimi altri aggiunse poi che sono registrati in ricca bibliografia a piè della Vita che scrisse di sè, pregevole anch' essa per l'attinenza di privati aneddoti con la cosa pubblica durante un secolo pieno di grandi avvenimenti.

Non occorre dunque più che qualche breve commento ad alcune principali opere.

" Conseguito il dottorato, come accade ai Letteristi, fu chiamato ad insegnare nei ginnasii di varie provincie, ove oltre al carico dell'insegnamento, scrive egli, *io attendeva per conto mio agli studii;* e negli archivii di Fossano, Cuneo, e specialmente di Vercelli, ove rimase cinque anni, ed in private biblioteche di patrizii, ricercatore paziente e conscienzioso trovò ricca messe di notizie, onde hanno incontestato pregio tre importanti Opere: Storia delle Università, Delle Società letterarie, e Storia della Poesia in Piemonte. Riguardo a quest'ultima, allorchè uscì, si disse, ed io sentii ripetere da autorevolissima voce: Nella letteratura quale importanza può avere la storia parziale della poesia di un paese, dove la poesia fu sempre il valore sui campi di battaglia? Una più pensata critica rispose allora: Chi non sente la poesia in cuore, e, se sappia scrivere, chi in momenti poetici non vuole essere poeta?

" Ben potè accadere, che in qualche pagina la storia del Vallauri non di poesia, ma debbasi dire di individui che scrissero in versi. Ma se esistono i componimenti, perchè non ricordarli, quando gli autori meritano per qualche riguardo. È sempre storia patria. Che se il valore è poesia, esistette adunque questa associata al valore. Ne faccia fede la Storia del Vallauri, dove accanto al nome di Vittorio Alfieri, non mancano bei nomi di poeti. Ne addurrò io un solo esempio di pura opportunità. L'autore della Sofonisba, Galeotto del Carretto ivi è giustamente delineato. Ei diè testè argomento ad una Memoria di egregio letterato; e quella Memoria nell'ultima seduta fu presentata di comune accordo da Arturo Graf e da Alessandro D'Ancona e oggi stesso votata dalla Classe. La storia del Vallauri si fregia adunque di bei nomi.

" Intorno al merito di questi lavori storici giudicò la nostra Deputazione di Storia Patria, quando si onorò di ascriverlo tra i suoi soci. Si onorò pure di ascriverlo tra i suoi l'Accademia della Crusca, dando così il suo voto, che chi era in fama di scrivere in pura lingua latina aveva pure il merito di scrivere in pura lingua italiana. E tal pregio hanno fra gli scritti minori le sue Novelle.

" L'eloquenza latina, io dissi, fin dalla scuola aveva presagito

nel discepolo un successore a Carlo Boucheron. Il presagio si avverò. Il Vallauri a lui succedette professore ordinario l'11 ottobre 1843. Esordì egli la sua carriera scrivendo la vita del venerato maestro: *De Carolo Boucherono.* E convien dire che veramente il suo scritto fosse inspirato da un profondo sentimento, se riuscì tale, che venne più volte ristampato, fu tradotto in francese, e ottenne dall'Egger questo giudizio: *È un vero mòdello di eloquenza grave ed affettuosa.*

" Veramente si direbbe, che al discepolo parve non poter conseguire fama nella letteratura latina, se per qualche ragione non fosse autorizzato ad aggiungere al suo il nome dell'illustre maestro. Il Boucheron aveva scritto latinamente le vite del Caluso, del Priocca, del Vernazza.

" Il Vallauri, giunto appena dal ginnasio di Vercelli a quello di S. Francesco in Torino, stimando somma ventura l'essersi avvicinato a lui, che egli chiamava *immortalis magister meus,* ottenne facoltà di ristampare quelle tre vite, ma con la traduzione sua.

" Sono belle, chi il negherebbe? le iscrizioni latine del Boucheron, e talvolta così piene di affetto, che il Romani ne tradusse alcune in versi. L'epigrafista le dettava *stans pede in uno* e poi le dimenticava. Il discepolo le raccolse con diligente amore, le pubblicò egli il primo in un solo volume, prefiggendo loro il titolo che modestissimo l'autore gli aveva suggerito: *Specimen Inscriptionum edente Vallaurio*, le ripubblicò con le sue osservazioni, ed in fine aggiunse le sue, che fanno un bel riscontro a quelle. Un altro bel riscontro hanno poi le Orazioni, che nell'inaugurazione degli studi universitarii l'uno e l'altro hanno detto. Orbato del maestro l'ebbe sempre ad esemplare.

" Lascierò gli scritti minori, ricorderò fra i maggiori la Raccolta delle sue Prolusioni, delle Dissertazioni, delle Prefazioni ad alcuni Classici, di cui il Pomba lo incaricò in sostituzione al Boucheron. Fra tali incarichi fu la revisione del Lessico Italiano. Procurò egli, esperto critico, la edizione di alcuni Classici ad uso scolastico, tra i quali dopo la polemica col Ritschl possiamo imaginare, che non tralasciò quella di Plauto insignita dei nomi Marco Accio; polemica a ricordarsi, in cui certo non mancò il coraggio al professore italiano, e neppure l'alleanza di alcuni dotti tedeschi e francesi; polemica, in cui fu giudice Plauto

stesso, che la diè vinta al Vallauri nominandolo suo concittadino per diploma del Municipio di Sarsina 1867. Il che avvenne l'anno stesso, in cui l'Accademia nostra fu lieta di accoglierlò suo socio. Nè certo a così illustre uomo poteva mancare, nè mancò un alto onore; e, cred'io, le glorie dell'antico Senato Romano, di cui fu sì studioso, cessero un istante nella sua mente a quella di sedere egli nel Senato, che nel nuovo ordine di cose il primo Re d'Italia stabiliva in Roma.

" Ma il secolo già volge al fine, ed io temerei d'averlo fatto parer tale, se non fosse il vivo interesse dell'argomento. Boucheron e Vallauri ebbero comune una disgrazia, che ad entrambi fu mortale; la frattura di una gamba per caduta. Invano al nostro Collega furono le affettuose cure d'una consorte, che io nomino con alta venerazione, Elisa Gibellini. La conobbi! Per lei la bella frase latina *indulgere desiderio alicuius* fu *indulgere viro* con tutta l'amabilità del cuore di una donna colta e virtuosissima. Poco sopravvisse al marito la cui perdita insieme con lei l'Accademia nostra lamentò il 2 sett. del novantasette.

Signori,

" Quando l'intera vita di un uomo rappresenta in modo luminoso un principio, le varie opere sue possono facilmente riferirsi a quello e lo stesso elogio può riceverne la importanza.

" Più di novant' anni di vita degnamente rappresentarono nel compianto Collega il suo amore alla classica erudizione latina. Ora come giudicate voi, o Signori, l'illustre latinista? Persuaso di non saper dir nulla, che voi non abbiate già presentito più veramente, vorrei sull'ultimo recare il vostro più vero giudizio. Ma poichè mel chiedeste e l'aspettate, eccovi il mio.

" Lui nato di schiatta latina il sangue portava a sentire le bellezze di una lingua che doveva poi far sua, mentre tutte le circostanze della sua vita sin dalla prima adolescenza congiurarono a fargli vedere nello studio di quella lusinghiere speranze di fortuna e di onori. Perciò egli era naturalmente più atto, e per ragioni speciali più portato allo studio sintetico della lingua e meno all'analisi delle leggi che la governano. A noi poi vecchi della vecchia scuola accade che ci turbi qualsiasi

innovazione alle dottrine antiche. Ma il carattere stesso del Vallauri, che, come egli stesso ci confessa, non era facile ad arrendersi, lo impedì d'accogliere pienamente alcune più recenti teorie della filologia latina. Erano innovazioni specialmente germaniche e per il nostro Collega il latino era questione pressochè esclusiva di nazionalità italiana. Non fu dunque il filologo investigatore, ma sotto un certo aspetto (dico, o Signori, sotto un certo aspetto) fu anche più, se collo studio e l'esercizio giunse a possedere la lingua in modo da pensare in quella, conversare in ispirito coi sommi scrittori dell'età di Augusto, parlare con loro la loro favella, il *sermo nobilis* non ancora modificato dal Medio Evo. Ad altri de' nostri Soci il compito scientifico di cercare le leggi di tale modificazione nelle lingue romanze. Per il Vallauri non era forse ugualmente importante, se non comparare, assimilare la lingua italiana alla latina, di guisa che un concetto italiano ricevesse un'espressione accettabile da Cicerone? Che se a me profano sia concesso un paragone tolto dalle vostre scienze, o matematici, so che ve n'ha una, la quale ha per oggetto non già di approfondire la intima costituzione della materia, ma di studiarne, descriverne, porne in rilievo le vaghe brillanti forme cristalline, fra cui i bei diamanti. Le vaghe brillanti forme seppe discernere con fino gusto nei Classici latini, e raccolse studiosamente, con questa differenza, che lo studioso dei cristalli rimarrà scienziato nell'oggetto dei suoi studi, e l'altro sarà ad un tempo il Professore che quelle forme rivela ai suoi studenti a preparare cultori alle scienze filologiche, e sarà l'artista che ne ingemma le proprie scritture.

" Dal bello, che ritrasse in quelle, parmi poter dire, che una qualche luce benigna si riflette oggi sul grandioso lascito, solenne occasione di quest'adunanza. Perocchè il frutto d'una longeva operosità letteraria ci si rivela l'ultima delle benemerenze d'un nostro Socio e verso le lettere e verso le scienze. Coltivò le une, venerò le altre. A quelle consacrò la vita, e lasciò gli scritti e il nome; nel progresso di queste ambì la gloria, e l'avrà! Quella incontestata e serena di perenne benefattore ".

Finito il discorso commemorativo del Peyron i Socii e gli invitati assistettero al discoprimento del busto, opera lodata dello scultore Cav. Pietro Canonica.

Esso trovasi collocato nell'atrio del Palazzo dell'Accademia, fra la statua di Plana e il busto di Ercole Ricotti, e porta la seguente epigrafe:

THOMAS VALLAVRIUS
INSIGNIS . LATINAE . ELOQ . DOCTOR : IN . TAVRIN . ATHENAEO .
ITAL . REGNI . SENATOR . HVIVS . ACADEMIAE . SODALIS .
PECVNIAM . DIVTVRNO . LABORE . PARATAM . AD . SCIENTIAS .
AD . LITTERAS . PROVEHENDAS . TESTAMENTO . RELIQVIT .
NATVS . CLVSIAE . APVD . CVNEENSES . AN . MDCCCV .
DECESSIT . AVG . TAVRINOR . IV . NON . SEPT . AN . MDCCCXCVII .

In quell' occasione si pronunziarono i seguenti discorsi:

Parole del Senatore Giuseppe Carle,
Presidente dell'Accademia.

" Ed ora, o Signori, che è caduto il velo che copriva l'effigie marmorea, ma vivente, di Tommaso Vallauri, consentitemi che quale discepolo, quale collega e quale conterrazzano di Lui, io mi inchini riverente una volta ancora al Nestore degli insegnanti italiani, a Colui che ispirò il culto della classica latinità alla generazione che ha preparato e a quella che ha compiuto la grande opera dell'unità nazionale.

" Il Vallauri, come ha finamente dimostrato il collega Peyron nel suo splendido discorso, non è uomo che debba essere apprezzato alla stessa stregua degli altri critici ed eruditi. Egli più che un filologo ed un critico, è stato un artista vero nel culto della latinità; Egli cercò di immedesimarsi lo spirito e la forma degli antichi scrittori, e vi riuscì mediante un senso ed un intuito veramente meraviglioso della latinità classica. È questa la caratteristica che lo contraddistingue, che costituisce l'originalità della sua figura, e che ha fatto sì che Egli anche nella opinione popolare torreggiasse fra i latinisti del suo tempo come la sua alta ed eretta figura soverchiava la comune statura degli altri uomini. Fu questa la causa per cui Egli fu considerato

come il principe dei latinisti dei suoi tempi e che spiega l'alta celebrità a cui Egli giunse in Italia e fuori di Italia.

" Consentitemi ancora, che io ringrazi e mi feliciti coll'egregio scultore Pietro Canonica.

" Io lo ringrazio per la coscienza e per l'amore che egli pose nell' opera sua, e per la fedeltà ed efficacia con cui seppe riprodurre nel marmo le sembianze di Lui, pur ricavandole soltanto da una fotografia.

" Mi felicito poi per l'atteggiamento in cui riuscì a ritrarre il Vallauri. Poichè il marmo, o Signori, che noi abbiamo davanti agli occhi, non ci richiama tanto il Vallauri battagliero, che scendeva armato di strali acuti nelle polemiche letterarie, quanto piuttosto il Vallauri, allorchè già innanzi negli anni, dimentico e stanco delle lotte, ripensando al passato, si arrestava a meditare sulla grandezza ed eternità di Roma, sull'immortalità della sua letteratura e sull' universalità di quella scienza, che egli cercò di sussidiare colle sue disposizioni testamentarie. È questo il Vallauri, che ha voluto raffigurare il Canonica, e del quale noi dobbiamo e vogliamo sopratutto conservare gradito il ricordo: poichè la morte, o Signori, cancella dal viso degli uomini la traccia dei risentimenti e ricompone la figura calma e serena, che fu veramente propria dell'uomo „.

Parole del Senatore Severino Casana,

Sindaco di Torino.

" Insignito dal Consiglio Comunale di Torino dell'alto onore di essere il Capo dell'Amministrazione cittadina, in questa sede dove aleggiano gli spiriti di tanti sommi, che nell'ampio campo scientifico tanto lustro arrecarono al paese, dove tuttora dotti personaggi, quali Vestali devote, vi custodiscono la fiamma pura della scienza, io sento che l'eccelsa veste di primo Magistrato della città non basta a farmi degno di far sentire la mia parola qui dove il nome dei Peyron è famigliare, qui dove esposero tanti veri scientifici Lagrange, Saluzzo, Sclopis, Sella, Ricotti, Lessona ed ultimo della eletta schiera il rimpianto Galileo Ferraris.

" Tuttavia appunto perchè Sindaco di Torino io non potei rifiutarmi all'invito che or ora mi rivolse l'illustre Presidente

di questa Accademia delle Scienze perchè io pure mandassi il saluto alla memoria del sommo linguista che stiamo onorando.

“ Questa città, che ambisce all'onore di essere coltissima fra le colte città italiane, che per quanto sta in lei diede e darà sempre, nol dubito, la massima cura alla istruzione in tutte le sue molteplici forme, non può che venerare questo tempio, dove la scienza sublimandosi nelle elevate ricerche apre la via agli insegnamenti che della scienza possono far irradiare i benefici in tutti gli ordini di cittadini.

“ Epperò gli è con animo profondamente grato, che a nome della cittadinanza io dò il saluto di Torino alla memoria di Tommaso Vallauri, che un valente artista, vanto di Torino sua patria, ci ha riprodotto con tanta maestria d'arte, con tanta verità di rievocazione. Torino che onorò ed amò riverente l'austera figura di Tommaso Vallauri, quando col suo valore faceva rifulgere non comune lustro sulla nostra Università, non solo conserverà al suo ricordo la riconoscenza dovuta a chi vi procurò distinzioni ed onori, ma per l'atto suo ultimo e munifico benedirà alla memoria di Lui, che per tal via nuovo alimento ha fornito allo splendore della scienza pura ed elevata che è come fiamma del Cielo.

“ Sia benedetta la memoria di Tommaso Vallauri „.

Parole del Comm. Avv. Dott. Luigi Vallauri,

Rappresentante il Sindaco di Chiusa-Pesio.

“ In nome del Sindaco e del Comune di Chiusa-Pesio, che oggi ho l'onore di rappresentare, mi sia concesso di rivolgere i più vivi ringraziamenti all'Illustre Presidente di quest'Accademia, ed al dottissimo Comm. Bernardino Peyron, che con elevatezza di pensieri e tanta venustà di parole illustrarono la memoria del nostro sommo concittadino, che questo eminente Corpo scientifico volle eternare coll'onore concesso ai Grandi che benemeritarono della Patria.

“ E come le benemerenze di Tommaso Vallauri gli serberanno un posto immortale nella storia delle lettere e delle scienze, così sarà incancellabile la memoria di Lui nell' umile

terra che gli diede i natali, e di cui Egli volle ricordarsi con un cospicuo lascito di pubblica beneficenza.

" A Te, o Grande, a cui mi legarono vincoli di parentado e di amicizia, io mando un saluto d'affetto e di ammirazione in questo giorno solenne.

" Io che ebbi la sorte di raccogliere le tue ultime parole, di confortarti nelle estreme sofferenze, m'inchino riverente e commosso dinanzi al marmo che ricorda la tua Grande Figura ..

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 14 Maggio 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Cossa, Vice Presidente dell'Accademia, D'Ovidio, Spezia, Camerano, Segre, Jadanza, Foà, Guidi, Fileti, Parona e Naccari, Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale della precedente adunanza che viene approvato.

Il Presidente annunzia la morte del Socio corrispondente Carlo Friedel e prega il Socio Cossa di leggerne in una prossima seduta i cenni biografici.

Il Segretario a nome del Socio Peano, che non ha potuto intervenire all'adunanza, presenta un opuscolo intitolato: *Ricerche cinematiche sopra alcuni meccanismi,* che l'autore di esso, professore Domenico Tessari, invia in omaggio all'Accademia.

Il Segretario presenta pure a nome dello stesso Socio Peano la seconda parte della traduzione tedesca dell'opera: *Calcolo differenziale e principii di calcolo integrale,* lezioni del prof. Genocchi pubblicate dal prof. Peano e le versioni in lingua polacca e tedesca della nota del Socio Peano intitolata: *Saggio di calcolo geometrico,* che fu già inserita negli *Atti* di questa Accademia.

Il Segretario presenta pure una memoria del Socio corrispondente C. Klein, intititolata: *Optische Studien.*

Il Socio Segre, anche a nome del Socio D'Ovidio, legge la relazione sulla memoria del prof. Mario Pieri, intitolata: *Della Geometria elementare come sistema ipotetico deduttivo,* proponendone la lettura alla Classe. Compiuta questa, si approva l'inserzione della memoria nei volumi accademici.

Vengono presentati ed accolti per l'inserzione negli *Atti* gli scritti seguenti:

1° *Sopra un deposito di quarzo e di silice gelatinosa trovato nel traforo del Sempione,* nota del Socio Spezia,

2° *Determinazioni della gravità relativa in Piemonte,* nota del dott. Cesare Aimonetti, presentata dal Socio Jadanza,

3° *Su alcuni materiali da costruzione in leucotefrite del sottosuolo di Torino,* nota del dott. Luigi Colomba, presentata dal Socio Spezia,

4° *Dell'intersezione di due varietà contenute in una varietà semplicemente infinita di spazi,* nota del dott. Beppo Levi, presentata dal Socio Segre.

LETTURE

Sopra un deposito di quarzo e di silice gelatinosa trovato nel traforo del Sempione;

Nota del Socio GIORGIO SPEZIA.

Il signor Lanino, ingegnere dell'impresa Brandt, Brandau e C.[ia], addetto alla direzione del traforo del Sempione, mi spedì gentilmente, e gli sono grato, una sostanza minerale trovata nella 2ª galleria a 300 metri dall'imbocco del versante italiano, dentro una litoclasi larga dieci centimetri ed attraversante il gneiss.

La sostanza, depurata da qualche frammento commisto, si presenta come una pasta molto umida, al tatto un po' viscida e sfregata fra le dita è leggermente granulosa; il colore è bianchissimo e con un aspetto complessivo che meglio si descrive col paragonare la sostanza alla pomata di vaselina.

A prima vista credevo si trattasse di caolino mescolato a silice, ma una preliminare osservazione al microscopio mi mostrò che la massima parte della sostanza era costituita da minutissimi cristalli di quarzo insieme ad una sostanza gelatinosa che io ritenni per silice idrata.

Altri osservatori già scrissero di una silice idrata naturale, anzi il Sauvage (1) descrisse una silice gelatinosa, e Iukes-Browne e W. Hill (2) riferirono di una silice colloidale. Ma realmente dalla descrizione fatta dai detti autori risulta che la silice da essi trovata era già indurita, talchè sarebbe stato molto più proprio il nome di opale, mentre nel caso mio si tratta di vera silice gelatinosa molle e glutinosa al tatto, la quale trovandosi associata al quarzo in una litoclasi costituisce un importante argomento di studio per la geologia chimica.

(1) " Annales des mines ", t. XVIII, serie 3ª, 1840, pag. 520.
(2) " Quart. Journ. of the geol. Soc. ", vol. XLV, 1889, pag. 403.

Perciò ritenni opportuno di pubblicare il risultato di alcune osservazioni, che già potei eseguire sulla sostanza speditami dall'Ing. Lanino, riservando di continuare lo studio quando con una gita sul posto potrò esaminare, se sarà possibile, come si presenta a giorno la litoclasi nella cui profondità si trovò la sostanza. Allora tratterò anche delle concrezioni isolate e delle incrostazioni che debbono essersi formate sulle pareti della litoclasi e di cui io trovai frammenti mescolati alla sostanza minerale che esaminai.

Il materiale spappolato nell'acqua lascia questa torbida e bianca per la sospensione di cristalli di quarzo, la cui piccolezza è tale che la loro presenza è ancora visibile, con un ingrandimento forte, in una goccia di liquido presa ad un centimetro sotto la superficie dopo 15 minuti di riposo.

Man mano poi che il color bianco s'abbassa subentra nel liquido una tinta opalescente analoga a quella della silice gelatinosa; prendendo allora, vicino al limite dello strato bianco, una goccia di liquido opalescente ed osservatala al microscopio si scorgono dei grumi con minutissimi cristalli di quarzo riuniti e nei quali appare come causa d'unione la sostanza trasparente e isotropa costituente i grumi.

Volendo meglio indicare il fatto con una similitudine, i detti aggregati, per la piccolezza dei cristalli, appaiono come altrettante colonie di bacteri in una cultura di gelatina.

Noto poi che se, durante l'osservazione al microscopio, si cerca di smuovere con un ago gli aggregati, si vede che i cristalli si separano l'un dall'altro e che la sostanza trasparente e isotropa che li riuniva è gelatinosa.

Inoltre, se alla goccia del liquido da esaminare si aggiunge un'altra goccia di soluzione acquosa di fucsina, la sostanza gelatinosa costituente i grumi diventa assai visibile; perchè essa assume un colore rosso più intenso di quello del rimanente liquido.

Trattando poi il materiale con molta acqua e facendo varie decantazioni per separare la parte che rimane più a lungo sospesa da quanto più presto si precipita al fondo del vaso, si ha un residuo bianco. Tale residuo consta per la maggior parte anche di cristalli di quarzo la cui lunghezza supera raramente il mezzo millimetro; inoltre si osservano in discreta

quantità minuti romboedri incolori, bianchi o anche giallognoli, con le faccie un poco ricurve e con traccie di poliedria come in certi cristalli di dolomite. Rarissimo poi è il caso di trovare detti romboedri senza qualche cristallo di quarzo che emerga da essi; anzi tali romboedri, la cui maggiore dimensione non arriva al millimetro, sono talvolta opachi per la quantità di cristalli di quarzo inchiusi.

Trattando poi detti romboedri opachi coll'acido cloridrico diluito, essi si sciolgono con effervescenza; ed osservando la reazione al microscopio si scorge, che i minuti cristalli si staccano man mano che il romboedro scompare e che si separa anche una sostanza trasparente isotropa che assorbe la fucsina e che tiene uniti alcuni aggruppamenti dei cristalli di quarzo più minuti; sovente uno di tali aggruppamenti occupa la parte più centrale del romboedro disciolto.

Parrebbe che i grumi della sostanza gelatinosa i quali erano sospesi nel liquido in cui si generavano i romboedri, avessero servito di centro d'attrazione o meglio di appoggio alla formazione dei romboedri, i quali così inglobavano i cristalli di quarzo già esistenti nel grumo gelatinoso, più quegli altri che per simultanea genesi si formavano.

Un saggio qualitativo dei detti romboedri m'indicò che essi erano costituiti da carbonati di calcio, di magnesio e di ferro; per conoscere poi in quale proporzione fossero questi ultimi, scelsi molti romboedri bianchi sciogliendoli nell'acido cloridrico per separarne i cristalli di quarzo e la sostanza trasparente e isotropa. Quindi presa una quantità determinata di soluzione ne feci l'analisi quantitativa e trovai che sopra 100 parti di carbonati, vi erano 59,55 di carbonato di calcio, 20,90 di carbonato di magnesio e 19,55 di carbonato di ferro. Perciò ritenni il minerale come una varietà di ankerite, tanto più che i romboedri riscaldati nell'ossigeno annerivano.

Nel su mentovato residuo più grossolano osservai, oltre l'ankerite, anche qualche raro cristallo di pirite, sia nella forma del cubo che in quella del pentagonododecaedro, e più raramente qualche lamella esagonale di mica di colore leggermente giallo verdognolo.

Degno di nota è l'abito dei cristalli di quarzo. Quanto più sono piccoli, la forma loro appare più fusata e le faccie dei

prismi non sono liscie. Nei cristalli più grossi compaiono meglio i prismi, benchè le faccie loro sieno sempre un po' rugose; le faccie dei romboedri invece sono perfette ed i loro spigoli ben determinati. In quasi tutti i cristalli poi si osservano parallelamente all'intersezione della faccia prismatica con quella del romboedro finissime strie, le quali, rappresentando una serie di altri romboedri, costituiscono una superficie curva.

L'aspetto generale dei cristalli di quarzo, la mancanza di quella nitidezza delle faccie del prisma, che io avevo ammirato nei cristalli microscopici ottenuti artificialmente in alcune mie esperienze, mi fecero balenare il dubbio che si trattasse di cristalli non già in via di formazione, bensì in via di dissoluzione.

Ma esaminando meglio l'apparenza di corrosione dei cristalli di quarzo ed osservando che le faccie dei romboedri erano generalmente perfette, mentre avrebbero dovuto essere più alterate di quelle dei prismi, mi convinsi tosto che il deposito minerale in esame rappresenta un processo di formazione quarzosa.

Per la parte chimica feci anche qualche saggio complessivo.

Trattato un poco di sostanza con acido fluoridrico non rimase che un tenue residuo, nel quale accertai con saggi qualitativi la presenza del calcio, del ferro, del magnesio e dell'alluminio; coll'analisi spettrale comparvero distinte le linee del potassio e del litio.

Trattando poi altra parte di sostanza con acido cloridrico diluito essa rimase quasi tutta indisciolta, soltanto ebbi nella soluzione ancora il calcio, il ferro ed il magnesio dovuti all'ankerite, ma allo spettroscopio non comparvero più nè il litio nè il potassio.

Del resto la tenue quantità di residuo avuta dal saggio coll'acido fluoridrico dimostrava come la parte più importante del deposito nella litoclasi fosse il quarzo e la silice idrata gelatinosa; ed a maggiore sicurezza feci un saggio quantitativo della silice complessiva esistente nella sostanza.

Preso gr. 8,071 di sostanza, la lasciai all'aria per 54 ore e pesata perdette gr. 1,472 di peso, poi lasciata 8 ore alla temperatura di 100° perdette ancora gr. 3,878, rimanendo così ridotta a gr. 2,721.

Da detta sostanza essiccata, presi gr. 1,7754 che riscaldai

al calor rosso chiaro per un'ora ottenendo ancora una perdita in peso di gr. 0,077, certo anche per la scomparsa di acido carbonico del carbonato costituente i romboedri sopra descritti.

Sulla sostanza così disidratata cercai la quantità d'anidride silicica fondendola col carbonato sodico-potassico e trovai che la silice complessiva considerata allo stato anidro rappresenta il 93 % della sostanza portata al calor rosso.

Evidentemente tale saggio quantitativo fatto su materiale eterogeneo non ha altro valore che di confermare il risultato ottenuto per mezzo dell'acido fluoridrico.

La sostanza sia per esposizione all'aria secca e più ancora per riscaldamento, s'induriva man mano presentando la sineresi caratteristica della silice gelatinosa, perciò rimaneva impossibile di stabilire con la perdita di peso la quantità di quest'ultima; non potendosi fissare, in un miscuglio di tale idrato silicico ed acqua, qual sia il limite dove finisce la perdita di acqua igroscopica o d'imbibizione e comincia quella dell'acqua d'idratazione.

Ad ogni modo, tanto per separare bene la silice gelatinosa dal quarzo, trattai la sostanza con soluzione concentrata di idrato potassico ed a freddo. Ma nella soluzione filtrata ebbi soltanto traccia di silice. Allora la stessa sostanza tolta dal filtro fu trattata con altra eguale soluzione di potassa mantenendo l'ebollizione per 5 minuti; e nella soluzione ebbi maggiore quantità, benchè sempre piccola, di silice; rimessa nuovamente la sostanza in altra soluzione di idrato potassico e mantenuta l'ebollizione per 30 minuti, ebbi di nuovo poca silice disciolta.

Dopo detto trattamento coll'idrato potassico posi la sostanza nuovamente nell'acqua, agitandola molto, e allora trovai, che, dopo essersi fatto il deposito bianco della parte quarzosa, l'acqua rimaneva ancora opalescente come prima.

Filtrata un poco di tale acqua rimase ancora nel filtro una materia gelatinosa apparentemente molto voluminosa, ma che dopo essiccata costituiva una velatura, che si poteva separare a guisa di sottile membrana dalla carta del filtro.

Allora credetti importante di esaminare meglio il comportamento di detta sostanza, la quale, pure essendo nello stato gelatinoso, non si era disciolta nell'idrato potassico a caldo.

L'osservazione al microscopio, fatta sulla membrana o pellicola staccata dal filtro, mi dimostrò ancora la presenza di

qualche minutissimo cristallo di quarzo e di corpuscoli indeterminabili.

Quindi per avere un poco di sostanza gelatinosa che fosse meno impura, posi del nuovo materiale naturale nell'acqua e dopo 10 ore decantai il liquido e rinnovai tale operazione aggiungendo parecchie volte acqua e sempre, mediante una forte agitazione, ottenni liquido opalescente.

Il colore di detto liquido appariva dato da una polvere sospesa finissima d'aspetto quasi sericeo, che meglio si vedeva per momentanei riflessi di luce, muovendo il vaso contenente il liquido.

Facendo poi riscaldare il liquido scompariva l'aspetto polverulento e subentravano larghi fiocchi; man mano poi che si evaporava il liquido, si costituiva come una pasta di amido molto cotto. A completa evaporazione a bagno maria il fondo della capsula rimaneva coperto da una patina, la quale facilmente si staccava come una membrana.

Ponendo nel liquido non riscaldato una soluzione acquosa di fucsina apparivano poco dopo larghi fiocchi colorati in rosso, rimanendo il liquido quasi incoloro.

Anche filtrando il liquido scompariva quell'aspetto polverulento e sul filtro rimaneva la sostanza gelatinosa.

Presa tale sostanza gelatinosa e riscaldata con acido cloridrico concentrato, essa non si scioglieva; filtrata, lavata e trattata nuovamente con acido solforico concentrato ed a caldo, diveniva un poco più trasparente ma non si scioglieva. Infine filtrata di nuovo e bene lavata, la posi in una soluzione d'idrato alcalino concentrata e la mantenni in ebullizione per un'ora; ma la sostanza gelatinosa non scomparve.

Considerato tale strano comportamento, pensai di fare qualche saggio analitico sulla stessa quantità di sostanza, che aveva sottoposto all'azione degli acidi sopra indicati e dell'idrato alcalino.

Per un saggio qualitativo trattai parte della sostanza con acido fluoridrico ed ottenni una grande diminuzione di volume con sviluppo di fluoruro di silicio, ed un residuo nel quale trovai molto prevalente l'allumina, poi traccie di calce, di magnesia e di ferro.

Allora determinai quantitativamente soltanto la silice e

l'allumina. Perciò ridussi a secco l'altra parte della stessa sostanza, e la portai al calor rosso; quindi la fusi col carbonato sodico-potassico e determinai la silice e l'allumina ottenendo per la silice 57,53 % e per l'allumina con traccia di ferro 38,02 %; il restante 4,45 % era naturalmente devoluto alle piccole quantità di calce e magnesia.

Per tale composizione ebbi sul principio il dubbio che si trattasse di un idrosilicato d'allumina analogo a quello che lo Schloesing chiamò argilla colloidale; ma poi mi parve molto improbabile l'esistenza di una combinazione chimica di idrosilicato di allumina, la quale, essendo allo stato gelatinoso, fosse così resistente all'azione dell'acido cloridrico e tanto più del solforico.

Perciò io, pure riserbando di fare altri studi se avrò sufficiente materiale, ritenni pel momento che la sostanza gelatinosa fosse una mescolanza meccanica, non cioè una combinazione chimica, di silice idrata con allumina idrata, entrambe allo stato gelatinoso.

Tale interpretazione mi parve potesse meglio spiegare la resistenza agli agenti chimici adoperati; perchè per l'allumina gelatinosa si sa che rimanendo a lungo anche nell'acqua diventa resistente all'azione degli acidi e degli alcali, e per la silice gelatinosa è nota la resistenza verso gli acidi cloridrico e solforico; rimaneva quindi soltanto di trovare una ragione della grande resistenza all'azione degli alcali della silice gelatinosa.

Ma le prime ricerche mi persuasero che la silice gelatinosa del deposito dovesse considerarsi come una mescolanza di silici in diversi stadi di solubilità; era quindi probabile anche l'esistenza di una silice gelatinosa, la quale, benchè avesse l'apparenza di quella facilmente solubile anche a freddo nell'idrato potassico, tuttavia potesse avere subito grandi modificazioni nella sua solubilità.

Cercai quindi di studiare la questione coll'aiuto dei tre grandi fattori geologici che potevano considerarsi come causa di dette modificazioni, ossia il calore, il tempo e la pressione. Quest'ultimo fattore fu tosto escluso; perchè se in altre mie esperienze nelle quali con pressione di oltre 1000 atmosfere non ebbi mai a notare alcun effetto chimico, tanto meno poteva avere avuto influenza una pressione che data la situazione della litoclasi non poteva superare le 50 atmosfere.

Rimaneva quindi a considerarsi il grado di calore ed il tempo. Ora la temperatura del luogo dove venne trovata la silice, ossia a 300 metri dall'imbocco italiano, dovrebbe essere, secondo lo studio dell'Heim sulle temperature probabili nella galleria del Sempione, fra i 10° e 18°, ossia una temperatura che si ha ordinariamente negli ambienti di abitazione.

Per tali considerazioni e avendo in laboratorio della silice gelatinosa preparata il 12 febbraio 1891 e mantenuta sempre nell'acqua in vaso chiuso, volli sperimentare la sua solubilità in confronto di quella preparata di fresco e di quella della litoclasi. In tal modo, ritenendo che la media temperatura del laboratorio, dove fu mantenuta la silice gelatinosa del 1891, potesse eguagliare quella della litoclasi, entrava come fattore il tempo, ossia si sperimentava se la silice gelatinosa mantenuta nell'acqua potesse lentamente perdere la sua solubilità, nell'idrato alcalino, coll'andar del tempo.

Per la prima esperienza preparai della silice gelatinosa e ne posi un poco con acqua in un bicchierino di vetro, ed in altro eguale recipiente posi un poco di silice gelatinosa del 1891 procurando che le quantità fossero eguali sia per l'acqua che per la silice. Poi tagliati due pezzi eguali di idrato potassico ne posi uno per bicchiere notando l'ora, ed agitando di tratto in tratto i bicchieri. La silice gelatinosa preparata di fresco si sciolse subito divenendo la soluzione limpidissima ed anche aggiungendovi altra quantità della stessa silice, questa continuava a sciogliersi subito. Invece la silice gelatinosa del 1891 impiegò 55 minuti per scomparire totalmente; la temperatura era di 21°.

Ciò dimostrò che la silice gelatinosa, pur rimanendo nell'acqua, col tempo perde molto in solubilità e s'intende rimanendo nell'acqua a temperatura ordinaria; perchè nell'acqua ad alta temperatura, p. es. fra i 200° e 300°, la silice diventa in pochi giorni assai resistente all'azione dell'idrato alcalino anche bollente, come ebbi occasione di osservare in alcune esperienze.

Per la seconda esperienza, cioè fra la silice del 1891 e quella della litoclasi presi un poco della soluzione opalescente che si ottiene lasciando la sostanza spappolata nell'acqua parecchie ore in riposo. Ed il confronto fu eseguito collo stesso metodo sopra indicato, ma a temperatura di 80°. Il risultato fu che la

silice del 1891 si era sciolta dopo 5 minuti, l'altra come già indicai era insolubile anche dopo un'ora d'ebollizione.

Questa seconda esperienza rese evidente la grandissima differenza di solubilità fra la silice preparata di fresco ed una gran parte di quella della litoclasi.

Del resto, se lo studio della silice idrata, che si prepara nei laboratori, non ha finora risolto tutti i problemi che presenta tale composto del silicio, è evidente che fatti pure incomprensibili si debbano trovare nell'esame di una silice gelatinosa che forse da molti secoli sta lentamente mutando la sua struttura e composizione molecolare per trasformarsi in quarzo.

Perciò tralasciando per ora altre ricerche e relative deduzioni sulle singolari proprietà della miscela di silice ed allumina esaminata, per le quali è necessario avere molto materiale, mi limito ad asserire, in seguito alle mie osservazioni, che il deposito nella litoclasi della galleria del Sempione rappresenta un esempio di una formazione quarzosa tuttora in attività e prodotta dalla trasformazione della silice idrata gelatinosa in quarzo; alla quale trasformazione forse non sarà estranea, pel caso presente, la presenza dell'allumina idrata gelatinosa.

Determinazione della Gravità relativa nel Piemonte;

Nota del Dott. CESARE AIMONETTI.

Dopo le numerose ed importanti determinazioni di gravità terrestre, che si stanno facendo nelle diverse parti della Terra, ed in vista della convenienza di estendere e moltiplicare queste osservazioni in tutte le regioni, ho intrapreso nell'autunno dell'anno scorso una serie di determinazioni nel Piemonte, nella parte compresa tra Cuneo-Voghera-Novara-Torino.

Nel rendere noti i risultati delle mie osservazioni, debbo innanzi tutto ringraziare vivamente gli egregi Professori N. Jadanza, Direttore del Gabinetto di Geodesia dell'Università di Torino, e Comm. G. Celoria, astronomo all'Osservatorio di Brera, i quali mi procurarono i mezzi necessari per eseguire questo mio lavoro, sia col mettere a mia disposizione tutti gli istrumenti necessari, sia coll'ottenermi dalla R. Commissione Geodetica un valido aiuto: il Prof. Porro, Direttore dell'Osservatorio Astronomico di Torino, che mi diede utili consigli relativamente alle osservazioni di tempo, e si incaricò, insieme ai suoi Assistenti Dott. Balbi e Dott. Gabba, dei confronti cronometrici nelle stazioni di Torino, Vercelli e Novara: il Prof. Lorenzoni, Direttore dell'Osservatorio Astronomico di Padova, che mi agevolò in tutti i modi l'esecuzione della stazione in quella città: e tutte le gentili persone che nei diversi luoghi mi permisero l'uso del locale, e l'impianto degli apparecchi, per eseguire le osservazioni.

Le determinazioni furono eseguite coll' apparato pendolare di Sterneck, posseduto dal Gabinetto di Geodesia di questa R. Università (1). Però, allo scopo di rendere l'apparato più trasportabile, ed evitare l'uso del pilastro in pietra, su cui fare le osservazioni, ho fatto eseguire alcune modificazioni. Invece del sostegno dei pendoli da sovrapporre al pilastro, ho fatto

(1) Per la descrizione ed uso dell'apparato cfr. la mia nota: *Determinazione relativa della Gravità terrestre a Torino, fatta nel 1896*, " Atti della R. Accad. delle scienze di Torino ", vol. XXXII, maggio 1897.

costruire una robusta mensoletta di bronzo formata da una placca dello spessore di circa 11 mm. larga circa cm. 25 ed alta cm. 30 munita di tre fori oblunghi. Per questi fori passano tre chiavarde di acciaio che vengono fissate col gesso in appositi fori praticati nel muro, e ad esse viene fermata con tre dadi a vite. Questa piastra porta due robuste braccia che sporgono di circa cm. 11 e terminano con due viti di livello, strette dalla madrevite soltanto nel terzo superiore ed inferiore allo scopo di meglio impedire ogni oscillazione delle medesime. Su queste due viti e su di una punta fissata alla piastra di bronzo si appoggia un disco metallico che porta il piano d'agata su cui oscillano i pendoli. Per meglio assicurare la stabilità di questo piano, dopo che esso era stato livellato accuratamente, veniva fissato alla mensoletta per mezzo di due viti di pressione. Alla parte inferiore di essa era applicato il congegno per arrestare il pendolo, e dargli l'ampiezza di oscillazione voluta.

Durante le osservazioni pendolari l'apparato veniva coperto da una vetrina sostenuta a cerniera da una cornice di legno che si adattava al muro, frapponendovi uno strato di cotone, di modo che veniva assicurata la perfetta chiusura, ed erano evitate tutte le perturbazioni dovute a correnti d'aria.

Per le temperature adoperai il termometro a lungo bulbo annesso all'apparato. Esso è stato costruito dal Woitacek nel 1893 e porta il n° 37. Essendo a scala arbitraria, e non potendomi più fidare delle costanti determinate all'epoca della sua costruzione, ne determinai accuratamente l'equazione confrontandolo con un termometro Baudin 11594 di cui era stata determinata con cura la correzione. Da sei serie di confronti fatti circa di 5° in 5° dalla temperatura di 5° a quella di 30°, ne dedussi l'equazione (1):

$$T_{37} = (L - 4,214)\ 1,741$$

dove T_{37} è la temperatura in gradi centigradi, e L la lettura del termometro fatta in centimetri.

Per maggior sicurezza in ogni determinazione, mi sono ser-

(1) Le costanti di quest'equazione sono poco differenti da quelle determinate dal sig. V. Sterneck nel 1893. Le massime differenze che risultano nelle temperature arrivano a 0°,1.

vito contemporaneamente di due termometri Tonnelot, n[i] 10805 e 10806 appesi nella vetrina stessa coi loro bulbi uno vicino alla lente, l'altro ad un terzo circa al disotto dei coltelli del pendolo. Le indicazioni di questi furono in tutte le esperienze costantemente concordanti con quelle date dal termometro annesso all'apparato.

Le altezze barometriche furono lette sul barometro aneroide Troughton e Simms, n° 820, che confrontai accuratamente col barometro normale dell'Osservatorio Astronomico, ed in alcune stazioni, col barometro normale posseduto dall'Osservatorio Meteorologico.

Il cronometro adoperato per le determinazioni è stato il cronometro Frodsham n° 3576, il cui andamento aveva riconosciuto essere molto regolare, mediante numerosi confronti presi col pendolo Dent del R. Osservatorio Astronomico.

Nelle stazioni di Fossano, Cuneo, Alba, Asti, Alessandria, Voghera, Chivasso e Crea, l'andamento del cronometro fu determinato osservando il passaggio delle stelle nel verticale della polare.

Questo metodo consiste nel dirigere il cannocchiale del teodolite alla stella polare, e, dopo aver collimato ad essa, notando l'istante cronometrico in cui viene puntata, si ruota il cannocchiale nel piano verticale, dirigendolo ad una stella oraria, ed osservandone il passaggio al filo del reticolo.

La correzione dell'orologio si ha dalle seguenti formole:

$$t' - t = (U' - \alpha') - (U - \alpha)$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{tg}\delta \operatorname{cotg}\delta' \sin(t' - t)}{1 - \operatorname{tang}\delta \operatorname{cotg}\delta' \cos(t' - t)}$$

$$\sin m = \operatorname{tang}\varphi \operatorname{cotg}\delta \sin x$$

$$u = \alpha - U + \frac{x - m}{15} - i \sec\varphi \pm c \sec\varphi \, \frac{\cos\frac{1}{2}(z' - z)}{\cos\frac{1}{2}(z' + z)} \begin{cases} \text{Cerchio ad Est} \\ \text{Cerchio ad Ovest} \end{cases}$$

(1) Cfr. *Formeln und Hülfstafeln für Geographische Ortsbestimmungen* v. Dr. Th. Albrecht. Leipzig, 1894, pag. 26.

dove U ed U′ sono i tempi dei passaggi della stella oraria e della polare ridotte al filo di mezzo; α ed α', δ e δ' le rispettive ascensioni rette e declinazioni, u la correzione dell'orologio, i l'inclinazione dell'asse del cannocchiale, che si determina colla livella, c l'errore di collimazione, che determinai collimando col teodolite nelle due posizioni ad un oggetto terrestre di nota distanza zenitale, e che verificai essersi mantenuto sensibilmente costante per tutto il periodo delle osservazioni, z e z' le distanze zenitali della stella oraria e polare rispettivamente.

Il teodolite adoperato è un teodolite Troughton e Simms ad 1″ con circoli del diametro di cm. 21, con cannocchiale astronomico centrato d' ingrandimento circa 28, con obbiettivo dell'apertura di mm. 47 e distanza focale 35 cm. e con livella mobile, di cui il valore angolare di una parte venne misurato con numerose esperienze mediante un esaminatore di livelle Salmoiraghi, e trovato di $1''.48 \pm 0{,}02$.

Il reticolo è munito di cinque fili verticali e di un filo orizzontale. Di essi determinai accuratamente le distanze collimando successivamente ad un medesimo punto distante coi diversi fili, e leggendo il circolo graduato, tanto nella posizione destra quanto nella sinistra dell'istrumento.

Numerose prove preliminari fatte all'Osservatorio Astronomico, confrontando i risultati ottenuti col teodolite con quelli ottenuti collo strumento dei passaggi, mi persuasero della bontà dell'istrumento e della precisione del metodo.

In tutte queste stazioni, siccome le osservazioni pendolari duravano due giorni, ho determinato il tempo la sera che precedeva e quella che seguiva le osservazioni, e, tempo permettendolo, anche nella sera intermedia. In ciascuna stazione ho procurato di osservare il medesimo gruppo di stelle, generalmente otto, di cui quattro osservavo col cerchio ad est, e quattro col cerchio ad ovest, e prendendo la media delle correzioni dell'orologio dedotte dalle osservazioni col cerchio ad est, e da quelle col cerchio ad ovest, ridotte al medesimo istante cronometrico.

Per le stazioni di Vercelli e Novara, non avendo potuto, dopo molti tentativi fare le osservazioni astronomiche a causa del cielo costantemente nebbioso per la stagione inoltrata, ho confrontato direttamente al mattino ed alla sera il cronometro coi pendoli dell'Osservatorio Astronomico di Torino, trasmettendo

dall'ufficio telegrafico di Vercelli e Novara, delle serie di segnali che venivano registrati sul cronografo dell'Osservatorio, di cui ottenni fosse riattivata la comunicazione telegrafica coll'Ufficio Centrale di Torino, stata istituita in occasione della misura della differenza di longitudine tra Milano e Torino.

Negli osservatori di Padova e Torino gli egregi Direttori Prof. Lorenzoni e Prof. Porro, mi vollero, con squisita gentilezza alleviare il lavoro, occupandosi delle determinazioni del tempo e dei confronti del cronometro d'osservazione coi rispettivi pendoli normali.

Il metodo da me tenuto nelle osservazioni pendolari è identico a quello descritto nella mia nota: *Determinazione della gravità relativa a Torino* (1).

In tutte le stazioni, tranne Novara, ho fatto per ciascuno dei quattro pendoli quattro serie di osservazioni in due giorni consecutivi: una nelle ore antimeridiane, una nelle pomeridiane, impiegando in media cinque ore per ogni serie di osservazioni fatte coi quattro pendoli. Nella stazione di Novara osservai due serie di oscillazioni per ciascun pendolo: una nelle ore antimeridiane, l'altra nelle pomeridiane.

I calcoli delle osservazioni furono fatti da me due volte separatamente, per evitare nei risultati possibili errori di calcolo.

Nella seguente tabella sono registrati per ogni stazione il luogo d'osservazione, che ebbi cura di scegliere sempre il più lontano possibile da strade frequentate in modo che fosse evitato ogni tremito nelle pareti dei muri, e in locali nei quali fossero poco sensibili le variazioni di temperatura; le coordinate geografiche; le altezze sul livello medio del mare, dedotte o da quote di punti vicini, o dal piano regolatore o dalla pianta della città; la natura del sottosuolo (2) e la densità media approssimativa.

---

(1) " Atti della R. Accad. delle scienze di Torino ", vol. XXXII, maggio 1897.

(2) Questi dati mi furono gentilmente forniti dal prof. F. Sacco, professore di Geologia nella R. Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri in Torino.

Stazione	Luogo di osservazione	Posizione geografica	Altezza sul mare	Natura del sottosuolo	Densità media
Fossano . . .	Locale sotterraneo delle scuole comunali, annesse al Collegio convitto civico.	$\varphi = 44^\circ 32' 55''$ $\theta = 4\ 43\ 32$	380^m	Alluvioni sabbiose, sabbie, marne.	2,4
Cuneo	Locale sotterraneo annesso al R. Liceo-Ginnasio.	$\varphi = 44\ 23\ 33$ $\theta = 4\ 54\ 18$	528,2	Id.	2,4
Alba	Locale sotterraneo nell'edificio del R. Liceo-Ginnasio.	$\varphi = 44\ 42\ 02$ $\theta = 4\ 24\ 55$	169	Alluvioni ghiaiose per pochi metri indi marne ed arenarie.	2,6
Alessandria . .	Locale sotterraneo nell'edificio del R. Liceo-Ginnasio.	$\varphi = 44\ 54\ 52$ $\theta = 3\ 50\ 20$	84	Sabbie argillose fino a circa 60 m. indi marna argillosa e sabbiosa.	2,4
Voghera . . .	Locale sotterraneo nel nuovo edificio per le scuole elementari.	$\varphi = 44\ 59\ 40$ $\theta = 3\ 26\ 50$	97	Alluvioni sabbiose e ciottolose.	2,3
Asti	Locale sotterraneo delle scuole elementari e della R. Scuola di Enologia.	$\varphi = 44\ 53\ 56$ $\theta = 4\ 15\ 12$	124	Sabbie circa 30 m. indi marne grigie.	2,5

Stazione	Luogo di osservazione	Posizione geografica	Altezza sul mare	Natura del sottosuolo	Densità media
Chivasso . . .	Locale sotterraneo del palazzo municipale.	$\varphi = 45^\circ 11' 25''$ $\theta = 4\ 33\ 50$	181^m	Alluvioni sabbiose e ciottolose per 50 m. circa indi arenarie e marne.	2,5
Crea	Locale sottostante alla Cappella più alta del Santuario, detta del Paradiso. Punto geodetico di 1° ordine.	$\varphi = 45\ 05\ 41$ $\theta = 4\ 10\ 48$	440	Arenarie e marne calcaree.	2,6
Vercelli . . .	Locale dipendente dal Municipio, al piano terreno.	$\varphi = 45\ 19\ 21$ $\theta = 4\ 02\ 09$	130	Alluvioni sabbiose e ciottolose.	2,3
Novara . . .	Locale sotterraneo dell'edificio comprendente l'Istituto Tecnico e le scuole tecniche.	$\varphi = 45\ 26\ 31$ $\theta = 3\ 49\ 57$	160	Id.	2,3
Padova . . .	R. Osservatorio Astronomico: sala adibita dal Prof. Lorenzoni ad osservazioni di pendolo.	$\varphi = 45\ 24\ 02$ $\theta = 0\ 35\ 03$	19	Id.	2,3
Torino	Sotterraneo dell' Osservatorio Astronomico. Palazzo Madama.	$\varphi = 45\ 04\ 08$ $\theta = 4\ 46\ 01$	232,7	Id.	2,5

Osservazioni per la correzione dell'orologio.

Stazione	Data 1898	Tempo cronom.	Correzione u	Variazione oraria
		h	h m	s
Fossano . .	19 Agosto	21,00	— 3 01 04,19	+ 0,513
	20 „	20,72	— 3 00 52,02	+ 0,454
	22 „	22,29	— 3 00 29,52	
Cuneo . . .	27 „	20,90	— 3 00 11,20	+ 0,471
	29 „	21,60	— 2 59 48,28	
Alba	30 „	21,90	— 2 57 40,54	+ 0,499
	31 „	21,90	— 2 57 28,57	+ 0,464
	2 Settembre	21,90	— 2 57 06,30	
Alessandria	3 „	21,50	— 2 54 35,49	+ 0,516
	4 „	21,80	— 2 54 22,96	+ 0,510
	5 „	21,70	— 2 54 10,77	
Voghera . .	6 „	21,45	— 2 52 24,90	+ 0,520
	7 „	21,50	— 2 52 12,40	+ 0,577
	8 „	21,50	— 2 51 58,55	
Asti	10 „	22,00	— 2 54 50,30	+ 0,402
	13 „	21,65	— 2 54 21,51	
Chivasso . .	19 Ottobre	20,60	— 0 27 45,16	+ 0,366
	20 „	20,50	— 0 27 36,42	+ 0,347
	21 „	20,65	— 0 27 27,03	
Crea	25 „	20,60	— 0 25 25,86	+ 0,350
	26 „	20,20	— 0 25 17,60	+ 0,397
	27 „	20,50	— 0 25 07,96	

Nelle stazioni di Vercelli, Novara, Torino, essendosi fatti direttamente i confronti del cronometro Frodsham col pendolo normale dell'Osservatorio di Torino, ed a Padova con quello di quell'Osservatorio, ne dedussi le seguenti correzioni nell'andamento orario:

Vercelli,	28	Dic.	1898	Var. or. del Frodsham =	+ 0s,392
„	29	„	„	„	+ 0 ,440
Novara	31	„	„	„	+ 0 ,436
Padova	2	Genn.	1899	„	+ 0 ,466
„	3	„	„	„	+ 0 ,444
„	4	„	„	„	+ 0 ,434
Torino	27-28	Febb.	„	„	+ 0 ,472

Durate di oscillazione in tempo siderale dei quattro pendoli, ridotte a 0°, al vuoto, ed all'ampiezza infinitesima.

Stazioni	Pendoli			
	N. 41	N. 42	N. 45	N. 46
Fossano. . . .	s 0,508 0770	s 0,507 7352	s 0,508 0739	s 0,508 3734
	710	343	738	682
	654	224	713	687
	648	226	745	706
Medie	695	286	734	702
Cuneo.	0,508 0733	0,507 7290	0,508 0681	0,508 3792
	664	277	707	698
	696	236	657	661
	655	249	689	678
Medie	687	263	683	707
Alba	0,508 0668	0,507 7217	0,508 0628	0,508 3622
	594	244	662	641
	569	181	618	597
	557	182	629	608
Medie	597	206	634	617
Alessandria. .	0,508 0519	0,507 7133	0,508 0595	0,508 3585
	485	155	585	584
	610	210	641	700
	669	244	699	677
Medie	573	185	630	636
Voghera . . .	0,508 0608	0,507 7139	0,508 0629	0,508 3569
	562	117	562	549
	594	176	703	702
	575	300	636	600
Medie	585	183	632	605
Asti.	0,508 0658	0,507 7181	0,508 0644	0,508 3607
	575	250	647	656
	592	202	604	570
	527	137	575	560
Medie	588	192	617	598

Stazioni	Pendoli			
	N. 41	N. 42	N. 45	N. 46
Chivasso . . .	0^{s},508 0391	0^{s},507 7005	0^{s},508 0456	0^{s},508 3453
	417	6988	394	444
	317	948	402	421
	378	873	439	
Medie	376	978	423	439
Crea.	0,508 0749	0,507 7325	0,508 0739	0,508 3710
	676	298	721	694
	788	350	766	761
	734	337	790	761
	736			
Medie	737	327	754	731
Vercelli	0,508 0299	0,507 6933	0,508 0348	0,508 3385
	290	944	368	361
	265	932	431	431
	335	946	425	415
Medie	297	939	393	398
Novara	0,508 0208	0,507 6843	0,508 0295	0,508 3278
	171	772	262	252
Medie	187	807	278	265
Padova	0,507 9999	0,507 6602	0,508 0146	0,508 3121
	998	676	124	115
	991	643	110	071
	994	631	120	084
Medie	995	638	125	098
Torino	0,508 0299	0,507 6903	0,508 0382	0,508 3405
	307	913	362	361
Medie	303	908	372	383

Assumendo come stazione di riferimento quella di Padova, per cui ho ritenuto (1):

$$g_p = 9^m,89677$$

si hanno i valori di $g_p - g_i$ per i differenti pendoli, nelle diverse stazioni, e le relative medie, registrati nella seguente tabella. Da esse si deducono i valori di g per le differenti stazioni, segnati nella tabella successiva, la quale inoltre contiene le correzioni per la riduzione al livello del mare, per l'attrazione delle masse sottostanti, la gravità osservata, ridotta al livello del mare, la gravità teorica, ed infine l'anomalia di gravità corrispondente.

TABELLA I.

Stazioni	Valori di $g_p - g_i$				Medie
	Pend. N. 41	Pend N. 42	Pend. N. 45	Pend. N. 46	
Fossano . .	0,002702	0,002503	0,002351	0,002330	+ 0,00247
Cuneo . . .	2671	2414	2154	2349	240
Alba. . . .	2324	2194	1965	2002	212
Alessandria	2231	2113	1949	2076	209
Voghera .	2278	2105	1957	1956	207
Asti	2289	2140	1899	1929	206
Chivasso .	1471	1313	1150	1316	131
Crea. . . .	2864	2661	2428	2442	260
Vercelli . .	1166	1163	1034	1158	113
Novara . .	0741	0653	0591	0644	066
Torino . .	1189	1043	0954	1100	107

(1) Questo valore è la media di quelli ottenuti in tutte le osservazioni di gravità relativa fatte a Padova dai sigg. V. Sterneck, prof. Lorenzoni, tenente V. Triulzi, ing. Guarducci, cap. Baglione ed ing. Andreini.

TABELLA II.

Stazioni	Gravità osservata	Correzione per l'altitudine	Correzione p. le masse sottostanti	Gravità ridotta al livello del mare (G'_0)	Gravità teorica (G_0)	Anomalia di gravità (G'_0-G_0)
Fossano . .	9,80430	+116	— 31	9,80515	9,80556	— 41
Cuneo . . .	437	163	52	548	541	+ 7
Alba . . .	465	52	18	499	569	— 70
Alessandria	468	25	8	485	589	— 104
Voghera .	470	30	9	491	596	— 105
Asti	471	38	13	496	587	— 91
Chivasso .	546	55	19	582	614	— 32
Crea	417	136	44	509	605	— 96
Vercelli . .	564	40	12	592	626	— 34
Novara . .	611	49	15	645	637	+ 8
Torino . .	570(*)	72	24	618	603	+ 15

Dai risultati ottenuti si può dedurre che lungo la linea Torino-Milano, vi è un eccesso di massa a Torino, indi un difetto a Chivasso e Vercelli, e di nuovo un leggiero eccesso a Novara. Lungo la linea ad essa quasi parallela, da Cuneo a Voghera, dopo un leggiero eccesso a Cuneo, si nota un difetto di massa che da Fossano cresce gradatamente fino a Voghera, assumendo valori più grandi che non a Chivasso e Vercelli.

Io mi auguro di potere in altre serie di esperienze da eseguirsi più al Nord e più al Sud, raccogliere nuovi dati relativi a tali anomalie di gravità, in modo da renderne più completa la conoscenza per tutto il Piemonte.

Dal Gabinetto di Geodesia della R. Università di Torino.
Maggio 1899.

(*) Questo nuovo valore della gravità a Torino, concorda perfettamente colle ultime determinazioni fatte nel 1897 dall' Ing. Guarducci, Cap. Baglione e Ing. Andreini dell'Istituto Geografico militare, e da me, coll'apparato posseduto da esso Istituto.

Su alcuni materiali da costruzione in leucotefrite del sottosuolo di Torino;

Nota del Dott. LUIGI COLOMBA.

I.

Negli scavi compiutisi in Torino fra le vie Venti Settembre, Bertola e S. Tommaso, allo scopo di erigere la Scuola Pacchiotti, venne scoperto, in prossimità di alcuni ruderi di mura romane, un pozzo rivestito nelle parti superiori da lastre curve di una roccia durissima, lastre che, malgrado la loro durezza, sarebbero state completamente ridotte in frantumi senza il fortunato intervento del sig. S. Blangino impiegato presso il Municipio di Torino.

Il detto signore volle informarmi della scoperta rendendomi possibile di esaminare i frammenti, fra cui uno di notevoli dimensioni, che mediante le sue intelligenti cure erano stati salvati; avendoli riconosciuti costituiti da una roccia leucitica, ho creduto non indegna di nota una tale scoperta, sia dal lato archeologico, sia dal lato petrografico, trattandosi di roccie affatto mancanti nei dintorni di Torino.

Per quanto riguarda il lato puramente archeologico mi limiterò senza entrare in alcuna discussione, ad indicare quanto seppi dal sig. Blangino e quanto io stesso vidi riguardo alla posizione ed alle dimensioni del pozzo e del suo rivestimento.

La parte rivestita dalle lastre aveva la sua base ad una profondità di circa tre metri per cui, tenendo conto della sopraelevazione del suolo attuale su quello romano in altri punti della città, si può ammettere che costituisse precisamente la parte emergente da terra del pozzo stesso.

L'altezza delle lastre è di m. 0,60; lo spessore medio è di m. 0,10 superando però in varî punti di 2 o 3 centimetri tale media; da questo fatto unito a quello della mancanza di ogni

ornamentazione, essendo esse a pareti semplicemente verticali coll'orlo superiore interno smussato da una curva irregolare, risulta come si tratti d'un lavoro molto rozzo.

Il frammento maggiore è costituito da una lastra curva il cui arco esterno misura uno sviluppo di m. 0,51; essendo la corda interna dell'arco stesso di m. 0,39 e la saetta di m. 0,05 risulta per il pozzo un diametro interno di 0,80 ed uno esterno di circa un metro.

Dalle osservazioni compiute dal sig. Blangino sul posto prima che il pozzo venisse colmato, non fu possibile stabilire quale potesse essere l'uso a cui era adibito il pozzo; tuttavia ho notato un fatto che sembra appoggiare l'ipotesi che servisse ad estrarre dell'acqua, ed è che in alcuni frammenti notai lungo l'orlo interno delle scanalature irregolari dal loro aspetto riferibili allo sfregamento prodotto lungo l'orlo stesso da funi scorrenti, il che farebbe precisamente supporre che il pozzo fosse impiegato per estrarre dell'acqua.

II.

Se dal lato puramente petrografico lo studio della roccia in questione finirebbe per avere una minima importanza, trattandosi di materiali trasportati, credo che ne assuma invece una non trascurabile in quanto che potendosi dai suoi caratteri desumere qualche analogia, più o meno grande, con altre roccie equivalenti, si potrebbe forse in tal modo stabilirne la provenienza.

A questo scopo ho creduto non fuori di luogo una descrizione un po' minuta della roccia ed anche un confronto con varie altre roccie leucitiche in parte appartenenti al Museo Mineralogico di Torino, ed in parte inviatemi dall'Ing. Sabbatini noto per le sue attive ricerche su gruppi vulcanici dell'Italia centrale; e pure ho utilizzato in questi miei confronti i lavori già compiuti da Bucca, Verri, ecc. sulle roccie leucitiche d'Italia.

Nei frammenti osservati la roccia ha un aspetto cavernoso e scoriaceo pari a quello delle vere lave; i numerosissimi vani hanno dimensioni variabilissime e da quelli microscopici si passa ad altri che serpeggiano nella roccia anche per alcuni centimetri.

La roccia presenta una struttura porfirica dovuta alla ab-

bondante quantità di cristalli di leucite; sono pure visibili nella massa rari cristalli di sanidite e piccoli cristalli di pirosseno. Il colore varia dal grigio-biancastro al grigio-azzurrognolo e su di esso ha naturalmente influenza la maggiore o minore quantità di leucite; il suo aspetto, sebbene i componenti siano poco alterati, non è però quello d'una roccia veramente sana dipendendo esso all'esterno dall'essere i vani riempiti di fango ed all'interno dall'essere la leucite in parte caolinizzata e dall'essere i vani rivestiti di incrostazioni grigiastre sulle quali risaltano dei numerosi cristalli tabulari dall'aspetto sfiorito e più raramente dei cristalli aciculari.

Dall'esame delle sezioni microscopiche risulta che la roccia deve considerarsi come una *leucotefrite pirossenica* avente disseminati allo stato porfirico, la *leucite*, il *pirosseno*, la *sanidite* ed un *feldispato basico;* la massa fondamentale si presenta costituita da *oligoclasio, pirosseno, leucite, magnetite* ed *apatite,* oltre ad una certa quantità di *sostanza vetrosa.*

III.

La *leucite* porfirica, che io credo debbasi considerare come di prima formazione, è in cristalli di un diametro oscillante fra i quattro ed i sei millimetri; sono però comuni quelli aventi un diametro di un centimetro e neppure rari quelli il cui diametro giunge ai due o tre centimetri.

Più rari sono invece quelli aventi dimensioni inferiori al minimo sopraindicato sebbene non ne manchino di quelli il cui diametro non è superiore ad un millimetro.

Non è raro il caso di individui i quali, invece di presentare un vero contorno poligonale, appaiano invece informi per modo da assumere l'aspetto di frammenti o di scheggie di cristalli.

Notevole è in questa leucite la scarsità per non dire la mancanza quasi assoluta delle serie concentriche di inclusioni simmetriche; molti cristalli sembrano esserne affatto privi ed in quei pochi in cui appaiono esse, costituite da microscopici pori a gas, si presentano sempre in serie poco fitta, raramente prolungate lungo tutto il cristallo ed in generale localizzate verso il centro.

Sovente i cristalli di leùcite sono orlati da una serie di mi-

nutissimi cristalli che segnano come una zona di confine fra il cristallo stesso e la massa fondamentale; questi cristalli sono costituiti da aghetti che si presentano leggermente colorati in verdognolo quando non abbiano dimensioni troppo piccole e sono invece completamente incolori quando sono piccolissimi ed appena discernibili mediante un forte ingrandimento.

L'esistenza di cristalli di pirosseno avvolgenti come involucro i cristalli di leucite è un fatto noto e riportato da Rosenbusch (1); nel caso mio però se potei facilmente convincermi che fossero di pirosseno i microliti verdognoli, qualche dubbio poteva nascere riguardo a quelli incolori; tuttavia credo che si possano, come accennerò in seguito, considerare essi pure come pirosseno.

Comuni sono le inclusioni di gruppi di cristalli aggregati riferibili a feldispato ed a pirosseno, più raramente solo a feldispato: questi gruppi occupano spesso degli spazî notevoli nell'interno dei cristalli di leucite e si prolungano sovente fino all'orlo dei cristalli stessi presentando l'aspetto di vere intrusioni; più raramente questi aggregati sembrano essere completamente inclusi nella leucite senza che si scorga traccia di comunicazione coll'esterno.

La leucite è abbastanza sana limitandosi in generale la sua alterazione ad un incipiente fenomeno di caolinizzazione che appare sotto forma di una orlatura che costituisce un involucro a molti cristalli; più raramente in vicinanza delle plaghe di feldispato e pirosseno o lungo le fenditure assai comuni nei cristalli si hanno delle strette zone di caolino. Tale incipiente caolinizzazione appare più avanzata nei cristalli che sono a contatto con i vani che non in quelli che sono completamente inclusi nella roccia.

Fra nicols incrociati la leucite presenta i noti fenomeni di birefrazione; la struttura listata, sempre ben netta, non si manifesta in generale uniforme in tutto il cristallo.

Anche dai saggi chimici ebbi una conferma dello stato sano della leucite. Infatti un'analisi quantitativa mi diede dei valori che, a parte le piccole quantità di elementi che non entrano nella formola teorica della leucite, corrispondono assai bene a quelli teorici per la formola $K_2Al_2(SiO_3)_4$

(1) *Mikroskopische Physiographie* (1885), vol. I, p. 280.

	Leucite di Torino	Valori teorici (1)
SiO_2	55,01	54,97
Al_2O_3	23,01	23,50
CaO	0,34	—
K_2O	20,07	21,53
Na_2O	0,72	—
Elem. volat.	0,76	—
	99,91	100.

Le piccole quantità di elementi volatili (che in un altro saggio raggiunsero 1,08 %) non rappresentano un valore per nulla elevato poichè E. Scacchi (2) nella leucite di Rocca Montina trovò 1,04 di elementi volatili e Ricciardi (3) in quella del Vulture ne trovò una quantità più elevata pari a 3,13 %. Ed ancora C. e G. Friedel nella loro leucite sintetica (4) trovarono una perdita per calcinazione pari a 0,70 cioè di poco inferiore al minimo da me trovato.

Ho accennato pure alla esistenza di leucite nella massa fondamentale; ad essa infatti credo si possano riferire delle sezioni subrotonde poco abbondanti; esse hanno il contorno segnato da un orlo di microliti ed è coll'aiuto di questi che si possono distinguere dalla sostanza vetrosa in cui sono immersi. A luce polarizzata ed a nicols incrociati appare generalmente isotropa sebbene in alcuni casi abbia notato una debolissima luminosità.

Tuttavia alcuni dubbi mi sono rimasti a proposito della determinazione di questa leucite, dubbi derivanti dal fatto che più di una volta mi è successo di notare come mentre a luce ordinaria le sezioni apparivano nettamente col loro orlo microlitico, invece fra nicols incrociati esse non si presentavano più omogenee, ma spesso erano occupate da microliti di feldispato perfettamente, simili a quelli della massa fondamentale, microliti che si prolungavano senza alcun cambiamento al di fuori delle sezioni stesse.

---

(1) Rammelsberg, *Handbuch der Mineralchemie*, 2ª ed., vol. I (1875), p. 443.

(2) Rammelsberg, *Handbuch der Mineralchemie*, Ergänzungsheft (1886), pag. 151.

(3) " Gazzetta Chimica italiana „ (1887), 17, pag. 216.

(4) " Bull. Soc. Franç. de Minéralogie „ (1890), XIII, p. 182.

IV.

Il pirosseno porfirico si presenta in grossi cristalli che o sono sparsi comunque nella roccia oppure sono a contatto colla leucite; molto più raramente appaiono inclusi nella leucite stessa; sovente poi, il che può servire ad indicare una origine di prima formazione, si osserva che i microliti della massa fondamentale sono disposti con struttura fluidale intorno ad essi.

Le inclusioni sono di magnetite ed apatite; le prime sotto forma di granuli neri sono generalmente allineate lungo il contorno dei cristalli; le seconde dànno delle sezioni allungate ad estinzione retta o delle sezioni esagone isotrope.

Il colore del pirosseno nelle sezioni microscopiche è sempre notevolmente intenso e così pure il suo pleocroismo essendo:

$\mathfrak{a}$ = verde azzurrognolo
$\mathfrak{b}$ = verde oliva a verde gialliccio
$\mathfrak{c}$ = giallo a giallo verde

con un assorbimento $\mathfrak{a} > \mathfrak{b} > \mathfrak{c}$.

I colori di polarizzazione sono sempre assai vivi e variano fra il rosso e l'azzurro. L'angolo di estinzione $\mathfrak{c}: c$ è assai elevato; esso si mantiene in media fra 42°-50° ma in alcuni casi giunge a 58° e più raramente a 60°; in altri casi discende fino ad un minimo di 35°.

I cristalli sono spesso zonati e le differenti zone presentano delle estinzioni diverse; oltre che zonati si notano spesso delle forme a clepsidra e le singole parti hanno pure diverse estinzioni per modo che si possono in alcuni cristalli avere anche quattro diversi angoli di estinzione.

Infatti in un cristallo assai voluminoso e che presentava nettamente la forma a clepsidra e le zonature, osservai che delle due parti componenti il cristallo, quella parallela all'allungamento dava un angolo $\mathfrak{c}: c$ di 41°,30′ mentre la parte superiore aveva un angolo molto superiore il cui valore giungeva a 46°,30′; le due parti erano poi solcate da striscie aventi un'estinzione un po' meno inclinata; e realmente le striscie parallele all'allungamento e giacenti nella parte la cui estinzione avveniva sotto

un angolo di 41°,50′, si estinguevano invece sotto un'angolo di 38°,30′ e quelle giacenti nella parte la cui estinzione avveniva a 46°,30′, si estinguevano invece a 44°,30′.

Il pirosseno è assai comune nella massa fondamentale dove costituisce uno degli elementi principali; si presenta esso in microliti ed in cristallini allungati, spesso isolati ma pure sovente aggregati ed in tal caso appaiono spesso associati colla magnetite; gli angoli di estinzione, il colore, il pleocroismo sono perfettamente simili a quelli osservati nei cristalli porfirici.

In ultimo credo di dovere pure considerare come costituiti da pirosseno i microliti incolori che orlano i cristalli di leucite; infatti le sezioni allungate, raramente ad estinzione retta, dànno in generale degli angoli di estinzione elevati variando da 41° a 54°, valori assai simili a quelli trovati per il pirosseno della massa fondamentale; inoltre ho in alcuni casi notato dei microliti che mentre apparivano incolori ad una estremità erano invece leggermente colorati in verde all'altra.

Dal complesso dei caratteri osservati, cioè dal colore e dal pleocroismo, dalla elevata media dell'angolo di estinzione credo che il pirosseno si possa considerare come costituito da una delle varietà sodiche intermedie fra la vera augite e la egirina e che precisamente sono note sotto il nome di *augitegirina*.

V.

Il feldispato assai comune come elemento porfirico è pure abbondantissimo nella massa fondamentale.

I cristalli porfirici in minima parte sono riferibili a sanidite in massima parte invece a feldispato plagioclasico.

La *sanidite* si presenta in grossi cristalli, tabulari, vetrosi, facilmente visibili ad occhio nudo nella roccia; soventi si presentano geminati secondo la legge di Karlsbad ma non ne mancano di quelli che sono semplici; spesso sono zonati e le zone presentano sulla faccia 010 delle estinzioni un po' differenti e che vanno crescendo dall'interno verso all'esterno; in un grosso cristallo notai tre zone di cui la interna costituente il nucleo del cristallo si estingueva sotto un angolo di 20°, mentre la zona intermedia e la esterna si estinguevano rispettivamente sotto angoli di 25° e 26°.

Sono i cristalli di sanidite ricchi di inclusioni vetrose spesso localizzate verso il centro del cristallo; più raramente si notano dei minuti cristalli di *hauyna* riconoscibili dal colore azzurro e dal loro isotropismo. Talora è a sua volta inclusa nella leucite presentandosi in microliti tozzi e raramente geminati.

Più comune è, come dissi, il *feldispato plagioclasico* ed assai vario è pure l'aspetto sotto cui si presenta poichè mentre è assai abbondante come elemento porfirico è pure abbondantissimo nella massa fondamentale.

Quello porfirico si presenta per lo più in cristalli zonati costituiti da un nucleo interno e da un' orlatura esterna. Il nucleo interno può avere una struttura assai varia essendo in alcuni casi omogeneo ed in altri costituito da una serie di zone succedentisi ed alternantisi. Presentano essi sempre la geminazione dell'albite che si estende attraverso a tutto il cristallo; più raramente vi si associa pure quella del periclino limitata alle zone interne.

Notevoli differenze si notano fra la zona esterna e quelle interne costituenti il nucleo, sia per quanto riguarda gli angoli di estinzione, le inclusioni e lo sviluppo, sia per quanto riguarda le relazioni che sembrano mancare completamente fra la zona esterna e le interne, mentre invece appaiono molto strette fra le varie zone interne.

Infatti in queste si hanno generalmente, nelle sezioni in cui l'estinzione avviene simmetricamente alla traccia del piano 010 di geminazione, angoli piuttosto elevati che da 20° o 25° giungono nelle zone più interne fino a 35° o 36°; sono spesso ricche in inclusioni vetrose allungate e generalmente disposte coi loro assi di allungamento paralleli ai lati delle sezioni e quindi alle linee di confine delle varie zone; queste inclusioni sono spesso localizzate verso il centro dei cristalli, ma appaiono pure in serie lungo il confine delle zone interne; nelle sezioni risultanti da cristalli che presentano molte zone interne sono meno abbondanti nelle zone più esterne e si accumulano invece in quelle più interne; più raramente si osservano delle coroncine di microliti simili a quelli contornanti i cristalli di leucite e dei piccoli cristalli di *hauyna*.

Succede pure spesso che le zone interne siano in parte alterate; tale alterazione quando è poco avanzata si presenta sotto

forma di serie di fessure longitudinali la cui formazione fu certo resa più facile dall'essere sulle stesse linee disposte le inclusioni vetrose; quando invece l'alterazione è più avanzata essa occupa tutto l'interno dei cristalli che appaiono come ripieni di sostanza vetrosa nella quale si osservano ancora dei frammenti inalterati del feldispato preesistente; nei casi in cui si tratti di gruppi di cristalli associati e l'alterazione sia poco avanzata, si osserva che l'alterazione incomincia a comparire lungo la superficie di confine dei varî individui. In ultimo in alcuni casi ho notato che l'alterazione poco avanzata si manifesta sotto forma di striscie che corrono lungo la linea di geminazione.

Invece, caratteri ben diversi presentano le zone esterne che come dissi orlano i cristalli.

Esse in primo luogo se spesso hanno verso l'interno dei contorni netti, non raramente presentano invece verso l'esterno un orlo indeciso ed irregolare; inoltre quando esse contornano un gruppo di cristalli, non orlano ogni individuo ma orlano il gruppo intiero.

Mancano completamente di inclusioni, non appaiono mai alterate.

Gli angoli di estinzione sono molto piccoli; nelle sezioni ad estinzione simmetrica lateralmente alla traccia di geminazione giungono ad un massimo di 4° o 5°; nelle sezioni parallele la massima estinzione osservata fu di 13°.

Si hanno pure dei grossi cristalli non zonati e che presentano generalmente la geminazione polisintetica: hanno pure delle estinzioni elevate che però non raggiungono mai i massimi osservati nei cristalli zonati, essendo essi generalmente oscillanti fra i 21° ed i 24°; questi cristalli sono molto più poveri di inclusioni, non hanno inclusioni di hauyna e sono poco alterati.

Nella massa fondamentale è pure assai abbondante il feldispato; esso si presenta generalmente in lunghi microliti che alle volte assumono quasi un aspetto fibroso e che sempre presentano la geminazione dell'albite; nelle sezioni ad estinzione simmetrica si hanno degli angoli piccolissimi, oscillanti fra 2° e 3°; non sono mai alterati nè presentano inclusioni.

Oltre a questi si notano raramente dei cristalli che o presentano struttura zonata o geminazioni polisintetiche dando degli angoli molto più elevati per le zone interne; credo che essi pos-

sano, a parte le dimensioni, riferirsi ai due tipi ai quali ho già prima accennato.

Non credo consentaneo all'indole del presente studio, in cui la ricerca dei caratteri dei minerali componenti è stato fatto solo a scopo di confronto, l'entrare in una accurata discussione sulle relazioni di genesi e di età che passano fra i diversi tipi di feldispato plagioclasico da me osservato: mi limiterò quindi a fare qualche osservazione.

Se si considerano i cristalli zonati credo che il fatto di presentarsi costituiti da zone aventi, dall'interno verso l'esterno, delle estinzioni sempre meno elevate, si possa spiegare ammettendo che si tratti di cristalli nei quali la composizione chimica varii col variare dell'angolo di estinzione e precisamente nel mio caso si avrebbe intorno ad un nucleo assai basico e riferibile direttamente all'anortite, un succedersi di zone sempre meno basiche comprese fra la labradorite e la bitownite, oppure fra la bitownite e l'anortite, ed in ultimo una orlatura assai acida e riferibile certamente ad oligoclasio.

Se poi si tien conto del fatto che non mancano nella roccia dei cristalli non zonati, aventi estinzioni pari a quelle delle zone intermedie di quelli zonati e che il feldspato della roccia è in massima prevalenza costituito da oligoclasio, cioè da un minerale corrispondente alla orlatura esterna dei cristalli zonati, ne risulterebbe che considerando i nuclei molto basici interni come di prima formazione, le zone intermedie, contemporanee ai cristalli diffusi nella massa ed ai microliti basici della massa, rappresenterebbero altrettanti periodi di deposito di feldispato la cui acidità sarebbe andata aumentando col diminuire dell'età giungendosi in ultimo all'oligoclasio costituente le zone esterne ed elemento essenziale di seconda formazione della massa fondamentale.

E che realmente tale debbasi ammettere la successione dei feldispati deriva dal fatto che l'oligoclasio quando si tratta di gruppi di cristalli orla il gruppo intero e non gli individui; risulta pure dallo studio dei gruppi di feldispato inclusi nella leucite. Anche in essi diffatti abbiamo una struttura zonata, generalmente però sempre assai semplice, limitandosi ad un nucleo omogeneo e ad una orlatura di oligoclasio che in essi non solo si limita a contornare i gruppi, ma contorna pure molti degli

individui. Gli angoli di estinzione di questi nuclei sono notevolmente inferiori a quelli degli altri feldispati, giungendo raramente a dei valori superiori a 20°.

E tale fatto combinato coll'altro delle orlature individuali di oligoclasio fa supporre che la formazione del detto feldispato siasi iniziata in un tempo piuttosto recente, quando già incominciava pure a formarsi l'oligoclasio.

VI.

Per quanto riguarda gli altri minerali di cui constatai la presenza nella roccia da me studiata non credo dover aggiungere altro: la *apatite* spesso inclusa negli altri minerali trovasi pure diffusa nella roccia; la *magnetite* in granuli è talvolta parzialmente alterata dando delle macchie giallastre di limonite.

Accennerò invece brevemente alle incrostazioni che, come dissi, sembrano ricoprire le pareti dei vani della roccia; sebbene ad una prima osservazione superficiale esse sembrino doversi riferire ad un deposito formatosi posteriormente, ciò risulta completamente errato quando vengano attentamente studiate.

Esse risultano di un aggregato di cristalli incolori associati a molta augite e, meno comunemente a magnetite la quale talvolta è alterata dando delle piccole concrezioni di limonite; al di sopra poi si hanno, come già dissi, dei cristalli tabulari od aciculari; i primi sono di sanidite e l'aspetto sfiorito dipende da una parziale caolinizzazione; i secondi sono di gesso.

Avendo fatto delle sezioni microscopiche di queste incrostazioni notai come fossero costituite da feldispato plagioclasico (oligoclasio) rappresentato per l'appunto dai cristalli incolori e da augitegirina perfettamente simile a quella della roccia e da magnetite; per cui l'unica differenza consisterebbe nella mancanza della sostanza vetrosa e della leucite della massa fondamentale ma non di quella porfirica che potei in varî punti osservare come incastrata nelle incrostazioni.

Da questi caratteri io credo si possa dedurre che le dette incrostazioni siano da considerarsi come costituenti delle vere geodi formatesi nei vani durante la consolidazione della roccia; e ciò sarebbe confermato dalla presenza dei cristallini di sani-

dite e di magnetite che in gran numero sono addossati alle incrostazioni stesse.

In quanto al gesso che in varî punti si ha pure allo stato di cristalli nei vani non credo si possa considerare come proveniente dalla hauyna data la grande rarità di tale minerale contenuto solo come inclusione nel feldispato; tanto più che la quantità di gesso contenuta nella roccia non deve certo essere trascurabile, poichè avendo ridotto in polvere un frammento della roccia dopo un lungo trattamento di essa con acqua notai come questa reagisse sensibilmente col cloruro di bario.

Piuttosto tenendo conto del fatto che le acque del sottosuolo di Torino, perchè provenienti dal bacino della Dora Riparia le cui acque sono assai ricche in solfato calcico, sono sempre selenitose, credo che il gesso contenuto nella mia roccia provenga da infiltrazioni di acque esterne. E che realmente si abbiano avute delle infiltrazioni è dimostrato dall'essere i cristalli di sanidite impiantati sulle incrostazioni e quelli di leucite a contatto con i vani in uno stato relativamente avanzato di caolinizzazione.

VII.

Dati i caratteri di roccia vulcanica recente presentati dalle lastre da me studiate, esclusa la possibilità che esse possano provenire da giacimenti nei tempi attuali ignoti, esistenti in località poco lontane da Torino, per la mancanza in tali regioni di fenomeni eruttivi recenti in genere, allo scopo di stabilirne la provenienza, le confrontai con le varie roccie leucitiche dei varî gruppi vulcanici recenti dell'Italia; e sebbene non abbia da queste ricerche ottenuto dei risultati assolutamente soddisfacenti, tuttavia credo di essere riuscito a stabilire per lo meno approssimativamente la località da cui possono provenire.

Nell'interesse archeologico della questione ho creduto però non inutile di esporre un po' minutamente i risultati dei miei studi di confronto; e ciò perchè, ammesso che qualche archeologo, o per la rarità della scoperta, o per altra causa, non trovi indegna di menzione la scoperta da me riferita, possa all'occorrenza conoscere quali siano le roccie leucitiche che per mancanza di analogia siano assolutamente da escludersi.

E tali sono senza bisogno di discussione quelle dell' Etna studiate da Johnston-Lawis (1) e quella di Vulcanello studiata da Backström (2).

Sono pure, a parer mio, da escludere le roccie leucitiche del Vulture; infatti dagli studî compiuti su di esse da Zirkel (3) e Deecke (4) risulta come esse debbano considerarsi non come leucitofiri, ma bensì come veri hauynofiri ricchi più o meno in leucite.

Un gruppo vulcanico assai importante sia per la grande quantità di depositi a cui diede luogo, sia per la abbondanza di roccie leucitiche, è quello che comprende il Monte Somma, il Vesuvio, i Campi Flegrei ed i crateri di Rocca Monfina.

In questo gruppo si ebbero, secondo il De Lapparent (5), varî periodi d'emissione; il primo caratterizzato da roccie assai acide e riferibili in generale alle trachiti ed alle lipariti, accompagnate da grandi formazioni tufacee. Il secondo periodo fu iniziato dalla comparsa dei crateri di Rocca Monfina e del Monte Somma e durò fino a che il primo fu spento ed il secondo cedette il campo al Vesuvio; le roccie emesse in questo secondo periodo sono specialmente di leucitofiri. Nel terzo periodo tutt'ora perdurante l'attività vulcanica si è completamente ridotta al Vesuvio, se si tolgono alcuni fenomeni eruttivi avutisi nei Campi Flegrei nel 1538 all'epoca del sollevamento del Monte Nuovo; e le lave emesse in questo periodo sono essenzialmente delle leucotefriti.

Evidentemente il periodo più interessante per me è l'intermedio poichè nel primo mancano completamente le roccie leucitiche ed il terzo, sebbene ricco in roccie leucitiche, è probabilmente da considerarsi come posteriore al trasporto delle lastre da me studiate, in quantochè il primo parosismo del Vesuvio sembra datare dall'anno 79 dell'êra cristiana.

Tuttavia io ho creduto necessario di considerare anche le

---

(1) " Report British Association for the Advanc. of Science ", 1888, p. 669.

(2) " Geol. Fören. i. Stockholm Förhand. " (1896), XVIII, pag. 155.

(3) " Neues Jahrbuch für Mineralogie ecc. ", 1870, pag. 818.

(4) " Neues Jahrbuch für Mineralogie ecc. ", Beiläge Band, VII (1891), pag. 556.

(5) *Traité de Géologie* (1893), pag. 1460.

roccie del terzo periodo, perchè tutt'ora ferve la discussione fra Franco e Di Lorenzo sulla esistenza negata dal primo ed ammessa dal secondo, di un cratere vulcanico vesuviano antecedente alla storica eruzione narrata da Plinio, e quindi non si può con certezza affermare che prima di tale epoca il Vesuvio non abbia emesso delle lave simili a quelle emesse in seguito, cioè delle leucotefriti; non nascondo però come l'utilità di tali ricerche sia molto sminuita dal fatto che gli studî sulle lave vesuviane riguardano roccie dovute ad eruzioni recenti essendo le lave del 1631, studiate da A. Scacchi (1) le più antiche che vennero sottoposte ad esame.

Il vulcano di Rocca Monfina fu studiato da Bucca (2); vi trovò oltre a varie roccie non leucitiche come basalti, andesiti e trachiti, numerose roccie contenenti leucite e che furono da lui divise in leucititi, leucotefriti e leucitofiri (leucotrachiti). Tralasciando le prime e le terze ed occupandoci esclusivamente delle seconde, cioè delle leucotefriti, esse sono, dalla descrizione data da Bucca, ricchissime in leucite nella massa fondamentale con plagioclasio più o meno abbondante con magnetite e con augite spesso fortemente pleocroica; la leucite è pure porfirica. Non sono quindi in alcun modo paragonabili alla roccia da me studiata in cui la leucite della massa fondamentale è rarissima ed in cui la quantità di feldispato plagioclasico (oligoclasio) è grandissima entrando esso come componente principale della massa fondamentale.

Secondo J. Roth (3) le roccie del Monte Somma appartenenti al secondo periodo sono dei leucitofiri; Rosenbusch nella recensione fatta del lavoro di Roth (4) le considera invece come leucitobasaniti ed io dall'esame di alcune di esse credo che realmente tale sia il nome che loro si addice.

Infatti nelle sezioni ottenute da una roccia leucitica del Monte Somma, osservai come in una massa fondamentale quasi afanitica e costituita da microliti di feldispato e di augite, si

---

(1) " Mem. Soc. ital. di scienze natur. ", III, IV, pag. 1 (1882); id. id., III, VII, pag. 3 (1889).

(2) " Boll. Com. geol. ital. " (1886), XVII, pag. 245.

(3) " Abhand. d. Königl. Akad. der Wissensch. zu Berlin (1877), 4°, p. 1

(4) " Neues Jahrbuch für Mineralogie ecc. " (1882), I, p. 229 (Referate).

abbiano sparsi porfiricamente in grande quantità dei cristalli in parte di feldispato sempre poligeminato e riferibile a causa dei suoi elevati angoli di estinzione ad un termine non inferiore in basicità alla labradorite ed in parte di leucite avente dimensioni variabilissime, di olivina e di augite priva affatto di pleocroismo.

In un'altra roccia ho trovato gli stessi elementi; essa era di colore molto oscuro e proveniva da un filone; in lamine sottilissime, la massa appariva costituita da microliti feldispatici e da augite e da magnetite più o meno alterata; diffusi allo stato porfirico eravi la leucite, un feldispato assai basico in cristalli spesso aggruppati, la olivina e l'augite senza pleocroismo.

Le roccie leucitiche del Vesuvio furono studiate da A. Scacchi, Hansel, Kreutz, Franco e Sabbatini. Scacchi (1) studiò la lava del 1631; Hansel (2) quella del 1878; Kreutz (3) quelle del 1881 e 1883 e Franco (4) e Sabbatini (5) quelle del 1895. Dalle osservazioni di questi autori risulta che le lave del Vesuvio siano da considerarsi come leucotefriti ricche più o meno in olivina e che la quantità vada aumentando colla età delle lave stesse per cui realmente sarebbe difficile di stabilire un distacco netto fra le leucobasaniti del Monte Somma e le leucotefriti più o meno oliviniche studiate dai predetti autori.

Io stesso studiando alcune sezioni ottenute da frammenti della lava del 1898 (frammenti inviatimi dall'Ing. Sabbatini) trovai dei caratteri molto simili a quelli indicati dai predetti autori per le lave suindicate. Infatti al pari di loro la lava del 1898 contiene diffuso un feldispato assai basico, abbondante leucite in cristalli di dimensioni assai variabili ed abbondanti nella massa fondamentale, e ricchi assai di inclusioni, e molta augite senza policroismo; l'unica differenza notata nelle mie sezioni è la scarsità della olivina fatto concordante con quanto dissi di sopra.

---

(1) " Memorie della Società italiana di scienze naturali ", serie III-IV (1882); VII (1889).

(2) " Tscherm. Miner. Petrograf. Mittheil. ", N. F., II, pag. 431 (1887).

(3) " Tscherm. Miner. Petrogr. Mittheil. ", N. F., VI, pag. 133.

(4) " Boll. Soc. Natur. di Napoli ", serie I-XI, pag. 82 (1887).

(5) " Boll. Com. geol. ital. ", XXVI (1895), pag. 149.

Da quanto dissi innanzi risulta chiaramente come nessuna delle roccie leucitiche appartenenti al gruppo vulcanico Monte Somma, Vesuvio, Rocca Monfina, possa identificarsi con quella da me studiata o per lo meno presenti con essa una sensibile analogia.

Ad analoghe conclusioni si può giungere, per quanto riguarda le roccie leucitiche degli Ernici studiate da Ponzi (1), Zezi (2), Branco (3) e Viola (4), e quelle dei vulcani laziali studiati in special modo da Sabbatini (5).

Limitandomi, per quanto riguarda gli Ernici, ai lavori di Viola come quelli che sono più recenti ed hanno un carattere più petrografico si hanno in tale località delle leucititi (Patrica e Callame), dei basalti leucitici (Sant'Arcangelo, Giuliano e Villa S. Stefano), delle leucotefriti (Ticchiena e Pofi), delle basaniti e dei basalti a S. Francesco.

Riservando le ricerche di confronto esclusivamente alle leucotefriti non credo possa esservi analogia fra la roccia da me studiata e le leucotefriti di Ticchiena e Pofi, nelle quali, sebbene già si abbia un pirosseno con forte pleocroismo, il feldispato della massa fondamentale sarebbe da considerarsi come anortite.

Per quanto riguarda i vulcani laziali riesce più difficile fare uno studio di confronto perchè le ricerche iniziate da Sabbatini non sono ancora completate; tuttavia dalle conclusioni preliminari a cui il detto autore è giunto risulta che abbondano in modo notevole le leucititi e che invece non sono molto comuni le leucotefriti. Ora queste leucotefriti, delle quali alcune sono ricchissime in hauyna, da quanto mi disse Sabbatini, al quale avevo inviato alcuni campioni della mia leucotefrite onde la paragonasse con le roccie da lui studiate, non hanno con essa nulla di comune.

---

(1) " Atti Accad. dei Nuovi Lincei ", 1857, Roma.

(2) " Boll. Com. geol. italiano ", IV, 1876.

(3) " Accademia dei Lincei ", Transunti 1876-1877, pag. 180.

(4) " Boll. Com. geol italiano ", 1896, pag. 4; *Mineralogische und Petrographische Mittheilungen aus den Hernikerlande ecc.* " Neues Jahr. für Miner. ecc. " (1899), I, pag. 93.

(5) " Boll. Com. geol. ital. " (1895), XXVI, pag. 345. — " Boll. Com. geol. ital. ", 1896, XXVII, pag. 400.

Maggiori sono le analogie esistenti invece colle roccie leucitiche dei Sabbatini, dei Cimini e dei Vulsinii.

Tuttavia si tratta sempre di analogie parziali minori però per le roccie dei Sabbatini e dei Vulsinii, che non per quelle dei Cimini, fra le quali ne trovai alcune che presentavano notevoli rassomiglianze con la mia.

Lo studio di confronto per quanto riguarda le roccie dei Sabbatini fu resa difficile per le stesse cause già addotte per quelle dei vulcani Laziali; parzialmente ho potuto ottenere qualche risultato mediante lo studio sommario di una roccia inviatami dall'Ing. Sabatini e proveniente dal Lago di Bracciano.

Dalle sezioni ottenute da questi frammenti risulta che la roccia è una leucotefrite in cui la massa fondamentale appare costituita da microliti di un feldispato assai acido (oligoclasio) poichè si presenta in cristalli geminati aventi una estinzione simmetrica di 2° o 3°, da pirosseno e da abbondante leucite; porfiricamente diffusi si hanno la leucite in grossi cristalli privi quasi completamente di inclusioni, un pirosseno dotato di un forte pleocroismo fra il giallo ed il verde, soventi zonato ed aventi angoli di estinzione che sembra si mantengano sempre inferiori ai 40°, e numerosi cristalli di feldispato di cui alcuni riferibili ad un feldispato molto basico e gli altri riferibili invece probabilmente ad oligoclasio.

Da queste osservazioni risulta che se esiste analogia per la presenza dell'oligoclasio nella massa fondamentale, per la mancanza di inclusioni nella leucite e per la presenza di un forte pleocroismo nel pirosseno e per la esistenza, sebbene molto più rari, di cristalli di feldispato basico, l'analogia manca completamente sia per quanto riguarda l'angolo d'estinzione del pirosseno che è sempre molto inferiore a quello da me trovato, sia per la esistenza di oligoclasio porfirico, sia per la presenza di abbondante leucite nella massa fondamentale.

Una notevole differenza si nota pure fra le due roccie per quanto riguarda la struttura essendo quella di Bracciano compattissima.

Le roccie dei Monti Vulsinii furono studiate da Verri (1);

(1) *Osservazioni geologiche sui crateri Vulsinii*, " Boll. Soc. geol. ital. ", VII, pag. 49.

risulta come fra le tefriti leucitiche di queste località sianvene di quelle che presentano allo stato porfirico la leucite, il pirosseno con forma a clepsidra e con estinzioni elevate e notevole pleocroismo fra il giallo ed il verde e sanidite; esse differiscono dalla mia per essere il feldispato della massa fondamentale assai basico dando esso delle estinzioni da 26° a 32°.

Un'altra roccia pure in parte simile alla mia è quella di Proceno che contiene come interclusi della sanidite, del plagioclasio zonato ad alte estinzioni, della leucite in grossi cristalli, del pirosseno con elevata estinzione, forte pleocroismo e più raramente hauyna, biotite, magnetite e nefelite, essendo la massa fondamentale costituita dagli stessi elementi; anche in essa sonvi delle differenze in quanto che la massa fondamentale appare ricca assai in leucite e per di più per la presenza della nefelite e della biotite (sebbene per quest'ultima, come accennerò in seguito, non sia esclusa la possibile esistenza della roccia da me studiata).

Klein (1), descrive pure lungamente le roccie leucitiche dei Vulsinii e dai suoi studi risulta come alcune delle leucotefriti abbiano tendenza a passare a delle vere leucititi in causa specialmente dell'aumento notevole di leucite nella massa fondamentale, ed altre invece tendano per la loro costituzione verso il tipo dato dalle roccie leucitiche di Rocca Monfina; per quanto riguarda le vere leucotefriti le sue conclusioni sono concordanti con quelle di Verri.

Numerosi studi, sebbene generalmente sommari, si hanno sui Cimini; da quelli di Bucca (2) che in modo speciale descrisse alcune roccie di tale località, risulta come sianvi in essa delle roccie assai simili alla mia. Infatti la leucotefrite della Madonna del Lauro (Vetralla) è una roccia scoriacea a struttura nettamente porfirica e che ad occhio nudo lascia vedere abbondantissima leucite e rara sanidite; nelle sezioni microscopiche di tale roccia appare che la massa fondamentale è costituita da microliti feldispatici, granuli d'augite, magnetite e biotite, essendo porfirici la leucite, il feldispato plagioclasico, la sanidite e la augite fortemente pleocroica.

---

(1) " Sitzungsb. der k. Preuss. Akad. d. Wissensch. zu Berlin „ (1888), n. 5.

(2) *Contribuzione allo studio dei vulcani Viterbesi*, " Boll. Com. geol. ital. (1888), XIX, p. 57.

È notevole in questa roccia la rassomiglianza sia per la struttura come per la composizione mineralogica colla mia; è vero che Bucca trovò la biotite che io non trovai, ma ciò potrebbe spiegarsi ammettendo una alterazione; infatti mi occorse talvolta, nelle sezioni da me studiate, di osservare delle plaghe a contorno quasi esagonale, torbide, che nell'interno si presentavano ricche di limonite, sezioni che apparivano come isotrope e che potrebbero fino ad un certo punto rappresentare della biotite alterata.

E che il feldispato della massa fondamentale di queste leucotefriti dei Cimini debba considerarsi come riferibile all'oligoclasio, appare da alcune osservazioni sommarie da me fatte su alcune leucotefriti dei Cimini; una di queste proveniente dal lago di Vico lasciava vedere in una massa fondamentale formata da oligoclasio (estinzione simmetrica di 2° o 3°) di pirosseno e magnetite, abbondante leucite in grossi cristalli poveri di inclusioni, dell'augite con forte pleocroismo fra il giallo ed il verde, del feldispato plagioclasio libero od incluso nella leucite; e che questo plagioclasio, sia al pari del mio, da considerarsi come originario e non come prodotto di alterazione, lo indica il fatto che in alcuni cristalli di leucite notai che i grossi inclusi di plagioclasio erano accompagnati da vere intrusioni della massa fondamentale.

È vero che trovai per questo feldispato degli angoli un po' bassi e come pure non trovai in essi la struttura zonata; ma devo qui dichiarare come avendo osservato solo poche sezioni se esse potevano servire per determinare la natura del feldispato della massa fondamentale, non potevano essere gran che utili per lo studio degli elementi porfirici; e non è quindi impossibile che in queste poche sezioni mancassero cristalli zonati ad estinzione più elevata. Lo stesso può dirsi per la sanidite da me trovata nella roccia del sotto suolo di Torino e mancante in quella del lago di Vico, poichè anche nelle sezioni da me studiate, stante la sua rarità, su quindici o venti sezioni a stento la potei osservare in due o tre.

Concludendo da quanto dissi di sopra risulta come nei Cimini più che in ogni altro gruppo esistano delle roccie che petrograficamente si avvicinano a quella trovata nel sottosuolo di Torino: relativamente simili sono pure alcune provenienti dal lago

di Bracciano, ma a parer mio l'analogia è molto maggiore con quelle dei Cimini in causa anche della struttura scoriacea che presentano tanto la mia quanto quelle studiate da Bucca. È bensì vero che questa struttura scoriacea è molto più pronunciata nella mia che non in quella della Madonna del Lauro; ma occorre di tener conto che la cavernosità delle lave è maggiore alla superficie che non nell'interno ed è naturale che se ai tempi di Roma antica esistevano cave di leucotefriti nei Cimini, come attualmente esistono, esse dovevano essere più superficiali e quindi il materiale estratto poteva essere più scoriaceo.

Tale probabile provenienza mi venne anche confermata dall'Ing. Sabbatini ed in ultimo è pure appoggiata dalla esistenza, anche nei nostri tempi, di cave di leucotefrite in tali località, le quali sopra tutte erano nelle migliori condizioni per l'esportazione in quanto che in vicinanza di esse passavano le grandi vie che da Roma conducevano verso l'Italia settentrionale.

Gabinetto di Mineralogia dell'Università di Torino,
13 Maggio 1899.

Dell'intersezione di due varietà contenute in una varietà semplicemente infinita di spazi;

Nota di BEPPO LEVI, a Torino.

Nella nota presente stabilirò dapprima (§ 1) una formola che serve a legare gli ordini e le multiplicità di due varietà tracciate sopra una varietà semplicemente infinita di spazi, all'ordine della loro intersezione, a quello della varietà ambiente e a quelli delle loro intersezioni con uno spazio generatore. Considererò solo quei casi in cui questi elementi bastino a individuare la varietà intersezione delle date (o almeno il suo ordine) e cioè supporrò che la somma delle dimensioni delle due prime varietà sia eguale a quella delle dimensioni della varietà ambiente (considerata come luogo di punti) e della varietà intersezione.

Per casi particolari sono note formole equivalenti a quella che qui si cerca. Così per l'intersezione di due varietà in uno

spazio lineare [1] e per quella di due curve semplici tracciate sopra una superficie rigata. In quest'ultimo caso, detti n e ν gli ordini delle due curve, che si suppongono semplici per la rigata, N l'ordine di questa, k, κ il numero dei punti dell'una e dell'altra curva rispettivamente sopra una generatrice generica, I il numero delle intersezioni delle due curve, si ha, com'è noto:

$$n\kappa + \nu k - I - N\kappa k = 0.$$

Questa formola io qui generalizzerò in una interamente analoga, ove I è l'ordine della varietà intersezione. Discuterò poi (§2) l'influenza che nel numero I hanno le intersezioni singolari.

§ 1. — L'ordine dell'intersezione.

1. — Si consideri una superficie rigata V irreduttibile immersa in un S_r: sia N il suo ordine. Su di essa siano tracciate due curve irreduttibili C, Γ degli ordini rispettivi n, ν. Per un punto qualunque di C passino h generatrici di V e per un punto qualunque di Γ ne passino χ. Su una generatrice qualunque stiano rispettivamente k e κ punti di C e di Γ.

Si fissi in S_r un S_{r-2} arbitrario O. Un S_{r-1} per O sega C in n punti per ciascuno dei quali passano h generatrici: su ciascuna di queste stanno κ punti di Γ. Se si definisce come omologo di quell'S_{r-1} ciascuno di quelli che da O proiettano uno di questi punti di Γ, si stabilisce nel fascio O una corrispondenza $(nh\kappa, \nu\chi k)$ in cui sono uniti gli S_{r-1} per le generatrici di V e quelli che proiettano i punti comuni a C e Γ. *Ciascuno di questi punti si dirà appartenere alla intersezione di* C *e* Γ, *con multiplicità uguale a quella che ha, fra i detti* S_{r-1} *uniti, l'*S_{r-1} *che lo proietta da* O (scelto O in posizione convenientemente generica, cioè tale che non coincidano gli S_{r-1} che proiettano da O questo e un altro punto comune a C e Γ e che questo S_{r-1} non contenga generatrici di V). Con questa definizione dell'intersezione delle due curve si ammette che non varî con O la multiplicità dell'S_{r-1} unito proiettante un punto dell'intersezione: tale invarianza risul-

[1] Caso che corrisponde a $N = 1$ $k = n$ $\kappa = \nu$.

terà evidente dalle trasformazioni che la definizione della multiplicità subirà nel § 2 (in particolare nei n[i] 9 e 11).

Alla corrispondenza considerata si applichi il principio di corrispondenza: si indichi con I la somma delle multiplicità di intersezione di C e Γ nei loro punti comuni (numero delle intersezioni delle due curve) e si osservi che, fra gli S_{r-1} uniti, N lo sono perchè contenenti generatrici di V e ciascuno di questi ha multiplicità $k\kappa$, tante essendo le coppie di punti corrispondenti di C e Γ che esso contiene (v. n° 2). Si avrà la formula:

$$n h \kappa + \nu \chi k - \mathrm{I} - \mathrm{N} k \kappa = 0 \ (^1). \qquad (1)$$

Nel caso che la rigata V fosse riduttibile si dovrebbe applicare separatamente alle sue singole parti questa formola, definendo come intersezione delle due curve l'insieme delle intersezioni a due a due delle loro parti giacenti sulle singole parti della rigata. Ravvicinando le equazioni che così si ottengono si vede che la (1) continuerà a valere per la rigata complessiva se i numeri h, χ, k, κ hanno gli stessi valori per le diverse rigate componenti, oppure se si conviene di attribuire alle rigate componenti e alle curve tracciate su di esse tali multiplicità che questa condizione risulti soddisfatta.

2. — Perchè la formola sia interamente giustificata conviene però provare con maggior rigore che gli N S_{r-1} contenenti generatrici di V contano fra gli S_{r-1} uniti per $\mathrm{N} k \kappa$.

Si scelga O in modo che non sia tangente a V, non passi per punti multipli di V e non incontri generatrici su cui stiano punti multipli di C o Γ, nè generatrici che abbiano con C o con Γ contatti di ordine superiore a quelli di una generatrice generica, nè coppie di generatrici giacenti in uno stesso S_{r-1} con O; infine l'S_{r-1} determinato da O e da una generatrice che lo incontra, non passi per punti comuni alle due curve.

Si riferisca S_r ad un sistema di coordinate $x_1 \ldots x_r$. Si supponga che il fascio di asse O sia il fascio $x_1 = \text{cost.}$, e l'S_{r-1}

(1) Formola che già abbiamo ricordata nell'introduzione pel caso di $h = \chi = 1$. Si noti che C e Γ si comportano in questa formola come curve semplici degli ordini nh, $\nu\chi$: sotto altra forma questo fatto ricomparirà in seguito (v. n° 12).

unito che si considera sia $x_1 = 0$. x' e x'' siano due punti qualunque di C e di Γ sulla generatrice di V appartenente a questo S_{r-1}: essi saranno origine di due rami lineari l'uno di C, l'altro di Γ fra i cui punti le generatrici di V stabiliscono una corrispondenza biunivoca (1). E poichè si suppone che O non sia tangente a V, nè passi per punti multipli di V, e quindi non per punti comuni a due generatrici successive, la differenza fra le x_1 dei punti corrispondenti dei due rami è infinitesima del primo ordine (e mai d'ordine superiore) rispetto alle x_1 medesime. Applicando una proposizione del sig. Zeuthen (2) si ha che la multiplicità dell'S_{r-1} fra gli S_{r-1} uniti è uguale alla somma degli ordini infinitesimali delle differenze, quale quella considerata, relative a tutte le coppie di rami di C e di Γ la cui origine sta sulla generatrice considerata. Questa multiplicità sarà dunque precisamente uguale al numero di queste coppie, cioè a $k\,\kappa$.

Esistono N S_{r-1} uniti della specie ora discussa, corrispondenti agli N punti d'intersezione di O e V; la loro influenza nel numero degli S_{r-1} uniti è dunque N $k\,\kappa$.

Con considerazioni della stessa natura si vede che ogni punto comune a C e a Γ, semplice su di esse, e in cui non si tocchino, conta per una unità nel numero I.

3. — In una varietà rigata V di dimensione d siano tracciate due varietà C e Γ di dimensioni m e μ, tali che $m + \mu = d$, che non abbiano una curva comune: le generatrici di V pei punti di C e di Γ costituiscono due varietà o, ω contenute

---

(1) La condizione perchè tale sia questa corrispondenza è che ciascuna generatrice di V prossima a quella considerata non seghi una delle due curve in più punti distinti, appartenenti al ramo considerato (cioè prossimi alla sua origine). Questa condizione sarà soddisfatta precisamente quando, come si è supposto, la generatrice considerata non ha, colla curva, contatto superiore a quello di una generatrice generica.

Si potrebbe, per la facilità della concezione, limitare la dimostrazione del testo al caso di linee semplici, tali cioè che per ogni loro punto passi una sola generatrice e che non siano tangenti a tutte le generatrici. Stabilita la formola per questo caso si può poi estenderla al caso più generale (n° 12).

(2) *Note sur le principe de correspondance.* " Bulletin des sciences mathématiques „ (Darboux), 5, 1873.

in V, aventi a comune una superficie rigata v [1]. Questa interseca C e Γ rispettivamente secondo due curve c e γ: tutti e soli i punti comuni a c e γ sono pure comuni a C e Γ. Il loro numero si calcolerà quindi agevolmente per mezzo della formola del n° prec. se si conosceranno l'ordine di v e i caratteri, su di essa, di c e di γ.

Si seghi con un S_{r-1}; le varietà sezioni non saranno più, in generale, rigate e la sezione di v sarà una curva: le sezioni di c e di γ saranno i sistemi dei punti d'intersezione delle sezioni di C e di Γ con questa curva, ovvero, rispettivamente, colle sezioni di ω e di o. La determinazione degli ordini di v, c, γ viene così a coincidere col problema dell'intersezione di due varietà tracciate in un'altra, non lineare, qualunque. Però la difficoltà diminuirà quando la sezione di V sia ancora rigata o possa ridursi a tale [2]; in particolare, se V è una varietà semplicemente infinita di spazi, la questione potrà risolversi completamente con successivi abbassamenti della difficoltà.

4. — Ammetteremo provata, per tutte le varietà semplicemente infinite di S_δ ($\delta \leq d-2$), che il numero I delle intersezioni di due varietà C e Γ degli ordini n, ν (e di dimensioni m e μ tali che $m+\mu=d-1$) per ogni punto delle quali passino rispettivamente h e χ S_δ generatori (h e χ finiti) e che siano segate da uno spazio generatore generico rispettivamente in varietà di dimensione $m-1$ e $\mu-1$ e degli ordini k e κ, è dato dalla formola medesima del n° 1, cioè:

$$h n \kappa + \chi \nu k - \mathrm{I} - \mathrm{N} k \kappa = 0, \qquad (1)$$

ove N è l'ordine della varietà ambiente.

Dimostreremo che la formola è ancora valida per una varietà V semplicemente infinita di spazi di dimensione $d-1$.

[1] La varietà di rette comune ad o e ad ω potrebbe avere maggior dimensione quando per ogni punto di una delle varietà C, Γ passassero infinite generatrici di V; per eliminare questa difficoltà basta definire o e ω come due varietà rigate delle dimensioni rispettive $m+1$ e $\mu+1$, contenenti rispettivamente C e Γ, e contenute in V.

[2] Ad es. una varietà di spazi non è precisamente, tale quale è data, una varietà rigata; ma vi si riduce facilmente (v. n° seguente).

Supporremo la V irreduttibile, o formata di parti, in ciascuna delle quali i numeri h, χ, k, κ abbiano gli stessi valori. In caso contrario si dovranno ripetere le cose medesime dette per le superficie rigate alla fine del n° 1.

Si fissi in V una curva direttrice Δ, tale cioè che incontri ogni spazio generatore in un solo punto. Si potrà come tale scegliere una conveniente sezione spaziale di V (fatta cioè con un S_{r-d+1}): noi supporremo che precisamente in tal modo sia stata scelta Δ, cosicchè il suo ordine sarà ancora N.

V si potrà considerare come la rigata luogo delle stelle aventi per sostegni i punti di Δ e gli spazi generatori di V cui questi appartengono. Se C e Γ hanno dimensione $< d-1$ si potrà supporre Δ scelto in modo che sopra ogni generatrice di V incontrante C o Γ stia un sol punto di tal varietà. Se la varietà C avesse invece dimensione $d-1$ su ogni generatrice di V starebbero necessariamente k punti di C. Noi supporremo pel momento escluso questo caso (su cui ritorneremo tosto) e scelta la Δ come si disse.

Si considerino le due rigate o e ω definite nel n° precedente, contenenti rispettivamente C e Γ. Ogni spazio generatore di V sega o secondo un cono d'ordine k proiettante dal corrispondente punto di Δ la sezione di C; il vertice del cono avrà multiplicità k, cosicchè k è la multiplicità di Δ in o. L'S_{r-d+1} contenente Δ non incontra C (essendo $m < d-1$); un S_{r-m+1} per esso sega C in n punti, per ognuno dei quali passano h spazi generatori di V; quindi h generatrici di o: questo S_{r-m+1} sega quindi o secondo una curva composta di hn rette e di Δ k-pla. L'ordine di o è $hn + k$N. Infine, se, come si suppone, Δ è semplice per V, ogni generatrice di o è pur essa semplice. Analogamente ω ha ordine $\chi\nu + \kappa$N, le sue generatrici sono semplici per V, e ogni spazio generatore di V la sega secondo un cono d'ordine κ.

Per determinare l'ordine di v seghiamo con un S_{r-2}; siano V*, o^*, ω^* le sezioni di V, o, ω; i caratteri delle sezioni sono gli stessi delle varietà primitive; cosicchè il numero delle intersezioni di o^*, ω^*, cioè l'ordine di v [1] sarà, fatte le sostituzioni

[1] Il numero che qui si ottiene non è precisamente l'ordine di v, se non nel caso generico in cui v non è multipla nè ha parti multiple, cioè

nella formola (1), ammessa per le varietà di dimensione minore di quella di V, e fatte le riduzioni:

$$hn\kappa + \chi\nu k + Nk\kappa.$$

Per determinare l'ordine di c seghiamo con un S_{r-1}, osservando che c può considerarsi come l'intersezione di C con ω. Siano $\overline{V}$, $\overline{C}$ e $\overline{\omega}$ le sezioni rispettive di V, C e ω: l'ordine di c sarà il numero delle intersezioni di $\overline{C}$ e $\overline{\omega}$ considerate come tracciate sulla $\overline{V}$. Quindi sarà:

$$hn\kappa + \chi\nu k.$$

L'ordine di γ si otterrà scambiando le lettere greche colle latine; quindi sarà ancora il medesimo. Applicando la formola (1) alla rigata v (pel qual caso è anche stata dimostrata (n° 1)), si avrà, dopo le riduzioni:

$$hn\kappa + \chi\nu k - Nk\kappa - I = 0.$$

Onde risulta provata pel caso generale questa formola quando lo sia per le superficie rigate (caso già considerato) e per il caso che C sia una varietà a $d-1$ dimensioni e Γ una curva.

5. — Anche questo caso a cui non si applica interamente quanto si è detto nel n° prec. si riduce alle superficie rigate, con metodo analogo. Infatti la rigata o del n° prec. si confonde allora con V, ω con v. Si dovranno determinare i caratteri di c sopra ω. L'ordine si otterrà segando con un S_{r-1} e applicando la formola (1) alle varietà sezioni: sarà $hn\kappa + \chi\nu k$. Inoltre può sempre scegliersi Δ in modo che per ogni punto di c passi una sola generatrice di ω: infine su ogni generatrice di ω stanno k punti di c. Applicando quindi la formola (1) alla rigata ω e alle curve c, Γ:

$$hn\kappa + \chi\nu k - I - Nk\kappa = 0.$$

---

nel caso che tutti i punti d'intersezione di o^*, ω^* (per una scelta generica dell'S_{r-1} segante) sono distinti. Analoghe osservazioni per gli ordini sotto calcolati di c di γ. — A questo riguardo v. il n° 7.

6. — Come la formola (1) si estenda a determinare l'ordine dell'intersezione di due varietà qualunque C e Γ tracciate sopra una varietà semplicemente infinita di S_{d-1}, quando, m e μ essendo le loro dimensioni, non abbiano a comune una varietà di dimensione $> m + \mu - d$, risulta anche implicitamente dai n[i] prec. Si segherà il sistema con un $S_{r+d-m-\mu}$ generico; si otterrà una varietà ∞^1 di $S_{2d-m-\mu-1}$ e su essa due varietà c e γ che si segano in un numero finito di punti, e precisamente nelle intersezioni dell'$S_{r+d-m-\mu}$ segante colla varietà comune a C e Γ.

Defineremo come *multiplicità di una varietà nell'intersezione di* C *e* Γ *la multiplicità nell'intersezione di* c *e* γ *dei punti che si ottengono segandola con un* $S_{r+d-m-\mu}$ *generico* (v. n° 7). Per la validità della (1) dovrà assumersi come I la somma dei prodotti degli ordini delle singole parti dell'intersezione di C e Γ per le loro rispettive multiplicità.

7. — La multiplicità di un punto nell'intersezioue di C e Γ quando $m + \mu = d$ è stata definita con precisione solo pel caso $m = \mu = 1$, o, ciò che è lo stesso, $d = 2$ (n° 1). Come nei n[i] 4 e 5 abbiamo estesa la formola (1) (dimostrata al n° 1 pel solo caso di $d = 2$) per induzione matematica, così faremo per le multiplicità. Ammessa definita la multiplicità d'intersezione pei valori di d minori di quello che si considera, e quindi anche per questo quando la varietà intersezione ha dimensione ≥ 1 (cfr. n° 6), *definiremo come multiplicità d'intersezione di* C *e* Γ *in un punto il prodotto della multiplicità del punto nell'intersezione di* c *e* γ *(su* v*) per la multiplicità di* v *nell'intersezione di* o *e* ω*; o la somma di tali prodotti relativamente alle diverse parti di* v*, quando* v *si spezzi.*

Per giustificare questa definizione dimostrerò che si può sempre scegliere o e ω (cioè Δ) in modo che v sia semplice e che allora la formola (1) continua a valere. Per continuità ne risulterà facilmente che questa definizione deve adottarsi per una scelta qualunque di Δ.

Si consideri perciò uno spazio generatore π che seghi C e Γ secondo due varietà C_1 e Γ_1 degli ordini rispettivi k, κ (per modo che π non avrà lungo tutta C_1 o tutta Γ_1 contatto con C o Γ maggiore che uno spazio generatore generico). Su π starà

un punto P di Δ. Si scelga P fuori delle rigate (di dimensione $< d-1$) che si ottengono proiettando C_1 dai punti multipli di Γ_1, ovvero proiettando Γ_1 dai punti multipli di C_1, o conducendo dai punti di C_1 e di Γ_1 rispettivamente le tangenti a Γ_1 e a C_1. Si scelgano inoltre fuori di π i punti di Δ sugli spazi generatori diversi da π passanti pei punti generici della sezione di v con π_1. In queste condizioni v sarà semplice. Si seghi, infatti, V con un S_{r-2} generico che incontri π (che si suppone essere un S_{d-1}) secondo un $S_{d-2} = \pi_1$ e che non sia tangente a V (e quindi nemmeno a o od a ω) in punti di π_1. La multiplicità di questi punti nell'intersezione di o e ω (multiplicità di v nell'intersezione di o e ω) sarà uguale alla loro multiplicità nell'intersezione delle sezioni fatte in o e ω dall'S_{r-2} segante. Di queste sezioni fanno parte le sezioni di π_1 in o e ω medesime e, per le ipotesi fatte, e per una scelta conveniente di π_1 non passano per quei punti altre parti di dette sezioni. La detta multiplicità d'intersezione è dunque uguale a quella che, in quei punti, ha l'intersezione di queste due parti, cioè è 1, poichè quei punti sono semplici su di esse, ed esse non vi si toccano.

La dimostrazione medesima in cui si usi un S_r segante anzichè un S_{r-2} e si sostituisca π a π_1, prova che, se per ogni punto di C o di Γ passa un solo spazio generatore di V, c o γ rispettivamente, per la stessa scelta di Δ, sono semplici per l'intersezione di C e ω, Γ e o. Se poi per ogni punto di C o di Γ passano più spazi generatori di V, la dimostrazione medesima, congiunta ad una osservazione del § seguente (n° 11, p. 17) mostra che le multiplicità di c o γ per le dette intersezioni sono uguali al numero dei detti spazi rispettivamente, e quindi al numero delle generatrici di v pei loro punti.

Nel calcolo della formola (1) c e γ influiscono quindi per numeri uguali rispettivamente al prodotto del loro ordine per la loro multiplicità; e cioè la formola (1) resta inalterata, quale si è calcolata nell'ipotesi che v, c, γ fossero semplici (n° 4).

§ 2. — La multiplicità dell'intersezione.

8. — Premettiamo alcune osservazioni circa l'intersezione delle varietà immerse in uno spazio lineare.

L'intersezione di due varietà di dimensioni m, μ, immerse in uno spazio lineare di dimensione $m + \mu = d$ è interamente definita (almeno quando risulti di un numero finito di punti) dalla condizione che, supposte a coefficienti sufficientemente generali le equazioni che determinano le due varietà, la proiezione del gruppo dei punti d'intersezione sopra una retta generica sia rappresentata da un'equazione algebrica che abbia tante radici semplici e distinte quanti sono i punti del gruppo e che, per valori particolari di quei coefficienti, la medesima proiezione sia rappresentata da quel che diviene detta equazione dopo la sostituzione di quei particolari valori dei coefficienti. Infatti, per più definizioni dell'intersezione che soddisfino a queste condizioni, le equazioni risultanti che rappresentano la suddetta proiezione, liberate dai fattori costanti, non possono differire fra loro per valori generici dei coefficienti suddetti; non differiranno quindi per particolari valori dei coefficienti medesimi.

Si definisce ordinariamente l'intersezione di due curve piane interpretando geometricamente la sua definizione algebrica per mezzo del risultante delle loro equazioni. Fissati due punti P e Q in posizione generica nel piano si consideri la corrispondenza stabilita in P prendendo come omologhi due raggi proiettanti punti l'uno dell'una, l'altro dell'altra curva allineati con Q. I raggi uniti di questa corrispondenza diversi da P Q proiettano i punti comuni alle due curve, e la multiplicità di ciascuno di essi è la multiplicità del punto comune alle due curve che esso proietta, nell'intersezione di queste. Risulta dalla precedente osservazione che *si definirà ancora la stessa intersezione se al fascio Q si sostituisce un qualunque inviluppo* (1). Oltre alle rette pei punti comuni alle due curve saranno allora unite anche le rette comuni all'inviluppo Q e al fascio P. Ogni raggio unito di P proiettante un punto comune alle due curve avrà per multiplicità il prodotto della multiplicità di questo punto nell'interse-

(1) Si potrebbero anche assumere inviluppi tanto per Q quanto per P.

zione per la classe dell'inviluppo Q: precisamente, se le rette di Q passanti per esso punto sono semplici e distinte, ciascuna di esse influisce nella multiplicità del raggio per un numero eguale alla multiplicità del punto nell'intersezione ([1]).

Per l'intersezione di curve e superficie in S_3 (e generalmente di curve e varietà a $d - 1$ dimensioni in S_d) due definizioni furono principalmente adottate. Quella algebrica in cui, se si tratta di tre superficie ([2]), si ricorre al risultante delle loro equazioni; se si tratta di una curva e una superficie, si ricorre all'intersezione completa della superficie con due altre passanti per la curva e che s'incontrino ulteriormente secondo curve, ciascuna delle quali sia completa intersezione di due superficie, diminuita delle intersezioni della superficie data con queste coppie di superficie ([3]). — Quella geometrica in cui si ricorre al principio di corrispondenza, definizione che ricade in quella adóttata da noi (n^i 3 e 7): per la curva (o, se si tratta dell'intersezione di tre superficie: per la curva intersezione di due di esse) si faccia passare una rigata la quale segherà la superficie (o la superficie restante) secondo una nuova curva: sulla rigata si determini l'intersezione delle due curve: la si assumerà come intersezione della curva e della superficie. Può sempre scegliersi come rigata un cono ([4]).

Per l'intersezione di varietà di dimensioni minori per più di un'unità di quella dello spazio ambiente, si può ancora adottare una definizione analoga alla nostra (n^i 3 e 7): per le due varietà si conducano due rigate che abbiano come completa in-

---

([1]) Lo si vede agevolmente osservando che tanto quella influenza quanto questa multiplicità sono date dalla somma degli ordini infinitesimali delle distanze dei punti d'intersezione della retta di Q considerata coll'una curva da quelli d'intersezione della medesima retta coll'altra curva.

([2]) Cfr. Berzolari, *Sulle intersezioni di tre superficie algebriche.* "Annali di Matematica „ (2) 24-1896.

([3]) Caso particolare di questa definizione è quella adottata dall'Halphen (*Recherches de géométrie à n dimensions.* "Bulletin de la Soc. Math. de France „, II, pag. 34 e seg., partic. pag. 39-40), ove le varietà ausiliarie sono coni e monoidi.

([4]) Fouret, *Détermination par le principe de correspondance du nombre des points d'intersection de trois surfaces algébriques d'ordres quelconques.* "Bull. Soc. Math. de Fr. „, I, pag. 122 e *Sur l'application du principe de correspondance à la détermination du nombre des points d'intersection de trois surfaces ou d'une courbe gauche et d'une surface.* Id., pag. 258.

tersezione una superficie rigata di generatrici comuni (p. es. due coni concentrici). Si determinino le curve d'intersezione di ciascuna delle due rigate rispettivamente colla varietà per cui non passa; le due curve saranno tracciate sulla detta superficie rigata: la loro intersezione sarà l'intersezione delle due varietà date [1]. Quanto alle multiplicità si deve ripetere quanto fu detto al n° 7.

9. — Confrontando queste definizioni con quelle dei n^i^ 1, 3 e 7, risulta che, se C e Γ sono due varietà tracciate sopra una V composta di una semplice infinità di S_{d-1}, la multiplicità d'intersezione di C e Γ in un punto semplice di V è uguale alla multiplicità d'intersezione nel punto omologo delle proiezioni C_0 e Γ_0 da uno spazio convenientemente generico su un S_d. Basterà supporre dimostrata la proposizione pei valori di d inferiori a quello che si considera per conchiudere che la multiplicità di v_0 (proiezione di v) nell'intersezione di o_0 e ω_0 (proiezioni di o e ω) è uguale a quella di v nell'intersezione di o e ω. Cosicchè basterà aver provato che la multiplicità di un punto di una superficie rigata nell'intersezione di due curve tracciate sopra questa, è uguale alla multiplicità del punto corrispondente nell'intersezione delle proiezioni delle due curve:

1° quando la superficie è proiettata da un centro generico su un S_p ($p \geq 3$), qualunque sia la singolarità del punto considerato sulla superficie medesima (ed è il caso dell'intersezione delle curve c_0 e γ_0 — proiezioni di c e γ — tracciate su v_0);

2° quando la superficie è proiettata da un centro generico sopra un piano, ed il punto considerato è semplice sulla superficie medesima (ed è il caso a cui la questione si riduce per l'induzione sopra accennata).

Si ricordi la definizione dell'intersezione di due curve tracciate su una rigata (n° 1) e si prenda l'$S_{r-2} \equiv O$ passante pel centro di proiezione:

1° Si assuma come S_{p-2} analogo nella proiezione sopra un S_p la proiezione di O e si indichi con P. La corrispondenza fra gli S_{p-1} di P i cui S_{p-1} uniti determinano le intersezioni

---

[1] Alquanto differente è la definizione adottata dall'HALPHEN (l. c., pagina 40-42).

delle due curve proiezioni è la sezione con S_p di quella fra gli S_{r-1} di O che definisce in modo analogo le intersezioni delle curve date. Le multiplicità delle coincidenze sono le medesime per le due corrispondenze: onde risulta la proposizione che si voleva provare.

2° Per la proiezione piana si ricorra alla definizione dell'intersezione di due curve accennata nel n° prec. scegliendo come inviluppo Q la proiezione della schiera delle generatrici della rigata e come punto P la proiezione di O. Ogni S_{r-1} proiettante una generatrice sega la rigata secondo una curva residua; tutte queste curve costituiscono una schiera; e la corrispondenza fra i raggi di P è la sezione dell'insieme di quella definita al n° 1 fra gli S_{r-1} di O e di quella analoga che si ottiene sostituendo questa nuova schiera di curve a quella delle generatrici. Se il punto di cui si vuole la multiplicità nell'intersezione delle due curve non è multiplo per la rigata, e il suo piano tangente non incontra il centro di proiezione (e questo può sempre ottenersi), non passa per esso la curva della schiera che corrisponde alla generatrice per esso; quindi delle due corrispondenze di cui si compone quella fra i raggi di P, la seconda ha come raggio unito quello che proietta la proiezione piana di questo punto, solo in quanto vengono a passare per esso altre curve della schiera in numero minore di una unità rispetto all'ordine della rigata, cioè solo corrispondentemente ad altrettante rette di Q. Alla rimanente retta di Q corrisponde il raggio di P proiezione dell'S_{r-1} unito di O di cui si cerca la multiplicità. Quindi (cfr. n° prec.) *la multiplicità d'intersezione di due curve sulla rigata in un punto semplice di questa è uguale a quella delle loro proiezioni piane generiche nel punto corrispondente* [1].

---

[1] Si può dimostrare questa proposizione anche direttamente ricorrendo alla definizione più comune dell'intersezione delle curve piane mediante due fasci P e Q (v. n° 8). Occorre perciò premettere che *mediante proiezioni può sempre trasformarsi una rigata algebrica in un cono*, proiettandosi le generatrici dell'una in quelle dell'altra. Basta perciò segare la rigata (che diremo ancora V e supporremo immersa in un S_r) con due S_{r-1} in due curve direttrici D_1, D_2 e, supposto l'S_r immerso in un S_{2r-1}, proiettare D_1 e D_2 da un $S_{r-2} \equiv \Omega$ di questo, non incontrante l'S_r, su due nuovi S_{r-1} che non abbiano punti comuni. Siano D'_1, D'_2 le proiezioni; le rette che congiungono i punti di D'_1 e D'_2, proiezioni dei punti di D_1 e D_2 che

10. — Se il punto non fosse semplice per la rigata il ragionamento precedente non si potrebbe più applicare, ed è evidente che la proposizione sarebbe errata poichè manca allora la corrispondenza biunivoca fra l'intorno del punto e l'intorno della sua proiezione: ogni S_{r-2} proiettante incontra, in prossimità del punto, le diverse falde della superficie, producendo intersezioni apparenti delle due curve, che sono sempre infinitamente prossime al punto medesimo.

Si potrà calcolare la multiplicità dell'intersezione di due varietà contenute in una ∞^1 di spazi, in un punto multiplo per la varietà ambiente, osservando che *ogni varietà semplicemente infinità di* S_{d-1} *può sempre considerarsi come proiezione di una varietà di* S_{d-1} *priva di punti singolari* (1).

---

stanno su una stessa generatrice di V, costituiscono una rigata V′ di cui V è proiezione. La proiezione di V da uno spazio Ω_0 che seghi l'S_{r-1} di D'_1 in un S_{r-2} è un cono V_0, che può, in particolare, ridursi a un fascio.

Si effettui una tal proiezione facendo passare l'S_{r-1} di D_1 per l'$S_{r-2} \equiv O$ del n° 1 e scegliendo Ω_0 nell'S_{2r-3} ΩO. Il fascio O sarà anch'esso proiettato in un fascio di rette e, scegliendo questo come fascio P e V_0 come fascio Q, (n° prec.), si vede facilmente che la multiplicità d'intersezione di due curve tracciate su V, in un punto semplice di V, è uguale alla multiplicità d'intersezione delle curve corrispondenti di V_0. È essenziale che il punto sia semplice per V, perchè nel caso opposto la trasformazione gli farebbe corrispondere più punti di V_0, oppure un punto unico il cui intorno sarebbe in corrispondenza plurivoca con l'intorno del punto primitivo.

Avendo così dimostrata la proposizione per una serie di proiezioni scelte convenientemente, si può giungere ad affermarla per una proiezione qualunque o una serie di proiezioni (tali che in ciascuna il centro di proiezione non stia sullo spazio tangente a V o alle sue proiezioni nel punto considerato o nei suoi corrispondenti) ricorrendo alla proposizione con cui si apre il n° 11.

(1) Si consideri ad esempio una rigata V di S_r. Con due S_{r-1} si seghi in due curve D_1 e D_2. Ciascuna di queste può considerarsi come proiezione di una curva priva di punti singolari. (Del Pezzo, *Intorno ai punti singolari delle curve algebriche.* " Rend. Acc. Sc. ". Napoli, 1893. Segre, *Sulla composizione dei punti singolari delle superficie algebriche.* " Annali di Matematica " (2) 25-1896). Si consideri l'S_r ambiente di V immerso in uno spazio di dimensione ρ abbastanza elevata e in questo si fissi un $S_{\rho-r-1}$ che non incontri l'S_r, in modo che D_1 e D_2 siano proiezioni da questo $S_{\rho-r-1}$ di due curve D'_1, D'_2 prive di punti singolari ed immerse in spazi che non s'incontrino. Sulle D'_1 e D'_2 si rappresenta la corrispondenza stabilita fra D_1 e D_2 dalle generatrici della rigata. La rigata delle congiungenti le coppie

11. — Si può cercare di esprimere la multiplicità d'intersezione mediante la composizione del punto: si può dimostrare che *se un punto* A *è semplice per una varietà* V *a* d *dimensioni immersa in un* S_r, *i caratteri di composizione di* A *sopra una varietà* C *a* m *dimensioni* ($m < d$) *immersa in* V *e sopra ogni ramo tracciato in essa coincidono con quelli della proiezione di* C *da un* S_{r-d-1} *generico, nella proiezione di* A *e sul ramo proiezione di quello considerato; ed è generico in questo senso ogni* S_{r-d-1} *che non incontra l'*S_d *tangente in* A *a* V. Di qui: *la multiplicità d'intersezione di due varietà tracciate sopra una varietà* V *costituita da una* ∞^1 *di* S_{d-1} *in un punto semplice per questa varietà si calcola in funzione della composizione, colle stesse regole che se le due varietà fossero contenute in un* S_d.

Lo stesso non si può ripetere se il punto è singolare per V. Non sono allora sufficienti i caratteri di composizione; piuttosto si deve ricorrere alle proiezioni, secondo quanto si disse nel n° prec. Come esempio dei risultati che così si possono ottenere accennerò ai seguenti, in cui, per semplicità, mi limiterò alle superficie rigate. C e Γ siano adunque curve tracciate sopra una rigata V; A sia un punto comune ad esse: *la multiplicità d'intersezione di* C *e* Γ *in* A *è uguale alla somma delle multiplicità d'intersezione delle coppie di rami di* C *e* Γ *appartenenti alla medesima falda di* V *ed aventi per origine* A.

Se A *è origine di una sola falda d'ordine* m *di* V *e di* s *e* σ *rami lineari di* C *e* Γ, *se* s_i *e* σ_i *sono le multiplicità in* C *e* Γ *dei punti successivi a questo, la multiplicità d'intersezione di* C *e* Γ *in* A *è* $\leq \Sigma s_i \sigma_i - s\sigma(m-1)$. *In generale varrà il segno* $=$.

Se A *è origine di una sola falda di* V *e di un solo ramo di* C *non tangente alla generatrice per* A *ed avente gli stessi caratteri della falda nei suoi punti successivi, la multiplicità dell'intersezione di* C *e* Γ *in* A *è la somma dei caratteri di* Γ *nei successivi suoi punti comuni con* C.

12. — L'uso di una varietà W priva di punti singolari di cui V è proiezione permette di ridurre la dimostrazione della

---

di punti corrispondenti di D'_1 e D'_2 ha V per proiezione dell'$S_{\rho-r-1}$ ed è priva di singolarità.

La prova analoga si potrà dare per una varietà ∞^1 di S_{d-1} considerando d curve direttrici.

formola (1) al solo caso in cui C e Γ sono semplici per V, poichè tali saranno le varietà C^*, Γ^* che ad esse corrispondono in W. Converrà perciò aver presente che se N è, come sempre, l'ordine di V, N_1, N_2 quelli di D'_1, D'_2, $h, \chi, n, \nu, k, \kappa$ hanno i significati già definiti (§1), l'ordine di W è $N_1 + N_2 - N$, quelli di C^* e di Γ^*, $hn + (N_1 + N_2 - N)k$, e $\chi\nu + (N_1 + N_2 - N)\kappa$ rispettivamente e il numero delle intersezioni di C^* e Γ^* nell'S_{p-r-1} centro di proiezione $(N_1 + N_2)k\kappa$. Io non mi fermerò su questo punto limitandomi a far notare come si presenti qui, in forma diversa da quanto avvenne nel § 1, il fatto che la multiplicità di C e Γ compare nella formola (1) solo pel numero degli spazi generatori per i punti generici dell'una e dell'altra varietà, cioè solo pel numero dei punti distinti di C^* o di Γ^* che corrispondono ad un tal punto generico.

Maggio 1899.

Relazione sulla Memoria del Prof. M. Pieri, intitolata:

Della Geometria Elementare come sistema ipotetico-deduttivo.

Nelle numerose ricerche che si son fatte in questi ultimi anni intorno ai fondamenti della Geometria — citiamo fra le tante quelle di Pasch, Peano, Veronese, e tutta la serie dei lavori che han di mira la sola geometria di posizione (Amodeo, Fano, Enriques, Pieri, ecc.) — si tratta di scegliere fra le varie proprietà degli enti geometrici quelle che si vogliono assumere come *primitive,* non dimostrate, vale a dire come postulati, per dedurne col solo ragionamento tutte le altre; e si tratta pure, anche prima di ciò, di scegliere fra i suddetti enti quelli *primitivi,* che non s'intende di definire, ma per mezzo dei quali tutti gli altri si dovranno definire. Il Prof. Pieri, che, come s'è accennato, aveva dedicato altri suoi lavori (parecchi dei quali accolti nei nostri volumi accademici) ai principî della geometria di posizione, si occupa qui invece della geometria elementare.

E tutta questa scienza egli insegna ad edificare su *due sole* idee prime, non definite: il *punto* ed il *moto!*

È questo un risultato notevolissimo; nè pare che altri fosse giunto sinora a tanta semplicità nel sistema degli enti da assumersi come primitivi. Quanto al fatto che la nozione del moto prenda con ciò un ufficio importantissimo, là dove qualcuno (il Veronese specialmente) vorrebbe bandirla dalla Geometria, si osservi che il moto compare qui solo come una particolare trasformazione dello spazio o corrispondenza fra punti. Se tale corrispondenza si chiami invece *congruenza* di figure, non si avrà più neppur l'apparenza di usare in Geometria una nozione appartenente alla Meccanica. D'altra parte si sa bene quanto spesso nelle dimostrazioni di Euclide e dei trattatisti posteriori si adoperino le costruzioni di figure congruenti, ossia i movimenti; e come poi l'uso delle trasformazioni dello spazio, dei prodotti e dei gruppi di tali trasformazioni, domini, si può dire, tutta la geometria moderna. Orbene nel sistema di geometria elementare del Prof. Pieri si trova felicemente attuata un'applicazione ancor più ampia del consueto dei movimenti (ribaltamenti, simmetrie, ecc.) e dei loro prodotti nelle dimostrazioni dei teoremi: dal che queste risultano spesso semplificate.

Per mezzo dei punti e dei moti, e di una serie di postulati, l'A. definisce successivamente gli altri enti geometrici: retta, piano, sfera, cerchio, segmento, angolo, triangolo, ecc. Così: 3 punti diconsi *allineati* quando esiste un moto che li tien fissi. Il *piano* determinato dai punti a, b, c vien generato dalle rette che li congiungono ai punti delle rette bc, ca, ab. Sono ovvie le definizioni, per mezzo di movimenti, della *sfera* e del *cerchio*. Quanto ai *segmenti,* l'A. dice che un punto x della retta ab *giace fra* a e b quando è *interno* alla sfera di cui a e b son poli; il che, per una definizione precedente, equivale a dire che x è punto medio fra due punti di quella sfera, ossia che il piano perpendicolare in x alla retta ab incontra la sfera in qualche punto. — Fra i postulati (20 in tutto) che, come s'è detto, si associano a tutte queste definizioni dei vari enti (postulati, parecchi dei quali, com'è naturale, si riferiscono all'esistenza di moti che si comportino in certe maniere rispetto a quegli enti), alcuni sembrano ovvî e non differiscono sostanzialmente da postulati che si trovano in altri sistemi, taluni invece possono apparire

meno spontanei, come poco semplice parrà forse qualcuna delle citate definizioni. Tali impressioni possono del resto avere una causa puramente soggettiva, dipendendo dalle consuetudini invalse nella trattazione degli Elementi di geometria. In ogni modo è certo che dal punto di vista puramente *logico* il sistema del Pieri è pienamente soddisfacente, e contiene, come abbiamo già rilevato, un risultato di particolare importanza nella riduzione fatta delle nozioni primitive. Dal punto di vista *didattico* poi possiam dire che, se anche non si vorrà adottare in tutti i particolari l'attuale trattazione, pure molta parte di quanto in essa si contiene potrà esser utilizzata con vantaggio.

Noi concludiamo col proporre alla Classe l'accoglimento della Memoria del Prof. Pieri fra i volumi accademici.

E. D'Ovidio.

C. Segre, *relatore.*

L'Accademico Segretario

Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 21 Maggio 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO BARONE GAUDENZIO CLARETTA
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Socii: Peyron, Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Ferrero, Cognetti de Martiis, Boselli, Cipolla, Brusa e Perrero.

In assenza del Socio Segretario Nani, ammalato, ne funge le veci il Socio Ferrero.

È letto ed approvato l'atto verbale dell' ultima adunanza.

Il Socio Ferrero, ff. di Segretario, presenta un opuscolo del Socio corrispondente Vittorio Poggi, intitolato: *La battaglia navale di Malaga (24 agosto 1704) narrata da un testimonio oculare* (Torino, 1899).

Il Socio Cipolla legge un lavoro del Dott. Antonio Spagnolo: *L'evangelario purpureo veronese,* il quale è pubblicato negli *Atti* accademici.

Lo stesso Socio, condeputato coi Socii Claretta e Ferrero ad esaminare il lavoro manoscritto, presentato per l'inserzione

nelle *Memorie* accademiche dal Dott. Albano Sorbelli, ed intitolato: *Il duca di Ferrara e Cato, Virgilio e Giacomo da Castagneto,* legge una relazione intorno ad esso, conchiudendo per l'ammessione di questo lavoro alla lettura. Approvate le conclusioni della relazione e quindi udita la lettura del lavoro, la Classe ne vota la stampa.

LETTURE

L'Evangelario Purpureo Veronese;

Nota del Sac. ANTONIO SPAGNOLO.

I.

Nel medio evo, le Chiese d'Occidente adoperavano per la Messa solenne, quattro libri (1), dei quali il più stimato era l'Evangelario (2).

Un bellissimo Evangelario, in pergamena porporata, è posseduto dalla Biblioteca Capitolare di Verona.

Simile ad alcuni altri, che si conservano in varie Chiese, tuttavia *antiquitate ac præstantia nequaquam secundus* (3), è questo Codice di finissima membrana, alto mm. 285, largo mm. 225, scritto su due colonne alte mm. 175, larghe ciascuna mm. 65, di linee 18, con ciascuna linea da 6 a 12 lettere.

Il carattere è onciale a tratti larghi e pieni, grande, elegantissimo. L'inchiostro appare ora, cenerino o plumbeo, che lascia trasparire però larghissime traccie dell'oro e dell'argento con cui fu scritto (4).

Non vi è interpunzione alcuna, le lettere iniziali sono pure in onciale di maggior grandezza. Oltre le solite abbreviature di *d̄ms*, *x̄ps*, *d̄s*, *ihs*, *s̄ps* in tutte le loro costruzioni, si vedono in fine di linea le solite contrazioni delle lettere *ut*, *ve*, *un*, *us*, *ul* come pure la particolarità dell'*u* e dell'*m* in capitale. Il

(1) Cfr. Maffei, *Opusc. Eccl. in App. alla Stor. Teol.*, Trento, 1742, pag. 70. — Muratori, *Liturg. Rom. Vet.*, Venetiis, 1748, I, pag. 82.

(2) Cfr. Adalbert Ebner, *Das Sacramentar des kl. Wolfgang in Verona*, Regensburg, 1894, pag. 163. — A. Carpo, *Bibl. Liturg.*, Bononiæ, 1879, pag. 15.

(3) Maffei, *Biblioth. Ms. Capitularis ab An. Masotti recognita*. Cod. Capitol. dccccLxii, pag. 36.

(4) In oro la prima pagina di ciascun vangelo, l'orazione domenicale e i nomi Jesus, Dominus; il resto è in argento.

ms. è composto di 33 quaternioni, alcuni di 6, altri di 7 ed 8 fogli e manca di un foglio in principio, poichè l'Evangelo di S. Matteo comincia al capo I, versicolo undecimo; di un foglio nel Vangelo di S. Giovanni, che conteneva i capi VII, v. 44-VIII, v. 12 e di alcuni in fine, poichè il Codice termina con il capo XIV, v. 24 del Vangelo di S. Marco (1).

Propriamente parlando, non mancano del tutto gli ultimi fogli, ma sono ridotti in frammenti tali, da non poterli più chiamare con tal nome.

Il codice è dei più corretti. Difatti, eccetto i pochissimi scambi soliti ad osservarsi anche nei testi più puri, come asserisce il Tischendorff (2) cioè quello del *p* e *b* del *d* e *t* dell'*m* e *n*, altro non vi si potrebbe trovare. Nei margini, come si può vedere anche nell' accurata edizione del Bianchini (3), sono segnate alcune note numerali, che, senza dubbio, indicano i canoni Eusebiani (4).

Appartiene questo codice alla classe dei purpurei o argentei (5), mss. costosissimi e molto rari, come lo dimostrano i

---

(1) Come in pochi altri codici, gli Evangeli sono con quest'ordine: Matteo, Giovanni, Luca e Marco.

(2) Cfr. *Evangelarium Palatinum ineditum. Prolegomena*, pag. XX.

(3) *Evangelarium Quadruplex*, Romæ, 1749, volumi 2.

(4) " Procul dubio, scrive il Maffei nella citata *Bibl. Ms. Capitul.*, pag. 43, Eusebianos canones indicant. Summus, et finalis numerus Matthæi CCLV est, Joannis CCXXXV, tum in Ms., tum eorum canonum collectione. Videsis paginam in Hieronymi editione Veronensi 681, tomi decimi (ove però sono soltanto CCXXXII): Vide etiam Eusebii ad Carpianum epistolam, quam Cl. Vallarsius scite præmisit. At in hoc ms. sub iis numeris cuinam canoni referantur, item notatur XXXIV. CL. id vero minores numeros connotare certum est, quia X nunquam excedunt, cum decem tantum distinxerit Eusebius canones. Huiusmodi autem notæ versiculis adiectæ, ad Evangeliorum indicandam concordiam optime inserbiant, si enim idem numerus in quattuor appareret, Evangelistas singulos eam parabolam, vel id factum tradidisse, constabat, si in tribus tres, si in duobus duos, et quibus etiam locis. Quæ vero quilibet ex eis proprie contineret, decimo canone docebatur ".

(5) Apparisce dal colore violaceo del codice, che è il colore che hanno generalmente i codici tuttodì conservati, come il Perugino, il Palatino, il Salterio di S. Germano, il Sarezzano; benchè il Bresciano, il Salterio Piacentino e il Sacramentario di Monza lo abbiano più fosco. Il famoso codice argenteo di Upsala, conserva alcune pagine del primitivo color purpureo, mentre le altre si cangiarono in roseo, violaceo e bruno. Cfr. Gabelenz e Lobe, *Ulfilas*, Prolegomena, XXXII.

paleografi dai noti passi di S. Girolamo (1) e dal loro uso riservato ai grandi personaggi (2).

Della sua antichità non c'è a dubitare. Se non è il più antico ms. purpureo, come vorrebbe ora l'Amelli (3) e asseriva pure ai suoi tempi il Maffei (4); certo tiene il primo luogo dopo il Vercellese, che dal Bianchini (5) e da altri fu giudicato del IV secolo. Il nostro fu attribuito al IV o al V dal Bianchini stesso (6) e dal Ranke (7), del V lo credono il Gori (8) e il Belsheim, che nel 1894 ne fece nuovo confronto.

E difatti l'unione delle parole, senza nessuna distinzione di vacui o di segni, da costituire quasi una parola sola, la perfetta struttura del carattere onciale, la costante congiunzione dell'*I* con il *T* in forma quasi di π greco, la mescolanza di qualche lettera capitale e di più l'uso costante della sigla *dms* per *dns* (9), sembra autorizzarci ad assegnarlo almeno al V secolo.

Il nostro Codice, che ci presenta gli Evangeli, con ordine differente dal consueto greco, contiene uno di quei testi detti antigeronimiani, la cui importanza per la critica biblica, per l'interpretazione patristica e per l'illustrazione degli antichi monumenti cristiani, è grandissima e fa, al dire del P. Cozza Luzi (10) che non solo un volume, ma ogni benchè minimo frammento si dovrebbe tenere in grandissimo conto.

Molti dotti anzi, sostengono che esso presenti l'antica *Versio Itala*, cioè la recensione o versione latina della Sacra Scrittura.

---

(1) *Epist. 22 ad Eustochium, n° 32; Præfat. in Iob.*

(2) Mabillon, *De re diplomatica*, ed. 1709, pagg. 43-44. — De Wailly, *Éléments de Paléographie*, II, 372.

(3) *Di un antichis. Cod. bibl. latino conservato a Sarezzano.* Milano, 1872.

(4) *Biblioth. Ms. Capitular.*, Cod. dcccclxii, pag. 36.

(5) *Vindiciæ Canonic. Scripturar.* Romæ, 1740, pag. ccclxviii.

(6) *Vindic. Canon. Script.*, pag. cccci.

(7) *Fragmenta antiq. Evang. Lucani versiones latinæ e memb. Curiensibus*, Marburg, 1872, pag. 8.

(8) Lettera al P. Bianchini in *Evang. Quadrup.*, II, dlxxv.

(9) Questa nota di antichità è indicata anche nel *Nouveau Traité de Diplom.* III, 147. Il solo Palatino, giudicato del IV o V secolo, ritiene costantemente la sigla *dns*, mentre i più antichi manoscritti usano unicamente o per la maggior parte *dms*, la quale pare, dopo il V secolo, sia affatto scomparsa dai manoscritti per dar luogo alla sola *dns*.

(10) *Sacrorum Biblior. fragmenta*, Prolog., n° l.

Tale è l'opinione del Bianchini, del Garbelli, del Martianay e del Ruggero, scienziati del secolo scorso (1). Ai quali si aggiungano E. Withe e il Peter Corsen, che esaminarono il ms. alcuni decenni or sono (2) e posteriormente l'Amelli, il Ranke e il Belsheim.

Devo notare però l'opinione contraria del Maffei, che nell'Evangelario, legge la pura Volgata. Ne' suoi *Opuscoli Ecclesiastici* (3) aveva fatto cenno alla questione e nella *Bibliotheca Ms.* (4), dice: *Ostendi iam, ubi de versionibus disserui, vulgatam nostram in hoc ms. exhiberi; propterea illum excribendi tradendique typographis, mihi mens non fuit. Variantes quidem multas continet, ut in veteribus omnibus usuvenit, sed ut plurimum nullius momenti. De versiculis, quos librarius prœtermisit et de illis, quos addit ex alio Evangelio arreptos, vel loco subdit non suo, de manifestis etiam eiusdem sphalmatis, satis in anteposito tractatu loquutus sum.*

Ma questo trattato non lo si trova, nè fra le opere a stampa (5), nè fra le manoscritte; ed è somma sventura, chè la questione sarebbe stata di certo messa in chiaro (6).

Non credo quindi si possa dire con il Bianchini *non est amplius ambigendi locus* e quantunque vi sieno argomenti intrinseci in suo favore (7), ritengo che la questione non sia sciolta.

II.

Ragioni paleografiche e filologiche, concorrono a far ritenere, che il Codice sia stato scritto in Italia. Alcune note ca-

---

(1) Cfr. le loro dissertazioni nei volumi dell'*Evang. Quad.* del BIANCHINI.

(2) Cfr. GIULIARI, *Stor. della Capit. di Verona*. In " Arch. Ven. ", X, 1887-8. *Stor. lett.*, anni 1875-82.

(3) In append. alla *Storia Teolog.*, pag. 70.

(4) Op. cit., pag. 33.

(5) Cfr. GIULIARI, *Bibliog. Maffeiana*, Bologna, 1885.

(6) Il Maffei avea ideato un lavoro: *De archetipis biblicis et de antiquis versionibus prœcipue latinis.* Doveva esser diviso in sette dissertazioni: I. *historia textus hebraici;* II. *Quibus litteris sacri codices primum scripti fuerint;* III. *De Hebrœorum poesi;* IV. *De grœcis veteris Testamenti versionibus;* V. *De Testamenti novi prototipis;* VI. *De veteris et novi Testamenti versionibus;* VII. Senza titolo. Di queste la I è compiuta, la II e III sono incomplete, delle altre resta il solo titolo.

(7) Cfr. *Evang. Quad.*, loc. cit.

ratteristiche poi ci assicurano, che servì per l'uso liturgico della Chiesa Veronese. Ciò non prova però che sia stato scritto a Verona; solamente si può congetturare che, o sia stato donato dal Re Pipino (781—810) al Vescovo Ratoldo (802—840) (1), forse nel giorno 21 di maggio dell'anno 807 (2), o che l'abbia acquistato o avuto in dono l'Arcidiacono Pacifico († 844 o 846) (3).

Di certo servì nelle funzioni della nostra Cattedrale. L'affermano il Maffei (4) e il Bianchini (5), deducendolo da due note marginali in carattere semionciale di color rosso, più piccolo del testo, le quali indicano che nella festa di S. Zenone, si leggeva al Vangelo della Messa, la parabola dei talenti.

Anzi il Bianchini, stimando il carattere di queste note, identico a quello del Sacramentario così detto di Wolfango (6), ne deduce che la versione Itala, deve essere stata letta nella Chiesa Veronese, fino alla fine del secolo X: " *Nota marginalis est scripta sæculo X ab eodem ut puto antiquario, qui literis consignavit Codicem illum Sacramentorum Veronensis Ecclesiæ ...... in quo nomina regis Othonis et Wolfangi Episcopi expressa leguntur* (7), *ex qua veterem translationem in Veronensi Ecclesia usque ad Othonem III moribus obtinuisse coniicio* (8) ".

Parmi però che quest'ultima supposizione del Bianchini sia

---

(1) Cfr. Biancolini, *Dei Vescovi e Govern. di Verona*, Verona, 1737, pag. 31.

(2) Così si rileva dalla *legenda translationis S. Zenonis* che si legge a pagg. 13-14 del Cod. Capit. L.; Cfr. Ballerini, *Sermones S. Zenonis*, Prolegom., cxxvii.

(3) Cfr. Rezano, *Catalogo dei mss. della Capitol.* Cod. MXXXIX, n° vi. Una mano del secolo scorso nell'interno del cartone che serve di legatura al Cod. scrisse: *Apparteneva alla Biblioteca Saibante.* Forse lo scrittore fu a ciò indotto dalla segnatura in rosso (n° 30). fatta con rozzo e grosso pennello sul 1° foglio di riguardo; ma quel numero è molto più grande di tutti gli altri posti sui mss. Saibantiani. L'Alecchi poi nel suo Catalogo dei Codici della Saibante (Cod. Cap. cccvii), non parla di Evangelario alcuno e il Maffei ne descrive uno in greco. Cfr. *Verona Illustrata*, Verona, Vallarsi, 1731, III, C. VII.

(4) *Bibl. Ms. Capit.*, cit. Cod., pag. 43.

(5) *Evang. Quadrup.*, II, pag. dxcviii.

(6) Codice Capitol., LXXXVII.

(7) *Vindiciæ Canonic. Scriptur.*, pag. cccci, in nota

(8) *Evangel. Quadrup.*, vol. II, pag. dxcvii.

falsa. Difatti, è certo ormai, che il Sacramentario di Wolfango (1) non è Veronese, ma *ad usum Veronensis Ecclesiæ compactum* (2) che proviene da S. Emmeramo di Ratisbona, ove fu scritto e miniato dal 983 al 994 e che venne a Verona durante il pontificato di Otberto Vescovo (992—1008) e forse fu un dono di quel primate allo stesso Otberto (3), che, per divozione e riconoscenza verso il donatore, lasciò intatto il suo nome e quello di Ottone nell'*Exultet* del Sabbato Santo (4).

Ed invero il Sacramentario presenta tutti i caratteri del corsivo Tedesco (5) e le note in questione sono in semionciale italiano. Anzi se il Sacramentario fu scritto alla fine del secolo X, le note dell' Evangelario sono quasi di un secolo più antiche (6).

D'altra parte, conservasi nella Capitolare un codice del secolo IX-X (7), adoperato forse ai tempi dell' Arcidiacono Pacifico, in cui leggiamo la parabola dei talenti, secondo la Volgata. Così pure in un Messale del secolo XI (8) e in un Lezionario del XII (9), che servirono di certo, per l'uso liturgico, la detta parabola è secondo la Volgata.

Dunque non regge l'ultima supposizione del Bianchini.

Resta sempre però, che il nostro Codice servì nelle funzioni della Cattedrale, sicchè è probabile che al tempo di Stefano

---

(1) Cfr. ADALB. EBNER, op. cit., pag. 163, sgg.

(2) MAFFEI, *Bibl. Ms. Capit.*, Cod. cit., pag. 41.

(3) Una postilla apposta al giorno VIIIkł [nov] dice: *Agni dni* DCCCCXCII *in dic V ordt Otbert ver epi*, la quale pertanto ci insegna che Otberto fu ordinato vescovo di Verona il 25 Ottobre 992 (non ai 24 Novem. come scrisse l'Ebner). Cfr. C. CIPOLLA, *Di una iscrizione metrica*, etc. Estratto dai " R. Ac. dei Lincei ", Vol. V, f. 108, pag. 7.

(4) Cfr. MURATORI, *Liturg. Rom. Vet.*, pag. 70.

(5) Il Rev. Bannister, che esaminò il codice nel giugno scorso, mi disse di averne veduti di identici a Ratisbona.

(6) Non vi è bisogno di confrontare le note con la Messa in onore di S. Zenone, di certo scritta qui a Verona forse al tempo di Otberto e aggiunta al Sacramentario fra il Calendario e il Canone e tanto meno con il carattere di tre altri fogli contenenti la Messa della SS. Trinità e altre formule di Messe tolte dal Comune Sanctorum, che sono del secolo XI.

(7) Cod. Capit., LXXXII.

(8) Cod. Capit., CV.

(9) Cod. Capit., LXXIX.

Cantore (secolo XI), nella processione del Giovedì Santo (1) questo stesso Evangelario venisse portato aperto da un sacerdote, fra due chierici con candele accese in mano e questo sia stato pure veduto nella sacrestia della Cattedrale da S. Bernardino da Siena, che lasciò scritto in un ms. di sue prediche questa nota letta dal Maffei " A Verona vidi un libro antico nella sacristia el Vangelistario, in carte del colore del vestimento di Jhesù, tutte le lettere d'ariento e ove si nominava Jhesù erano lettere d'oro „ (2).

Ciò converrebbe con quello che asserisce l'Ebner, che tali libri liturgici furono adoperati in molte Chiese fino alla fine del medio evo (3).

III.

Il Cardinale Quirino chiedeva al P. Giuseppe Bianchini, se nell'Evangelario Veronese, vi fossero *quædam loca miræ antiquitatis*. Il Bianchini, e giustamente, poneva sott'occhio al Cardinale, quel passo singolare dell'Evangelo di S. Giovanni (4) *qui non ex sanguine, neque ex voluntate carnis, neque ex voluntate viri* SED EX DEO NATUS EST.

Ma non è meno notevole la lezione del nostro Ms., in S. Luca (5). ET AIT ELISABETH: *Magnificat anima mea Dominum.*

Queste due lezioni assai differenti dalle comuni e oggetto di discussione fra i dotti moderni, meritano una qualche osservazione, diretta a caratterizzare l'interesse che il nostro Codice può destare.

Non era isfuggito al Maffei, il passo di S. Giovanni e negli *Opuscoli Ecclesiastici* (6), scriveva: *Ubi vulgata " sed ex Deo nati sunt „ legitur in Ms. " sed ex Deo natus est „, nempe credunt in nomine eius, qui non ex homine, sed ex Deo natus est. Veruntamen* ἐγενήθησαν *habemus in græco textu, et nati sunt legit Au-*

(1) Cfr. CARPSUM, Cod. Capit., XCIV, pag. 42 *v*.
(2) Cfr. GIULIARI, *Storia della Capitolare*, pag. 19.
(3) Op. cit., pag. 164.
(4) Cap. I, ver. 33.
(5) Cap. XXV, ver. 24
(6) Op. cit., pag. 70.

gustinus quoque, ut interpretatio quam affert patefacit; unde discimus etiam in antehieronymiana translatione, qua Augustinus utebatur, ita scriptum fuisse.

Queste osservazioni del Maffei, non piacquero al Bianchini e nella lettera al Card. Quirino scriveva, che la lezione del nostro Codice pareva al Maffei *insolentem, peregrinam nec veterum Patrum testimonia comprobatam* (1). E in un'altra al Muselli Arciprete della Cattedrale di Verona aggiungeva, che alcuni *ignoratione vetustæ huius lectionis*, erano caduti in errore, stimando il nostro Ms. *corruptum fuisse*, mentre molti Padri della Chiesa ritenevano la medesima lezione (2). Ma il Maffei non aveva mai pronunciate quelle espressioni e giustamente si difese: *In quanam ex opellis scripserim hæc, neque indicat cl. Evangeliorum editor, neque indicare poterat, nescio enim qua memoriæ hallucinatione deceptus sit, cum ego hæc nunquam somniarim, ut ex allata et ante tot annos edita adnotatione patet, neque eousque profecto desipuerim, ut librum hunc nostrum non habentem ibi maculam neque rugam, ab hæreticis fuisse corruptum diçerem* (3).

Ne si vede come i Padri citati dal Bianchini, possano chiamarsi *testes illius lectionis* (4).

I passi di S. G. Damasceno (5), di S. G. Crisostomo (6), di S. Ireneo (7) e, poteva aggiungere, di S. Giustino (8), che per sua confessione sono *leviora, quoniam non manifesta* (9), non hanno a che fare con la nostra questione. Quei Padri, tutti intesi a confutare gli eretici e a dimostrare la divinità di Cristo, parlano di Lui nato *non ex voluntate carnis, neque ex voluntate*

---

(1) *Evang. Quadrup.*, t. I, pag. CDLXXVII.

(2) *Evang. Quadrup.*, t. I, pag. 89.

(3) *Bibl. Ms. Capitul.*, Cod. cit., pag. 42.

(4) *Evang. Quadrup.*, t. I, pag. CDLXXVII.

(5) *De fide ortodoxa*, Parigi, 1712, Lib. III, Cap. I, pag. 204.

(6) Il Bianchini non riporta il passo del Santo, ma si accontenta di dire che: *videatur respexisse ad eandem lectionem nostri Evangelarii Veron.* Cfr. *Evang. Quadr.*, I, pag. CDLXXVII.

(7) *Contra Hæreses*, Lib. III, Cap. XII, pag. 204 e Cap. XIX, pag. 212.

(8) Non ha citazioni dirette, ma delle allusioni. Cfr. *Dial.* 63, I, App. 32. *Dial.* 51, 61, 76.

(9) *Evang. Quadrup.*, loc. cit.

viri, sed ex Deo. Qui invece si tratta di sapere quale sia la genuina lezione della versione antica (1).

E ne pure S. Agostino sembra benevolo alla lezione non comune. Egli, è vero, nelle *Confessioni* (2) afferma di aver letto *in quosdam libros Platonicorum ex græca lingua in latinam versos .... quia Deus Verbum non ex carne, non ex sanguine, non ex voluntate carnis, sed ex Deo natus est.* Ma nel commento al Vangelo di S. Giovanni (3) accetta ripetutamente la lezione *ex Deo nati sunt*, come apparisce chiaro dalla sua interpretazione: *ut autem homines nascerentur a Deo* etc. Delle due sentenze, quale ha per lui maggiore autorità? La prima procuratagli *per quemdam hominem immanissimo typho turgidam* (4) o quella il cui commento non avrebbe senso alcuno se il testo evangelico leggesse *ex Deo natus est?*

Neppure si può chiamare Tertulliano (5) difensore della lezione *natus est*, se rimprovera gli eretici appunto perchè contendono " *sic scriptum esse* " e li chiama perciò *veri adulteratores* (6). Anche il Pamelio, antico commentatore di Tertulliano (7) notava l'accordo generale nella lezione comune.

---

(1) Anche gli editori Inglesi del Nuovo Testamento (*Westeottort the New Testament in the original Greek*, App. 74), dànno poco valore alle testimonianze di questi Padri e chiamano le citazioni di Ireneo e Giustino semplici allusioni alla variante.

(2) Lib. VII, Cap. IX.

(3) *In Ioannis Evangel.*, Cap. I, Tract., II, n° 15.

(4) *Confessionum,* Lib. VII, Cap. IX.

(5) Tre volte Tertulliano ha questa lezione; due nel capo XIX, *De Carne Christi*, ed una nel capo XXIV. Conviene avvertire però, che non tutte le edizioni dànno due volte la lezione stessa nel cap. XIX (vedi quella del Rigalti), e che dove la si legge due volte, la seconda, a giudizio dei commentatori. non è *ex sententia sua, sed secundum prædictam lectionem adulteratam Valentini* (Cfr. PAMELIO in *Tertull. Opera*, Rothomasi, 1662, pagina 562). Fa poi meraviglia che Tertulliano, mentre prima aveva chiamati gli eretici *adulteratores* dei luoghi scritturali, abbia poi usata la stessa lezione contro Marciano.

(6) *De carne Christi*, XIX " Quid est ergo: Non ex sanguine neque ex voluntate carnis, neque ex voluntate viri sed ex Deo natus est? Hoc quidem capitulo ego potius utar quum adulteratores eius obduxero. Sic enim scriptam esse contendunt: Non ex sanguine, neque ex voluntate carnis, neque ex voluntate viri sed ex Deo natus est ".

(7) TERTULLIANI, *Opera cum expl. Pamelii,* pagg. 561-2.

Di recente due scienziati A. Resch e A. Loisy hanno toccata questa questione. Il primo (1) ha preso partito per la lezione *natus est*, anzi la proclama originale, interpretandola poi in un senso che sembra insostenibile anche allo stesso Loisy (2).

Questi invece si contenta di dire che la lezione non comune, per lui più antica e forse primitiva (3) meriterebbe " *un peu plus de crédit que les exégètes de toutes l'escoles n'ont accoutumé de lui en accorder* ". Ma non adduce in favor suo che ragioni congetturali.

Sicchè di fronte alle testimonianze che suffragano la lezione comune, l'altra non presenta, almeno allo stato attuale degli studi, alcuna seria probabilità. È tuttavia notevole il fatto, che una lezione così rara e così male accolta anche nei secoli più antichi, debba comparire nel nostro manoscritto.

IV.

L'altro passo degno di osservazione è quello che noi leggiamo in S. Luca (Cap. I, v. 46): *Et ait Elisabeth*: *Magnificat anima mea Dominum.*

Due altri mss. dell'antica versione (l'Evangelarium Vercellęse e il Rhedigerianum), hanno questa lezione, di cui non si sono occupati punto i dotti del secolo passato (4) e fino ai nostri giorni fu ritenuta dai critici una singolarità qualunque, dovuta al capriccio o alla distrazione di qualche amanuense (5).

Nel 1897 l'Ab. Morin pubblicava da un cod. Vaticano (5729) alcuni frammenti inediti del trattato *de Psalmodiæ bono* di S. Ni-

---

(1) Paralleltexte zu Johannes. Leipzig, Hinrichs, 1897.

(2) *Prologue du quatrième Evangile*, in *Revue d'Histoire et littérat. religieuses*, Année, tom. II, 1897.

(3) Op. cit., pag. 157.

(4) Il Bianchini, in nota al vers. 46 (*Evang. Quadr.*, t. II, pag. XII), scrive: " *Notat Origenes (modo is auctor sit homiliæ in Lucam), in exemplaribus quibusdam omissum Mariæ nomen, ac proinde a nonnullis creditum hoc carmen esse Elisabeth, sed perperam. Porro Elisabeth dandi non nominandi casus est* ".

(5) Cfr. Loisy, *Évangiles Synoptiques*, 35.

ceta Vescovo di Remesiana nella Dacia nel secolo V (1). Verso la fine del trattato, il Santo enumera la serie dei cantici, che erano in uso nella sua Chiesa, l'ultimo è indicato con questa formula: *hic ..... cum Elisabeth, Dominum anima nostra magnificat* e con le altre parole che si leggono in principio del Capo III: *Nec Elisabeth diu sterilis, edito de promissione filio, Deum de ipsa anima magnificare cessavit* (2).

Questa variante però è assai più antica di Niceta, perchè era nota ad Origene (3), il quale scrive nell'*Omelia* VII: *Invenitur beata Maria sicut in aliquantis exemplaribus reperimus, prophetari. Non enim ignoramus quod secundum alios codices et hæc verba Elisabeth vaticinetur* (4).

Ecco le sole testimonianze, che si possono addurre in favore della lezione *et ait Elisabeth*, mentre tutti i Mss. degli Evangeli, sia nel testo greco, che nella versione (5), gli scritti dei Padri più antichi (6) e gli innumerevoli libri liturgici, ci dànno la lezione comune: *Et ait Maria* (7). Ciò non ostante M.r François Jacobé, scriveva: " Le partage des plus anciens témoins, tant orientaux qu'occidentaux, se fait dans des conditions qui donnent aux deux leçons une égale probabilité extrinsèque, ou du moins qui laissent à la leçon oubliée une vraie probabilité, en face de la leçon qui a triomphé dans l'usage ecclésiastique. Si cette probabilité paraît moins grande, c'est peut-être parce

---

(1) Anche il d'Achery aveva pubblicato nel 1725 il trattato di S. Niceta, da un ms. di S. Germano, ma con molte lacune e lezione peggiore. In quel testo non si parla del *Magnificat*. Cfr. Migne, *Patrol. Latina*, LXVIII, 375.

(2) Faccio osservare, che in queste espressioni non vi è un' allusione punto chiara al *Magnificat*.

(3) Pare l'abbia conosciuta anche S. Ireneo o meglio il traduttore delle sue opere. (Cfr. Tischendorff, *Nov. Test. græc.* (VIII edit.), I, 420; ma essendo questione fra i dotti, intorno a tale versione, non può servire di testimonianza. Cfr. Durand, in *Revue Biblique*, I, Janvier, 1898, pag. 74.

(4) Migne, *Patrol. Græca*, XIII, 1817, *Patrol. Latin.*, XXVI, 233.

(5) Cfr. F Jacobé in *Revue d'histoire et littérat. religieus.*, Septem.-Octob., 1897, pag. 426.

(6) Origene (*Migne Patr. Græc.*, XIII, 1819); Ireneo (*Patr. Gr.*, VII, 991): Tertulliano (*Patr. Lat.*, II, 694); Ambrogio (*Patr. Lat.*, XV, 1562); Girolamo (*Patr. Lat.*, XXIX, 611): Agostino (*Patr. Lat.*, XXXIV, 1081).

(7) Cfr. A. Durand S. J. in *Revue biblique*, I, Janvier, 1898, pag. 74.

que les vaincus ont toujours l'air d'avoir tort, et aussi parce que la leçon traditionnelle est appuyée maintenant sur un sentiment d'esthétique pieuse qui, aux yeux du grand nombre, lui pourrait tenir lieu de preuve „ (1).

Un numero così esiguo di mss. depone poco favorevolmente in pro' della nuova lezione (2); quanto poi agli argomenti intrinseci il Jacobé stesso, confessa ch'essi " *ne suffisent pas à combattre l'influence du sentiment dont il s'agit* „ (3).

Non convenendo con lui nell' ipotesi che la lezione *et ait Elisabeth*, abbia preceduto l'altra comune ed universale *et ait Maria*, si può andar d'accordo sull'origine probabile della variante. Ammettiamo pure che nel testo originale mancasse il soggetto del verbo *ait* (εἶπεν) (4), chè se vi fosse stato nessuno forse degli amanuensi l'avrebbe cambiato, e che al soggetto sottinteso, sia stato sostituito per chiarezza il nome e da alcuni Μαριάμ, da altri Ελισάβετ.

Ma da tutto il contesto non apparisce che la formola *ait* (εἶπεν) voglia indicare, che la persona che prende la parola, sia quella che ha già parlato. Quella formula ci fa pensare piuttosto a cambiamento di discorso. Ed è giusto, scrive il Durand, poichè sarebbe stato assai strano, che la più degna e la più onorata, sola conservasse il silenzio, senza trovare parole di grazie per i benefici di cui era stata ricolma (5). Soltanto la più umile delle donne *ad laudes suas ab Elisabeth celebratas, respondet retorquendo illas ad suum fontem Deum* (6).

E si aggiunga che nell'ipotesi del Jacobé, San Luca avrebbe dovuto dire *ait* (εἶπεν) quando Elisabetta rivolse le parole di felicitazione a Maria e riservare *l'exclamavit voce magna* per il cantico di ringraziamento (7).

---

(1) In *Revue d'histoir. et Littérat. relig.*, Sept.-Oct., 1897, pagg. 427-8.

(2) Cfr. A. Durand, op. cit., pag. 75.

(3) Op. cit., pag. 428.

(4) A detta del Jacobé, il soggetto del verbo εἶπεν, manca anche ora in quattro mss. della Volgata, mancanza però che il Tischendorff ha interpretato in favore della lezione comune. Cfr. *Revue d'histoir.*, etc., pag. 428.

(5) *Revue Bibliq.*, 1878, pag. 76.

(6) A. Lapide, *Comm. in Evang. S. Lucæ*, Cap. I, v. 46.

(7) Non è isfuggita allo stesso Jacobé questa difficoltà, mentre scrive: l'Évangéliste, en disant qu'elle " repleta spiritu sancto exclamavit voce

Con ciò si viene ad ammettere che l'Evangelista avrebbe dovuto non solo nominare la Vergine, ma ricordare in termini precisi la divina ispirazione. Del che non si vede il motivo; anzi trattandosi della Vergine non si presentava quella ragione che, ad adoperare la formula καὶ ἐπλήσθη πνεύματος ἁγίου, ἐν τῷ πνεύματι, ci potea essere a proposito di Elisabetta e Zaccaria di Simeone e di Anna. E con ragione il Durand (1) osserva che non possiamo imporre agli agiografi una fraseologia stereotipata.

E sembra una pura sottigliezza l'altro obietto del Jacobé, che il *Magnificat* essendo un cantico profetico, conveniva meglio sulle labbra di Elisabetta, che su quelle di Maria " *qui est déjà dans l'économie du Nouveau Testament et non dans l'attente* „ (2). E per fermo la esposizione evangelica, qui è giunta appena al suo principio, e un canto profetico sta benissimo sulle labbra della Vergine, la quale con esso squarcia il velo dei fatti che hanno a venire. La natura e la grandezza degli avvenimenti futuri sono tali che spiegano perchè essi sieno profetati dalla Vergine piuttosto che da Elisabetta. Quindi pare che non sia troppo esatto il Jacobé allorchè vuole dimostrare che " *le contenu du cantique n'a rien qui soit personnel à Marie* „ (3).

Col lirismo tutto proprio dei salmi, che autorizza l'iperbole, egli spiega in favore di Elisabetta anche quelle parole: *beatam me dicent omnes generationes.* Per lui, Elisabetta, parlando iperbolicamente, ha potuto proclamarsi beata e davanti a tutte le generazioni, confessare, che l'Onnipotente aveva operato in lei un grande miracolo.

Gli fa osservare invece il Durand, che alcuni luoghi paralleli del capo I di S. Luca, sono in favore della lezione comune.

Al v. 45 Elisabetta chiama beata Maria: *Et beata quæ credidisti* ed è naturalissimo l'intendere della stessa persona il *beatam* del v. 48 *ex hoc beatam me dicent.* Ancora nello stesso

---

magna „, n'aura pas eu en vue que les paroles de félicitation, adressées à Marie, mais encore et principalement le cantique d'action de grâce „, pagina 430.

(1) Op. cit., pag. 431.

(2) Op. cit., pag. 431.

(3) Op. cit., pag. 432.

v. 48, si nomina un'ancella del Signore *respexit humilitatem ancillæ suæ*. Certo si tratta di quella stessa, che poco prima aveva detto al v. 38: *Ecce ancilla Domini, fiat mihi secundum verbum tuum*. Nè credo si possa dire che il *Magnificat* sia una semplice ripetizione del cantico di Anna, madre di Samuele. Certo, v'è più analogia fra Elisabetta ed Anna, che non fra questa e Maria. Ma tutto il contenuto del cantico e sopratutto il v. 55 che lo chiude: *Sicut locutus est ad Patres nostros Abraham et semini eius,* è una allusione evidentissima alle promesse intorno al Messia, promesse che non potrebbero realizzarzi pienamente se non nel Figliuolo di Maria. Questa interpretazione comune ai Padri (1) esclude quella del Jacobé, che vede nel cantico un significato generale, vago, senza rapporto alcuno con le circostanze che l'accompagnano (2) e così ne sciupa la bellezza e ne attenua il valore.

Conchiudiamo adunque. Tutti i testi greci ci dànno la lezione comune. Ora tale unanimità di lezione fa supporre che essa non sia stata cambiata e fa sospettare, che le parole di Origene: *Invenitur B. Maria sicut in aliquantibus exemplaribus reperimus prophetari, non enim ignoramus quod secundum alios codices et hæc verba Elisabeth vaticinetur*, si possano attribuire piuttosto al suo traduttore. Ma ammesso anche che il passo sia originale, si deve conchiudere che i Mss. che presentavano καὶ εἶπεν 'Ελισάβητ dovevano essere ben pochi, giacchè non se ne trova più uno. Non si deve poi dimenticare che Origene stesso non ha creduto di tener conto di quella variante (3).

Abbiamo noi argomenti più forti per decidere diversamente? E le versioni latine dei Codd. Vercellese, Veronese, Redigeriano, ove hanno trovato eco negli altri mss. occidentali? Finora non si citano che i due luoghi di S. Niceta, non ben chiari, intorno ai quali si potrebbe disputare (4).

---

(1) *Augustinus*, sup. *Magnif.*, Ser. II, de Assumpt; *Bernardus*, Serm. 57 in *Cantica*; *Ambrosius* sup. *Magnif.*: *S. Thoma* in *Lucam*. Cap. I. Cfr. A. Lapide, *Comm. in Lucam*. Cap. I.

(2) Op. cit., pag. 432.

(3) Cfr. *Homil. VIII in Lucam*.

(4) Il Codice *Bezæ*, che ha pur tante varianti, non ci dà quella in questione e M. Blass che ha pubblicato *Evangelium secund. Lucam, sive Lucæ ad Theophilum liber prior*. Leipzig, Teubner, 1897, ha il nome Maria e ciò ancorchè egli dia la preferenza ai testi occidentali.

Anche ammesso adunque, che il cantico fosse preceduto originariamente dalla sola formola *et ait* e che antichissimamente (forse nel III secolo), in certi mss. le sia stato dato per soggetto " Maria „ e in pochissimi " Elisabeth „, per confessione dello stesso Jacobé " il serait téméraire de formuler une conclusion absolue contre la donnée traditionnelle, autorisée par une longue possession et la majorité des suffrages connus „ (1).

Concesso pure che l'attribuzione del *Magnificat* a S. Elisabetta, non sia una semplice fantasia o capriccio di amanuensi, bisogna però confessare che abbiamo nella lezione non usata, una di quelle differenze talvolta notabili, che dividono i testi occidentali dagli orientali e inducono il maggior numero dei critici a dar la preferenza a questi secondi.

Forse è anche questa una di quelle corruzioni che indotte dai glossatori e amanuensi dei secoli III-IV, determinarono Papa Damaso e S. Girolamo a intraprendere nuovi studî sul testo biblico.

APPENDICE

Non saranno discare agli studiosi alcune annotazioni fatte dal Maffei ad alcune varianti tra il Ms. nostro e la Volgata.

JOANNIS, VII, 44. Quaternio deest, in quo de muliere in adulterio deprehensa agebatur. Opportune P. Blanchinius Augustini verba heic laudat, illos *modicæ fidei* memorantis, qui hæc *auferebant de codicibus suis* (2).

JOAN., XII, 20. Vulg. *Gentiles* Ms. Græci: inemendate utrobique, cum Proselyti connotentur, *qui ascenderant, ut adorarent in die festo.*

MATTH., I, 17. Post *generationes quattuordecim* tertia vice additur in Ms. summa omnium. *Omnes itaque generationes ab Abraham usque in adventum Christi generationes sunt XLI.* Patet marginalem cuiusdam notam receptam fuisse in contextu. Non

(1) Op. cit., pag. 432.
(2) De Con. ad. l. 2, c. 7.

dicitur XLII, quoniam Jechonias numeratur bis, Christi enim figuram gerebat a Iudæis transeuntis ad gentes; bis *autem numerantur lapis angularis,* ut Augustinus docet Sermone LI.

MATTH., X, 42. Vulg. *in nomine discipuli*, ut in Græco. Ms. *in nomine meo,* quæ probatior videtur lectio: *in nomine meo* Vulgata quoque habet in Marco (1).

MATTH., XXII, 30. Vulg. *neque nubent, neque nubentur,* verbis duobus, ut Græcitatem imitaretur. Ms. *neque nubunt, neque uxores ducunt:* fuit enim, cui parum latina dictio displiceret.

MATTH., XXIV, 36. In Ms. *neque Filius:* deest in Vulgata, et a Græco, sed habetur et in Vulgata et in Græco apud Marcum (1).

MATTH., XXV, 46. *in supplicium æternum.* Ms. *in ignem æternum:* alii scilicet, ni fallor, legerant καῦσιν, alii κόλασιν.

MATTH., XXVI, 67. Ms. non habet, *alii autem palmas,* ut nec Græcus habet, cum iam dictum sit *colaphis eum ceciderunt.*

MATTH., XXVI, 74. *detestari.* Ms. *devotare* Vulg. I, Reg. VIII, 38. *devotatio et imprecatio.* Tullius in Paradoxis: *quæ filium devotavit.*

LUC., III, 36, 37. ubi Cainan est duplex, Græco, et Vulgatæ liber consentit.

LUC., VIII, 12. *Qui autem secus viam:* addit Ms. *seminati sunt,* parum latine, sed sensum dilucidans.

LUC., XI, 53. Ms. recedit heic valde a Vulgata, habet enim: *cum ad illos diceret coram omni plebe, coeperunt Pharisæi, et Jurisperiti male habere, et committere cum illo, quærentes de multis occasionem aliquam invenire de illo, ut accusarent eum.* At diversitas inde provenit, quod intruserit quisquam, *coram omni plebe,* quæ in Græco non habentur, et illa ἐνέχειν, καὶ ἀποσοματιζειν ἀυτὸν περὶ πλειόνων, quæ inhærens textui Vulgatus interpres reddidit, *graviter insistere, et os eius opprimere de multis,* noster emendare crediderit, atque elegantius proferre sic immutans: *male habere* et committere cum illo. Αποσοματίζειν est impetu quodam loqui: ita adhibetur a Plutarcho in Theseo de Sibylla exclamante: αποσοματιζειν ἱσόρουσιν ἀναφθετξαμένην. Reddi posset Evangelista, *graviter insistere, et de multis illum furiose incusare.*

---

(1) IX, 10.

Luc., XII, 9. μὴ μετεωρίζεθε. Vulg. *nolite in sublime tolli.* Emendatio Hieronymiana (1), et liber noster, *nolite solliciti esse.* An legebatur olim ηὴ μερμερίζεθε?

Luc., XXI, 37. *diebus.* Ms. *interdie* lego *interdiu.*

Marc., III, 21. *in furorem versus est* Ms. *exsentiat*, quo verbo aptius redditur ἐξέστη, quod ab ἐξίστημι Nævius a Nonio Marcello laudatus in Alcestide, *mente exsensa* (2).

Marc., VI, 5. *et non poterat ibi virtutem ullam facere* cum Græco. Ms. *et non faciebat ibi ullam virtutem.* In Vercellensi *et noluit ibi nullam facere virtutem.* Patet, eiusdem versionis emendationes, sive immutationes esse, neque enim diversi translatores in tam insuetam locutionem *facere virtutes* pariter incurrissent.

Marc., VI, 11. Non habet codex, quæ nec Vulgata habet, etiamsi in Græco sint.

Marc., VI, 14. Vulg. *virtutes operantur in illo* cum Græco. Ms. *operantur virtutes in eo* nempe in Jo. Bapt.

Marc., VII, 2. Vulg. *communibus manibus* idest *non lotis* cum Græco. Apparet marginalem notam et in Latinum irrepsisse, et in Græcum. Ms. *non lotis manibus* Χοίναῖς χερσὶ κοινόω polluendi significatione habetur etiam in Mattheo XV et in Actis X, 15.

Marc., VII, 4. Vulg. *et a foro* sensu incompleto, ut in textu quoque. Ms. *et a foro cum venerint.*

Marc., XI, 25. *Cum stabitis ad orandum.* Ms. *Cum statis orantes.*

Marc., XIII, 19. Vulg. *dies illi* insistens Græco. Ms. *in diebus illis.*

---

(1) XIII, 32.
(2) Non. c. IX, N. 345.

Correzione straordinaria di condanne penali;

Nota del Socio EMILIO BRUSA (1).

In generale può con sicurezza affermarsi che il dubbio, ove non sia provocato da fatti scoperti di poi, di sua natura genera pur dubbio. Accrescasi fin che si voglia autorevolezza al collegio chiamato a dissipare il dubbio, la medesima non basterà mai a far tacere del tutto le ragioni per le quali la sentenza di primo grado si dimostri preferibile per l'una delle parti contendenti. Se della capacità del magistrato non sia lecito discutere nemmeno nel grado infimo, quando la legge abbia compreso la causa nella competenza a lui attribuita, l'errore supposto si risolve in un semplice errore d'interpretazione di fatti o di disposizioni di legge. Ammesso che un secondo interprete di quest'ultime ben possa essere costituito di natura tale, da giustificarne l'intervento nonostante l'atto di autorità rappresentato dalla prima sentenza, resta sempre tutt'altro che probabile che l'intervento di un secondo interprete dei fatti si possa giustificare.

Già in materia civile questo secondo interprete, nelle cui mani le parti abbiano riposto soltanto quei fatti medesimi che erano stati esaminati dal primo, si troverebbe alquanto a disagio consultando i soli atti scritti, dove invece il primo aveva direttamente assunto la prova testimoniale o fatto l'accesso giudiciale. Ma poi in materia penale bisogna contare con la inevitabile oralità della prova, con le difficoltà e variabilità alla medesima inerenti. Sta qui dinanzi la personalità stessa dell'imputato, del quale si cerca di chiarire il carattere in quanto sia rivelato nel delitto attribuitogli. C'è più che occorra dunque per far disperare di un giudizio sui fatti che offra migliori garanzie di quello ch'esso dovrebbe correggere.

Nondimeno l'uomo ama differire quanto più può l'affermazione solenne del reato, fidando che nell'indugio si riesca a

(1) Letta nelle adunanze del 5 e del 19 marzo 1899.

mettere in luce qualche cosa che o le tolga e le scemi il fondamento. La pluralità dei rimedi contro le sentenze penali, specialmente il favore dimostrato per quelli invocati dai condannati, e la tenacia particolare nel conservare o rivendicare quello dell'appello, sono di tale fenomeno la conferma migliore. Eppure tutti sanno che più viva si fa nel magistrato la coscienza del proprio dovere, donde la sempre maggior ragione di credere giusta la sua sentenza, quando da solo egli sia chiamato a definire irretrattabilmente la causa. Eppure, ancora, niuno stima utile alla esemplarità ed efficacia della condanna il rallentarne il moto sì, che tardo e imbelle ne giunga il colpo. Meno, per contro, si sa o si avverte, che un secondo giudizio sui fatti medesimi avvalorati dalle stesse prove, sembri destinato piuttosto a sfidare l'indole orale, variabile e fuggevole della prova, che non a migliorare la estimazione delle prove prodotte. Identici rimanendo i fatti e i mezzi di prova, il nuovo giudizio sui fatti e sulle prove costituisce di per sè un male, creando la possibilità di un dualismo sempre funesto al credito della giustizia.

Solamente il *novum repertum* possiede la virtù di legittimare il nuovo giudizio, astrazione fatta dalle ragioni dipendenti dalla erronea applicazione della legge sostanziale o formale. Il *novum* cangia però la natura del secondo giudizio, perchè in realtà non si ritorna, allora, sopra la stessa situazione già definita nel primo, ma si esamina una situazione nuova, la quale, ignota, non era stata peranco discussa.

Ed è questa veramente, e non altra, la ragione che giustifica non pure il rimedio ordinario di legge, ma altresì quello straordinario: il primo, rattenuto nei termini fissati all'arbitrio delle parti d'impugnare le sentenze; il secondo, sciolto da siffatto vincolo come pure dall'altre condizioni cui è subordinato l'appello o il gravame per nullità, esente da quella stessa condizione che è l'essere tuttora vivo il ricorrente condannato. Escluse le circostanze in base alle quali si muti in tutto o in parte la faccia del processo, perchè mai si dovrebbe gettare il dubbio su di una sentenza? Nel sistema stesso che non preferisce alla condanna provvisoria il silenzio operoso e forte della procedura in contumacia terminata senza tale condanna, il giudizio rinnovato trae dal *novum,* contenuto nella comparsa dell'imputato, il solo titolo giuridico di cui abbisogna.

Il processo barbarico era rozzo, ma rapido. E la forma accusatoria potè salvarsi, nonostante il soggettivismo della prova che, ridotta ad accertare le condizioni personali dell'accusato, poco si dava pensiero di richiedere una apposita dimostrazione del fatto antigiuridico e della colpabilità di lui nel commetterlo. Ma il segreto di tale fenomeno singolare è oramai svelato: quel processo era anche frutto della ignoranza di lettere nei giudici. Il diritto della società erudita, l'ecclesiastica, non ha tardato a mutare lo stato delle cose. E il processo misto odierno, in quanto può francamente reputarsi difettoso, tale appunto fu reso dall'abuso della forma scritta, compagna inseparabile del segreto; di quel segreto all'ombra del quale è impossibile ottenere che il magistrato operi in rigorosa conformità della propria funzione, senza assorbire in qualche misura anco quelle dell'accusa e della difesa. Non è egli così, infatti, che il processo misto, invece di un giudice per gli atti d'istruzione che richieggano l'opera di un giudice, fa dell'inquirente e dei collegi giudiziali a lui preposti tanti veri *domini litis?*

I popoli barbari dalla semplicità dei loro costumi non erano portati a cercare una giustizia migliore nei rimedi di legge. Noi moderni vogliamo mettere a profitto le nostre cognizioni pur dove delle medesime converrebbe giovarsi o in una misura sobria, o affatto. Onde nemmeno ci avvediamo che, felicemente scomparsa alla fine la legge regolatrice del convincimento giudiciale, rovinata dalla base quella sapiente tariffa artificiosamente architettata dei valori attribuiti ai mezzi di prova, è con ciò stesso cessato il più potente ausilio del giudizio rinnovato sul fatto identico e in base alle identiche prove. L'appello penale in un sistema di tariffe legali della prova ha senso ed è cosa seria davvero, perchè si risolve in un sindacato delle decisioni di prima istanza in materia di questioni di diritto. Ma senza la pietra di paragone di codeste regole legali, non si sa proprio cosa si possa saggiare in un giudizio d'appello circoscritto ai medesimi fatti e alle medesime prove soltanto.

Ogni procedimento giudiciale è la risultante di due fattori, personale l'uno, reale l'altro. Tutti gli elementi di un giudizio, persone e atti o forme, convergono in definitiva nella persona e nell'atto sintetico del giudice. Il pericolo che un processo informato al principio di accusa, con le sue garanzie essenziali

della iniziativa e responsabilità dell'accusatore, la separazione delle funzioni, e le forme dell'esame immediato, del contraddittorio ad armi uguali e della pubblicità, che ne sono i naturali corollari, il pericolo, dico, che un tale processo cada nell'eccesso e nella esagerazione delle proprie virtù, sembra più imaginario e temuto, che reale. La sintesi di tutto quanto un giudizio processuale è, e resta pur sempre il giudice. A parte la funzione della iniziativa, nessun'altra ha maggiore importanza ed efficacia di quella che traduce in atto la giurisdizione ne' suoi vari momenti e gradi, e in quello supremo della sentenza finale.

Queste osservazioni vengono qui suggerite dal convincimento, che a torto si cerchi di arrestare il moto progressivo contemporaneo verso il processo accusatorio per il timore di un fatale disequilibrio nelle funzioni delle parti rispetto a quella suprema del giudice. Questo timore è figlio di una tendenza del tempo nostro a ciò che potrebbe chiamarsi un opportunismo sistematico, anzi dommatico. Fuori di questo non si spiegherebbe di certo quel compromesso che è, come fu detto fin dalla sua prima origine, il processo misto. Nell'epoca critica della transizione dal processo accusatorio all'inquisitorio, o viceversa, è più facile appunto appigliarsi a cotale compromesso, anzichè d'un tratto o contrapporre nei momenti diversi l'un principio all'altro schiettamente e puramente, oppure sostituire del tutto alternamente quello a questo, o viceversa. Non la logica guida allora l'opera riformatrice, ma quella esitanza e perplessità che poi si glorifica col nome di prudenza o sapienza.

Ma il coraggio (dopo ciò è questa la parola da usarsi qui) di riconoscere senza ambagi ciò che la netta visione delle cose ci rappresenta, in quell'epoca e per un lungo periodo successivo, come suole, venne meno all'universale o ai più. Quando fu abolita la tortura, i legislatori si affrettarono a conservare nel costituto obiettivo dell'inquisito tutte le odiosità possibili, come il giuramento dell'imputato per garantire la verità delle sue risposte, e le domande capziose e suggestive non vennero proscritte, la segreta del carcere fu ritenuta una impreteribile necessità insieme con la facoltà di mandarvi i compari per indurre scaltramente l'inquisito alla confessione e, brutale ipocrisia di gente raffinata, le pene per la reticenza e il falso nel predetto costituto obiettivo, l'*absolutio ab instantia* della persona assoluta

ma ritenuta sospetta, e perciò assoggettata alla perdita dei diritti civili e politici, alla vigilanza speciale della polizia e ad altre non minori angherie, posero la corona al nuovo edificio sostituito alla tortura.

Il vero si è, che il processo accusatorio di popoli letterati sta al coperto di ogni pericolo che la forza centripeta del giudizio esca dalle mani del giudice e, serbata intatta presso di lui, nessun'altra forza riescirà mai a rompere l'equilibrio. Solo allora che al giudice si affidino funzioni di parte, il pericolo sorge, ed è serio davvero. Fino a tanto che entrambe le parti o una di esse goda di facoltà non del tutto proprie alla natura delle rispettive funzioni, quegli atti di esse che avrebbero dovuto rientrare nelle facoltà del giudice, ben potranno rimproverarsi di parzialità, o almeno sospettarsi viziati di tale difetto. Il male produrrà effetti conformi, e una menomazione della fiducia pubblica nella giustizia ne sarà l'inevitabile conseguenza. Ma che dire di un giudice che sia chiamato a compiere le funzioni dell'accusa o della difesa? Qui alla sfiducia nell'atto di giustizia si aggiungerà senz'altro la disistima verso il magistrato medesimo che n'è l'autore. Un giudice che accusa, o che pone sè in luogo del difensore, non sarebbe più tollerabile oggidì, se dei confini che distinguono le tre diverse funzioni, di accusare, difendere e giudicare, si avesse una più esatta e profonda nozione, che in effetto non si possieda. Trattandosi di un punto fondamentale del diritto giudiziario penale, non parrà inopportuno un chiarimento in proposito.

Il fine altamente sociale dell'ufficio della difesa penale, riconosciuto e proclamato in varie guise durante lo stadio definitivo del giudizio, fu invece negato recisamente durante lo stadio preliminare o provvisorio. In questo primo stadio si ricercano e raccolgono le armi dell'accusa ufficiale e, distinguendo, come fa il Carrara, tra *ius præventionis* e *ius defensionis*, si è proceduto per via di eliminazione nell'indicare gli atti che alla regola del segreto con esclusione della difesa e del contradittorio, regola fondata sul diritto sociale di prevenzione, fosse giusto sottrarre in nome del diritto individuale di difesa. Non certamente sui termini della distinzione, non sulla congruenza di questa rispetto al fine d'imprimere al periodo istruttorio il carattere proprio delle operazioni conformi a diritto, potrebbe mai nascere que-

stione per coloro che nello studio delle riforme a quel fine appunto intendano. Ma il problema poteva esser posto meglio, cioè nella sua interezza, quale veramente lo si concepisce di fronte all'interesse pubblico della difesa.

Il diritto della difesa esercitata da un avvocato, e però detta difesa formale per distinguerla dalla materiale che da sè esercita l'imputato stesso, è un diritto subiettivo pubblico, ma diritto di facoltà e non d'imperio. Nonostante l'interesse pubblico che ne costituisce il fine e lo giustifica, non è atto di autorità. Gli articoli 192 e 199 del nostro codice penale attribuiscono, per ragione di analogia, una gran forza a questo diritto soggettivo pubblico, ma senza poterne mutare l'essenza individuale, senza elevarlo alla dignità del diritto oggettivo. Il privato che commette atti di violenza o di resistenza o di oltraggio all'autorità, va esente da pena quando il pubblico ufficiale abbia dato causa al fatto, *eccedendo, con atti arbitrari*, i limiti delle sue attribuzioni. Se l'eccesso ci sia stato come causa della violenza, della resistenza o dell'oltraggio, sarà giudicato dal magistrato imparziale. Intanto però l'autore del fatto agisce a proprio rischio, perchè egli non ha un potere pubblico, ma solo possiede un diritto individuale pubblico di difesa verso l'autorità che lo perseguita nel giudizio penale. Parimenti in questo giudizio sia pure riservato a un magistrato imparziale il decidere della legittimità della difesa, onde, se non ci fosse eccesso da parte dell'autorità persecutrice e investigatrice, la difesa venga ricondotta entro a' suoi limiti naturali. Anche qui però sarebbe ingiusto escludere intanto, in principio, la difesa medesima per il solo sospetto o timore che possa trascendere codesti confini.

In uno Stato governato secondo diritto non debbono mai gli atti discrezionali della pubblica autorità essere sottratti al sindacato di coloro che dai medesimi sono lesi nei loro legittimi interessi. L'eccezione che si faceva e ancora si fa nel nostro processo misto, riassumendo esclusivamente nell'opera dell'autorità tutta quanta la protezione dell'individuo perseguitato durante la fase istruttoria, è un avanzo del sistema inquisizionale. Che il giudice possa in un certo senso reputarsi, come in Inghilterra, *the best counsel of prisoner*, sia, perchè l'imputato suole rappresentare la parte debole e bisognosa di assistenza, onde molte legislazioni, e la nostra pure, attribuiscono al pubblico

ministero facoltà di ricorrere a favore del condannato, altre ammettono nel magistrato di cassazione il potere di elevare motivi di ufficio, e va dicendo. Ma la difesa formale, opera di parte, è una necessità pratica della tutela stessa della verità e della giustizia sociale, cui non vale a supplire la naturale benevolenza del giudice in pro del perseguitato. Ed è per questo riguardo, che se in via eccezionale lo Stato deve provvedere alla difesa formale ove l'imputato da sè non se ne sia già munito, un ufficio di patronato della difesa istituito dallo Stato medesimo, potrebbe credersi cosa disforme dall'ufficio persecutorio ch'esso già esercita mediante il pubblico ministero. Tant'è che mentre lo Stato mediante il pubblico accusatore esercita in parte anche atti d'imperio, mediante il patronato ufficiale contradirebbe con questa parte di diritto obiettivo anco quello subiettivo pubblico diretto a infrenare il primo. In ultima analisi si farebbe così uno strappo al principio accusatorio della distinzione delle funzioni.

Tra la posizione dell'imputato nella fase pubblica, e quella ch'egli ha diritto ad avere nella fase preparatoria del giudizio, una differenza sostanziale non si può ragionevolmenle ammettere. La differenza vera dovrebb'essere solo di estensione del diritto medesimo. Accusatore pubblico o giudice, ognuno esercita atti di autorità, e ciò senza distinzione fra lo stadio istruttorio e il giudizio definitivo. L'intervento della difesa in tutti gli atti del secondo non è contradetto da veruno. Nel primo dovrebb'essere del pari favorevolmente accolto in quella maggiore misura che sia compatibile col fine della persecuzione, quale mezzo utilissimo per chiarire la verità e tutelare il diritto soggettivo pubblico esposto a pericolo dal procedimento. A tal fine può occorrere non solamente la difesa nei momenti in cui la libertà personale dell'imputato e le cose di lui vengono sottratte per ordine dell'autorità persecutrice, ma altresì che la difesa assista a quelle prove che sarebbero irriproducibili poi al dibattimento. Fra le medesime si potrebbero comprendere, per la variabilità loro, tutte quante le prove orali; ma più opportuno sarebbe restringere l'intervento della difesa a quelle sole di esse che presentino una particolare importanza sotto l'aspetto della riproducibilità.

Una istruttoria costruita con l'osservanza di cosiffatte ga-

ranzie per il diritto subiettivo pubblico e per la verità, poco o punto lascerebbe poi sussistere il bisogno di un giudizio di secondo grado, ben potendosi ritenere che quello di primo sia per corrispondere pienamente alle condizioni della giustizia sociale.

In principio pertanto la ragione delle cose porta a relegare fra le eccezioni il rimedio a un giudizio di fatto reputato erroneo. Solo nelle cause di minore entità e trattate rapidamente, l'appello, per ciò che si svolgerebbe rapido e pronto pur esso, riesce meno ripugnante alla natura orale e variabile delle prove. Onde nulla vieterebbe qui di giungere fino alla vera rinnovazione del dibattimento, se pur ciò si reputasse utile nel caso concreto. Ma forse meglio ancora sarebbe, se in tali casi si riservasse al condannato quella specie di diritto di opposizione che gli è accordato ora contro le condanne contumaciali di grado medio e inferiore, e che egli ha pure di fronte al decreto d'ingiunzione penale nelle semplici contravvenzioni punite con lieve pena pecuniaria, come nei paesi dove tale istituto esiste.

All'infuori di ciò la revisione del giudizio di fatto deve restringersi nei limiti di un rimedio straordinario. Tali legislazioni riguardano l'istituto della riapertura del processo o appunto revisione del giudicato: istituto veramente straordinario, perchè si invoca quando la sentenza sia divenuta irretrattabile nei termini di legge per impugnarla, e perchè in conseguenza la condanna è oramai divenuta esecutiva. Il codice italiano, come il francese e molti altri, esclude questo rimedio nei casi di assoluzione.

Ma un altro rimedio, straordinario anch'esso in tal senso o in senso analogo, deve dirsi pur quello che il legislatore austriaco del 23 maggio 1873 seppe saviamente introdurre a complemento dell'altro e quale conseguenza dell'abolizione dell'appello sulla questione di fatto. Secondo la disposizione del § 362 di quel codice, la Corte di cassazione può, in via straordinaria, deliberare che il processo venga riaperto dal giudice del fatto a favore del condannato, quando sorgano dubbi rilevanti sulla esattezza dei fatti posti a base della sentenza, dubbi che i rilievi singoli ordinati dalla stessa Corte non fossero riusciti a dissipare. In tale caso la Corte di cassazione può anche proferire da sè una nuova sentenza, assolvendo o mitigando la pena, ma a condizione di trovarsi unanime e di avere l'adesione

del procuratore generale. In ogni caso però l'iniziativa di una simile procedura è negata assolutamente ai privati, i quali non possono nemmanco ingerirsene, sia con domande scritte, sia durante la discussione orale.

La facoltà eccezionale qui attribuita alla Corte suprema, di conoscere del fatto, sia come giurisdizione istruttoria che rinvia la causa al magistrato di merito, sia come giurisdizione essa stessa di merito che definisce da sè la causa anche nel punto di fatto, e ciò ad occasione del gravame a lei presentato soltanto sul punto del diritto, contrasta certamente col rigido sistema che della Corte di cassazione fa un alto custode politico-giuridico dei confini della legge per difender questa dalle erronee interpretazioni che ne abbiano dato i giudici nei casi particolari. Ma il sistema era già stato vulnerato, appunto perchè troppo rigido, con le analoghe facoltà conferite alla Corte di cassazione nelle procedure per gli altri casi di revisione o riapertura del processo. Non sembra dunque che, salvo motivi di opportunità pratica, quella sola considerazione d'ordine teoretico possa farsi valere come decisiva. I magistrati sono mezzi creati al fine dei giudizi, e se possono esservi ragioni di affidare agli uni certe materie che ad altri non si creda conveniente di attribuire, non per questo si può affermare che quando considerazioni speciali consiglino l'estensione delle ordinarie potestà di un magistrato, il tenerne conto per estenderle in effetto, abbia a snaturarne senz'altro l'ufficio. D'altra parte sembra piuttosto, almeno sotto l'aspetto pratico e sciolto dai lacci di ammaliatrici teorie, che codesto avvicinamento del supremo magistrato alla intiera realtà dei fatti debba giovare anzichè nuocere alla giustizia dei giudicati.

Checchè sia di ciò, si approvi per coerenza agli altri casi di revisione, o invece si escluda la detta facoltà della Corte regolatrice della giurisprudenza nelle questioni di diritto, in quella parte che più sembri eccezionale, sol lasciandole quella di rilevare l'errore di fatto e rinviare sempre alle ordinarie forme del processo l'istruzione e il giudizio sul *novum,* l'istituto della revisione di che nel citato § 362 del Codice di procedura penale austriaco, resta sempre meritevole della più seria considerazione.

Gli uomini sanno per esperienza che a ogni cosa è necessario mettere un termine, e che quindi anche la correzione delle

sentenze non si debba protrarre al di là di un certo limite. Ma essi riconoscono pure che nei casi gravi e di errori suscettibili di giudiciale dimostrazione, una via straordinaria debba trovarsi aperta al rimedio voluto dalla giustizia, perchè la grazia non riparerebbe adeguatamente il torto patito da questa.

L'ultima riforma che sta per compiersi ora, è opera del legislatore olandese. Sulla iniziativa di alcuni deputati, la seconda Camera degli Stati Generali ha recentemente approvato un progetto che al presente sta dinanzi alla prima Camera: questa non ha diritto di modificare gli articoli di un progetto e sol può approvarlo o respingerlo qual esso è a lei pervenuto dalla seconda, ciò che rende vie più probabile che il progetto divenga fra poco legge di quello Stato. Nel medesimo non si menzionano più i tre casi, nè alcun altro in loro vece. Quel legislatore ha saggiamente compreso che ogni casistica intoppa a ogni passo, or nel pericolo di scordare casi non meno importanti di quelli significati, or in quello di comprendere nella norma anco i casi che il principio informatore di questa vorrebbe esclusi, sicchè il giudice si vede posto nella tentazione di sostituirsi alla legge ognorachè questa procuri tormenti alla sua coscienza. Del resto il bisogno di angustiar tanto la revisione dei giudicati penali, da doversi coartare il rimedio nei confini di una casistica necessariamente arbitraria, non fu dimostrato sinora e mai non si dimostrerà. I francesi esaltano a dismisura la irretrattabilità del giudicato quando insegnano: " l'autorité de la chose jugée est souveraine, *elle est plus forte que la vérité même* ". Nei giudizi civili questo non sarà un linguaggio propriamente iperbolico, ma nei penali è lecito dubitarne. Nei giudizi penali di condanna l'*exceptio rei judicatæ* non si può fondare sul mero decorso di un termine, nè su altre formalità che pur si prescrivono per la rivocazione nei giudizi civili.

Il progetto olandese va diritto alla propria meta. Di una ordinanza o sentenza passata in cosa giudicata ammette la revisione sulla base di *qualche circostanza* che, ignota al giudice nella istruzione fatta all'udienza, di per sè sola o in unione con le prove fornite dapprima, *faccia nascere un dubbio serio* sulla giustizia del giudizio e, ove la si fosse conosciuta, abbia potuto condurre o ad assolvere il condannato, o a dimetterlo dal procedimento perchè egli non fosse punibile, o a dichiarare l'ir-

recivibilità dell'azione penale o una sanzione penale meno grave. Prevedendo poi l'inconciliabilità di più condanne a carico di più persone per lo stesso fatto, ammette inoltre la revisione anche di questi giudicati, benchè non tutti siano divenuti irretrattabili, essendo uno o più de' medesimi stati proferiti in contumacia.

Queste disposizioni sono scritte nel nuovo art. 375, che per quel Codice di procedura penale è proposto. A prescindere da quant'altro possa servire a precisar bene l'istituto, quattro sono i pregi che vi si scorgono anco di primo tratto. Anzitutto la provvida cura del caso, infrequente ma delicato assai, del concorso di condanne in contradittorio e contumaciali. È ben giusto che, nonostante la revocabilità di quest'ultime, le si ritengano tuttavia rivestite di tanta autorità, da rendere necessario il confronto con quelle proferite in contradittorio per determinare la procedura di revisione in base alla riscontrata inconciliabilità fra le medesime. È questa una delle conseguenze derivanti dal sistema che spera rinvigorire la giustizia punitiva con semplici condanne provvisorie, che mai non diverranno definitive ed esecutive, e che forse un giorno saranno distrutte e sostituite da assoluzioni o condanne lievi e quasi insignificanti. Ma poichè un tale sistema fu conservato, era doveroso tenerne conto in rapporto con l'istituto della revisione.

Un secondo pregio merita, a sua volta, di essere particolarmente rilevato. Perchè si apra l'adito al rimedio straordinario della revisione, il legislatore olandese non fa differenza tra un *novum* costituito di fatti e di prove (e fatti e prove solamente sono qualificati a tal fine nell'altre legislazioni più progredite) e un *novum* costituito anche di qualcos'altro che fatti o prove possa anche per avventura non essere. La formula *qualche circostanza* non potrebb'essere più comprensiva, ma non troppo neppure. A rigore un fatto e una prova possono non essere nuovi realmente, e tuttavia per il modo di percepirli o d'intenderli cangiare affatto la loro significazione. Il testimonio che aveva preso abbaglio scambiando una persona per un'altra, non rappresenta nulla di nuovo come fatto o prova quando confessa il proprio equivoco; solamente egli spiega *come* vi sia potuto cadere e vi sia caduto. E il timore che nel giudizio si cerchi di coprire col silenzio una circostanza importante per metterla più tardi in luce al fine della revisione, sembra per lo meno esa-

gerato; come esagerato deve pure aversi l'altro timore, che si possano allegare quali circostanze nuove le variazioni nella giurisprudenza della Suprema Corte, le quali d'altronde, se mai, sarebbero pur *fatti* e rientrerebbero nella formula adottata senza paura dai legislatori.

Di più, la revisione è già legittima quando quella circostanza nuova, o da sola o insieme con fatti e prove preesistenti al giudizio impugnato, faccia nascere un dubbio serio sulla giustezza di questo. L'evidenza dell'errore prima incorso non è richiesta, ma basta la serietà del dubbio. Se non si riesca a scoprire a primo aspetto l'errore, ma vi sia ragione di ritenerlo esistente, sarebbe arbitrario precludere senz'altro la via della revisione.

E infine, seguendo le orme di altre legislazioni, il progetto si appaga di un *novum* sufficiente per escludere la colpabilità o punibilità del condannato, senza richiedere, come a torto fa la legge francese dell'8 giugno 1895 (art. 443, nº 4, Côde d'instr. crim.), la dimostrazione positiva della innocenza. Il fine del processo penale non è di scoprire la innocenza, ma soltanto la insufficienza o sufficienza delle prove di colpabilità; e la revisione, benchè istituto straordinario del processo penale, altro fine non può certamente avere. Negare la revisione a colui che, condannato a torto, non riesca a provare la propria innocenza, sarebbe dunque lo stesso che usare a lui un trattamento più sfavorevole che a qualunque altra persona prosciolta dall'accusa per insufficienza d'indizi. E sarebbe veramente strano che mentre il pubblico accusatore ha esaurito tutti i mezzi posti dalla legge in sue mani per cercare di ottenere la condanna di un uomo senza riuscirvi, quest'uomo dovesse rimanere sino a prescrizione compiuta dell'azione penale sotto la spada di Damocle di un processo nuovo che lo minacci.

Oltre la revisione in favore del condannato non poche sono le legislazioni che ammettono anche la revisione in pregiudizio della persona ingiustamente prosciolta. Il problema della *reformatio in peius*, già grave abbastanza rispetto ai rimedi ordinari dell'appello e del ricorso per nullità in base ad errore di diritto, gravissimo si presenta qui in tema di revisione, e meriterebbe una larga discussione. Per mettere però nella sua giusta luce la correzione delle sentenze per evidente errore di fatto rilevato

d'ufficio dalla Corte di cassazione, la quale sarebbe invece chiamata dal gravame a risolvere soltanto questioni di diritto, brevi considerazioni basteranno.

Il divieto della *reformatio in peius* può essere assoluto o relativo, secondo che non sia, oppur sia subordinato alla condizione che il giudizio di appello o di cassazione venga provocato dal solo imputato, o anche dalla parte civile per i soli interessi civili, ma non dal pubblico ministero. In generale lo si potrebbe rimproverare di un sentimentalismo ingiusto e imprudente, e v'è chi tale rimprovero gli muove infatti. Ma il rimprovero non è meritato. I rimedi contro le sentenze non hanno un valore di per sè categorico; quello che loro si attribuisce è invece un valore relativo al dubbio che l'atto di ricorrervi fa nascere naturalmente. Questo dubbio va dissipato, ma nei limiti entro i quali esso è sorto, non oltre. Se appellante o ricorrente non sia il pubblico ministero, evidentemente non esiste dubbio sulla esattezza della sentenza dal lato dell'accusa. Tolta intieramente al giudice la potestà di accusare, e quind'anco quella di supplire all'accusatore nei giudizi d'appello o di cassazione chiesti dall'accusato, la *reformatio in peius* è in tal caso resa inconciliabile col principio fondamentale del processo. Che se insieme con l'accusato, della sentenza si lagni pure l'accusatore, sarebbe anzitutto da chiarirsi il fondamento sul quale l'appello o il ricorso dell'accusatore si reggerebbe. In vero, o il lagno di lui consuona con quello dell'accusato, e si rientra nei termini della prima ipotesi, dai quali è stata esclusa la facoltà giudiciale di peggiorare la condizione dell'accusato; o si pretende che l'accusatore possa anche combattere la sentenza perchè ingiustamente assolutoria o troppo mite, e allora si esagera il carattere di diritto pubblico che certamente va riconosciuto alla funzione dell'accusa. Qui bisogna distinguere.

Escludiamo fin d'ora i casi in cui le sentenze siano riescite troppo miti o assolutorie a cagione di un nuovo delitto: il procedimento stesso per questo delitto trarrebbe seco naturalmente un ritorno legittimo su quelle sentenze, almeno insino a che le medesime non siano passate in cosa giudicata. Il rimedio straordinario della revisione, che solo si potrebbe invocare contro le sentenze irretrattabili, dovrebbe però conservarsi limitato in favore del condannato. Dopo trascorso un tempo più o meno

notevole da che fu perpetrato il delitto, l'assolto è dal proprio interesse a dissimulare la propria colpa, condotto a scansare altri inciampi nella legge penale, e se insultasse la vittima o i tribunali, o minacciasse i congiunti, o altrimenti si dimostrasse pericoloso, non mancherebbero processi giudiciali o di polizia che lo metterebbero ben presto a segno.

Nei termini di una sentenza erroneamente troppo mite o assolutoria, senza che a renderla erronea abbia concorso l'opera delittuosa del colpevole o di terzi, il dubbio suscitato dall'accusatore che di ciò si dolesse dinanzi all'autorità giudiziaria superiore, ha realmente molta gravità, onde il trascurarlo, il soffocarlo parrebbe ingiusto e dannoso al credito stesso della giustizia sociale. Si domanda però se giovi davvero una istanza giudiciale superiore per rafforzare un dubbio di parte, quando la correzione dell'errore debba, per servire alla causa della giustizia pubblica, infirmare il valore di un'altra sentenza giudiciale? È la questione dell'esistenza medesima di tale superiore istanza in danno dell'accusato. In astratto è facile la risposta affermativa conforme alla logica formale dei correlativi, ma in pratica si può con ragione evitare. A una condizione soltanto detta istanza si giustifica anche di fronte ai bisogni accertati della pratica, e cioè quando sia invocata sulla base di nuove prove scopertesi dopo il primo giudizio, e non tanto di un appello col riesame delle prime prove si abbia a trattare, quanto piuttosto di una vera rinnovazione di giudizio. Insomma, non appello, ma, annullata la prima sentenza, avremmo una proroga del termine per l'accusa a produrre le prove a carico, posto che a lei non si possa far colpa della tardiva scoperta di esse.

La conclusione è chiara: una vera *reformatio in peius* non trova modo di giustificarsi. Sia provveduto coi mezzi migliori a una istanza, anco riaprendola, quando per rara eccezione se ne abbia serio motivo; ma si eviti un dualismo sempre inutile e pernicioso. L'impotenza della nuova istanza invocata dal pubblico accusatore, a correggere una sentenza ch'egli reputi ingiustamente favorevole all'imputato, non vale a suffragare la *reformatio in peius* meglio dell'altro argomento desunto dalla mancanza di ogni freno all'imputato nell'uso e abuso dei rimedi di legge contro le sentenze penali di condanna. Se a giustificare il diritto dell'accusatore di ricorrere dal canto proprio a tali ri-

medi in pregiudizio dell'imputato, bastasse da sola la logica dei correlativi, quegli argomenti potrebbero farsi valere come inoppugnabili al pari della premessa; ma è questa premessa medesima che vuol prima essere dimostrata, e il dimostrarla non è facile cosa. Il diritto dell'accusatore di impedire che una sentenza assolutoria, o di condanna mite, passi in cosa giudicata, se può nascere da atti sovvertitori della verità e della giustizia, questi atti non debbono però a loro volta essere semplici errori di fatto o di diritto in cui il giudice sia da sè involontariamente caduto. In tal caso lo Stato, che per rassicurare gli animi dei consociati possiede anche i mezzi validissimi della polizia preventiva verso tutte le persone pericolose e sospette, a questi soli è preferibile che si attenga. I giudizi penali, nei quali la verità formale, a differenza dei giudizî civili, è pur sempre inetta a surrogare la verità reale o materiale, quando terminino in favore dell'imputato, cioè riaffermando la presunzione più o meno contraria alla colpabilità, non dovrebbero mai, eccetto casi veramente straordinari, essere posti nel dubbio e infirmati.

E ora tornando all'istituto austriaco della revisione fatta in via eccezionale, o in via straordinaria ordinata d'ufficio dalla Corte di cassazione con esclusione della istanza del condannato ma in suo favore soltanto (§ 362 di quel Codice di procedura penale), non è inutile ricordare che esso deriva la sua origine in quella legislazione dal modo con cui fu applicata una sovrana risoluzione del 28 febbraio 1860. Questo atto non essendo promulgato come legge, doveva solo servire come istruzione giudiciale. Alla Suprema Corte di giustizia sedente a Vienna si dava balìa di correggere d'ufficio tutti i torti incorsi, in sentenze ormai insuscettibili di rimedio regolare di legge, in danno di accusati e comunque venuti a di lei cognizione. Non tardò la pratica ad attribuire valore di vero rimedio legale a codesto mezzo, e fu chiamato dell'appello straordinario. Però già prima che si discutesse il progetto di Codice di procedura penale, sulla convenienza del medesimo nacquero serie dispute. E non senza ragione, perchè esso mal si addiceva al sistema, allora vigente in Austria anche in materia penale, della formazione della cosa giudicata sulla base di una duplice sentenza conforme, di primo e secondo grado, e di una terza nel caso di difformità. Il nuovo

Codice, sostituendovi invece il sistema della cassazione e conservando l'appello limitatamente alla sola misurazione della pena, ben ha potuto consacrare l'appello (o revisione) straordinario, quale istituto *sui generis* che provvede a riparare errori di fatto a condizioni veramente eccezionali come l'indole della materia probatoria penale lo richiede, specialmente sopprimendosi in principio, come di ragione, il rimedio dell'appello. Messa in disparte qualunque considerazione d'ordine puramente formale, chiaro è che non si potrebbe negare alla Corte di cassazione l'attitudine a scorgere nei verbali del dibattimento o in altre informazioni attendibili sulla regolarità del procedimento o su altri mezzi di prova, dai motivi della sentenza nonchè dal verdetto del giurì confrontato con gli atti, ragioni fondate di dubbio circa la giustizia della sentenza. L'averle rifiutato per modo di massima la cognizione dei fatti e la decisione delle questioni che ai fatti sono attinenti, non si fu certamente perchè ne la si ritenesse incapace, sibbene per la ragione che una terza istanza non fu voluta nè doveva volersi in un ordinamento giudiciale che s'impernia nel concetto di un esame *possibilmente* unico sulla questione di fatto, e di un giudizio riparatore pure *possibilmente* unico, cioè quello di cassazione per le questioni di diritto.

Tutto considerato, l'istituto della revisione in via eccezionale o in via straordinaria, di che nel § 362 austriaco, si presenta come un eccellente esempio da imitare. Senza conferire alla Corte di cassazione un mandato troppo oneroso, chè anzi i casi di sua applicazione sono rari, come sarà dimostrato; senza neppure foggiarlo in guisa da rispondere alle forme di un rimedio ordinario di legge, — tant'è che la Corte conosce e delibera la revisione esclusivamente d'ufficio e all'unanimità, e l'assentimento del procuratore generale è un freno eccellente, e l'atto di lui che la richiami alla revisione non è atto di parte, perchè in cassazione il procuratore generale rappresenta l'interesse pubblico, non s'ingerisce nell'accusa, opera per la osservanza della legge e la protezione del buon diritto, anche a favore del condannato —, senza convertire in atto di arbitrio un giudizio che qui è bensì *sui generis*, ma perfettamente regolare perchè disciplinato, nelle sue forme e condizioni e ne' suoi effetti, dalla legge stessa; senza neppur innovare nell'estendere all'esame del fatto

le attribuzioni della Corte di cassazione, perchè essa ha già questa competenza nel giudizio di revisione o riapertura del processo; e col subordinare inoltre la stessa efficacia sospensiva della deliberazione straordinaria all'apposito giudizio riservato alla Corte Suprema medesima, questo istituto austriaco può considerarsi come una valvola di sicurezza per porre riparo a errori, che in giudizio non troverebbero verun altro rimedio. La Corte di cassazione ne è elevata in dignità. Da semplice custode suprema della legge, essa diviene altresì la protettrice suprema, vigile e operosa, della verità e della giustizia nel fatto, quando questa verità, questa giustizia, inconsciamente offese dai giudici del merito, evidentemente parlino in favore dell'accusato. Tale dignità si eleva anzi a più alto segno, se si pensi che la revisione straordinaria in pregiudizio dell'accusato è esclusa, come quella che avrebbe attribuito alla Corte di cassazione una funzione persecutrice non propria di alcun magistrato giudicante, e quindi neppure di lei. E si eleva a più alto grado anche perchè alla Corte stessa soltanto spetta l'iniziativa di un così grave e così salutare procedimento.

Occasione al procedimento di revisione in via eccezionale o in via straordinaria, d'ufficio o a richiesta del procuratore generale, potrebb'essere, a norma del codice austriaco, il richiamo che, in virtù dei §§ 32 e 299 di quel codice, il procuratore generale può farle, ognorachè siavi violazione materiale o formale di legge punitiva. E occasione egualmente sarebbe il gravame per nullità da solo o presentato assieme all'appello, secondo i §§ 296 e 346, come pure il rapporto alla Corte di cassazione nei casi di condanne capitali, giusta il § 341, od anco una proposta del procuratore generale dopo l'esame degli atti per parte della Corte, caso quest'ultimo analogo al gravame per nullità nell'interesse della legge, a norma del § 292.

L'effetto della revisione è il riesame della causa affidato a una Corte competente per il merito, se la Cassazione lo abbia ritenuto necessario; è invece una sentenza immediata di minorazione della pena o di assoluzione, nel caso che la Cassazione stessa siasi da sè convinta, senza ulteriore istruzione speciale *ex novo*, che tale sentenza sia senz'altro giustificata dai fatti osservati. In questo secondo caso la Corte di cassazione giudica in Austria con sette votanti, mentre con undici per contro sui gravami nell'interesse della legge.

Quantunque le garanzie e la essenza dei magistrati togati inferiore e medio sieno differenti da quelle stabilite per il magistrato popolare, quantunque un giudizio di appello sia ritenuto inconciliabile col giurì e conciliabile invece col giudice permanente giurisperito, certa cosa è, che sulla questione di fatto all'errore del giurì soltanto la Corte di assise può cercare di porre riparo annullando il verdetto subito dopo la proclamazione. Più tardi un termine per rimeditare su quel giudizio e scoprirvi l'errore non c'è, come si ha per le sentenze appellabili dei tribunali permanenti. Il legislatore austriaco è più coerente. Motivati che sieno, o no, i giudizi in punto di fatto, egli non ha voluto disuguaglianze. Fatalmente l'errore è umano, e perciò è sempre un dovere imprescindibile che venga offerto il modo di correggerlo in pro del condannato. Dopo abolito di regola l'appello ordinario per tutti i giudizi di fatto, ha accolto la revisione straordinaria ed eccezionale, cioè in tutte le forme e in tutte le vie nelle quali sia per legge possibile impugnare un procedimento o una decisione definitiva.

Nessuna più giusta soluzione del problema arduo e tormentoso della correzione delle condanne penali sul punto del fatto; nessuna più pratica e opportuna: vediamo di regola esclusa la correzione col mezzo dell'appello, e resa eccezionale la correzione in tutte le altre vie, cioè tanto per gravame di nullità in cassazione, quanto per revisione; e quel gravame è a sua volta sottratto alle discipline rigorosamente formali dei rimedi di legge, per modo che la Corte Suprema non venga a essere oppressa da domande di tal genere.

Così il rimedio è quale dev'essere. Non ha i caratteri dell'appello, perchè l'appello ha effetto devolutivo e obbliga a promuovere un nuovo giudizio nella stessa causa, sianvi poi, o no, motivi seri; tutto l'opposto è invece nel caso della revisione in discorso. L'appello dà, per di più, prevalenza alla opinione del giudice medio, che è certamente il peggio informato e non è all'altezza della Corte Suprema, senza dire che mentre questa di regola non giudica da sè sul dubbio di fatto, ma ordina nuovo esame, il giudice d'appèllo invece decide sempre definitivamente la causa, e quando per eccezione poi la Corte Suprema trova così evidente l'errore di fatto, da non occorrere il nuovo esame, evvi la garanzia della unanimità dei giudici con l'assentimento del procuratore generale.

Nè vuolsi tacere che l'appello non solo genera ritardi, complicazioni, spese e pericoli, ma neppure riesce sempre sufficiente al bisogno, ben potendo anche in appello sfuggire errori di fatto in danno dell'accusato. La Corte Suprema, venuta ultima, ha poi un titolo tutto suo di preferenza, ed è la sua unità: donde la maggiore coerenza nei giudizi successivi, la calma e ponderazione maggiore possibile, e la maggiore moderazione nell'uso dei gravami, che è il mezzo più adatto di prevenire quelli infondati.

Dopo tutto ciò e più che tutto ciò, sta a carico dell'appello il grave difetto di attribuire agli atti della istruzione preliminare una importanza che di per sè essi non possedevano prima. L'appello non porge modo di rivedere le bucce della istruzione, e ciò grazie al tempo ormai decorso fra il giudizio di appello e la istruttoria. Valesse egli almeno per meglio rilevare quelle minute circostanze che pur tanto di frequente possono avere un peso notevole nel giudizio della colpabilità e persino della realtà dei fatti incriminati; ma nemmeno per questo fine l'appello possiede mezzi adatti o mezzi che siano esclusivamente suoi proprî.

Anche il confronto con l'istituto millenario dell'appello non torna dunque a pregiudizio di quello austriaco della revisione eccezionale e straordinaria.

Che poi il legislatore austriaco sia stato bene ispirato in tutte codeste cautele, lo si vede attestato dall'esperienza pratica. Nel periodo degli anni dal 1881 al 1895, i casi di assoluzione proferita *di ufficio* (§ 362, n. 1 e 2) si aggirano fra 1 e 6, quelli di minorazione di pena fra 1 e 3 e anzi in vari anni nessuno, e quelli poi di riapertura del processo ordinata dalla Corte di cassazione fra 1 e 16; *a richiesta* del procuratore generale (§ 362, n. 3), di casi di assoluzione nessuno nella gran parte degli anni del periodo o 1 soltanto, una sola minorazione di pena nel 1895, e da 2 a 16 le revisioni. Le cifre dei due diversi modi di procedura, d'ufficio ed a richiesta, differiscono troppo fra di loro, perchè un confronto minuto ci possa apprendere nulla di particolarmente istruttivo. La più parte delle sentenze furono proferite in occasione delle discussioni dei gravami per nullità, che altrimenti avrebbero dovuto, per difetto di un formale motivo di nullità, essere respinti.

I casi sono rarissimi, e così doveva essere. A coloro che

sarebbero per ciò disposti a reputarli troppo inferiori al bisogno di giustificare un istituto creato a posta, l'istituto della revisione eccezionale e straordinaria, va ricordato che anche la revisione ordinaria viene raramente invocata nella pratica. Di che si ha egualmente ragione non già di dolersi, ma bensì di rallegrarsi, e perchè vi è necessariamente implicita una più sicura presunzione della bontà dei mezzi ordinari usati dalla giustizia pubblica per preservarsi dall'errore, e perchè in materia di correzione di sentenze, in particolare se queste sieno di condanna, l'interesse supremo della sicurezza giuridica è pienamente sodisfatto, quando a ogni errore possibile, idoneo e immancabile corrisponda il rimedio.

Relazione sul lavoro del dott. ALBANO SORBELLI: *Il duca di Ferrara e Cato, Virgilio e Giacomo da Castagneto*, presentato per l'inserzione nelle *Memorie*.

Il dott. Albano Sorbelli presenta una memoria, condotta in gran parte su fonti nuove, nella quale narra la difesa fatta dal Frignano nelle guerre contro gli eserciti pontifici al principio del sec. XVI, per rimanere unito al ducato di Ferrara. Veramente il duca di Ferrara nulla fece in favore del Frignano e per assicurarsi l'amicizia di quelle popolazioni. Ma in ricambio, seppe mantenersi fedele la famiglia Da Castagneto, che nel Frignano era influentissima. Tale politica accorta fu seguita tanto dal duca Alfonso, quanto dal duca Ercole, che gli fu figlio e successore, e riuscì per lungo tempo ad esito fortunato.

La famiglia Da Castagneto era rappresentata in questo periodo di tempo da tre fratelli, Cato, Virgilio e Giacomo. Essi avevano, nel loro carattere, qualche cosa dell'eroe, ma assai più del brigante. Dei tre fratelli il migliore fu Cato, il peggiore fu Giacomo.

Gli avvenimenti che il Sorbelli narra in questo suo lavoro, ricevono importanza non lieve dall'epoca alla quale appartengono, dalla relazione in cui essi trovansi colla politica generale

italiana, dai personaggi che vi ebbero mano, fra i quali merita qui di essere ricordato Francesco Guicciardini.

Lo studio è condotto con molta diligenza, sopra fonti edite e inedite. L'Autore ricorse assai di sovente ai documenti dell'Archivio di Stato di Modena. Nell'usare delle sue fonti il Sorbelli dimostra molta sagacia critica.

Per questi motivi i sottoscritti propongono che la dissertazione del Sorbelli sia ammessa alla lettura.

G. Claretta.

E. Ferrero.

C. Cipolla, *relatore.*

L'Accademico Segretario
Cesare Nani.

Torino, Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 28 Maggio 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: BIZZOZERO, Direttore della Classe, BERRUTI, D'OVIDIO, MOSSO, SPEZIA, CAMERANO, SEGRE, VOLTERRA, JADANZA, FOÀ, GUARESCHI, GUIDI, FILETI, PARONA e NACCARI Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale della seduta precedente che viene approvato.

Il Socio Mosso, a nome dell'autore, Prof. Giuseppe BELLUCCI, presenta quale omaggio un opuscolo intitolato: *Amuleti italiani contemporanei. Catalogo descrittivo della collezione inviata all'Esposizione nazionale di Torino.*

Il Socio VOLTERRA presenta, a nome dell'autore, Dott. Emilio ALMANSI, un opuscolo intitolato: *Sulla ricerca delle funzioni poliarmoniche in un'area piana semplicemente connessa per date condizioni al contorno.*

Il Segretario dà notizia che il Socio corrispondente professor Giovanni STRUEVER ha inviato quale omaggio un opuscolo intitolato: *I giacimenti minerali di Saulera e della Rocca Nera alla Mussa di Val d'Ala* e che si sono pure ricevute in omaggio

dal Socio corrispondente Giuseppe LORENZONI una sua nota col titolo: *L'effetto della flessione del pendolo sul tempo della sua oscillazione* e una memoria del Dott. Giuseppe CISCATO sulle *Determinazioni di latitudine e di azimut fatte alla specola di Bologna nei mesi di giugno e luglio 1897.*

Vengono presentati ed accolti per l'inserzione negli *Atti* gli scritti seguenti:

1° *Sopra alcune applicazioni delle leggi del flusso di energia meccanica nel moto di corpi che si attraggono con le leggi di Newton,* nota del Socio VOLTERRA,

2° *Nuove ricerche sulla provenienza del materiale roccioso della collina di Torino,* nota del Dott. Alessandro ROCCATI, presentata dal Socio SPEZIA.

LETTURE

Sopra alcune applicazioni delle leggi del flusso di energia meccanica nel moto di corpi che si attraggono colla legge di Newton;

Nota del Socio VITO VOLTERRA.

1. — In una Nota precedente (*) ho esposto le leggi secondo cui può ammettersi che fluisca la energia meccanica nel caso di un sistema di corpi qualsiasi che si attraggono colla legge di Newton.

Le leggi trovate assumono una forma più semplice allorchè si considera il flusso di energia in quella regione dello spazio ove non si trova la materia attraente, anzichè nella regione da essa occupata.

Ed infatti si comprende che nella prima regione il flusso di energia non è perturbato dal variare della energia cinetica e di quella elastica, le quali forme di energia sono localizzate negli elementi di spazio ove trovasi la materia attraente.

Nel dare alcune applicazioni delle leggi trovate noi ci occuperemo in questa Nota del flusso di energia nello spazio ove non si trova la materia attraente ed esamineremo alcuni casi particolari molto semplici. Ci siamo a bella posta limitati ai casi più elementari onde dare un' idea il più possibile chiara dei resultati a cui si giunge; ed a tal fine abbiamo aggiunto alcuni disegni i quali servono a rendere intuitivo e facilmente visibile quanto trovasi racchiuso nelle formule.

Abbiamo dapprima dati alcuni teoremi sul flusso di energia nel caso di n sfere che si attraggono colla legge di Newton

(*) Adunanza del 26 Febbraio 1899.

(§§ 2, 3, 4). Abbiamo poi considerato il caso di due sole sfere che cadono l'una verso l'altra (§§ 5, 6) e il caso del moto non perturbato quando sia trascurabile l'eccentricità dell'orbita (§ 7). Finalmente (§ 8) abbiamo studiato l'ordine di infinitesimo del flusso a distanza infinita.

2. — Supponiamo che i corpi mobili siano n sfere simmetricamente costituite rispetto ai loro centri e che si conservino tali molto approssimativamente durante tutto il movimento.

Denotando con $m_1, m_2, \ldots m_n$ le loro masse e con $r_1, r_2, \ldots r_n$ le distanze dei loro centri da un punto qualsiasi esterno ad esse, la funzione potenziale newtoniana di queste sfere sarà

$$U = \sum_1^n {}_i \frac{m_i}{r_i} + C.$$

essendo C una costante arbitraria. Noi supporremo in tutto ciò che segue questa costante nulla, ossia prenderemo

$$U = \sum_1^n {}_i \frac{m_i}{r_i}$$

il che equivale a supporre U infinitesima a distanza infinita. È quindi da notare che i resultati seguenti sono relativi a questa ipotesi.

Siano ξ_i, η_i, ζ_i le coordinate del centro della sfera m_i; x, y, z le coordinate del punto potenziato.

Se supponiamo le sfere mobili ed il punto potenziato fisso, avremo

$$\frac{dU}{dt} = \sum_1^n {}_i \frac{m_i \frac{d\xi_i}{dt}(x-\xi_i) + m_i \frac{d\eta_i}{dt}(y-\eta_i) + m_i \frac{d\zeta_i}{dt}(z-\zeta_i)}{r_i^3}.$$

Ponendo:

$$m_i \frac{d\xi_i}{dt} = -A_i, \quad m_i \frac{d\eta_i}{dt} = -B_i, \quad m_i \frac{d\zeta_i}{dt} = -C_i$$

$$\frac{x-\xi_i}{r_i} = \alpha_i, \quad \frac{y-\eta_i}{r_i} = \beta_i, \quad \frac{z-\zeta_i}{r_i} = \gamma_i,$$

resulterà

$$\frac{dU}{dt} = -\sum_{1}^{n} {}_i \frac{A_i \alpha_i + B_i \beta_i + C_i \gamma_i}{r_i^2} \tag{1}$$

cioè (*) $\frac{dU}{dt}$ sarà la funzione potenziale di tanti elementi magnetici concentrati nei centri delle sfere ed aventi le componenti dei momenti magnetici respettivamente eguali ad A_i, B_i, C_i.

3. — Teniamo ora presente che nello spazio esterno alle sfere, allorchè esse sono libere e si muovono sotto l'azione delle loro attrazioni newtoniane, le componenti del flusso di energia sono date da (**)

$$\text{(A)} \quad \begin{cases} E_x = \dfrac{U}{4\pi} \dfrac{\partial}{\partial x} \dfrac{dU}{dt} \\[2ex] E_y = \dfrac{U}{4\pi} \dfrac{\partial}{\partial y} \dfrac{dU}{dt} \\[2ex] E_z = \dfrac{U}{4\pi} \dfrac{\partial}{\partial z} \dfrac{dU}{dt} \text{ (***)} \end{cases}$$

Potremo dunque enunciare il teorema seguente: *Se più corpi sferici liberi si muovono sotto l'azione delle loro mutue attrazioni newtoniane, le linee di flusso della energia meccanica nello spazio esterno alle masse attraenti coincideranno colle linee di forza magnetiche che si otterrebbero situando al centro di ogni sfera un elemento magnetico il cui momento fosse eguale e contrario alla quantità di moto di ogni sfera.*

(*) Betti, *Teorica delle forze newtoniane*, pag. 293.

(**) V. Nota citata, § 10.

(***) Se si attribuisse alla costante C un valore diverso da zero, le E_x, E_y, E_z verrebbero alterate di quantità e_x, e_y, e_z, le quali verificherebbero tanto nello spazio esterno che in quello interno alle masse alla equazione solenoidale

$$\frac{\partial e_x}{\partial x} + \frac{\partial e_y}{\partial y} + \frac{\partial e_z}{\partial z} = 0,$$

ossia al flusso se ne sovrapporrebbe un nuovo che non altererebbe la distribuzione dell'energia. Nello spazio esterno *le linee di flusso* non si altererebbero dando alla costante C un valore diverso da zero; ma il *verso* del flusso verrebbe in tutto o in parte alterato, dando a C un valore negativo.

4. — Il precedente teorema ci dà una prima immagine del flusso di energia; ma possiamo anche ottenerne una migliore ricorrendo ad alcune leggi della idrodinamica.

È noto infatti che se si hanno più sfere mobili immerse in un fluido indefinito senza vortici ed in quiete a distanza infinita, e se i raggi delle sfere sono infinitamente piccoli rispetto alle loro distanze, il potenziale di velocità del fluido sarà eguale (trascurando infinitesimi d'ordine superiore) al potenziale di tanti elementi magnetici supposti situati nei centri delle sfere e i cui momenti siano eguali alle velocità dei centri delle sfere moltiplicati per la metà dei cubi dei loro raggi (*).

Tenendo dunque presente le formule (1) e (A) avremo che *per ottenere il flusso di energia nel caso considerato basterà supporre sostituita ad ogni corpo mobile una sfera infinitamente piccola e concentrica avente un volume proporzionale alla massa del corpo ed immaginare che in ogni istante tutto lo spazio sia riempito da un fluido incompressibile, senza vortici ed in quiete a distanza infinita, avente per densità* U. *Il flusso di energia sarà proporzionale ed opposto al flusso del fluido indotto dal moto delle sfere infinitesime.*

In particolare se ci vogliamo limitare solo alle direzioni e al verso delle linee di flusso della energia, potremo prescindere dalla densità del fluido e supporlo per esempio omogeneo.

5. — Veniamo a specializzare i resultati ottenuti al caso di due sole sfere ed immaginiamo dapprima che esse cadano l'una verso l'altra in virtù della loro mutua attrazione newtoniana.

Pel principio della conservazione del baricentro le quantità di moto delle due sfere saranno eguali ed opposte, quindi, a cagione del teorema del § 3, i momenti degli elementi magnetici che si debbono immaginare situati nei centri delle due sfere, onde ottenere le linee di flusso della energia, saranno eguali ed opposti ed i loro assi coincideranno colla retta dei centri delle sfere. Ne viene dunque che *le linee di flusso dell'energia saranno situate in piani passanti per la linea dei centri, saranno simmetriche rispetto a questa retta e saranno pure simmetriche rispetto*

(*) Cfr. colla mia nota: *Sopra alcuni problemi di idrodinamica* inserita nel T. XII della Serie 3ª del "Nuovo Cimento".

al piano normale alla retta dei centri che divide per metà la loro distanza.

Per calcolare le equazioni delle linee di flusso dell'energia e procedere quindi alla loro effettiva costruzione geometrica, prendiamo per asse z la linea dei centri e poniamo l'origine nel baricentro delle due sfere. Chiamiamo m_1 e m_2 le due masse, a_1 e a_2 le distanze dei due centri dall'origine.

La funzione potenziale newtoniana nel punto potenziato x, y, z, sarà

$$U = \frac{m_1}{((z-a_1)^2+u^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{m_2}{((z-a_2)^2+u^2)^{\frac{1}{2}}}$$

essendo $u = \sqrt{x^2+y^2}$.

Quindi

$$\frac{dU}{dt} = \frac{m_1(z-a_1)\frac{da_1}{dt}}{((z-a_1)^2+u^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{m_2(z-a_2)\frac{da_2}{dt}}{((z-a_2)^2+u^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Ma per la conservazione del baricentro

$$m_1\frac{da_1}{dt} + m_2\frac{da_2}{dt} = 0$$

onde, posto

$$m_1\frac{da_1}{dt} = \mu,$$

avremo

$$\frac{dU}{dt} = \mu\left(\frac{z-a_1}{((z-a_1)^2+u^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{z-a_2}{((z-a_2)^2+u^2)^{\frac{3}{2}}}\right) =$$

$$= \mu\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{-1}{((z-a_1)^2+u^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{((z-a_2)^2+u^2)^{\frac{1}{2}}}\right).$$

Noi possiamo considerare $\frac{dU}{dt}$ come un potenziale simmetrico. Ne segue che la funzione associata sarà (*)

(*) Vedi Beltrami, *Sulle funzioni associate e più specialmente su quelle della calotta sferica*, § 2. Serie IV, t. IV, delle " Memorie dell'Accad. delle Scienze dell'Ist. di Bologna.

$$W = \mu u \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{((z-a_1)^2+u^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{((z-a_2)^2+u^2)^{\frac{1}{2}}}\right)$$

$$= \mu\left(\frac{-u^2}{((z-a_1)^2+u^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{u^2}{((z-a_2)^2+u^2)^{\frac{3}{2}}}\right)$$

onde *le equazioni delle linee di flusso dell'energia saranno*

$$\frac{u^2}{((z-a_1)^2+u^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{u^2}{((z-a_2)^2+u^2)^{\frac{3}{2}}} = \text{cost.} \tag{2}$$

il che prova ancora una volta la simmetria che sopra abbiamo riconosciuto.

6. — Volendo effettivamente tracciare queste linee di flusso basterà che noi consideriamo quelle giacenti in un piano passante per l'asse z, nel quale possiamo considerare u e z come coordinate cartesiane.

Ponendo

$$r_1 = ((z-a_1)^2+u^2)^{\frac{1}{2}}, \qquad r_2 = ((z-a_2)^2+u^2)^{\frac{1}{2}}$$

potremo scrivere la (2)

$$\frac{u^2}{r_1^3} - \frac{u^2}{r_2^3} = \text{cost.}$$

Fig. 1.

Siano A_1 e A_2 (Fig. 1) i due centri ed M un punto qualunque. Posto $MA_1 = r_1$, $MA_2 = r_2$, $M\widehat{A_1}A_2 = \theta_1$, $M\widehat{A_2}A_1 = \theta_2$, avremo

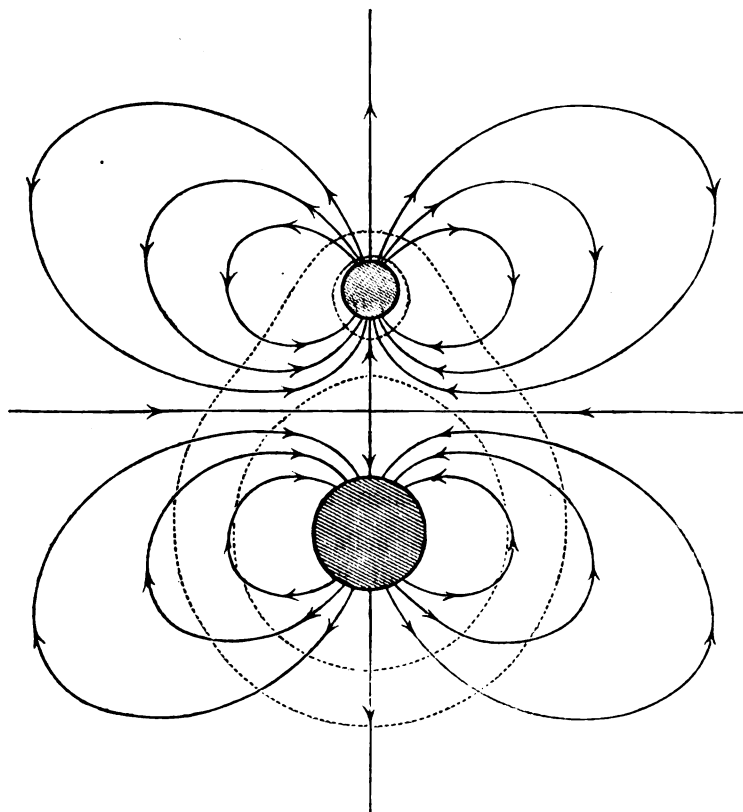
$$\frac{u^2}{r_1^3} - \frac{u^2}{r_2^3} = $$

$$= \frac{\text{sen}^2\theta_1}{r_1} - \frac{\text{sen}^2\theta_2}{r_2}.$$

Immaginiamo tracciata la curva A_2HL tale che ogni raggio vettore r che esce da A_2 incontri la curva ad una distanza eguale al quadrato del seno dell'angolo θ che il raggio vettore forma con A_2A_1, la curva cioè che ha per equazione

$$r = \text{sen}^2\theta.$$

Fig. 2.

Linee di flusso dell'energia nel caso di due sfere che cadono l'una sull'altra per la gravitazione universale.

La figura rappresenta le sezioni delle due sfere di masse 1 e 8 con un piano passante pei centri. Le linee continue munite di freccie rappresentano le linee ed il verso secondo cui fluisce l'energia. — Le linee tratteggiate rappresentano profili di superficie di livello, attraverso le quali la quantità di energia che entra è eguale a quella che esce.

Prolunghiamo A_1M finchè non incontri in E la FE perpendicolare nel mezzo di A_1A_2. Tiriamo EA_2 ed immaginiamo che A_2M e A_2E incontrino respettivamente la curva in B_2 e C. Per questo punto conduciamo CB_1 parallelo a A_2A_1 che incontra A_1M e A_2M respettivamente in B_1 e D. Avremo

$$\frac{B_2D}{A_2M}=\frac{A_2D-A_2B_2}{A_2M}=\frac{A_2D}{A_2M}-\frac{A_2B_2}{A_2M}=\frac{A_1B_1}{A_1M}-\frac{A_2B_2}{A_2M}=\frac{A_2C}{A_1M}-\frac{A_2B_2}{A_2M}.$$

Ma

$$A_2C=\operatorname{sen}^2\theta_1,\quad A_2B_2=\operatorname{sen}^2\theta_2$$

quindi

$$\frac{B_2D}{A_2M}=\frac{\operatorname{sen}^2\theta_1}{r_1}-\frac{\operatorname{sen}^2\theta_2}{r_2}.$$

Una linea qualunque di flusso dell'energia sarà dunque il luogo dei punti M *pei quali il rapporto* $\frac{B_2D}{A_2M}$ *è costante.*

La costruzione di questo luogo si ottiene molto facilmente cambiando la direzione del raggio vettore A_1M, mentre con un compasso di proporzione in cui si conserva costante la riduzione e con una squadra che si fa girare attorno ad A_2 si cerca con tentativi successivi di mantenere costante il rapporto $\frac{B_2D}{A_2M}$.

È in questo modo che nella Fig. 2 sono state costruite effettivamente alcune linee di flusso dell'energia nelle quali ricorrendo al teorema del § 4 è stato anche indicato con delle freccie il verso secondo cui il flusso stesso ha luogo.

7. — Consideriamo ora il caso di due sfere che si attraggano colla legge di Newton e si muovano in modo tale che siano trascurabili le eccentricità delle orbite.

Poniamo l'origine O nel baricentro e prendiamo per piano xy il piano invariabile. Denotiamo con m_1 e m_2 le due masse, con ρ_1 e ρ_2 le distanze costanti dei centri P ed S delle due sfere dall'origine, con θ l'angolo che il raggio vettore SP forma coll'asse x. Chiamiamo R, ψ, φ le coordinate polari del punto potenziato M, cioè poniamo

$$x=\mathrm{R}\cos\psi\cos\varphi$$
$$y=\mathrm{R}\cos\psi\operatorname{sen}\varphi$$
$$z=\mathrm{R}\operatorname{sen}\psi.$$

La funzione potenziale sarà

$$U = \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2}$$

ove

$$r_1 = \sqrt{\rho_1^2 + R^2 - 2R\rho_1 \cos\psi \cos(\varphi - \theta)}$$

$$r_2 = \sqrt{\rho_2^2 + R^2 + 2R\rho_2 \cos\psi \cos(\varphi - \theta)}$$

onde

$$\frac{dU}{dt} = \left(\frac{m_1 \rho_1}{r_1^3} - \frac{m_2 \rho_2}{r_2^3} \right) R \cos\psi \operatorname{sen}(\varphi - \theta) \frac{d\theta}{dt} .$$

Ma pel principio della conservazione del baricentro

$$m_1 \rho_1 = m_2 \rho_2 ,$$

quindi

$$\frac{dU}{dt} = \left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right) R \cos\psi \operatorname{sen}(\varphi - \theta) . m_1 \rho_1 \frac{d\theta}{dt} .$$

Se supponiamo R molto grande rispetto a ρ_1 e ρ_2, e ψ discosto da $\frac{\pi}{2}$ potremo prendere approssimativamente

$$\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} = (\rho_1 + \rho_2) \frac{3R \cos(\varphi - \theta) \cos\psi}{R^5} .$$

e per conseguenza

$$\frac{dU}{dt} = \frac{3R^2 \cos(\varphi - \theta) \operatorname{sen}(\varphi - \theta) \cos^2\psi}{R^5} m_1 \rho_1 (\rho_1 + \rho_2) \frac{d\theta}{dt} .$$

Ora pel principio della conservazione delle aree

$$m_1 \rho_1 (\rho_1 + \rho_2) \frac{d\theta}{dt} = (m_1 \rho_1^2 + m_2 \rho_2^2) \frac{d\theta}{dt} = 2C$$

denotando con C la costante delle aree. Avremo dunque

$$\frac{dU}{dt} = 6C \frac{R^2 \cos(\varphi - \theta) \operatorname{sen}(\varphi - \theta) \cos^2\psi}{R^5} = 6C \frac{(x \cos\theta + y \operatorname{sen}\theta)(y \cos\theta - x \operatorname{sen}\theta)}{R^5} .$$

Da cui segue

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{dU}{dt} = 6C\,\frac{\operatorname{sen}(\varphi-2\theta)\cos\psi}{R^4} - 15C\,\frac{\operatorname{sen}(2\varphi-2\theta)\cos^2\psi}{R^4}\,\frac{x}{R}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\frac{dU}{dt} = 6C\,\frac{\cos(\varphi-2\theta)\cos\psi}{R^4} - 15C\,\frac{\operatorname{sen}(2\varphi-2\theta)\cos^2\psi}{R^4}\,\frac{y}{R}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\frac{dU}{dt} = \qquad\qquad - 15C\,\frac{\operatorname{sen}(2\varphi-2\theta)\cos^2\psi}{R^4}\,\frac{z}{R}\,.$$

Prendendo dunque approssimativamente

$$U = \frac{m_1+m_2}{R}\,,$$

le componenti del flusso di energia saranno

$$(B)\quad\begin{cases} E_x = \dfrac{3C(m_1+m_2)\cos\psi}{2\pi R^5}\left(\operatorname{sen}(\varphi-2\theta) - \dfrac{5}{2}\cos\psi\operatorname{sen}(2\varphi-2\theta)\,\dfrac{x}{R}\right) \\[2ex] E_y = \dfrac{3C(m_1+m_2)\cos\psi}{2\pi R^5}\left(\cos(\varphi-2\theta) - \dfrac{5}{2}\cos\psi\operatorname{sen}(2\varphi-2\theta)\,\dfrac{y}{R}\right) \\[2ex] E_z = \dfrac{3C(m_1+m_2)\cos\psi}{2\pi R^5}\left(-\dfrac{5}{2}\cos\psi\operatorname{sen}(2\varphi-2\theta)\,\dfrac{z}{R}\right). \end{cases}$$

Posto:

$$\frac{3C(m_1+m_2)\cos\psi}{2\pi R^5} = H', \qquad \frac{5}{2}H'\cos\psi = H''$$

potremo decomporre il vettore avente per componenti E_x, E_y, E_z in due vettori E', E'' aventi rispettivamente per componenti:

$$E'_x = H'\operatorname{sen}(\varphi-2\theta), \qquad E'_y = H'\cos(\varphi-2\theta), \qquad E'_z = 0$$

$$E''_x = H''\operatorname{sen}(2\theta-2\varphi)\frac{x}{R}, \qquad E''_y = H''\operatorname{sen}(2\theta-2\varphi)\frac{y}{R},$$

$$E''_z = H''\operatorname{sen}(2\theta-2\varphi)\frac{z}{R}\,.$$

Prendiamo l'origine dei vettori E' ed E'' in M. Il primo di essi giacerà costantemente in un piano parallelo ad xy, avrà la grandezza costante H' e ruoterà intorno ad M colla velocità

angolare $2\,\frac{d\theta}{dt}$, cioè con velocità doppia di quella con cui ruota il vettore SP, e nello stesso verso di questo.

Inoltre quando $\theta = \varphi$, oppure $\theta = \pi + \varphi$ i due vettori E' ed SP saranno fra loro ortogonali.

Il secondo vettore E'' avrà costantemente la direzione OM e cambierà armonicamente di grandezza e di verso con il periodo stesso con cui avviene la rotazione di E'. Esso sarà nullo quando $\theta = \varphi$, oppure $\theta = \pi + \varphi$.

Come è facile riconoscere, potremo quindi riguardare E'' come risultante di due vettori di grandezza costante eguali ad $\frac{H'}{2}$ ruotanti in verso opposto in un piano passante per OM. Questo piano potrà prendersi il piano normale ad xy condotto per OM.

Dalle formule (B) può dunque dedursi la legge seguente del flusso di energia in un punto M qualunque dello spazio tale che

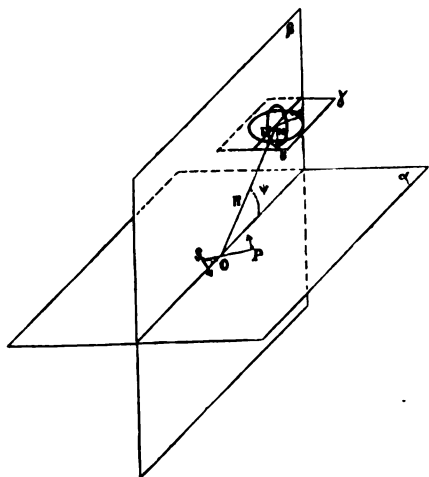



Fig. 3.

R sia grande rispetto a ρ_1 e ρ_2, mentre ψ sia sufficientemente discosto da $\frac{\pi}{2}$ (V. Fig. 3).

Conduciamo un piano β *per* MO *normale al piano invariabile* α, *ed un piano* γ *parallelo al piano invariabile. Il flusso di energia in* M *potrà considerarsi come resultante di tre vettori di grandezza costante di cui due eguali* Mb, Mb', *ruotano in senso*

inverso nel piano β *con velocità angolare doppia di quella con cui* P *ed* S *ruotano intorno ad* O, *mantenendosi simmetrici rispetto ad* OM, *mentre uno* Mc *ruota colla stessa velocità angolare degli altri due vettori nel piano* γ *nel verso secondo cui ruota la retta* PS.

I tre vettori sono normali ad OM *ogni qualvolta i punti* P *ed* S *attraversano il piano* β.

La grandezza del vettore Mc *è in ragione inversa della quinta potenza della distanza* OM *ed in ragione diretta del coseno dell'angolo* ψ *che* OM *forma col piano invariabile, mentre il rapporto dei vettori* M*b* e M*b'* *a* Mc *è* $\frac{5}{4}\cos\psi$.

8. — La legge che il flusso di energia è a distanza infinita infinitesimo del 5° ordine rispetto alla distanza dalla origine fissa, vale in tutti i casi ed è facile ottenere nello sviluppo delle componenti del flusso di energia per le potenze dell'inversa della distanza dall'origine, le parti del 5° ordine.

Riprendiamo a tal fine le notazioni dell'Art. 2, e sviluppiamo $\frac{\partial U}{\partial x}$ per le potenze di $\frac{1}{R}$, denotando con R la distanza del punto potenziato dall'origine, che supporremo essere il baricentro del sistema. Se tralasciamo i termini di grado superiore al 2° in ξ_i, η_i, ζ_i, e osserviamo che i termini di 1° grado si annullano, perchè $\Sigma m_i \xi_i = \Sigma m_i \eta_i = \Sigma m_i \zeta_i = 0$, otterremo l'espressione:

$$(3) \qquad -\frac{M\alpha}{R^2} + \frac{3}{R^4}\sum_1^n {}_i m_i \left\{ \xi_i(\alpha\xi_i + \beta\eta_i + \gamma\zeta_i) + \right.$$
$$\left. + \frac{\alpha}{2}\left[(\xi_i^2 + \eta_i^2 + \zeta_i^2) - 5(\alpha\xi_i + \beta\eta_i + \gamma\zeta_i)^2\right] \right\}$$

ove:

$$\alpha = \frac{x}{R}, \quad \beta = \frac{y}{R}, \quad \gamma = \frac{z}{R} \quad \text{e} \quad M = \sum_1^n {}_i m_i .$$

Quanto ad U la sua parte di primo ordine sarà $\frac{M}{R}$, quindi derivando la (3) rispetto a t, e moltiplicandola per $\frac{M}{4\pi R}$ avremo subito la parte del 5° ordine di E_x (Vedi form. (A)) ed in modo

analogo si otterranno le parti del 5° ordine di E_y, E_z, onde esse saranno espresse dalle formule seguenti:

$$(C)\left\{\begin{array}{l}
\frac{3M}{4\pi R^5}\frac{d}{dt}\sum_1^n{}_i m_i \left\{ \xi_i(\alpha\xi_i+\beta\eta_i+\gamma\zeta_i)+\frac{\alpha}{2}[(\xi_i^2+\eta_i^2+\zeta_i^2)-5(\alpha\xi_i+\beta\eta_i+\gamma\zeta_i)^2]\right\} \\
\frac{3M}{4\pi R^5}\frac{d}{dt}\sum_1^n{}_i m_i \left\{ \eta_i(\alpha\xi_i+\beta\eta_i+\gamma\zeta_i)+\frac{\beta}{2}[(\xi_i^2+\eta_i^2+\zeta_i^2)-5(\alpha\xi_i+\beta\eta_i+\gamma\zeta_i)^2]\right\} \\
\frac{3M}{4\pi R^5}\frac{d}{dt}\sum_1^n{}_i m_i \left\{ \zeta_i(\alpha\xi_i+\beta\eta_i+\gamma\zeta_i)+\frac{\gamma}{2}[(\xi_i^2+\eta_i^2+\zeta_i^2)-5(\alpha\xi_i+\beta\eta_i+\gamma\zeta_i)^2]\right\}.
\end{array}\right.$$

Da queste formule potrebbero anche facilmente ricavarsi le (B).

Nuove ricerche sulla provenienza del materiale roccioso della Collina di Torino;

Nota del Dott. ALESSANDRO ROCCATI.

(Con una tavola).

In una precedente nota (1) intrapresi lo studio di alcuni frammenti rocciosi componenti i conglomerati oligo-miocenici della Collina di Torino, giungendo alla conclusione che questi elementi rocciosi con tutta probabilità dovevano provenire non solo dalla catena alpina, ma da quella parte della catena più vicina al sito ove s'incontrano nei conglomerati.

Tali conclusioni, concordi con le idee di Gastaldi (2), Baretti (3) e più specialmente di Portis (4), verrebbero a mio av-

---

(1) *Ricerche sulla provenienza del materiale roccioso della Collina di Torino*, " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", 1896-97.

(2) *Sugli elementi che compongono i conglomerati miocenici del Piemonte*, " Memorie della R. Accad. delle Scienze di Torino ", serie 2ª, vol. XX, 1863.

(3) *Geologia della Provincia di Torino*, 1893.

(4) *Sul modo di formazione dei conglomerati miocenici della Collina di Torino*, " Boll. del R. Comit. Geol. d'Italia ", vol. XIX, 1888. — *Breve cenno sulle condizioni geologiche della Collina di Torino* (nel volume: *Superga e la sua ferrovia funicolare*. Casanova, 1885).

viso confermate da altri miei studî sul medesimo materiale roccioso, e di cui espongo i risultati nel presente lavoro.

Le roccie esaminate provengono, come quelle descritte nella mia precedente nota, dal terreno elveziano dei dintorni di San Raffaele presso Gassino Torinese e furono raccolte parte nel torrente S. Raffaele che discende verso la borgata di Cimena, parte nella località Calabria già precedentemente menzionata.

Nella tavola annessa a questo lavoro ho indicato in rosso le località della Collina ove raccolsi il materiale, e con lettere, che contraddistinguono le roccie descritte, i punti della catena alpina ove s'incontrano dette roccie in posto.

A) *Granatite ad arfvedsonite.*

Questa roccia proviene dalla località Calabria ove la trovai in massi di grossezza rilevante; ne raccolsi pure ciottoli di dimensioni variabili nel Rio di San Raffaele.

Essa non ha gran compattezza, neppure durezza rilevante per la debole coerenza degli elementi costituenti; non presenta poi schistosità apparente.

È di colore verde scuro, in cui spiccano abbondanti granati, piccoli, di color rosso bruno, e pirite in granuli frequentemente alterati in limonite, che in certi punti fa assumere alla roccia una colorazione giallognola. Componenti essenziali sono il granato, l'anfibolo e l'arfvedsonite, insieme ai quali minerali sono associati pirite, feldspato, quarzo ed un minerale ferro-titanifero di cui dirò più sotto.

L'*anfibolo* è il principale componente della roccia; si presenta in cristalli prismatici allungati che si possono distinguere anche ad occhio nudo, con contorno ben definito, salvo alle estremità che appaiono come rotte o sfilacciate. Il colore è verde carico, con forte pleocroismo sui toni verde scuro, verde chiaro, giallognolo. I cristalli presentano finissime strie parallele all'allungamento, strie che nelle sezioni rombiche si intrecciano a formare il reticolato caratteristico degli anfiboli; frequenti sono le rotture anche con spostamento dei pezzi e con interposizione di clorite. Come inclusioni sono da notare il quarzo, il rutilo e piccolissime microliti.

Associato all'anfibolo verde entra a costituire la massa della

roccia, anzi in alcuni punti sostituendo completamente il primo, un altro minerale dello stesso gruppo, che differisce da quello su descritto perchè presenta un colore azzurro chiaro con pleocroismo sui colori azzurro chiaro, azzurro carico, verde giallastro; per questi caratteri lo ritengo per *arfvedsonite*, come del resto mi è di conferma il valore dell'angolo di estinzione che da parecchie misure fatte sulla faccia 010, mi risultò in media di 15°.

Insieme a questi due anfiboli si trova pure, ma poco abbondante, la *glaucofane*, con caratteri strutturali affini ai due primi, ma facilmente riconoscibile al caratteristico pleocroismo fra l'azzurro, il violetto e l'incoloro.

Il *granato* si presenta in individui di color roseo a sezioni arrotondate, quadrangolari od esagone; i cristalli sono per lo più fessurati in varie direzioni, con le fessure riempite da prodotti di alterazione verdi o gialli, riferibili i primi a clorite, i secondi a limonite. Frequenti sono le inclusioni di quarzo, anfibolo e rutilo in cristalli allungati a modo di bastoncini di colore giallo chiaro, e di cui parecchi presentano la caratteristica geminazione a ginocchio.

Sparso nella roccia, e frequentemente accentrato intorno all'orlo dei cristalli di granato, appare un minerale nero opaco con forte rilievo, che presenta però talvolta delle plaghe trasparenti gialle debolmente pleocroiche, variando i colori dal giallo chiaro al giallo pallido.

La parte nera deve, almeno in parte, essere *magnetite*, poichè avendo ridotti in polvere alcuni frammenti della roccia, potei colla calamita separare notevole quantità di tale minerale, talvolta associato a quello giallo che deve considerarsi come *rutilo*. Tuttavia credo che oltre alla magnetite si abbia pure della *ilmenite* nella parte nera, poichè trattato con acido solforico il minerale isolato mediante la calamita, esso si decompose rapidamente, e nella soluzione potei determinare nettamente la presenza del titanio.

Si potrebbe quindi a mio avviso ritenere trattarsi di una associazione di ilmenite, magnetite e rutilo, i due ultimi minerali provenienti da alterazione del primo.

Oltre che negli accentramenti di cui ho parlato ora, si trovano pure la magnetite ed il rutilo sparsi nella roccia, la prima

in granuli opachi, il secondo sotto forma di cristalli allungati, spesso geminati a ginocchio, di color giallo, leggermente dicroici.

Ho già menzionato il *quarzo* come inclusione del granato e dell'anfibolo; questo minerale è però anche disseminato nella roccia in individui a contorno non definito.

Il *feldispato* è in molti punti alterato quasi completamente in caolino; in altri si trova in stato di buona conservazione, e si può ritenere per *albite* viste le sue geminazioni caratteristiche e l'angolo di estinzione che misurai in media uguale a 10° nelle sezioni ad estinzione simmetrica lateralmente alla faccia 010.

La *pirite* è abbondante e facilmente visibile ad occhio nudo in masserelle sparse nella massa della roccia, ove è talora, e specialmente verso la periferia, alterata in limonite. Si presenta in piccoli cristalli pentagonododecaedrici, che potei facilmente riconoscere in un trattamento fatto con acido fluoridrico su alcuni frammenti della roccia; trattamento nel quale, o per il non essere stato esso troppo prolungato, o forse in causa dell'abbondanza di silicati, la pirite rimase inalterata.

Dal confronto che potei fare con campioni di roccie esistenti nella collezione del Museo di Geologia di Torino, e che il Professore Parona mise a mia disposizione, credo fuori dubbio la identità della roccia da me studiata con una granatite esistente in posto nella Valle di Chialamberto.

B) *Granatite.*

Questa roccia compatta e durissima si trova in massi di mole rilevante nella località Calabria, e sparsa abbondantemente in ciottoli di varia grossezza nel Rio di San Raffaele.

Presenta esternamente una tinta verde scura in cui spiccano plaghe rossastre dovute a granato, e frequenti accentramenti di pirite, per lo più ben conservata. Suoi componenti sono: anfibolo, granato, quarzo, epidoto, zoisite, ilmenite, ematite, pirite, magnetite e rutilo.

L'*anfibolo* costituisce la massa della roccia; si presenta in grossi individui che danno sezioni allungate o rombiche, con linee di sfaldatura ben visibili, parallele all'allungamento nelle sezioni allungate, intrecciate a reticolo nelle rombiche. Esso è da riferirsi in parte ad *attinoto* ed in parte ad *orneblenda*.

Il primo è di color verde chiaro con pleocroismo non molto accentuato sui toni verde chiaro, verde scuro, verde giallognolo; il secondo, meno abbondante, presenta un fortissimo pleocroismo sui toni del verde carico, verde bruno, bruno. Entrambi si presentano in individui per lo più a contorni non definiti, come corrosi sui margini, senza terminazioni definite e talora anche rotti.

Frammezzo a questi due anfiboli ne comparisce un terzo, raro però, in grossi individui con caratteri strutturali affini a quelli dei primi, ma che per la tinta azzurrognola e per il pleocroismo sui colori azzurro, verde azzurro, verde giallognolo riferisco ad *arfvedsonite*.

Frequenti sono negli anfiboli le inclusioni di rutilo, magnetite e piccoli cristalli di glaucofane facilmente riconoscibili pel caratteristico pleocroismo.

Il *granato*, molto abbondante, dà sezioni esagonali, quadrangolari, ma più sovente irregolarmente arrotondate. Presenta frequentemente un orlo, oppure un nucleo interno torbidi, dovuti ad alterazione, mentre il rimanente è di color roseo; sono i cristalli percorsi da numerose fessure riempite di limonite o di clorite. Abbondanti sono le inclusioni di quarzo, rutilo, glaucofane ed ematite in laminette trasparenti di color rosso sanguigno, non dicroiche.

Il *quarzo*, oltre che come inclusione, si trova pure sparso frammezzo ai componenti, in individui senza contorno definito.

In vicinanza dei cristalli di anfibolo si nota discretamente abbondante l'*epidoto* in sezioni allungate, abbastanza limpide, talora con poche inclusioni di minuti cristalli aghiformi di anfibolo. Si presenta quasi incoloro o leggermente giallognolo con pleocroismo sensibile sui colori giallognolo, verde giallognolo, incoloro; fortissimi poi sono i colori di polarizzazione.

Meno abbondante dell' epidoto si presenta un minerale, in sezioni allungate, rombiche o tondeggianti, con estinzione retta, completamente incoloro e con deboli colori di polarizzazione; per questi caratteri ritengo sia *zoisite*.

Una caratteristica della roccia in esame si è l'abbondanza dei minerali di ferro, a cui essa deve il suo alto peso specifico. Fra questi il più abbondante è la *pirite*, diffusa in grossi elementi a contorno indistinto o in sezioni quadratiche od esagone, generalmente sana e solo raramente contornata da un debole orlo di

limonite; non raramente in vicinanza della pirite sonvi laminette trasparenti rosee di *ematite*.

Pure molto abbondante è la *ilmenite* in larghe plaghe opache, con forte rilievo, e specialmente accentrata nelle vicinanze dei granati, a cui in molti casi forma come un orlo. È tale la sua frequenza che la si può vedere guardando ad occhio nudo per trasparenza i preparati microscopici; anzi in alcuni punti della roccia la si scorge assai bene per il suo color nero a lucentezza metallica.

Presenta anche qui i caratteri accennati per la ilmenite della roccia descritta precedentemente; vale a dire la si trova unita con *rutilo* in lamine allungate, giallognole con dicroismo sui colori giallo e giallo pallido. Siccome dalla roccia ridotta in polvere io ho potuto isolare col mezzo della calamita abbondante *magnetite*, così penso che anche qui vi sia l'associazione sopra descritta dell'ilmenite, rutilo e magnetite. La presenza della ilmenite è poi messa fuori dubbio dal fatto che, isolato un frammento del minerale nero opaco, ne ottenni abbastanza distinta la perla del titanio.

Anche per questa roccia trovai nel Museo di Geologia dei campioni di una granatite proveniente dalla catena alpina, e più propriamente da Campiglia in Val Soana, il cui studio mi convinse della loro identità.

C) ***Prasinite anfibolica*** (1).

Questa roccia proviene dal Rio di San Raffaele ove è comune in grossi massi e ciottoli. Essa ha color verde grigiastro ed è alquanto friabile, quantunque contenga elementi di durezza rilevante. Suoi componenti sono: anfibolo, epidoto, feldspato, lawsonite, pirite, ematite e tormalina.

L'*anfibolo* costituisce la massa della roccia, presentandosi come un feltro costituito da tanti cristalli aciculari, o in grosse plaghe senza contorno determinato. Esso ha tinta verde pallida con debole pleocroismo sui colori verde scuro, verde

(1) S. Franchi, *Notizie sopra alcune metamorfosi di eufotidi e diabasi nelle Alpi occidentali*, " Boll. del R. Comit. Geol. ", 1895, 2. — Id., *Prasiniti ed anfiboliti sodiche provenienti dalla metamorfosi di roccie diabasiche ecc.*, " Boll. della Soc. geol. italiana ", XV, 1896, 2.

chiaro, verde giallognolo; la parte costituita da cristalli aciculari ha gli individui con pleocroismo maggiormente accentuato, con contorni abbastanza ben definiti, salvo alle estremità che appaiono come rotte o sfilacciate.

Dei cristalli aciculari alcuni sono di colore azzurrognolo con pleocroismo evidente sulle tinte azzurra, azzurra chiara, giallognola, per cui li riferisco ad *arfvedsonite*; altri con pleocroismo sui colori azzurro, violaceo, incoloro sono evidentemente di glaucofane. Non di rado poi uno stesso cristallo presenta due zone distinte per i colori di pleocroismo, l'una di arfvedsonite, di glaucofane l'altra.

Esiste ancora un altro anfibolo, poco abbondante però, in grossi individui a sezioni allungate o rombiche, con i margini corrosi e terminazioni poco definite. Sonvi strie di sfaldatura ben evidenti, parallele all'allungamento nelle sezioni allungate, intrecciate a maglia nelle rombiche.

Questo anfibolo è limpido, di colore verde carico, con forte pleocroismo sui toni verde carico, verde chiaro, verde brunastro, il che me lo fa ritenere come *orneblenda.*

Frammischiato all'anfibolo è abbondante l'*epidoto* in individui a contorni non definiti, piuttosto modellati sugli altri componenti, incolori o giallognoli, con altissimi colori di polarizzazione e frequenti inclusioni di anfibolo ed ematite.

Pure abbondante è un feldspato plagioclasio che per le geminazioni caratteristiche e il valore dell'angolo di estinzione ritengo come *albite;* esso è però frequentemente alterato o parzialmente o del tutto in caolino.

Sezioni alquanto frequenti rettangolari, incolore, con alti colori di polarizzazione, talora zonate, e con estinzione retta, credo potere riferire a *lawsonite*, quantunque manchino o sieno poco appariscenti le strie di geminazione caratteristiche del detto minerale. Il trattarsi di lawsonite mi pare avvalorato dal fatto che potei osservare questo minerale con caratteri in alcuni casi identici al mio in un cloritoscisto a lawsonite proveniente dall'alta valle di Chianale in provincia di Cuneo, e già descritto dall'Ing. Franchi (1).

---

(1) *Notizie sopra alcune metamorfosi di eufotidi e diabasi nelle Alpi occidentali*, " Boll. del R. Comit. Geol. ", anno, 1895, n. 2.

Disseminata in piccoli granuli havvi della *pirite*, alterata quasi sempre del tutto in limonite che inquina la roccia, facendole assumere in varî punti una colorazione giallastra.

Non infrequenti sono laminette rosso sanguigne, trasparenti, non pleocroiche, di *ematite*, anch' essa per lo più circondata da un orlo di limonite.

Rara, ma caratteristica è la *tormalina*, in sezioni allungate o tozze, con contorni abbastanza ben definiti, e pleocroismo sui toni giallo bruno e bruno scuro.

Sono abbastanza comuni sulla catena alpina e nella zona che sta di fronte alla collina le prasiniti, che s' incontrano fra altre località nella Valle di Susa e nella Val Soana.

In entrambe queste località la roccia in posto ha molti caratteri di affinità con quella da me su descritta; credo però che sia riferibile piuttosto al tipo della Valle di Susa che a quello della Valle Soana, perchè nel primo s'incontra la tormalina identica a quella sopra indicata, mentre in esemplari da me raccolti in Val Soana essa manca totalmente. La prasinite della Val di Susa colla quale ho istituito il confronto proviene dal Balmerotto sopra Bussoleno.

Non escludo però che alcuni dei ciottoli di prasinite delle località da me visitate possano provenire dalla Val Soana per il fatto che alcuni da me esaminati mancavano della tormalina caratteristica.

D) *Scisto diasproide a Radiolarie.*

È questa una roccia abbastanza comune in ciottoli di variabilissime dimensioni fino a grossi massi nel Rio di San Raffaele; è pure molto comune nel conglomerato e si trova in tutti i piccoli torrenti che discendono in quella regione dalla Collina verso il Po.

Si presenta in masse compattissime criptocristalline, di color rosso cupo, con schistosità poco distinta in molti casi; tutta la massa è poi percorsa da venuzze di grandezza variabile, irregolari, di color bianco e dovute a quarzo.

Al microscopio si presenta come una massa omogenea, che non diventa mai del tutto trasparente, colorata intensamente in roseo, colore dovuto ad ossido di ferro inquinante la massa.

Sparse con abbondanza nella roccia sonvi scheletri di *Radiolarie* che si presentano in forme rotondeggianti od allungate, incolore, trasparenti, generalmente con contorno non molto distinto, tranne in pochi casi ove è ben visibile la forma seghettata del contorno, affine a quello di parecchie delle Radiolarie descritte dal Parona (1) e provenienti dai dintorni di Cesana Torinese e dal Colle di Sestrières.

Venuzze a spessore variabile di quarzo incoloro percorrono in tutte le direzioni la massa, e sono evidentemente dovute ad infiltrazione nelle fessure della roccia; talora dette venuzze dividono nettamente in due parti i gusci delle Radiolarie.

Minerali accessorî non esistono, tranne in alcuni punti macchie gialle che ritengo dovute a pirite alterata in limonite.

Scisti diasproidi a Radiolarie s'incontrano sulla catena alpina nell'alta valle di Susa nei dintorni di Cesana Torinese e di Sestrières, ove come dissi sopra furono studiate dal Parona, ed anche nel Canavesano, nei dintorni di Rivara, ecc.

Quelli da me studiati provenienti dalla Collina mi paiono riferibili piuttosto a quelli di Rivara che non a quelli di Cesana. Questi infatti presentano abbondanti inclusioni di un minerale in cristalli allungati, ritenuti dal Brugnatelli, citato nella nota del Parona, per epidoto, come pure forme di Radiolarie ad imbuto o triangolari; invece in quelli di Rivara, come in quelli da me studiati mancano i cristalli di epidoto e le forme su accennate. Di più quelli di Cesana hanno una schistosità ben evidente, mentre questa è molto meno accentuata in quelli di Rivara e così pure in quelli della Collina.

E) *Calcare cristallino.*

Lo trovai in massi, non però abbondanti, sparsi nel letto del Rio San Raffaele.

Si presenta con struttura cristallina evidente; è di color bigio scuro, con intercalate vene bianche di calcare e mica, vene che gli fanno assumere una struttura nettamente schistosa.

---

(1) *Sugli schisti silicei a Radiolarie di Cesana presso il Monginevra*, " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. XXVII.

Trattando la roccia con acido cloridrico si sciolse quasi completamente lasciando un residuo nerastro; nella soluzione riscontrai quasi esclusivamente la calce, con traccie di magnesia e di ferro.

Il colore nerastro della roccia non è dovuto, come si potrebbe credere, a sostanza carboniosa, la quale, se è presente, si deve però trovare in minime proporzioni; infatti, avendo scaldato a lungo al calor rosso un frammento della roccia, esso non perdette il suo color nero, e neppure ottenni la reazione del carbonio trattando la roccia ridotta in polvere con nitrato potassico. La colorazione deve invece esser dovuta a pirite minutamente diffusa nella massa, giacchè trattando un frammento della roccia con acido nitrico, essa imbianchì, mentre la soluzione si colorava intensamente in giallo e dava in seguito la reazione del ferro.

Oltre a questa pirite il residuo ottenuto dal trattamento della roccia con acido cloridrico, esaminato al microscopio, risultava composto di quarzo, mica, feldspato, pirite e tormalina.

Il *quarzo* è in minuti cristalli non mai ben definiti, alcuni permettendo però di riconoscere la forma cristallina caratteristica del minerale; esso è perfettamente incoloro, e non presenta inclusioni.

La *mica* è abbondantissima in laminette esagonali, uniassiche, con frequenti inclusioni nerastre, che credo riferibili a pirite, per il fatto che mancavano dette inclusioni nella mica del residuo della roccia trattata con acido nitrico.

La *pirite* è in granuli o in cristallini che lasciano scorgere abbastanza distintamente le faccie del pentagonododecaedro; frequentemente questi cristallini sono riuniti gli uni agli altri a formare piccole dentriti.

La *tormalina* si presenta in minuti e poco abbondanti cristallini allungati di color bruno, limpidi, con faccie lucenti, senza terminazioni definite e con fortissimo pleocroismo sui colori bruno scuro, bruno giallognolo.

Il *feldspato* è in granuli o frammenti a spigoli vivi, di color bianco lattiginoso; riconoscibile alla sua non difficile fusibilità; per la geminazione che è in taluni frammenti evidente credo si possa ritenere per *albite*.

Questo calcare è identico sia per l'aspetto, sia per la com-

posizione prevalentemente di carbonato calcico, sia per la natura dei minerali accessori, con un altro calcare cristallino bigio che si trova in posto nella Valle di Lanzo sotto il passo della Ciarmetta presso Viù.

Per terminare questa nota menziono ancora due roccie, di cui però, a causa della profonda loro alterazione non potei fare uno studio petrografico completo. Essi sono una porfirite ed una eufotide.

F) *Porfirite diabasica.*

Trovasi questa roccia in ciottoli nel Rio San Raffaele; la trovai pure in quello di Rivalba e nella Val Salice presso Torino.

Si presenta esternamente di color verde grigiastro, con sparsi porfiricamente nella massa grossi cristalli bianchi di feldspato in sezioni rettangolari od allungate. Al microscopio però la massa appare quasi completamente alterata in serpentino ed il feldspato del tutto caolinizzato.

Malgrado la profonda alterazione credo però che, per i caratteri macroscopici, la si possa identificare con una porfirite abbondantemente sparsa in ciottoli e massi nell'alta valle di Susa, e descritta da Piolti (1), come proveniente dal bacino del Monte Gimont.

G) *Eufotide.*

Nel Rio S. Raffaele sono abbondanti parecchie varietà di eufotide, fra le quali frequente una, che sebbene esternamente presenti un aspetto relativamente sano, per modo che si possono bene distinguere i due componenti, diallagio e feldspato, essendo il primo minerale più abbondante del secondo, all'esame microscopico invece risulta profondamente alterata.

Il feldspato è del tutto caolinizzato, ed il diallagio trasformato in smaragdite.

Tuttavia malgrado il cattivo stato di conservazione credo

---

(1) *Sopra alcune roccie del bacino del Monte Gimont (Alta Valle di Susa),* " Memorie della R. Accad. delle Scienze di Torino ", serie II, tomo XLV.

che questa roccia non sia se non una varietà di eufotide comune al Monte Musinè, presso Casellette, la quale presenta uguale aspetto esterno ed identici fenomeni di alterazione, come risulta dalle osservazioni di Piolti (1) che studiò le roccie di detta località.

Gabinetto di Mineralogia dell'Università di Torino.
25 maggio 1899.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Il tratteggio in rosso indica le località della Collina di Torino ove fu raccolto il materiale, della cui descrizione è oggetto questa nota.

Le lettere maiuscole in rosso indicano le località della catena alpina ove s'incontrano le roccie descritte della Collina:

A) Granatite ad arfvedsonite.
B) Granatite.
C) Prasinite anfibolica.
D) Scisto diasproide a Radiolarie.
E) Calcare cristallino.
F) Porfirite diabasica.
G) Eufotide.

---

(1) *Sull' origine della magnesite di Casellette (Val di Susa)*, “ Memorie della R. Accad. delle Scienze di Torino ”, serie II, tomo XLVII.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

Col du
Cornets
Granier
la Cote
Aime
Villette
S. Marce
Bozel
S. Bon
les Allues
la Riere
Cp della Ram
Michel
Franco
Forneau
Valmeinier
M. Cabot
Laval
la Glaive
Monetier
M. G
S. Mar
B. Abes
la Roc

CLASSI UNITE

Adunanza dell'11 Giugno 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Cossa, Vice Presidente dell'Accademia, Bizzozero, Direttore della Classe, D'Ovidio, Camerano, Segre, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona e Naccari Segretario,

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Pezzi, Ferrero, Graf, Cipolla, Brusa, e Pizzi.

Il Segretario legge l'atto verbale della precedente adunanza che viene approvato.

Il Presidente Senatore Giuseppe Carle, annunziando la morte del Socio Prof. Cesare Nani, Segretario della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, lo commemora colle seguenti parole:

Egregi Colleghi,

" È la prima volta che ci troviamo riuniti dopo la morte del carissimo nostro Collega Cesare Nani, Segretario della Classe di scienze storiche, morali e filologiche, avvenuta il 2 corrente

giugno, ed io credo di esprimere un sentimento comune a tutti, inviando un reverente saluto alla sua memoria.

" Il pensiero di Lui mi riporta ai giovani anni, allorchè noi abbiamo cominciato insieme la carriera dello insegnamento in questa Università, e abbiamo contratta quella amicizia, che doveva poi durare tutta la vita.

" Più vecchio di qualche anno, io ricordo ancora l'epoca in cui Egli, già distinto fra i compagni per ingegno e per studio, ottenne la Laurea in legge nel 1870, trattando " *della inviolabilità regia e della responsabilità ministeriale* „.

" Più tardi, nel 1874, ho già avuto l'onore di far parte della Commissione, che lo proclamò dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza, nella quale occasione Egli pubblicava un notevole ed apprezzato lavoro: *Sulla responsabilità delle amministrazioni ferroviarie relativamente ai trasporti.*

" D'allora in poi la mente sua colta ed erudita fu di preferenza attratta, anzichè dagli studî di diritto positivo, da quelli sulla storia del diritto italiano, la quale, opportunamente introdotta nella Facoltà giuridica, offriva un così largo campo a nuove investigazioni; e fu in questa materia, che giunto appena al trentesimo anno, Egli otteneva, nel 1878, in un concorso per esame, il posto di professore ordinario in questa Università, presentando una memoria col titolo: *Studii sul diritto Longobardo.* Da quell'epoca Egli contribuì con tutte le sue forze agli studî storici sul diritto italiano, e concepì l'idea geniale di illustrare gli statuti di Casa Savoia, ai quali dedicò infatti parecchie memorie pubblicate nei volumi accademici. Furono questi lavori che lo fecero eleggere a membro della R. Deputazione di Storia Patria e della nostra Accademia, di cui entrò a far parte nel gennaio del 1882. Per quanto dedito con scrupolo e con zelo alle cure dell'insegnamento, egli continuò sempre a pubblicare brevi monografie su questo o su quello argomento giuridico, che dovevano servirgli di preparazione ad un'opera di maggior mole, a cui si era accinto in questi ultimi anni, nella quale si proponeva di trattare, in collaborazione con altri cultori della storia del diritto italiano, la storia del diritto privato in Italia. Pur troppo la morte immatura gli impedì di compiere l'importante disegno, e dovrà essere cura degli amici e dei colleghi e del suo affezionatissimo nipote, Cesare Gay, a cui Egli faceva da secondo padre,

e che aveva avviato agli studi legali, di ricercare nei suoi manoscritti quelle parti che già siano in condizione di essere pubblicate.

" Non è qui il caso di aggiungere di più circa la vita e le opere di Lui, che saranno commemorate a suo tempo da qualche collega più competente.

" Io dirò solamente che l'affezione e la stima, da cui Egli era circondato, fra la gioventù studiosa e la cittadinanza torinese, fu dimostrata dall'universale rimpianto, a cui diede luogo la sua morte.

" Ingegno acuto, animo retto ed equanime, mente equilibrata, Egli ebbe la parola facile ed ornata e fu informatissimo della letteratura storico-giuridica contemporanea. Come tale Egli fu insegnante amato dai giovani, apprezzato dai colleghi, che col proprio suffragio l'avevano chiamato a Rettore dell'Università. Come accademico egli ha preso parte viva ed operosa ai lavori dell'Accademia, non solo colle sue pubblicazioni scientifiche, ma anche quale membro del Consiglio di Amministrazione e delle Commissioni per i premi Bressa e per i premi Gautieri, dei quali ultimi fu relatore per le opere filosofiche e per le opere storiche, e infine qual Segretario della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

" La perdita di lui fu da tutti tanto più dolorosamente sentita, quanto sopraggiunse più insidiosa ed inaspettata la malattia che ebbe a colpirlo. Niuno o pochi tra noi avrebbero potuto mettersi a paragone con Lui per la fibra robusta e per il temperamento calmo e pacato, e io più anziano di Lui, che in un'occasione recente ebbi a riceverne il saluto affettuoso e cordiale, non avrei mai creduto che dovessi essere fra pochi mesi chiamato ad annunziarne la morte ai colleghi.

" L'Accademia seguì ansiosa le vicissitudini della triste malattia, da cui era travagliato; essa divise fino all'ultimo le trepidazioni e le speranze della sua famiglia: ne apprese con dolore la perdita, per quanto ormai essa fosse aspettata; ne diede l'annunzio alle Accademie e agli Istituti scientifici, da cui giunsero numerose condoglianze, e partecipò ufficialmente alle funebri onoranze. Dolente, al pari di altri colleghi, di non avervi potuto assistere di persona per essere assente da Torino, io ringrazio il Direttore della Classe di scienze morali di avere rappresentato

l'Accademia ai funerali e di avere espresso il dolore comunemente sentito. Credo poi di farmi interprete del sentimento di tutti coll'esprimere, a nome dell'Accademia, i sensi della più viva e profonda condoglianza alla madre sua desolatissima ed alla egregia famiglia, augurando che possa essere di qualche conforto al suo dolore il saperlo così universalmente diviso.

" Certo da qualche tempo son frequenti per noi le occasioni di queste tristi commemorazioni: ma queste sembrano, per dir così, ferirci più vivamente, allorchè, come accade nel caso presente, la morte sopravviene al momento, in cui sono vive e vigorose le forze e quando la persona colpita stava attendendo al compimento di qualche opera scientifica, che viene così a restare incompleta. È questa la ragione per cui il nome del Nani associasi per noi a quelli di Giuseppe Basso, di Galileo Ferraris, di Carlo Giacomini e di quegli altri, che ci furono tolti nel vigore degli anni e nella pienezza delle loro forze, allorchè l'Accademia nostra e la scienza italiana potevano ancora molto attendere dalle opere loro.

" Noi tutti serberemo incancellabile il ricordo di Lui, che consapevole ormai della sua prossima fine, circondato dalle lagrime di tutti i suoi cari, fra gli strazii di una lunga e dolorosa agonia, inviava per mezzo di coloro, che erano ammessi a visitarlo, ed io sono stato fra essi, un memore estremo saluto agli amici e ai colleghi dell'Università e dell'Accademia ".

Quindi il Socio Graf legge la relazione da lui scritta a nome della Commissione pel conferimento dei due premii della Fondazione Gautieri riservati quest'anno alla letteratura, storia letteraria e critica letteraria per i lavori pubblicati negli anni 1891-1898. Le conclusioni della relazione sono le seguenti: La Commissione propone che uno dei due premii Gautieri da conferirsi si dia per intero ad Antonio Fogazzaro autore di *Piccolo mondo antico* e che l'altro sia diviso egualmente fra Angelo Solerti, autore della *Vita di Torquato Tasso,* e Vittorio Rossi, autore del *Quattrocento.*

Le proposte della Commissione sono approvate.

Si discute poscia se nelle pubblicazioni accademiche si pos-

sano accogliere scritti in lingua tedesca e inglese. Dopo breve discussione l'Accademia decide che si accolgano sì negli *Atti* che nelle *Memorie* accademiche, scritti in dette lingue.

Relazione della Commissione dei Premii Gautieri.
Anni 1891-98 (Letteratura).

Colleghi onorevolissimi,

Due sono in quest'anno i premii di fondazione Gautieri che voi siete chiamati a conferire, e spettano entrambi alla letteratura, alla critica letteraria, alla storia letteraria. Come negli anni trascorsi, la Commissione vostra, esaminate le opere che potevano esser comprese sotto quella triplice intitolazione, e che cadevano, quanto al tempo di loro pubblicazione, entro i termini prescritti dal Regolamento, vagliate le singole loro ragioni, confrontati, discussi e fermati i giudizii, viene ora a darvi conto dell'opera propria e a sottomettere al vostro giudizio quelle proposte in che già si sono accordati i voti di essa.

E prima di ogni altra cosa è opportuno che voi sappiate dei limiti che la Commissione dovette osservar nell'indagine, e ancora delle norme direttive e dei criterii ai quali essa credette di doversi attenere nel far discernimento del merito e nel formare i giudizii.

Quel nome di letteratura è, come ognuno può intendere facilmente, di larghissima comprensione. Poesia e prosa, e della poesia tutti, senza eccezione, i generi, e della prosa parecchi, per non dir molti, sono generalmente designati per esso. Vastissimo, come vedete, era il campo che si doveva esplorare. Non mancò la Commissione di spingere l'occhio da tutte le bande, e di fare quant'altro si richiedeva perchè piena ed esatta fosse la informazion sua; ma della copiosissima produzione tutta una parte, non poco rilevante, si sottraeva da se stessa, per questa volta almeno, data la larghezza dei termini di tempo, al suo esame, ed era questa la parte della drammatica. Moltissimi drammi, di vario carattere, si rappresentarono, dal 1891 in qua, sulle scene italiane, e non sono pochissimi quelli ch'ebbero incoraggiamenti ed applausi. Ma come giudicare di essi? Non tutti furono rap-

presentati in questa nostra città; e di un componimento drammatico non si può far retto giudizio senza il doppio saggio della lettura e della rappresentazione, anzi forse di più rappresentazioni, mutata la scena, mutati gli attori, mutato ancor esso il pubblico. In qual modo avrebbe potuto la Commissione vostra corrispondere in tutto al bisogno? Del resto, dei drammi ond'essa ebbe conoscenza, nessuno parve tale da poter gareggiare, pel conseguimento del premio, con le opere di cui sarà detto più oltre.

Nel giudicare della rimanente produzion letteraria la Commissione stimò di dover tenere a guida alcuni criterii a' quali spera che non sia per mancare l'assentimento vostro. Certo essa non dimenticò che la letteratura è arte; ma non dimenticò nemmeno che l'arte non isplende e non regna in un cielo tutto suo proprio, diviso da quel mondo ove gli uomini vivono e si travagliano, s'innamorano delle virtù, o si lascian vincere dagli appetiti, crescono in civiltà, o declinano a barbarie. S'ode frequente e non ingiusta lagnanza che la scuola sia fatta per molta parte estranea alla vita: che diremo di un'arte che tanto più presume di riuscir perfetta quanto più si segrega dalla vita, quanto più si fa astrusa e recondita, e sdegna ogni umana comunanza di sentimenti e d'idee? che di quella che tutta versa nel mal inteso studio e nel tormentoso artifizio della parola e di null'altro si cura? che, finalmente, di quella che non si vergogna di raccendere nell'uomo gl'istinti del bruto? La Commissione fu unanime in giudicare che, non solo non può meritar premio, ma deve coprirsi di biasimo, quell'arte qualsiasi, comunque esperta di lenocinii, comunque orpellata, che accresce i mali della vita, stemperando e corrompendo negli animi le virtù che valgono a vincerli, o, quando non si possono vincere, a sopportarli degnamente; e che arte encomiabile e degna è quella soltanto che solleva e nobilita l'umana natura.

Quanto alla storia letteraria la Commissione stima esser ottima quella che le lettere considera, non solamente in se medesime, ma ancora nelle molteplici loro attinenze con la rimanente vita civile; che sa fare giusto discernimento delle cose che più importano e di quelle che importano meno; che sa dal particolare innalzarsi al generale e nella confusa promiscuità e nella incalzante successione dei fatti scorgere le forze elemen-

tari e le tendenze durevoli. Quanto alla critica, perfetta quella che delle opere letterarie saggia, se così è lecito dire, il di fuori e il di dentro.

Ciò premesso, col fine di mettervi innanzi le ragioni supreme de' suoi giudizii, la Commissione passa a farvi note le sue proposte, avvertendo che in questa breve relazione non si parla già di tutte quelle opere che in un modo o in un altro potrebbero sembrar meritevoli di premio, ma di quelle soltanto alle quali un premio si propone di conferir veramente.

Tre opere attrassero in più particolar guisa l'attenzione dei commissarii: *Piccolo mondo antico*, di Antonio Fogazzaro; *Vita di Torquato Tasso,* di Angelo Solerti; *Il Quattrocento,* di Vittorio Rossi: appartenente la prima alla bella letteratura; l'altre due alla storia e alla critica letteraria.

Piccolo mondo antico è un romanzo che omai può dirsi noto universalmente. Pubblicato la prima volta nel 1896, esso ebbe sinora trenta edizioni, fu tradotto nelle principali lingue straniere, e fece persuasa l'Europa che la così detta *rinascenza latina* non è commessa in Italia ai soli lambiccatori di frasi, prestigiatori d'immagini e dipintori di voluttà. Il soggetto è derivato da quegli anni dolorosi della vita italiana che precedettero la guerra del 59; la scena è in terra soggetta ancora a dominio straniero. Ma non per questo il romanzo è un romanzo politico nel vero e proprio significato della parola. Certo, molta parte dell'azione è in esso qualificata e mossa dalle condizioni politiche e dai politici avvenimenti, e molte miserie e vergogne noi vediamo, e molti propositi e atti, che con quelle condizioni e con quegli avvenimenti hanno attinenza strettissima e ne dipendono; ma sempre, di là dalle mutabili contingenze della politica, l'autore vede il saldo e il durevole delle costumanze e dei sentimenti umani, e in quel saldo e durevole fonda la sua struttura. Onde i caratteri tutti, numerosi e varii, hanno proprio essere, propria consistenza, propria operosità, e non son nomi e figure che servano soltanto ad allacciar l'azione, a reggere una tesi, a far muovere un'idea; e quando pure noi potessimo scordare le ragioni storiche del racconto, o non più sentire l'interesse tutto particolare ch'esse hanno per noi, il racconto terrebbe desta egualmente la nostra attenzione, ed egualmente, dall'un capo all'altro, ci darebbe occasione di vivissimo compia-

cimento. L'autore di *Piccolo mondo antico* è un pensatore e un artista, uno spirito a un tempo stesso agile, ponderato e vigoroso, nel quale mirabilmente si armonizzano la facoltà raziocinativa e l'estetica. In questo, ma non in questo soltanto, somiglia al Manzoni. Egli sa far vivere i suoi personaggi e svelarne l'interno senza avvilupparsi nelle fastidiose sottigliezze e nelle sofisticherie della tanto abusata analisi psicologica. Sa parlare delle umane miserie senza superbo disprezzo, anzi con quel giusto compatimento e quella non fiacca amorevolezza che procedono da retta cognizione del cuore umano, e quella cognizione promuovono: d'onde un delicato umorismo, non molto frequente nei romanzi dei giorni nostri. L'autore, pur sapendo assai bene descrivere, non cede punto a quella quasi mania descrittiva che venne in questi ultimi anni sempre più dilagando, ma con rapidi tocchi e sicuri ritrae le cose esteriori quanto è necessario a formare la scena dove i personaggi si muovono e si svolge l'azione. In pochi libri il reale si vede così distintamente rappresentato come in questo; in pochi l'ideale è così puro e forte: in pochissimi reale e ideale sono così vitalmente fusi insieme: onde chi lo legge non sa se più ne rimanga appagato il senso estetico o la coscienza, la ragione o il cuore. Dopo i *Promessi Sposi* non comparve in Italia altro romanzo più che questo meritevole d'esser loro accostato. *Piccolo mondo antico* è libro che altamente onora l'arte italiana e non l'arte soltanto.

Angelo Solerti consacrò allo studio del Tasso e della varia e copiosa sua opera molti e i migliori anni della giovinezza. A lui dobbiamo, condotta sugli autografi, la restituzione di quel testo della *Gerusalemme* che non pochi editori, ed esso più che altri il poeta, in tante guise alterarono; a lui ristampe faticose di opere minori e pubblicazione di scritti inediti; a lui saggi concernenti il poeta e quella corte di Ferrara che per tanti anni lo ebbe suo. Nessuno in Europa ha in fatto di studii tasseschi la competenza e le benemerenze che a buon diritto può vantare il Solerti. E il suo maggior titolo per questa parte è, senza dubbio, la *Vita di Torquato Tasso,* frutto di dieci anni d'ininterrotte e davvero sgomentanti fatiche. Quest'opera, a cui non disdice il nome di monumentale, fu pubblicata nel 1895, in tre grossi volumi, de' quali il primo e maggiore contiene propriamente la biografia; il secondo, lettere inedite e disperse del

poeta, e moltissime lettere di varii concernenti il poeta stesso e le opere sue; il terzo, documenti di vario genere, appendici di argomento storico e bibliografico, numerosi ritratti o veri o supposti. La biografia di Torquato si ha qui rifatta di pianta, e a rifarla il Solerti prese la via, non più facile certo, ma più sicura, e da' suoi predecessori non molto battuta, delle indagini d'archivio, e non è a dire quanta sia stata la copia di notizie da lui in tal modo raccolta, e quanta correzione ne sia provenuta al racconto di quella travagliatissima vita. Tutti sanno oramai che l'ammirazione, la pietà, o un non diritto senso del culto che devesi ai grandi, avevano intessuta intorno al nome del poeta una immaginosa leggenda, nella quale gli amori suoi e le cagioni della sua lunga sciagura, e la sua persona medesima, apparivano trasmutati non poco. Il Solerti affronta la moltiforme leggenda, la scommette, la dissolve, e con lavoro che deve tornare ingratissimo ai sognatori, ma gratissimo agli amici del vero, discopre un Torquato Tasso molto diverso da quello foggiato dalla fantasia e consacrato dalla tradizione. Si può lamentare che al diligentissimo studio dei casi del poeta non si accompagni in quest'opera un proporzionato e adeguato studio della mente e delle dottrine di lui; che delle opere si faccia assai più la storia esterna che l'esame interno; che la esposizione non sia a volte così attraente come, senza punto detrarre a serietà, potrebb'essere; ma, tale quale l'autore la fece, questa biografia di Torquato Tasso è opera di capitale importanza, e di nessun altro dei nostri sommi o prosatori o poeti noi ne abbiam una che al paragone la superi.

Vittorio Rossi avrebbe potuto agevolmente, giovandosi del lavoro fatto da altri, scrivere sul Quattrocento un libro di compilazione, e invero non altro che questo chiedevagli il suo editore; ma egli, uso sino dalla prima sua giovinezza all'indagine scientifica, avendo della dignità e dell'officio degli studii un concetto altissimo, sdegnò la minore fatica, e compose un libro che ben può dirsi suo, e che collocandosi accanto a quelli del Burckhardt e del Voigt, per bella originalità se ne distingue. Il tema è dei più laboriosi e difficili. In quel nostro secolo decimoquinto due letterature, come ognun sa, si trovano a fronte, e parte s'aiutano, parte si combattono, la latina cioè e la volgare; e sono molt'altri contrasti di varia natura, e moti occulti,

o mal definiti, di cose che cessano, o avvengono, o si preparano. Scorgere e signoreggiare così varia e copiosa materia non si può senza perseverante e ben condotta fatica, senza larga comprension di pensiero e valido intendimento. Il Rossi ebbe forze adeguate al bisogno. E prima di tutto egli la materia storica accresce, recando, frutto di particolari e felici ricerche, un numero grande di fatti nuovi; poi, procedendo nella esposizione e nel racconto, egli continuamente vede e nota i rapporti che passano tra i fatti della storia letteraria e quelli della storia dell'arte, e, in generale, di tutta la storia civile, intesa nel più largo significato della parola; finalmente il tutto egli coordina e assume per modo da porgere di quel secolo una immagine sintetica ben rilevata e vigorosamente colorita. Certo che da questa o quella opinione, da questo o quel giudizio espresso dall'autore altri potrà dissentire. Non tutti coloro, per citare un esempio, i quali abbiano presenti alla memoria le belle pagine dove il Burckhardt parla del circoscriversi e assodarsi della individualità come di fenomeno caratteristico del nostro Rinascimento, vorranno lasciarsi persuadere alle contrarie argomentazioni del Rossi; ma qual che sia il vero, il dibattito giova. Il *Quattrocento* del Rossi è indubitatamente uno dei migliori libri di storia letteraria che siensi in questi anni pubblicati in Italia, e chi lo legge non può non formare il desiderio che parecchi altri dei nostri secoli letterarii s'abbiano storie di pari valore.

Tali, o colleghi onorevolissimi, i giudizii in cui s'è concordata unanime la Commissione vostra, la quale, per adempire il suo officio, vi propone di conferire l'un dei due premii per intero ad Antonio Fogazzaro, autore di *Piccolo mondo antico,* e di spartire l'altro egualmente fra Angelo Solerti, autore della *Vita di Torquato Tasso,* e Vittorio Rossi, autore del *Quattrocento.*

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza dell'11 Giugno 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Pezzi, Cipolla, Pizzi e Ferrero, che, invitato dal Presidente, funge da Segretario.

Il ff. Segretario dà lettura dell'atto verbale della precedente adunanza, il quale è approvato.

Il Presidente propone che, in segno di lutto per la morte del Socio Segretario Nani, sia levata l'adunanza. Avverte i Socii che abbiano da presentare note per gli *Atti* o proprie o di estranei sotto la loro responsabilità, di consegnarle alla Segreteria accademica, salvo a farne regolare presentazione alla Classe nell'adunanza successiva del 25 dello stesso mese.

In conformità a tale avviso furono presentate le seguenti note inserite negli *Atti*.

1° *Notizie sulla camparia in Cuneo nel sec. XIV,* del Socio Cipolla;

2° *Le tombeau de Béatrix de Portugal duchesse de Savoie dans le château de Nice,* di Eugenio Cais de Pierlas, presentata dal Socio Claretta;

3° *Nicod de Menthon e le aspirazioni sabaude al ducato di Milano (1445-50),* del dott. Arturo Segre, presentata dal Socio Cipolla;

4° *Vicende e conseguenze di una lezione liviana (ab Urbe condita, XXI, 45, 3) intorno al nome del luogo della battaglia ad Ticinum,* del prof. Carlo Giambelli, presentata dal Socio Cipolla.

LETTURE

Notizie sulla camparia in Cuneo nel sec. XIV;

Nota del Socio CARLO CIPOLLA.

Al ch. cav. Lorenzo Bertano, autore di una eruditissima storia di Cuneo, che giunge fino al 1382, debbo notizia di qualche documento del sec. XIV riguardante i campari di Cuneo. I dati sono frammentari, tuttavia essi sono ancora tali da poter fornire sufficiente sicurezza per credere che anche in Cuneo le consuetudini sui campari e sulla sicurezza campestre fossero analoghe a quelle che vigevano dovunque.

Le nostre cognizioni sulla camparia poggiano specialmente sulle disposizioni statutarie trascritte il 3 agosto 1302 (1), ma senza dubbio anteriori e di molto a questa data. In questo documento (2) c'è anzitutto un accenno incidentale ai cam-

(1) La pergamena che le contiene, e che si trova nell'Arch. di Stato di Torino, *Cuneo*, mazzo I, è certamente originale. Una trascrizione del 1767 venne citata dal BERTANO, *Storia di Cuneo*, II, 411-12, come esistente nell'Archivio Comunale di Cuneo.

(2) Ne soggiungo qui il principio:

In nomine domini nostri Jesu Christi amen.

(S. T.). Anno Domini Millesimo trecentessimo secundo, indicione XV[a], die veneris IIJ° augusti, in Curia, sub porticu Curie, presentibus Francischo de Vaudierio [*Valdieri*] ////ndo Carcaro notario, Henrico Bruno notario et Nicholino Becho notario testibus ad hoc vocatis et rogatis. Dominus Brenerius de Biachis, iudex civitatis Cunei, precepit mihi Frederico Marcho notario infrascripto, quatenus ad instantiam et postulacionem Ardicionis Bruni notarii sindici et procuratoris conventus monasterii Sancti Dalmacij de Burgo, nomine ipsius monasterii, de quo sindicatu patet per cartam factam per me notarium infrascriptum sub eisdem anno, millesimo et indicione, die lune penultimo mensis Jullii, infrascripta capitula et partes ipsorum scripta et scriptas in volumine capitullorum Cunei, autenticarem et in forma publica redigerem instrumenti. Tenor quorum capitulorum et parcium predictarum talis est. Primo. Ego potestas, miles et iudex comunis Cunei iuro ad Sancta Dei Evangelia facere racionem cuilibet, *etc.*

pari (1), ai quali si dà l'obbligo di denunciare anche i danni recati dalle capre del Monastero. Inoltre vi si riporta il principio e la fine di un capitolo, che poi ricomparisce per intero negli Statuti del 1380. Di questi ultimi statuti esso forma il capo 450, col titolo " de dampnis clandestine datis ", ed è seguìto da una lunga aggiunta. Gli viene appresso il capo 451 " de eodem ", che evidentemente non può risalire ad alta antichità. In questo modo possiamo distinguere ciò che preesisteva al 1302, e che in quest'anno venne confermato, da quanto spetta ad età meno antica.

Parlammo degli Statuti del 1380; veramente il Codice che li dà, porta questa data, con aggiunte del 1381, ma nel tempo stesso presuppone che Cuneo fosse già sottoposta ad Amedeo VI di Savoia, cui la città si assoggettò solo nel 1382 (2).

Le prescrizioni dell'antica disposizione statutaria sono importanti assai, e si riferiscono all'autorità dei campari, ancorchè ad essi appena si alluda.

Vi si stabilisce adunque, che il danno recato agli abitanti di Cuneo, dalla camparia di Cuneo sin verso Cuneo, venga emendato dal Comune di Cuneo. Se venne danneggiata una persona di Cuneo nel tenere di una villa, metà del danno sia soddisfatto dal Comune di Cuneo, e metà dal Comune della villa, in cui il danno fu fatto. — Se il danno venne fatto ad uno della villa, e l'atto fu compiuto nella villa, emendi il Comune della villa; se invece avvenne nei fini della camparia di Cuneo, il danno sia soddi-

---

(1) ...Et si contingerit capras domini abbatis (*di Borgo S. Dalmazzo*) reperiri in dampnum alicuius, camparii teneantur eas denonciare et domnus abbas sua voluntate promitat solvere emendam.

(2) Gli Statuti del 1380, che si conservano nell'Archivio di Cuneo, secondo le notizie favoritemi dal Bertano, cominciano, dopo l'indice, in questo modo: " In nomine Domini amen. Anno nativitatis Domini millesimo trecentesimo octuagesimo. Ad honorem domini nostri Jesu Christi, et gloriose Virginis Marie matris eius, beati Dalmacij tociusque Curie celestis, ad exaltationem, gloriam et honorem incliti principis domini nostri domini A. Sabaudie comitis et heredum suorum, et ad bonum et pacificum statum comunis Cunei tociusque districtus et universitatis eiusdem ". Dopo il f. 160 *v* cominciano le aggiunte, delle quali la prima è del 6 marzo 1381, indizione IV. Ora devesi avvertire una contraddizione fra queste date, poichè nè nel 1380, nè nel 1381 Cuneo era ancora sottoposta ad Amedeo VI, al quale si assoggettò solo il 10 aprile 1382.

sfatto per metà dal Comune di Cuneo, e per metà dal Comune di quella villa. Se venne fatto nel territorio d'altra villa, si emendi dai Comuni delle due ville, a stima di due buoni uomini eletti dal Consiglio generale di Cuneo. Se uno stimatore, o un suo stretto parente, ricevesse egli stesso un danno, venga sostituito da altri nell'officio, purchè il danneggiato ne faccia denuncia.

Il danno devesi denunciare fra tre giorni da quello in cui si conobbe, al vicario od al giudice. Questi devono rintracciarne l'autore, e, se il danno è grave, si ponga a tormento l'autore sospetto. Trovato il reo, esso sia condannato a risarcire il triplo del danno, e, fino a pagamento compiuto, sia tenuto prigione. Si stabiliscono le pene del reo, e la sostituzione delle pene corporali alle multe nel caso d'insolvibilità. Se la emenda viene fatta dal reo, il Comune di Cuneo o della villa cessa dall'obbligo del risarcimento. È punito chi favorisce la fuga del reo.

Si stabiliscono le regole per la stima, e per il pagamento agli stimatori. Questi giurino di non ricevere regali dalle parti. Il danneggiato giuri di non dar regali agli stimatori.

Si definisce come siano da pagarsi i danni fatti nelle valli: siano soddisfatti sia dagli abitanti di Cuneo, sia da quelli della villa.

Segue l'elenco dei danni da emendarsi, e cioè: incendio, devastazione delle biade, dei legumi, della canapa, del lino; danni recati dal morso delle bestie, ecc.; danni alle bestie. Il danno causato da incendio in Cuneo, o nelle chiuse delle ville, non viene soddisfatto dal Comune.

Viene escluso dal risarcimento del danno, chi non paga il fodro di Cuneo. Per altro al monastero di Borgo S. Dalmazzo concedesi che il danno sia soddisfatto, concorrendovi per un terzo gli abitanti di Cuneo, per altro terzo gli abitanti del Borgo, e per il rimanente gli abitanti della valle del Gesso.

Vengono poi le aggiunte date dagli Statuti del 1380. Riguardano anzitutto le minacce di pene a coloro che fraudolentemente vogliono farsi pagare i risarcimenti. Non si risarcisca il fieno bruciato o comunque perduto dopo la festa di S. Martino. L'accusa sia fatta nei 15 giorni seguenti al danno fatto, e la stima fra 8 giorni dalla denunzia. Anche gli estranei, che possedono nel Cuneese, sono tenuti a contribuire al risarcimento dei danni.

Nel cap. 451 si ammette che se una persona di Cuneo posseda nel territorio di una villa, e vi riceve danno, il comune della villa la risarcisca. Se è di buona fama, si stia alla sua denunzia, suffragata dal giuramento. Si stabilisce che gli stimatori del Comune di Cuneo facciano le dette stime, a spese della villa.

Segua il testo che c'interessa. Pongo fra [ ] quanto spetta solo allo Statuto del 1380, e non anche al documento del 1302.

[Cap. 450.

De dampnis clandestine datis].

Iterum statutum est quod si fieret aliquod infrascriptorum dampnorum clandestine et furtive alicui persone habitanti ad focum [*Stat. 1380:* fochum] et catenam cum familia quam habet in Cuneo et continentibus edificiis Cunei, vel in villariis Cunei [*lo Statuto del 1380 aggiunge:* vel in villariis nunc respondentibus in Cuneo, vel pro tempore respondebunt], exceptis in villis valium, quod emendetur ei ut infra (1). Et prius si factum fuerit alicui habitanti in Cuneo vel posse Cunei, a campariis Cunei versus Cuneum, emendetur per Comune Cunei. Et si factum fuerit alicui predictorum de Cuneo in aliquo predictorum villariorum vel territorio alicuius ipsorum super finibus eorum camparie, emendetur per comune Cunei medietas et alia medietas per comune illius villarii, in quo villario seu territorio factum esset dampnum. Et si dampnum factum fuerit alicui persone habitanti in aliquo dictorum villariorum in dicto villario in quo habitaret vel super finibus camparie illius villarii, emendetur per comune ipsius villarii. Et si factum fuerit alicui habitanti in aliquo dictorum villariorum in Cuneo vel super finibus camparie Cunei, medietas emendetur per comune Cunei et alia medietas per comune illius villarii. Et si factum fuerit alicui dictorum villariorum in territorio alterius villarii vel in villario, emendetur comuniter per comunia dictorum duorum villariorum, iuxta extimationem et secundum quod extimatum fuerit per duos vel tres bonos homines et legales electos in consilio generali comunis Cunei, quorum officium duret per tres menses. Et si infra dictos tres menses alteri ipsorum extimatorum factum esset aliquod de infrascriptis dampnis vel alicui persone actinenti ei in proximo gradu usque ad consobrinos secundos inclusive, loco ipsius alius eligatur per electores officialium, et hoc si passus dampnum ipsum denunciaverit vicario vel iudici infra tres dies a die qua ad eius notitiam pervenisset

(1) Dopo queste parole, la carta del 1302 salta fino al punto che indicheremo in appresso, sopprimendo essa il testo per brevità. Qui viene naturalmente supplito cogli Statuti del 1380.

et ipsam denuntiam scribi fecerit in actis curie criminalium, iurando quod dictam denuntiam facit infra tempus preductum a die licentie; et si scit quis hoc fecerit et in quibus suspicatur et qua causa suspicatur. Et vicarius et iudex teneantur dictam denuntiam per notarium scribi facere et predicta subtilius et diligentius quam poterit inquirere quis fecerit dictum dampnum, recepta prius denuntiatione predicta. Et si dictus vicarius vel iudex habuerit presumptionem legiptimam contra aliquam personam de dampnis infrascriptis, videlicet de combustione alicuius domus, vel alterius hedificii, vel de combustione messium, seu marcenchorum feni (1) seu palearum vel de incisione vitium alicuius possessionis vel de depopulatione aliquorum fructuum valentium a solidis centum supra, vel pro derobatione messium marcenchorum existentium congregatorum seu iam recollectorum, seu pro derobatione feni ascendentium ultra solidos centum Astensium, teneantur ipsum suspicatum, si de eo legiptimam habuerit praesumptionem, ponere ad tormentum, aliquo capitulo non obstante, nisi inculpatus vel denuntiatus iustam fecerit defensionem. Et vicarius pro inquirendo predicta possit dare de here comunis, cum consilio sindicorum, usque in quantitatem, quam dictis sindicis videbitur oportunam. Et si vicarius vel iudex invenerit illum vel illos qui fecerint aliquod de predictis dampnis, teneatur illum vel illos condempnare ad restitutionem dampni dati in triplum, iuxta extimationem predictorum hominum ad hoc electorum ut supra, et eum vel eos detinere quousque fecerit seu fecerint restitutionem et bannum fuerit solutum prout inferius continetur. Et primo si dampnum fuerit a solidis sexaginta usque ad solidos centum, solvat bannum libras decem Astenses et restituat dampnum ut supra. Et si solvere non poterit et restituere, decoquatur in fronte ut robator. Et si dampnum fuerit a solidis centum usque ad libras decem Astenses solvat bampnum libras vigintiquinque Astenses et restituat dampnum ut supra, et si solvere et restituere non poterit, amittat pedem. Et si dampnum fuerit a libris decem supra, solvat pro bampno libras quinquaginta Astenses et restituat dampnum in triplum. Et semper fiat restitutio antequam solvatur bannum. Et si restitutio facta fuerit, non teneatur comune Cunei nec aliquod comune villariorum emendare. Et si quis factor vel dator alicuius de dictis dampnis se absentaverit, banniatur ut robator, et qui eum hospitaretur vel ei daret cibum vel potum, vel eum associaret, vel eum reduceret in castro vel domo de forcia solvat pro banno tantum quantum solveret pro robatore. Et predicti extimatores teneantur ire ad locum ubi factum esset dampnum et si dictum dampnum videretur eis fore emendandum, extimetur et emendetur ut supra, nisi sindici comunis Cunei

(1) Il fieno che si taglia nel marzo.

vel sindici villariorum vel villarum vel alicuius eorum contradixerit et iuxtam habuerit causam contradicendi, quam causam ostendere debeant infra quindecim dies a tempore quo eis fuerit denuntiatum. Et quilibet predictorum extimatorum habeat pro quolibet miliari, quo iverit causa extimandi aliquod suprascriptorum seu infrascriptorum dampnorum, pro via et extimatione, solidos duos Astenses. Et si iverit usque ad unum miliare vel quasi habeat pro via et extimatione solidos tres Astenses. Qui extimatores iurent facere eorum officium bona fide et sine fraude, et non capere nec recipere per se vel aliam interpositam personam, nisi prout in capitulo continetur. Et si reciperint, solvat quilibet ipsorum pro banno libras tres Astenses, pro qualibet vice. Et vicarius teneatur facere iurare quemlibet cui dampnum factum fuerit quod ipse non dabit aliquod servitium dictis extimatoribus nec alicui eorum nec alicui nomine ipsorum per se nec per aliam personam in banno solidorum sexaginta Astensium pro quolibet et qualibet vice. Et si dampnum factum fuerit alicui villariorum in aliqua villa vallium vel eius territorio quod emendetur per homines illius ville, in qua, vel in cuius territorio factum esset. Et si factum fuerit alicui de vallibus in Cuneo, videlicet a media via cuiuslibet villarii versus Cuneum, quod emendetur per comune Cunei, scilicet per stantes in Cuneo et continentibus hedificiis Cunei. Et si factum fuerit alicui dictarum vallium in aliquo dictorum villariorum vel a media via cuiuslibet villarii versus villarium, quod emendetur per homines dicti villarii in quo villario vel territorio factum esset. Dampna autem que debent emendari sunt hec. Incendium, salvo quod in incendiis non emendentur arbores salvatice nec nemora salvatica; fenum combustum vel vastum vel aliter amissum in pratis seu campis a kalendis februarii in antea non emendetur per aliquod comune; vastium segetum, leguminum, canabi vel lini et dampnum factum per esum bestiarum, scilicet in vineis, in altenis (1), per totum annum et in messibus et marcenchis a kalendis aprilis in antea, etsi dampnum datum per esum bestiarum in dictis messibus et marcenchis ascenderet ultra solidos decem Astenses; et interfectio grosse bestie et magagnatio ipsius; vastum vinearum et altinorum a solidis decem supra et vastum arborum domesticarum et salicum; vastum molandini, tornagli (2), batanderii (3) et paratorii (4), ubi non fit ignis nec lumen nisi in lanterna de cornu bene clausa, et batenderium esset clausum circumquaque de muro vel de pariete de assibus et coopertum de sindulis (5) vel de coppis vel

(1) Oggi *autin*, vigna il cui terreno è coltivato a campo.
(2) Opificio per riversare le acque.
(3) Battitoio.
(4) Follatoio.
(5) Specie di coperto fatto di assi accostate le une alle altre (Du Cange,

de losis (1), salvo quod incendium factum in Cuneo et continentibus hedificiis Cunei et infra clausuras predictorum villariorum Cunei vel palancarum non emendetur per aliquod comune. Si vero villarium in quo incendium factum fuerit non habuerit clausuras muri vel palancharum (2), emendetur per homines illius villarii, eo salvo quod si factum fuerit alicui de Cuneo in aliquo villariorum ex clausuris emendetur per comune Cunei et illius villarii, in quo dictum incendium sive dampnum factum esset (3), et salvo quod aliquod predictorum dampnorum non emendetur alicui qui non det fodrum in Cuneo vel dare tenetur ad certum terminum, excepto monasterio sancti Dalmatii, cui fiat emenda, silicet quod emendetur eidem monasterio tertia pars damni dati eidem monasterio [*lo Stat. del 1380 omette le parole* e. m.] per homines habitantes in Cuneo et continentibus edifficiis [*Stat. 1380:* hedificiis] Cunei, alia tertia pars per homines Burgi, alia tertia pars per homines vallis Gecii infra terminum et secundum formam predictam (4). [Et si aliqua persona in predictis et circa predicta aliquam commiserit fraudem, quod ei emenda fierit aliqua per comune Cunei vel per aliquod villarium vel fraudolenter petierit quod ei emendetur, solvat bannum libras decem Astenses. Et quod aliquod fenum combustum, seu aliter amissum in pratis Moracii post festum sancti Martini non emendetur per aliquod comune. Et non habeat locum presens capitulum ad emendandum dicta damna, nisi denuntia sive accusa facta fuerit infra quindecim dies a die dampni dati et revisum per extimatores predictos a die denuntie sive accuse facte infra octo dies proximos numerandos. Et si aliquis extraneus haberet possessiones aliquas in fine sancti Beligni vel alibi super posse Cunei teneatur solvere partem suam de dampnis datis seu vastis factis super finibus super quibus haberet dictas possessiones].

[Cap. 451.

De eodem.

Item statutum est quod si alicui persone de Cuneo habentes possessiones aliquas in fine seu posse aliquorum villariorum vel villarum

---

Gloss., ed. Henschel et Fabre, VII, 354-5). Questa parola conservossi in dialetto veneto nella forma *scandole*. Nel dialetto di Cuneo manca la parola, non usandosi più questa specie di coperto.

(1) Lastre di pietra.

(2) Assito.

(3) Nella pergam. del 1302 si tralascia tutto questo brano, ponendosi invece così: " et cetera usque ad locum ubi dicitur: et salvo quod aliquod predictorum dampnorum non emendetur alicui, qui non dat fodrum — ", e segue come nel nostro testo fino a: " — predictam ".

(4) Nella carta del 1302 segue: " et predictum et cetera que in dicto capitulo continentur ".

vel vallium Cunei et in ipsis possessionibus aliquod dampnum eis datum fuerit, quod dictum dampnum, non obstante predicto capitulo, emendetur per comune illius ville infra octo dies postquam eis denunciatum fuisset, et de dicto dampno credatur domino dictorum possessionum, si fuerit homo bone fame, cum iuramento. Et super extimandis dictis dampnis fiat extimatio per extimatores dampnorum comunis Cunei ad requisitionem illius cui dampnum datum fuerit, expensis comunis dicte ville. Et predicta intelligantur super campariis dictarum villarum. Et predicta dampna solvantur et restituantur post terminum octo dierum, incontinenti, sub pena solidorum sexaginta Astensium].

Finora abbiamo trovato molte disposizioni statutarie che si riferiscono a quella somma di fatti giuridici, cui appartiene anche l'attività dei campari. Ma non abbiamo peranco veduta alcuna carta statutaria, che si riferisca ai campari in senso stretto, ne stabilisca i diritti, ne definisca i doveri.

A questa mancanza suppliscono, in parte, alcune notizie che il cav. Bertano desunse dagli *Ordinati* di Cuneo. Da esse emerge che a Cuneo, come anche altrove (1), usavasi di anno in anno compilare in forma di disposizioni precettive, una specie di regolamento, ch'era basato naturalmente sulle consuetudini, nel tempo stesso che si trovava in armonia cogli Statuti. Tutto questo emerge da quanto siamo per dire riguardo agli anni 1362-64.

Al mese di novembre, nel Consilio si sceglievano tre persone per ciascuna delle quattro *camparie* di Cuneo, le quali persone avevano il titolo di " Electores Campariorum ", e dovevano eleggere i campari della propria camparia. Gli elettori, come è detto nell'ordinato 19 novembre 1363, si nominavano a schede, *ad brevia*, e trasceglievansi coloro " qui plus habent facere in finibus ". Le camparie poi erano: " ultra Jecium " (= Gesso), " de plano Burgi " (2), " de finibus Vignolii " (3), " de finibus Quaranti " (4).

Abbiamo registrate elezioni di tal fatta sotto il 25 novembre 1362 (*Ordinati*, vol. I [1362-65]), e sotto il 19 novembre 1363.

(1) Veggasi quanto si è detto intorno al villaggio di Tregnago nel Veronese, rispetto al sec. XVI, *Atti Accad. Tor.*, XXXII, 487 sgg.

(2) Borgo San Dalmazzo

(3) Vignolo.

(4) Quaranta, luogo ora distrutto.

Il 30 novembre 1363, per render possibile il trovare chi volesse assumere l'officio di camparo, il Consiglio ordinò che nessuno potesse portare " salices, bropas (= virgulti), sarmentas, vel castagnas „, fosse pure di sua proprietà, senza licenza de' campari, " sub pena solidorum decem pro qualibet carrata, et solidorum quinque pro fasso, et solidum pro emenda „.

Ma ciò non soddisfaceva ancora abbastanza, non potendosi trovare chi facesse il servizio di camparia " in plano Burgi et ultra Sturam „. Perciò, addì 24 febbraio 1364, il Consiglio stabilì: " quod illi, qui habent posse eligendi camparios, habeant posse paciscendi cum illis campariis, et quidquid fecerint, valeat et teneat, ac si per presens Consilium factum fuisset, non obstantibus aliquibus capitulis, quae capitula sint suspensa, quoad dicta pacta — „.

Da queste parole evidentemente puossi dedurre che già esistevano alcuni ordinamenti sui Campari, se ad essi intendevasi derogare in vista di pressanti circostanze. Questi regolamenti sono accennati di nuovo nei patti che in effetto furono stabiliti il 17 aprile di quel medesimo anno, nei quali si determinava quanto i campari avessero diritto di richiedere dai proprietari, per ciascuna *giornata* di terreno, pagando il terreno vitato più che il terreno posto ad altra cultura: fermavasi l'obbligo del camparo di risarcire i danni, dove non si trovasse il reo: ogni privato poteva scegliersi i proprii guardiani, nella stagione dell'uva matura, e in tal caso i campari erano esenti, a suo riguardo, dal dovere di guardia; i campari avevano il diritto d'avere dai proprietari alcuni *socii*, erano assoluti dalla pena che, nei patti precedenti li colpiva se si trovavano in Cuneo durante la giornata (dalle 9 ant. a vespero), ed erano liberi dal servizio militare, per la durata del loro officio. Questi patti costituiscono, lo si vede, un insieme di concessioni in favore dei campari, che si saranno lagnati di non potere altrimenti eseguire il loro officio, e guadagnarsi di che vivere.

Segua qui il testo dei nuovi ordinamenti (1).

Anno Domini millesimo cccLxiiii, indictione secunda, die mercurii xvii aprilis, infrascripta sunt [capitula] (2) et ordinamenta facta super

(1) *Arch. Com.*, *Ordinati*, vol. I, ff. 128-29.

(2) Parola omessa dall'amanuense.

camparios seu bealerarios finium plani Burgi inter Jecium et Sturiam, factos per Anthonium de Montemallo, Georgium Ghinamum et Cominum Bechum, quibus datum fuit plenum posse ordinandi seu capitulandi per generale consilium comunis Cunei, sicut in quadam reformatione dicti consillii plenius continetur ellectio predictorum.

Nomina campariorum sunt hec: Anthonius Rozacius et Johannes Raynaudus habitatores Cunei — Quod terminus eorum est in festo Nativitatis Domini et quod predicti camparii possint facere sibi solvi in festo sancti Michelis.

Ordinaverunt quod quelibet iornata vinei seu autini teneatur eis dare et solvere nomine camparie in fine eorum termini, solidum I astensem.

Item ordinaverunt supradicti, quod quelibet persona teneatur eis dare et solvere pro qualibet iornata terre, tam plene, quam vacue, aut sit pratum, vel insula, vel nemus, denarios VIIII astenses.

Item ordinaverunt supradicti, quod predicti camparii possint accusare quamlibet personam per totos confines eorum camparie, usque ad portam Burgi de omnibus quibuscumque qui inventi fuerint damnum facientes, seu ligna portantes, absque eorum licentia, et astullere possint colancium ligna portancium et credatur eis campariis de omnibus tangentibus ad eorum officium in eorum verbo, sine iuramento et ulla alia probatione.

Item ordinaverunt supradicti, quod si aliquod damnum factum fuerit alicui persone seu personis de quo modo esse possit, quod supradicti camparii teneantur emendare eorum propriis spensis, eo salvo quod si predicti camparii invenerint aliquam personam, cuiuscumque conditionis sit, in eorum finibus illum damnum similem facientem, quod condempnari teneantur ad emendam quallem solvere tenerentur dicti camparii; de omnibus quibuscumque dampnis intelligatur illud idem.

Item ordinaverunt supradicti, si quidem in tempore uvarum placuerit alicui persone vel personis eligere vardones in certis sortibus seu finibus et possessionibus eorum, et aliquod dampnum factum fuerit in aliqua sorte vel sortibus dictorum vardonorum, quod dicti vardoni teneantur emendare eorum propriis spensis, sic, modo et forma facerent camparii pro antea, et ad dicta dampna emendanda non teneantur dicti camparii tempore dictorum vardonorum et aliis temporibus non intelligatur.

Item ordinaverunt supradicti, quod si esset aliqua persona que non vellet, quod vardoni custodirent suam possessionem, quod camparii non teneantur eis facere aliquam emendam.

Item ordinaverunt supradicti, quod si quis non daret socios dictis campariis, quod ipsi non teneantur facere aliquam emendam.

Item ordinaverunt supradicti, quod dicti camparii teneantur petere

socios in Consilio; et si ipsi non peterent socios, quod dampnum eis imputetur et teneantur ad dictam emendam.

Item ordinaverunt supradicti, quod capitulum quod loquitur *quod si camparii inventi fuerint in Cuneo de tercia usque ad vesperos*, quod illud capitulum sit suspensum et vanum.

Item ordinatum fuit in Consilio generali, quod dicti camparii sint absoluti de custodia, dummodo ipsi sint in eorum officio dicte camparie (1).

Vicende e conseguenze storiche di una lezione Liviana (ab Urbe Condita, XXI, 45, 3) intorno al nome del luogo prossimo a quello della battaglia "ad Ticinum".

Nota di CARLO GIAMBELLI.

I. — Il passo, che fu l'oggetto del mio studio sopra Tito Livio in questi ultimi giorni, è il seguente: *Ponte perfecto, traductus romanus exercitus in agrum Insubrium quinque milia passuum a* Victumulis *consedit* (Titi Livii ab Urbe Condita, XXI, 45, 3). Questa è la lezione data dallo Stroth ed approvata dalla maggior parte dei critici moderni, dal Lemaire, Parisiis, MDCCCXXIII fino al Weissenborn, Lipsiae, MDCCCLXXXI-VII-XC, edizione seguìta dal prof. Cocchia per lo più (Loescher, 1892), il quale per altro nella *Prefazione*, p. XXVII, n. 2, confessa di servirsi del libro XXI, commentato dal Weissenborn, ma secondo la settima edizione migliorata, curata da H. J. Müller, Berlin, 1882, e di quella citata del Lemaire, e di altre edizioni illustrate per uso scolastico. Prima che lo Stroth desse fuori il suo emendamento: *a Victumulis*, leggevasi dagli antichi: *a Vico tumulis;* dal Drakenbork (*edit. quarta ..... recognita et emendata ab Johanne Theophilo Kreyssigio.* Lipsiae, MDCCCXXIII), il quale per altro accoglieva le varianti della Gronoviana e Crevieriana: *a Victumviis.* Le tre va-

(1) Qui ha fine il f. 129. Sul f. 130 seguono, d'altro carattere, alcuni atti del giugno 1365. Pare adunque che gli ordinamenti campestri del 1364 ci siano giunti monchi al fine.

rianti poi dànno luogo a diverse interpretazioni, che non mi sembrano da passare sotto silenzio. Ma quali sono le ragioni, che indussero lo Stroth ad accogliere: *a Victumulis?* Egli ammette l'autorità di un solo codice, senza dirci quale; dalla sua nota, che riferisce il Lemaire, appare che la precedente lezione: *a Victumviis* sarebbe una congettura del Rubens, filologo, che l'avrebbe derivata dal capo 57, § 9: *ad Victumvias obpugnandas*, conforme alla citazione del Drakenbork; *ubi tamen*, continua la nota, *alius locus est, tum demum ab Hannibale captus* etc. Ed appunto per questa diversità di luogo il Weissenborn, che qui segue lo Stroth, ed il Lemaire adottarono nel c. 45, 3: *a Victumulis*, e nel 57, 9: *ad Victumvias;* ed invece il prof. Cocchia approvava nei due luoghi: *a Victumulis ... ad Victumulas*, mentre, come dissi, diede il Drakenbork: *a Victumviis ... ad Victumvias.* Diciamo subito che tanto lo Stroth quanto il Drakenborck sono lodatissimi critici ed esercitarono tanta influenza negli studi Liviani dei posteri, che l'autorità loro dominò per cento anni e più nelle pubblicazioni della Storia Romana, quantunque l'opera dello Stroth, pur troppo non finita (poichè la sua edizione di Gotha del 1784 in tre volumi non comprende che la prima decade e i primi cinque libri della terza), continuata poi dal Doering, il quale, terminato il lavoro, ne fece una seconda edizione, 1796-1819, lasci presso gli eruditi qualche non lieve desiderio. Così pure il Drakenbork, il quale pubblicò il suo Livio in sette volumi nel 1738-46, *Lugduni Batavorum,* fu bensì diligentissimo, infaticabile nel ricercare, esplorare tutti i manoscritti e le edizioni, che fino a suoi tempi furono fatte, ma non ebbe l'acutezza del Gronovio e non consultò sempre i migliori codici; non rivide il Puteaneo, indarno ricercò il Magontino, trascurò il Bambergense della quarta decade, e non gli fu concesso l'uso del codice Viennese; si lamenta specialmente che abbia omesso il Puteaneo, forse perchè già usato dal Gronovio, 1644 e 1653, il quale dava nella prefazione un giudizio favorevolissimo (1) circa l'utilità di questo manoscritto: *in bello Punico secundo liber, quo de Tito Livio nihil antiquius nec sanctius Europa custodit.* Ma allora perchè queste due novità, l'una derivata da una semplice congettura, l'altra da un solo mano-

(1) Weissenborn, LXXXIV.

scritto e, pare certo, inferiore a questo e per giunta ignoto, novità che con diverse vicende furono messe in corso, l'una dal 1738 almeno, l'altra dal 1784? Anche il Madvig, acuto critico, approvava, con una leggiera varietà grafica, la lezione del c. 45, 3, dando: *ab Ictumulis* invece dell'altra: *a Victumulis,* e rimandandoci per questa variante al passo di Strabone, di cui più sotto, ed al suo volume delle emendazioni Liviane, pubblicato l'anno prima dell'edizione di Tito Livio (*Titi Livii Historiarum Romanarum libri qui supersunt ex recensione* Jo. Nic. Madvigii. Hauniae, MDCCCLXI-LXVI. Volumi 4, parti 2 per ciascun volume); nel 57, 9: *ad Victumvias oppugnandas.* Dei nostri critici, dopo la edizione principe e le successive, lodasi il Sigonio dal Cluverio, I, p. 226 e dal Weissenborn, che dice: *qui ... scholiis et chronologia adiecta bene de Livio meruit;* ma le altre non sono tenute in gran conto, sebbene Venezia e Padova nel secolo scorso ce ne abbiano date delle buone con e senza note o commenti.

II. — Sebbene si disputi di Polibio, pure, tranne la distanza alquanto diversa, Polibio e Livio s'accordano sul luogo della battaglia presso il Ticino; ma Floro lo pone *inter Padum et Ticinum,* I, 22, 10. Sarà più verso il Ticino, e quindi *apud Ticinum,* come dice Valerio Massimo V, 4, 2 (Orosio pure *apud Ticinum,* IV, 14), o più verso il Po, e quindi si legittimerebbe la notizia di Cornelio Nepote: *apud Padum,* in *Hannibale,* IV, 1; VI, 1? Inoltre c'è chi colloca questo luogo *tra il Ticino e la Sesia, non lungi da Vercelli* (Mommsen, *Stor. Rom.*, vol I, p. II, lib. III, c. V); e l'autorità dell'uomo è grandissima, ch'io non so chi oserebbe notare l'equivoco; ma se ne accorse egli stesso, *Corpus,* V, 715, in parte almeno, ponendo *Victumulas* presso Biella, come si vedrà più sotto. Un'ultima domanda: Tito Livio dice chiaramente: *in agrum Insubrium;* presso Vercelli siamo ancora nell'Insubria? Gli antichi eruditi assegnano all'Insubria confini diversi: Filippo Ferrari d'Alessandria pone l'Insubria tra l'Adda e la Sesia, e quindi non vi sarebbe più dubbio, quantunque escluda la città di Vercelli, mentre Voghera nella parte latina del suo *Lexicon* è collocata nella Liguria, fuori dell'Insubria, nella parte *volgare,* o italiana, è posta ancora nella Liguria, ma in Lombardia (*Novum Lexicon Geographicum ...* edidit Philippus Ferrarius. Isenaci,

MDCLXXVII). Ma, sebbene anteriore, pure descrisse forse meglio i confini dell'Insubria *Erycius Puteanus* (Henri Van den Putte) in principio della sua *Historiae Insubricae* (1) ammettendo per confini il Po, l'Adda, il Ticino e le Alpi (Leponzie). I quali confini corrispondono presso a poco a quelli stabiliti dal Cluverio: i *Libicii* fino all'Agogna poi anche Novara e Pavia, comprese coi *Laevi*, tra Vercelli e Lomello; l'Adda, il Po e le Alpi Leponzie, esclusi naturalmente i Cenomani, gli Orobii (*Italia antiqua,* Lugduni Batavorum, Anno ƆIƆ IƆC XXIV; lib. I, cap. 23-24, pagg. 231, 238); segue ora Tolomeo, ora Polibio, ora Livio, onde le sue titubanze. Citerò finalmente lo Smith (*Manuale di geografia antica,* Firenze, Barbera, 1868, pag. 505) che pone gl'Insubri tra l'Adda ed il Ticino, escludendo i *Laevi* ed i *Libicii;* e con ragione i Libicii, se *Vercellae*, come accenna anche Plinio, III, 17, 124, è la città principale dei *Libicii*. Quanto ai *Laevi* la cosa mi sembra dubbia, se, come attesta il medesimo Plinio, Pavia, *Ticinum*, è stata fondata dai *Laevi* e dai *Marici*. Ma i *Laevi* erano di stirpe Ligure per la testimonianza di Livio, V, 35; XXXIII, 36-37, e di Plinio, l. l., mentre gl'Insubri per la stessa testimonianza di Livio V, 34, erano di stirpe Gallica (Vedi eziandio l'*Onomasticon* del De-Vit sotto questi nomi). Allora facciamo la questione pregiudiziale, come si dice: *esisteva* non solo ai tempi d'Annibale, ma anche in quelli di Livio e di Plinio, *un'Insubria?* questo nome, come afferma il De-Vit, manca dell'autorità d'uno scrittore Latino, e se manca il nome, certo non poteva sussistere la cosa. Chi percorre le undici regioni, onde constava tutta l'Italia, sia presso Plinio, III, 5, 46 e segg., sia presso il Panvinio (*Imp. Rom.*, lib. III *Rei pub.*), che ci enumera con molta erudizione, le colonie, i municipii, valendosi dell'autorità degli storici e geografi latini e greci con una diligenza veramente ammirabile per quei tempi, non troverà certo una regione, o parte di essa, che si possa propriamente chiamare *Insubria,* come abbiamo l'Etruria, l'Umbria, il Piceno, la Venezia, la Liguria, ecc. Sembra che Roma ponesse una somma cura nel man-

(1) LOVANII, MDCXXX. Non è molto lodato da qualche moderno, come dal Vapereau; fu discepolo di Giusto Lipsio e ritrasse forse qualche difetto del celebre maestro. L'opera sua tuttavia fu dal Grevio stimata degna di entrare nel suo *Thesaurus*.

tenere divise, frantumate, specialmente le popolazioni Galliche, quelle della *Transpadana* più ancora di quelle della *Cispadana*. E credo che ne avesse le sue ragioni, giustificate del tutto nei moti della guerra Annibalica. Si affrettavano i Romani a fondare, a beneficare colonie: *Cremona*, *Placentia* sorsero l'anno prima della discesa in Italia di Annibale (1); se non si mantenevano fedeli, sapevano benissimo castigarle, come fecero più tardi a Como, *Comum,* rifondata quasi e chiamata poi *Novum Comum;* per risparmio di tempo rimando il lettore, che vuol conoscere tanto la cronologia, quanto le condizioni di queste e delle altre colonie dell'Italia superiore, media ed inferiore al moderno lavoro del prof. E. De Ruggiero sulle *colonie* (Spoleto, 1896. Estr. dal *Diz. Epigraf.*). Dunque lasciamo a parte l'Insubria co' suoi confini e riteniamo solo il testo Liviano: *ager Insubrium,* che per quanto esteso non doveva prolungarsi oltre il Po fino a Piacenza, oltre il Ticino fino alle vicinanze di Vercelli, oltre l'Adda, sopra le Alpi Leponzie, ed oltre i due laghi, il Maggiore e quello di Como. E riguardo al luogo segnato da Livio, ricordiamoci che se fosse stato *non lungi da Vercelli,* come vorrebbe il Mommsen, la battaglia non sarebbe avvenuta *ad Ticinum, apud Ticinum, inter Padum et Ticinum*, estendendo pure il limite secondo Floro.

III. — Possiamo facilmente ammettere che l'*ager Insubrium* dopo l'invasione Gallica, narrata da Livio nel libro V, 34-35 abbia variato di confini; osserva il Cluverio, vol. I, lib. I, p. 226 che i Saluvii, progenitori dei *Libicii*, abitavano nei dintorni del Ticino; Livio narra che gl'Insubri non lungi dal fiume Ticino fabbricarono Milano, che divenne poi e fu ritenuta per loro capitale; quindi se le sedi variano di questi popoli Gallici, i confini non si estendono, anzi nei primordii sono angusti. Ma vediamo i luoghi tra la Sesia ed il Ticino; presso Vercelli avvenne la sconfitta data ai Cimbri da Mario; sono celebri i *campi Raudii* che si pongono, più che nel Veronese, nella Lomellina, o presso Vercelli; ne rammenta l'antico nome il moderno Robbio (2). Vi

(1) VELLEIUS PATERCULUS, I, 14, 7; tanto Velleio, quanto Plinio, citano Catone, pur criticandolo.

(2) Il CLUVERIO, I, p. 234-35, non lo afferma recisamente. Vedi il DE-VIT, *Dissertazioni sui Britanni e Cimbri*, *Opere varie*, vol. VI, p. 294-304; 306-8;

sono nelle vicinanze Candia e Cozzo. Quest'ultimo villaggio, di cui più sotto, corrisponde alla *mutatio* ricordata negli antichi Itinerarii, *Cottiae*, *Cuttiae* (Mommsen, *Corpus*, V, 715; De-Vit, op. cit. e Promis, *Storia dell'antica Torino*, pag. 431, 432); giace tra *Laumellum* presso *Ticinum*, *Carbantia* e *Rigomagum* presso Trino; insomma tra Pavia e Vercelli. Nell'agro Vercellese vi sarebbero gli *Ictimuli* o *Victimuli*, secondo Plinio e Strabone, che dovrebbero essere identici ai *Victumuli*, oppure *Ictumuli*. Ma il passo di Strabone contiene una circostanza di più che quello di Plinio; porrebbe due villaggi nel Vercellese e nella prossimità di Piacenza, V, 1, 12: Καὶ ἐν Οὐερκέλλοις χρυσωρύχιον (meglio χρυσωρυχεῖον) ἦν · κώμη δ' ἐστὶ πλησίον Ἰκτουμέλων (altri: Ἰκτουμούλων), καὶ ταύτης τῆς κώμης, ἄμφω δ' εἰσὶ περὶ Πλακεντίαν. Io non so come si possano accordare queste due situazioni ad un tempo nel Vercellese e nei dintorni di Piacenza, lasciando stare le altre questioni di grafia del nome proprio e della città dei Celtiberi Ἰκτούμελα (oppure Οὐικτόμελα), Diodoro Siculo, 25, 22. Plinio invece parla bensì della cava dell'oro (*aurifodinae Ictimulorum lex*), ma nell'agro Vercellese solamente, senza nominare nè un secondo villaggio, nè alcuna città della Cispadana (V. Plinio, XXXIII, 4, 78; qui si tratta solo di una legge censoria, che proibiva ai pubblici appaltatori di questa miniera, o cava aurifera, d'impiegarvi più di cinque mila operai). Il Promis, che discorre di entrambi questi luoghi, op. cit, pag. 18, mettendo in ridicolo l'etimologia dell'Harduin: *Ictimuli*, *ab Icti mulis*, p. 129 (v. anche Cluverio, I, p. 232), confrontando Livio, Plinio e Strabone, omette, non so perchè, le parole del sommo geografo, che indicano la vicinanza di Piacenza. Forse meglio e più chiaramente il De-Vit nell'*Onomasticon*, quantunque non abbia ravvisato la contraddizione del passo Straboniano, per cui si confonde l'agro Vercellese con quello di Piacenza, distingue *Victimula*, accennata anche dall'Anonimo Ravennate, e posta

---

il Promis, p. 53. Il Kiepert pone *Robbio* con un punto interrogativo; in ogni caso sta per la pianura tra Vercelli, Novara, Lomello e Cozzo (*Lehrbuch der alten Geographie*, Berlin, 1878, pag. 397). Il De-Vit scrisse ancora un opuscolo *Sulla via tenuta dai Cimbri per calare in Italia* (dagli " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", vol. XXVII, 31 dic. 1891) contro l'opinione del prof. E. Pais, che farebbe discendere i Cimbri dalle Alpi Carniche e ne porrebbe la sconfitta presso Brescello.

non longe ab Alpe, sopra Ivrea, da quella, che sarebbe, secondo la correzione dello Stroth, indicata da Livio: *a Victumulis;* reca in mezzo una opinione di alcuni colla spiegazione data dal Durandi e dal Bruzza. Alcuni, e tra questi l'Amoretti, collocano i *Victimuli* in *Valle Anzasca,* dov'è il comune detto: *Piè di Mulera* e *Cima Mulera* (nell' Ossola; Amoretti, *Viaggio da Milano ai tre laghi*, Milano, Silvestri, 1824, p. 83). *Sed praestat Durandi sententia* (*Dell'antica condizione del Vercellese*, p. 50 e segg.), *quam firmat etiam Walchenaer* (in *Géogr. de la Gaule*, I, p. 168), *qui extitisse Victimulos putant, ad confluentem torrentis vulgo:* Vienae et Elvae: *inter hodiernam* Biella *et* Ivrea. *Huc spectant, quae fusius persequitur* Bruzza (*Iscrizioni antiche Vercellesi*, p. CXIV et sqq.). L'opera di Ludovico Bruzza Bernabita, Roma, 1872, è molto lodata anche dal Mommsen, che se ne serve nel suo *Corpus Inscr.* sotto: *Vercellae,* vol. V, p. 736; del Durandi (1) si giova il Promis, p. 18, che pone gli Ittimuli tra la Dora Baltea e la Sesia sino all'*Elvo* ed al *Cervo*, notando pure che Livio li mette *più verso il Ticino e sulla sua destra*. Ma il De-Vit, pur approvando, come si vede, la lezione emendata dai critici, soggiunge tosto: *Distinguendus est autem hic locus* (secondo la spiegazione del Durandi e del Bruzza) *ab alio haud longe a Ticino, quem nominat Livius*, XXI, 45: *Ponte perfecto,* etc. ... *coll. ibidem* 57, *ubi idem locus Victumviae appellatur, ut idem* Bruzza *loc. cit. monet, addens praeterea varie haec loca legi in Mss. codd. et editis libris.* Ma se i luoghi sono diversi, e non so infatti come si possa da una località di *Valle Anzasca*, o tra Vercelli e Biella, o tra Ivrea e Biella, saltare alle vicinanze del Ticino, perchè, ripeto, debbono avere i medesimi nomi? singolare veramente è la spiegazione data dall'Amoretti, erudito stimatissimo a' suoi tempi (1741-1816), il quale, accortosi del salto troppo pericoloso, massime traducendo lo Straboniano: περὶ Πλακεντίαν, *sopra Piacenza,* non *intorno a ..., presso* e simili, avverte: " ma ciò non fa meraviglia " a chi sa che essendo Piacenza la più cospicua colonia romana " della Gallia Cisalpina, ad essa riportar soleano i romani e greci " scrittori ciò che questi paesi riguardava ".

(1) Si torna più sotto sull'opinione del Durandi. — Il fiume Elvo sarebbe stato detto *Victium*, secondo il prof. Hugues, *Dizionario di Geografia antica*. Loescher 1897.

IV. — Confessa il Mommsen la sua svista, *non satis considerate collocavi Victiumulas*, per ciò che riguarda Biella e le sue vicinanze, *Corpus Inscr. Latin.*, vol. V, p. 715; ma pure riprodotto il passo Liviano, XXI, 45, 3, con quell'altro, 57, 9, mantiene la lezione emendata accanto a quella dei codici: *a Victumulis (a vicotumulis) .... ad Victumulas (ad Victumvias)*, ed aggiunge: *aut in ipsa Padi ripa sinistra sitae fuerunt, aut certe proxime a Pado, prope ostia Ticini, ibi fere, ubi nunc est* " Carbonara ". Si vede che egli, come dice, più che agli altri autori citati, s'accosta a Livio, citando tuttavia anche Strabone nella sua comune lezione. Ma oltre l'incertezza del luogo, se posto sulla riva sinistra del Po, oppure vicinissimo al Po, presso la foce del Ticino, mentre Livio dice con grande precisione: alla distanza di *quinque milia passuum a .....*, vi è sempre da conciliare il Pavese col territorio Piacentino.

Il Mommsen si ferma sulla circostanza dell'*ager Insubrum*, od *Insubrium;* ammettiamo pure che *Carbonara*, o quell'altro luogo sulla riva sinistra del Po, fosse compreso in questo *ager*, che, come accennai di sopra, non aveva confini determinati, e pare anzi che variassero a seconda dei tempi, e forse da angusti, com'erano a principio, si andassero vieppiù estendendo di mano in mano che acquistava importanza quel territorio col suo centro, Milano, verso gli ultimi tempi della repubblica e meglio ancora nell'impero. Ma lasciamo gli eruditi moderni e cerchiamo nelle dispute anteriori l'origine, la causa principale di questa variante Liviana. Nella *Historia patria* di Tristano Calchi, Mediolani M DC XXVII, lib. I, pag. 7, si legge scritto con una frase Liviana in principio: *Interim a Placentia in agrum Insubrium traducitur Romanus exercitus, Ticinumque pontibus iunxere, ubi quia de urbe nulla fit mentio, dubitat Blondus, utrum ea adhuc condita fuisset. Ego pariter miror Plinium et Ptolemaeum nullum verbum facere* Cottutae, *ad cuius confinia sitam urbem Ticinum cum amne eiusdem nominis, supra Placentiam triginta sex milliaria, Strabo meminit. Ceterum cum Annibale Scipio conflixit et victus* etc. Nella parola *Cottutae* dubito che ci sia un equivoco, del quale ci dovrebbe chiarire il testo greco, se fosse giusto; volle forse il Calchi accennare Cozzo, posto tra Pavia e Vercelli, come sopra si disse, luogo *haud postremi nominis, quod in tabula itineraria primariae urbis figura exhibetur, quamquam in Hierosoly-*

mitano itinerario " Mutatio " *tantum perhibetur, cuius generis loca etiam* " Mansionibus " *erant inferiora* (Cluverio, *Italia antiqua,* I, p. 233, 44 e segg.)? Ma lasciamo il nome, che si dovrebbe leggere *Cuttiae*, *Cottiae,* se il Calchi voleva indicare questo luogo dei Liguri, o Levi Liguri, o dei Libicii, e vediamo a quale disputa allude, la quale dovette rivolgere l'attenzione degli eruditi alla ricerca del nome del luogo presso il fiume Ticino, dove s'incontrarono gli eserciti dei Romani e Cartaginesi, e dove Scipione ebbe una prima sconfitta. Ci si dice adunque che il Biondo, poichè non vide farsi alcuna menzione della città di Pavia (non lesse il nome di *Ticinum, oppidum* o *municipium*), dubitò se essa, come città, allora già esistesse, e pare che il suo dubbio menasse ad una conclusione negativa. Il Cluverio indica più chiaramente il pensiero del Biondo e ne approva la congettura (*Italia antiqua,* I, pag. 236): *Quando primum muris cincta fuerit urbs* (Ticinum), *plane ignoratur. Bello Punico secundo etiam tum Vicum fuisse, quum pugna inter Hannibalem et Publium Cornelium Scipionem apud Ticinum amnem haud ita procul a Pado pugnaretur, haud perinde inani coniicit argumento Blondus, quod nulla eius in hoc bello ab auctoribus fiat mentio. Municipium postea fuisse Romanorum, testatur inscriptio huius loci:* " Municipi Patrono " *posita.* Lo stesso dottissimo uomo già aveva prima citato Tacito (*Ann.*, III, 5; *Hist.*, II, 17...), gl'Itinerari Romani e Procopio, *in Gothicis passim,* che fanno menzione di questo *oppidum* nella sua primiera denominazione: *Ticinum*, *Ticenum,* Τίκηνον, *Ticinus*, mentre Paolo Diacono, *Historia Longobardorum,* II, 15, ha le due forme: *Ticinus* e *Papia*. Il Calchi cita Strabone per *Cottuta* che nella moderna edizione di Strabone curata da C. Müller e F. Dübner, Parisiis, Didot, 1853-1880, si legge così: τῆς Κοττίου γῆς, attestandosi però nella versione latina che i codici dànno *Cottutes,* e nelle varianti greche, vol. II, p. 968, che il Coray legge: Κόττου γῆς, i codici ABI: Κοττούτης, ed il C: Κοττούσης. Accettandosi l'emendamento: Κοττίου γῆς, ne viene l' indicazione abbastanza indeterminata, secondo gli editori Müller e Dübner: *versus fines regni Cottii;* ma io non so come γῆς, terra, possa significare *regnum*. Non è più preciso dire: *verso i confini della terra di Cozzo,* nella Lomellina, a cui forse alludeva anche il Calchi, accogliendo la lezione dei codici, poniamo pure errata, Κοττούτης, *Cottutae?* Una pagina, o meglio, una colonna dopo questo luogo,

V, 1, 11, s'incontra il passo recato di sopra: Καὶ ἐν Οὐερκέλλοις, κ. τ. λ., V, 1, 12; è facile ammettere che gli eruditi posteriori al Biondo ed al Calchi, non paghi della congettura: *a Victumviis* presso Livio, al capo 45, messa fuori dal Rubens, il filologo, per la conformità col c. 57: *ad Victumvias,* volgendo gli occhi di nuovo a Strabone, alla colonna successiva a quella, dove si parla della città omonima al fiume Ticino, di Piacenza, della terra di Cozzo, o *Cottuta,* di Casteggio, ecc., e confrontando il nome dato in questo secondo luogo Ἰκτουμούλων con quello di Livio, secondo i codici: *a Vico tumulis,* ne traessero, senza badare alle conseguenze, un argomento in favore della lezione data dallo Stroth, in base ad un certo suo codice, unico al mondo ed ignoto a tutti: *a Victumulis.* Corretto questo passo dovevano rifare il confronto col c. 57, e, seguendo il medesimo procedimento critico dei predecessori, dovevano anche qui cancellare *ad Victumvias* e porre invece: *ad Victumulas;* ripeto subito che non tutti i critici moderni approvarono questo secondo emendamento.

V. — Scrivo disgiunto: *a Vico tumulis* proprio secondo le vecchie edizioni, da quella, o da quelle, che seguiva il Nardi nella sua traduzione, Vinegia, 1574; 1581, alla Patavina, *typ. Seminarii, apud* Jo. Manfrè, 1740, perchè non si dia più luogo ad equivoci, unendo insieme le due parole: *Vicotumulis* (*a Vicotumulis, a Victumulis, ab Ictumulis*). Come si deve intendere la vecchia lezione: *a Vico* (oppure: *a vico*) *tumulis,* facendosi cioè di *Vico* un nome proprio, oppure uno comune? Il Nardi ci ha già tradotto *Vico* per *borgo,* e non saprei trovare una migliore traduzione, quantunque bisogni distinguere *Vicus,* unione di case, *villaggio,* ecc., dal *borgo,* terra murata, *oppidum.* Ma come si può intendere *Vicus* per *Ticinum,* Pavia? Risponderò con un esempio classico; i due pastori dell' Egloga IX di Virgilio, proprio nel primo verso, come poterono dire e intendere *Urbem* per Mantova? Mi sembra naturalissimo: erano sulla strada e bastava loro dire: *la città,* per intendere Mantova e non già Roma; così qui siamo presso il Ticino, si fa passare l'esercito Romano dalla sinistra del fiume nel territorio degl'Insubri e alla distanza di cinque mila passi (mettiamo quattro miglia delle nostre) dal *Vicus,* questo *villaggio* o *borgo* non poteva essere altro che *Ticinum,* Pavia; anche adesso una parte della città si chiama *Borgo Ti-*

cino (Balbi). La voce *tumulis* è usata nel suo significato originario, primitivo, *rialzi di terra, mucchi d'arena;* il De-Vit cita questo passo di Festo: " Tumulum „ *Aelius* (Stilo) *sic definit:* " Tumulus „ *est cumulus arenae editus, secundum mare fluctibus in altum elevatus; unde similiter et naturalis et manu factus proprie dici potest.* Sono quindi cotesti *tumuli: monticelli,* o meglio *mucchi d'arena,* e come la parola significasse poi anche sepolcro si può facilmente comprendere dalla terra, dall' arena gettata anticamente sul cadavere dai parenti del morto, Virgilio, *Eneide,* III, 321. Ora che presso i fiumi, massime non lungi dalla foce, vi siano queste arene sparse, ammucchiate e diversamente disposte formando un terreno variato, tutti lo comprendono benissimo, lasciando stare quella lunga striscia d' arena, che va dal Po al Ticino e rende infeconda non piccola parte della Lomellina. Il lettore può vedervi qua e là in questo terreno così arenoso anche adesso dei *tumuli,* o mucchi di sabbia.

VI. — Ma il passo di Livio, così spiegato, ci dimostra eziandio la condizione di quel *Vicus,* detto poi *Ticinum,* in quei tempi, anno di Roma 536, av. l'E. V. 218; non era cioè ancora un *oppidum,* una terra murata, fortificata, e tanto meno *urbs,* come la disse Tacito, *Ann.,* III, 5, discorrendo di Tiberio, che andò incontro alla salma di Germanico fino a Pavia per rendere all'estinto più solenni onori; e tanto meno πόλις come si dice da Strabone nel citato luogo, V, 1, 11 (p. 180, 42, ed. Didot). Che cosa è un *vicus?* Come altrove ho detto, ricercando le origini degli *Orobii* (*Orumbovii*) il *vicus* è preso talora nel senso di *oppidum,* più spesso è preso nel senso di *pagus,* non già nel significato di *cantone, distretto* (V. Cesare, Tacito a proposito dei Romani, Galli, e di qui i *cantoni* svizzeri), e neppure in quello del *contado medievale,* bensì in quello di una *terra grossa,* una *borgata* o *grossa borgata.* Il *vicus,* appena conosciuto dai Romani, diventava un luogo, dove si recavano per ragione di agricoltura, o di commercio, di negozii. ecc., e in questo caso avevano luogo i *conventus vicani,* dove *aratores, mercatores, negotiatores habebant conciliabula;* quindi un *magistratus vicorum* o *paganorum.* Nel *conventus provincialis* vi erano i *collegia,* che si suddividevano in due classi, assumendo due forme diverse: *magistrorum vici* e *magistrorum ad sacra, Augustales.* Di una classe *exemplum est*

collegium centonariorum Placentinorum consistentium Clastidii (C. V, 7357): *Clastidium enim est vicus territorii Placentini* (Ad. Schulten: *De conventibus civium Romanorum*, Berolini, 1892, pp. 65-71; 104-105; 112-117; il Promis, op. cit., p. 430, reca un'iscrizione, in cui entra un *magister vicorum*). Questi luoghi fertili, con più di un emporio e quindi non poveri, dovevano avere più *vici* ed almeno un *conventus vicanus*, dove convenivano tanto gli agricoltori, quanto i negozianti di granaglie. Un *emporium prope Placentiam* è ricordato da Livio, 57, 6, che lo dice: *opere magno munitum et valido firmatum praesidio*. Era questo un *castellum* così vicino a Piacenza, che le grida ed il rumore de' suoi custodi ed il repentino assalto di Annibale si udirono fino da questa città. Nella battaglia equestre, ivi attaccata, Annibale ebbe la peggio e fu ferito. Curatosi dopo alcuni giorni di riposo muove all' assalto di un altro castello, un altro *emporium*, *Victumvias*, o *Victumulas* presso quei critici moderni, che alterarono tanto la lezione dei codici da ammettere due *Victumvias* o *Victumulas* per un luogo solo.

VII. — E qui domando: come mai si può identificare questo *emporium,* non lontano da Piacenza, col *Vico* presso il Ticino del c. 45, 3, trasformato così erroneamente prima in *Victumviis* poi in *Victumulis?* Dopo il fatto d'arme al Ticino, viene la resa proditoria di *Clastidium*, 48, 9-10, dove c'era un altro granaio, utilissimo ai Cartaginesi accampati presso la Trebbia, *ad Trebiam sedentibus*. S' interrompe il racconto della guerra terrestre fino al c. 51; al capo seguente si ripiglia il racconto e si prepara la descrizione del luogo della battaglia alla Trebbia, c. 54-55-56, narrandovisi tutte le circostanze dei luoghi, dell'animo dei due consoli, dei duci Cartaginesi e degli eserciti delle due parti; infine l' esito funesto ai Romani, che, riferito al popolo, produce un grandissimo terrore in città, 57, 1; quindi l'assalto al castello, già accennato, colla ferita d'Annibale. Ed è logico tornare indietro al Ticino per assaltare il castello, l'*emporium Victumviae* o *Victumulae,* mentre l'azione militare continua sempre a svolgersi intorno a Piacenza, e già si concepisce il pensiero di passare l'Apennino, c. 58-59? Non faccio questione di nomi; so che il Cluverio, pag. 268, che pone *Victumvias,* qual secondo castello od *emporium,* diverso dall'altro dove rimase ferito An-

nibale, ama piuttosto leggere: *Vicumniae -as, ut rectius quaedam exemplaria videntur habere*, mentre è l'antica lezione: *Vicumviae -as*, corretta poi nell'altra: *Victumvias, Victumulas.* Ma, se alcuni esemplari sembrano avere *Vicumnias,* perchè vuoi rifiutare *Victumulas*, correzione di *Victumvias,* autorizzata dal luogo citato di Strabone, ponendosi anche nel 45, 3: *a Victumulis,* ammettendosi pure che siano due luoghi diversi, ma col medesimo nome? — Da quanto precede è facile trarre la risposta, che si vuole applicare a Livio, che chiaramente indica due luoghi diversi, l'uno al Ticino, l'altro presso Piacenza, una lezione tolta da Strabone, che ci dà due luoghi degl'Ittumuli nel Vercellese ed entrambi presso Piacenza, e trascura affatto quello sul Ticino. Qui poi aggiungerò che il medesimo passo di Strabone, V, 1, 12, p. 218, non si può negare che sia guasto, o per la corruzione del nome proprio Πλακεντίαν, che non si può ammettere nell'agro Vercellese, o per una lacuna. Che il nome Πλακεντίαν sia guasto, sospettò il traduttore francese De la Porte du Theil (Paris, 1809), vol. II, pag. 141 in nota, e nelle sue *Illustrazioni, Éclaircissemens*, pag. 36-39; che recate diverse interpretazioni e traduzioni latine, italiane, francesi ecc., si ferma alquanto sull'opinione del Durandi nell'opera: *Dell'antica condizione del Vercellese, Saggio sulla storia degli antichi popoli d'Italia*, part. I, § 4, pag. 82, e vi aggiunge la sua correzione: περὶ Ἐπορεδίαν, *intorno ad Ivrea, nei dintorni d'Ivrea.* Per me preferisco la sentenza del Durandi, che vi sospetta una lacuna, la quale mi sembra visibile a un cieco; non so però se il borgo degli Ictimuli, oppure il *Vicus Viae Longae,* che sarebbe il più importante, corrisponda precisamente al moderno *Santià* (o *Santhià;* nel medio evo: *Sancta Agatha*), e se gli *Ictimuli* siano di stirpe *Libui* o *Libici*. Comunque siasi, lacunoso o guasto, o forse l'uno e l'altro ad un tempo, il passo di Strabone, V, 1, 12, p. 218, non si può più allegare nè ad interpretazione di Livio, come fa il Mommsen nel *Corpus*, V, 715, nè a difesa delle due varianti Liviane: *a Victumulis, ad Victumulas*, XXI, 45, 3; 57, 9; Livio certamente parla di due luoghi diversi con diversi nomi e nel primo, *ad Ticinum, apud Ticinum*, la lezione comune dei codici: *a Vico,* ci dà la vera idea della condizione di quella terra, che fu poi *Ticinum* (Τίκινον presso Strabone), la *Papia* dei secoli bassi, la moderna Pavia, quantunque l'Hugues, *Dizion. geogr. ant.*, dubiti che *Papia* possa essere il nome primitivo.

VIII. — Prima di finire mi resta a sciogliere ancora un dubbio, che ci fa nascere Polibio e potrebbe giustificare l'asserzione di Cornelio Nepote. Nel lib. III, c. 64 lo storico greco narra che Publio, passato il Po, risolvette di andare innanzi e *traghettare il Ticino,* e perciò fece costrurre un ponte; arringò i suoi, ricordando loro la battaglia al Rodano, in cui la cavalleria nemica vergognosamente fuggì fino a' suoi ripari, e il duce fece una ritirata simile alla fuga. Nel c. 65 si narra la battaglia finita colla peggio dei Romani; ma nulla del pericolo corso da Scipione, che fu salvato dal figlio. Nel capo seguente prima si parla di questa ferita, ricevuta al Ticino, come pare dai due capi 64-65; quindi Publio *marciò per il primo verso il ponte del Po...... passatolo, ed accampatosi presso la città di Piacenza, ch'era colonia romana, intento a curare la propria ferita, e quelle degli altri, stimava d'aver collocato in salvo l'esercito, e stavasi tranquillo.* Qui dunque si parla della ferita toccata al console; si parla poi di una seconda battaglia, che si doveva fare presso il Po, almeno secondo il capo 66; e dal libro X, c. 3, 4, si vede infatti che il luogo, dove si fece la battaglia, era *presso il Po, nei dintorni del Po*, περὶ τὸν Πάδον. Ma vi si aggiunge qui la circostanza della ferita e del grave pericolo della vita, corso dal console, che fu salvato dal figlio. Quindi vogliono alcuni interpreti concludere, riunendo insieme i tre luoghi, che anche *il primo scontro* sia avvenuto non presso il Ticino, ma presso il Po, tanto più che Polibio, in principio del capo 65, dice che entrambi gli eserciti *progredirono lungo il fiume dalla parte che è verso le Alpi, avendo i Romani la corrente a sinistra, i Cartaginesi a destra*. Non così l'interpreta il Cluverio, *Italia antiqua,* lib. I, c. 24, p. 239-40, che, come Valerio Massimo V, 4, 2, e Paolo Orosio, IV, 14, pone *il primo scontro* presso il Ticino. Lo Schweighauser si meraviglia che Polibio nel primo luogo citato, III, 65, non faccia menzione nè della ferita toccata a Publio Scipione, nè dell'atto eroico del figlio, e suppone una lacuna nel testo, come frammentario è il libro decimo. Si vuole anche ricorrere all'uso delle diverse fonti, che nel libro X sarebbe la testimonianza orale di Caio Lelio, ivi nominato. Lasciando fuori tutte queste dispute io ne tiro queste due conseguenze, che Livio non si è servito dell'autorità di Polibio nel racconto del fatto, ma di un autore latino, probabilmente l'annalista Celio Antipatro,

nominato alla fine del capo 46; nel 38, 3-5, nomina anche L. Cincio Alimento. In secondo luogo il racconto di Polibio, come fu riconosciuto dallo stesso Livio, è più sicuro, più esatto, soltanto quando si tratta delle guerre coi Greci, e nella battaglia di Cinocefale Tito Livio dichiara espressamente di averlo seguìto, XXXIII, 10. Del resto io credo giusta l'opinione del Cluverio, che Polibio nel cenno fatto del primo scontro, III, 65, abbia voluto far intendere il Ticino, pel fiume, lungo il quale marciavano i due eserciti, tenendone i Romani la sinistra, come quelli che venivano dalla Cispadana e si dirigevano *verso le Alpi* ad incontrare i Cartaginesi, i quali dovevano perciò tenere la destra venendo dalle Alpi e dalla Transpadana. Ma lo stesso greco autore nulla dice del passaggio del fiume e del luogo, dove, passato il fiume, l'esercito Romano si accampò; il racconto Liviano insomma è più compiuto, più esatto, quello di Polibio ci lascia nell'incertezza; ma avendo narrato prima, c. 64, che Scipione giunse al Ticino e vi fece costrurre un ponte, possiamo facilmente supplire che il ponte fu fatto e l'esercito Romano, varcatolo, entrò nel territorio degl' Insubri, si accampò di fronte al nemico, e venne con esso alle mani.

Assai più difficile, per non dire impossibile affatto, è mettere d'accordo Cornelio Nepote con Tito Livio. Ne' luoghi sopra indicati dichiara Cornelio, che Publio Scipione sofferse una triplice sconfitta, *apud Rhodanum, apud Padum, apud Trebiam;* nella seconda vi si aggiunge la particolarità: *de Clastidio ... decernit; sauciumque inde ac fugatum dimittit.* Nel commento tedesco di *Joh. Heinrich Bremi*, Zürich, MDCCCXII, indarno vi si cerca una spiegazione; se la preposiz. *de* comunemente manca, se alcuni espositori ritengono *Clastidio* per una glossa (1), resta sempre inesplicabile il cenno della sconfitta: *apud Rhodanum*, mentre in Tito Livio, XXI, 29, 3: *fugaque et pavor Numidarum Romanis iam admodum fessis victoriam dedit. Victores* etc.; vero è che prima confessa: *praeter multa vulnera caedes prope par utrinque fuit;* era una vittoria di Pirro; e Polibio ce lo conferma ancora meglio, III, c. 45-49. Polibio tuttavia meglio dimostra l'astuzia di Annibale, che, non ostante la fuga dei Numidi con grave loro perdita,

(1) I moderni corressero: *Clastidii* (Loescher, comm. Cortese), sopprimendo la prep. *de* e del nome proprio facendone un genitivo di luogo.

riuscì, senza che Scipione quasi se ne accorgesse, a far tragittare il fiume agli elefanti, c. 46; onde Scipione, giunto al passo del fiume tre giorni dopo che i Cartaginesi ne avevano levato il campo, c. 49, ritornò in fretta alle navi, le rivolse verso l'Italia, ed egli accelerava la marcia per giungere più presto dei nemici al passaggio delle Alpi. Or dunque se i Romani vinsero, Annibale raccolse il frutto della vittoria; volle co' suoi passare il Rodano e lo passò. Non occorre ripetere, che la sconfitta al Po è pure attestata da Polibio nel citato luogo X, 3, 4; Cornelio Nepote tralascia la circostanza del fatto eroico del figlio, che salvò il padre; ma Tito Livio, XXI, 46, 10, ci riferisce che l'annalista Celio Antipatro attribuiva la gloria del salvamento del console *ad servum natione Ligurem*. Cornelio Nepote, avendo vedute le dispute sulla diversa tradizione, mosso anche dall'amore della brevità, amò meglio non entrare nel fatto, non accennarlo neppure, quantunque non inutile allo scopo educativo della sua operetta. Ma si può quindi affermare o negare che abbia tratto da Polibio questo cenno della triplice sconfitta di Scipione? Com'è noto, il nome di questo storico occorre nell'ultimo capo della vita di Annibale, dove sono pure nominati *Atticus* (*T. Pomponius*) *in annali suo,* poi *Sulpicius Blitho, Silenus* e *Sosilus*. Della sconfitta di Scipione al Rodano presso Polibio non si ha notizia chiara, perchè quella non fu una sconfitta di Scipione nè dei Romani, sebbene lasciassero passare il fiume ad Annibale; Cornelio Nepote forse obbligato pel suo ufficio di biografo di mettere in rilievo il valore del duce Cartaginese, desumendo dal grande Megalopolitano la materia, da una parte ne caricò le tinte e dall'altra ne abbellì i colori.

IX. — Se questo mio breve scritto sarà approvato dai nostri eruditi, sarò lieto di aver rimessa in onore un'antica lezione Liviana sul nome del luogo prossimo a quella della prima battaglia dei Romani contro Annibale e della prima loro sconfitta presso il Ticino, dopo il passaggio delle Alpi, con quel moto e quel fermento, che doveva il duce Cartaginese destare tra le varie popolazioni Galliche (1). Ristabilita l'antica lezione,

---

(1) Che il preteso luogo *Victumulae* sia *Carbonara*, come suggerisce il Mommsen ed approva l'Hugues nel suo *Dizionario della Geogr. antica*, o

per la quale non si potrà più invocare a sostegno il testo di Strabone, si eviterà l'equivoco correggendo il testo greco del sommo geografo, riconosciuto guasto o lacunoso, o coll'uno e coll'altro vizio ad un tempo; si collocheranno i *Victimuli* o *Victumuli* al loro posto, dove li ha collocati Plinio, cioè nell'agro Vercellese, e non più intorno a Piacenza confusamente (1). In fine si saranno trovati i primordii d'una città, allora, cioè nell'anno 536-218, semplice villaggio, *vicus,* o borgo, presto un *oppidum,* dal fiume omonimo, detto *Ticinum*.

---

piuttosto un'altra terra presso la foce tra il Po ed il Ticino, ma questo sia il nome del luogo preciso della battaglia, ce lo diranno i posteri cogli scavi e colle monete; non bisogna però confondere questo nome col nome del Vico distante *quinque milia passuum.* E qui si vedrà meglio la singolarissima contraddizione del Mommsen, il quale, mentre vuol correggere il suo primo equivoco di aver collocato *Victumulae* presso Biella, ed approva nel *Corpus Inscript. Latin.* l'autorità di Livio, collocando lo stesso luogo in vicinanza del Po, riva sinistra, presso la foce del Ticino, nella Storia Romana invece, tanto nella 1ª quanto nella 6ª edizione (Berlin, 1874, lib. III, cap. V, pag. 587, vol. I), fa succedere la stessa battaglia al Ticino, *in der Ebene zwischen dem Ticino und der Sesia unweit Vercelli;* e narrando la vittoria di Mario sui Cimbri nei *Campi Raudii* (vol. II, libro IV, cap. V, pag. 185), dice che i due eserciti s'incontrarono al di sotto di Vercelli, non lungi dalla foce della Sesia nel Po, *eben da wo Hannibal seine erste Schlacht auf Italischen Boden geschlagen hatte.*

(1) Bisogna intendere l'agro Vercellese nel più largo senso della parola, comprendente cioè parte del Biellese ed i confini del Canavese, cioè dei Salassi. Ma degl'Ittimuli e della loro sede primitiva, donde poi discesero nell'agro Vercellese, discorro in altra nota, che si pubblica dalla R. Accademia dei Lincei negli *Atti.* Qui debbo soggiungere, che, grazie all'indicazione datami dal prof. Conte Carlo Cipolla ho veduto, quando aveva già finito questo scritto, la Memoria del prof. Luigi Schiaparelli sulle *Origini del Comune di Biella* (" Memorie della Reale Accademia delle scienze di Torino ", Serie seconda, Tomo XLVI, 1896); verso la fine l'A. tratta *alcune questioni sui Vittimoli,* e piacemi notare di essere pienamente d'accordo con Lui sullo stato del testo di Strabone, sulla diversità dei due luoghi di Livio, XXI, 45, 3; 57, 9 e su qualche altro punto.

Nicod de Menthon
e le aspirazioni sabaude al ducato di Milano (1445-50):

Nota del Prof. ARTURO SEGRE.

Le aspirazioni dei duchi di Savoia al possesso di Milano risalgono al 1426, quando Amedeo VIII, alleato delle repubbliche di Venezia e Firenze, pattuiva in caso di vittoria l'acquisto di tutte le terre lombarde al di qua del Ticino, cioè di Asti, Alessandria, Vercelli e Novara, ed al di là del fiume di Milano e Pavia, mentre riconosceva nel resto del ducato milanese i diritti della Repubblica Veneta (1). Questo contratto non venne posto ad effetto, perchè Filippo Maria Visconti, oppresso dai Veneziani e minacciato fin sotto Milano dai Savoini, seppe scongiurare il pericolo, sacrificando al Duca di Savoia Vercelli ed il Vercellese, ed unendosi in matrimonio il 2 dicembre 1427 con Maria, figlia di Amedeo (2), che, astuto e previdente

(1) Predelli, *I libri Commemoriali della Repubblica veneta*, tomo IV (Venezia 1896) (fra i vol. dei *Documenti* editi dalla R. Deputazione veneta di Storia patria), pag. 72-73. Venezia, 11 luglio 1426. — Su questo punto di storia veneto-piemontese v. anche Cibrario, *Operette e frammenti storici*. Firenze, Le Monnier, 1856, pag. 172 e ss., ed un mio lavoro edito nelle *Memorie* di questa R. Accademia (serie II, tomo XLIX): *Delle relazioni tra Savoia e Venezia da Amedeo VI a Carlo II (III)* (1366-1553), pag. 19-20.

(2) Vedi Corio, *Storia di Milano*, vol. 2° (Milano, Colombo, 1856), pagina 600 e ss. — Il Guichenon, *Histoire généalogique de la maison de Savoye*, vol. 3° (Lione, Barbier, 1660), pag. 344-45, pubblica il contratto di matrimonio. — Vedi anche Porro Lambertenghi, *Chronica di Milano dal 948 al 1487* [in " Miscellanea di Storia italiana ", VIII (1869)], pag. 199. — Il valore di questa cronaca però è stato dimostrato nullo. Vedi Romano, *La " Cronica di Milano dal 948 al 1487 "* [in " Archivio Storico lombardo ", XIX (1892)], pag. 246-60. Il Romano dimostra che la Cronaca suddetta è solo un insieme di estratti dal *Manipolus florum* di Galvano Fiamma e dalle storie dell'*Aretino* e del *Bracciolini*.

impose all'avversario questo matrimonio forse per un fine segreto, da quello non intuito. Al Visconti mancava discendenza dalla prima moglie, Beatrice di Tenda; se anche il nuovo matrimonio fosse riuscito infruttuoso, Amedeo stesso od il figlio suo, Lodovico, potevano raccogliere nell'avvenire l'eredità del rispettivo genero e cognato, poichè Milano colla presenza di Maria diveniva un centro potente d'influenza sabauda, che la nuova Duchessa, ricca di doti morali (1), avrebbe saputo fomentare ed accrescere. Maria infatti non dimenticò mai la sua origine, e conservò vivo affetto agli interessi della famiglia paterna. Fu detto che il marito la trascurasse affatto, preferendo alle sue doti le qualità fisiche della concubina, Agnese del Mayno (2). Dalle pagine che seguono apparirà come questa voce non sia del tutto esatta, e come in certi difficili momenti il fedifrago e sospettoso Duca di Milano si rivolgesse pure alla consorte legittima.

Fu sventura che Amedeo VIII nel 1434 abbandonasse le redini del governo a Lodovico, suo primogenito, la cui debolezza era dal padre ben conosciuta (3). Per alcuni anni conservò Amedeo ancora il titolo di Duca, ma nella fine del 1439, sollevato alla dignità pontificia dal concilio di Basilea, rinunziò anche a quel titolo, ed il suo consiglio non potè essere più assiduo col figlio come per lo innanzi. Ora Lodovico ebbe ad agire, quando i semi piantati dal padre erano germogliati e restavano solo a raccogliere i frutti. Sgraziatamente il giovane principe non ebbe nè l'ingegno nè l'energia che si richiedevano a tale opera.

Filippo Maria intorno al 1440 si trovava in difficili circostanze. Francesco Sforza, a volta a volta, suo generale e comandante degli eserciti veneziani ai suoi danni, era un pericolo con-

---

(1) Simonetta, *Historia de rebus gestis Francisci Sfortiae etc.* (in Muratori, *Rer. Ital. Scriptores*, tomo XXI), col. 518, "...Maria, Philippi Mariae uxor et Amidei Sabaudianorum Ducis filia, mulier profecto et pudica et proba et moribus modestissimis ".

(2) Casati, *Milano e i Principi di Savoia*. Torino, Franco, 1859, pag. 12. Secondo il Casati, Filippo Maria ebbe la consorte " in dispregio e ne stette diviso ".

(3) Gabotto, *Lo Stato sabaudo da Amedeo VIII ad Emanuele Filiberto*, I (1451-67). Torino, Roux, 1892, pag. 6 e ss.

tinuo pel suo Stato. Filippo, stretto dalla necessità, nel 1441 eseguì la promessa fatta al condottiero fin dal 1432 (1), di concedergli in matrimonio la figlia naturale Bianca Maria, alla quale diede in dote Cremona e Pontremoli (2). Ma l'accordo fu breve; sospettoso di tutto e di tutti il Visconti presto avversò il genero, costringendolo a riparare nelle Marche, che l'illustre condottiero aveva conquistato nella Chiesa. Tentò anche Filippo di subornare un valente condottiero dello Sforza, il Serbelloni, ma Francesco accortosene dannò a morte l'infedele capitano, con grande sdegno di Filippo (3) che minacciò in una sua fulmini e saette al genero (4). Il Visconti si unì infatti al re Alfonso di Napoli, al Pontefice Eugenio IV ed a Sigismondo Malatesta signor di Rimini, i quali ritolsero nell'anno seguente allo Sforza, privo d'uomini e di danaro, quasi tutti i suoi possessi delle Marche (5). Ma le Repubbliche di Venezia e Firenze, che parteggiavano pel condottiero, minacciarono un'invasione in Lombardia (6) ed il Visconti, isolato nell'Italia settentrionale, finì per accogliere i consigli di Maria, sua consorte, e vagheggiare un'unione stretta col Duca di Savoia, suo cognato. Il mediatore del progetto fu uno dei principali uomini dello stato sabaudo, Nicod de Menthon.

Nicod de Menthon, nato di nobile famiglia savoina (7) sino

---

(1) Corio, II, 611.

(2) Id., II, 684. — Cagnola, *Storia di Milano (1023-1497)*, pag. 57 [in " Archivio storico italiano ", serie 1ª, vol. 3° (1842)].

(3) Id., II, 710-11. — Cagnola, pag. 66-67.

(4) Ricotti, *Storia delle compagnie di ventura in Italia*, vol. 3°. Torino, Pomba, 1845, pag. 106.

(5) Corio, II, 723. — Simonetta, col. 367, ecc.

(6) Simonetta, col. 367-74. — Bonincontrii, *Annales ab anno MCCCLX usque ad MCCCCLVIII* (in Muratori, *Rer. Ital. Script.*, XXI), col. 152-53. L'invasione ebbe effetto nel 1446. — Ma già nel gennaio 1445 gli ambasciatori dello Sforza chiedevano alla Signoria veneta appoggio (Osio, *Documenti diplomatici tratti dagli archivi milanesi*, vol. 3°. Milano, Bernardoni, 1872, pag. 360. Angelo Simonetta e Giovanni de Stavolli allo Sforza. Venezia, 26 gennaio 1445), ed il Senato deliberava il 1° febbraio una risposta molto fredda agli ambasciatori del Duca di Milano, che dava spiegazioni sulle mosse delle sue genti in Romagna (*Id.*, pag. 362-63).

(7) *Archivio di Stato di Torino. Protocolli ducali (di corte)*, reg. n. 96 (del segr.° Giovanni de Clause) (1450-51), fol. 11. Il Duca di Borgogna, Fi-

dall'infanzia serviva alla corte piemontese (1), dove, grazie allo svegliato suo ingegno ed attitudine agli affari, era cresciuto man mano in fortuna. Stette pure a fianco del Duca di Borgogna, Filippo il Buono, qualche tempo, come ciambellano e gentiluomo di corte, lasciando di sè buon ricordo (2). Nel 1432 Amedeo VIII, soddisfatto dei suoi lunghi servizi, gli donò le Signorie di Choissy, Vernier, Versoye ed altre terre per costituirgli un reddito annuo di 600 fiorini (3), e lo volle testimone nel matrimonio della figlia Margherita di Savoia con Luigi, re di Sicilia e di Gerusalemme (4). Il Menthon fece omaggio dei nuovi feudi il giugno 1433 (5), e due anni dopo, quando i malumori, che da tempo covavano a Nizza, minacciarono di scoppiare in aperta ribellione, ebbe il governo di quella città (6). Egli fu pari all'alta carica, e soffocò con mano di ferro il fuoco rivoluzionario (7). Il concilio di Ba-

---

lippo il Buono, a Lodovico Duca. Bruxelles, 15 luglio 1451. — Vedi *App. Doc.* 2°: "...le dict mess[re] Nicol est ung notable chevalier party et yssu de noble maison ".

(1) *Archivio di Stato di Torino. Protocolli ducali (di corte)*, reg. n. 73 (Guglielmo Bolomery) (1430-34), fol. 296-99. " Infeudatio domini Nycodi de Menthone de sexcentum florenis annuis ". Chambéry, 28 luglio 1432. " Nycodus de Menthone miles a suis puerilibus annys in hospicio nostro alitus ".

(2) *App. Doc.* 2°: " Pieca je lay retenu en mon chambellan et serviteur ".

(3) *Infeudatio* cit. Dice Amedeo VIII che il Menthon " die Noctuque nobis obsequiose studuerit famulari et morum persistere gravitatis ". Per fornirgli quindi i mezzi convenienti allo stato suo (" eidemque ad suum militarem statum honoriffice tenendum et actus strenuos ut convenit seorsum Instrutandum *(sic)* proprie non suppetant facultates ") lo investiva delle suddette terre fino al reddito di 600 fiorini.

(4) Guichenon, III, 346. Pubblica il contratto.

(5) *Arch. di Stato di Torino. Protocolli ducali*, reg. n. 73 cit., fol. 299-302: " Homagium domini Nicodi de Menthone pro premissis Infeudatis domino prestitum ". Chambéry, 28 giugno 1533. — Già il 25 marzo aveva il Menthon ricevuto in feudo Nernier e Versoye (*id.*, fol. 302 r.-307 r.) ed entro il mese lettere di spedizione per ambidue i possessi (*id.*, fol. 308. Thonon, 30 marzo 1433).

(6) Fu eletto il 21 giugno 1436. Vedi Torrini, *Annali di Nizza sino al 1698* (*Bibl. di S. M. in Torino. Mss. di storia patria*, n. 420), pag. 53. Questi *Annali* sono molto importanti e compilati con cura, sebbene qua e là all'Autore siano sfuggiti notevoli confusioni ed errori.

(7) Gioffredo, *Storia delle Alpi Marittime* (in " Mon. hist. patr. Script. ", II), col. 1058. Il Menthon era " uomo in molti affari d'importanza esperimentato ". — Cais de Pierlas, *La ville de Nice pendant le premier siècle de la domination des princes de Savoie*. Turin, Bocca, 1898, pag. 171.

silea lo creò capitano di galere in armamento a Nizza, ed il 19 novembre 1436 gli affidò il bastone d'ammiraglio e lo stendardo della Chiesa. Doveva il Menthon recarsi a Costantinopoli e condurre l'imperatore ed i padri greci al concilio di Basilea per accordare la Chiesa loro colla latina (1). Il Menthon eseguì la commissione senza lasciarsi muovere dalle difficoltà, molte e varie, ma i Greci non aderirono all'invito, preferendo seguire gli ambasciatori del Pontefice Eugenio IV, che teneva a Firenze un concilio per uguale scopo (2). Ai primi del 1437 egli era di ritorno a Nizza e vi riceveva il plauso di Lodovico, reggente lo stato sabaudo (3).

Nel 1445 erano dunque nove anni circa che il Menthon teneva il governo di Nizza, ed impiegava il tempo lasciatogli libero dagli affari nelle fortificazioni del castello di quella città (4), quando alla fine del 1444 od ai primi del 1445 ricevette lettere del Duca Filippo Maria, che lo invitavano a Milano per comunicazioni (5). Egli ubbidì, probabilmente dopo averne informato il suo principe. Il 31 gennaio 1445 era a Milano, ricevuto con molto riguardo dai principali della corte viscontea, Giacomo Becheto (6), Maffeo di Mazano, Niccolò Arcimboldi (7), Mercurino Barbavara ed altri, e visitò il giorno dopo il Duca. Ebbe accoglienza onorevole e famigliare. Filippo lo interrogò a lungo senza mai scoprire alcun suo intendimento. Alle domande il Menthon rispose con circospezione, non vedendo chiaro nelle espressioni

---

(1) Gioffredo, col. 1054-55. — Cais de Pierlas, pag. 214.

(2) Cais de Pierlas, loco cit.

(3) Gioffredo, col. 1072. — Cais de Pierlas, pag. 198.

(4) Il Gioffredo, col. 1079, mostrò dubbio se dovesse o no accettare una comunicazione fattagli, che cioè nel 1443 il governo di Nizza fosse passato nelle mani di Teobaldo d'Antry, sebbene paia fosse inclinato a respingerla. Vedremo che il Menthon di fatto rimase al governo di Nizza sino agli ultimi del 1445.

(5) *Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari.* Nicod de Menthon al Duca Lodovico. Torino, 18 febbraio 1445. Vedi *App. Doc.* 1°.

(6) Era segretario del Duca.

(7) V. sulla famiglia Arcimboldi il Litta, *Famiglie celebri italiane.* — Nella Bibl. Nazionale di Parigi si conserva una lettera dell'Arcimboldi al segretario Becheto, v. questa ed altre notizie del personaggio milanese in Perret, *Histoire des relations de la France avec Venise du XIII^e siècle à l'avènement de Charles VIII*, vol. 1°. Paris, Welter, 1896, pag. 174, nota 1.

dell'ombroso principe. Alla fine il Duca lo congedò, invitandolo a visitare ogni giorno la Duchessa, e diede ordine gli fosse lasciato libero il passo nel castello. Il Menthon visitò i principali della città, e Guglielmo e Bonifacio, fratelli del marchese Giovanni di Monferrato, allora al servizio del Visconti, i quali si raccomandarono alla buona grazia di Lodovico e di Felice V. Così egli impiegò una settimana, e già stava per partirsene il dì 8 febbraio, quando la Duchessa lo mandò a chiamare, e gli confidò che il suo consorte desiderava ardentemente d'avere alla sua corte un personaggio sabaudo di grande autorità, col quale potesse consigliarsi e tener informato Lodovico di quanto avveniva in Lombardia. Maria affermava di averne già parlato ad altri, ed in ispecie a Giovanni di Compey, sig^re^ di Thorens, principale signore savoino, e trovare quella un'ottima soluzione per gli interessi del fratel suo. Il Menthon discusse a lungo colla Duchessa ed alla fine conchiuse ch'essa rispondesse a Filippo di avere fiducia in lui, ch'egli avrebbe fatto del suo meglio per soddisfare i suoi desideri, sicuro che l'approvazione di Lodovico non sarebbe mancata. Solo volesse Filippo concretar meglio le domande e spiegare i suoi disegni.

Il Menthon tornò al suo albergo, rinunziando pel momento a partire, ed il 10 febbraio si ripresentò alla Duchessa, dalla quale conobbe la risposta del Duca. Filippo Maria pregava il cognato Lodovico di mandare il principe di Piemonte suo primogenito, con un buon seguito, fra cui due uomini d'autorità e di consiglio, a vivere presso di lui. Prometteva di trattarlo come un figlio, e la Duchessa aggiungeva che per parte sua nessuna cosa le sarebbe stata più gradita. Anzi Maria consigliava il fratello di accettare senz'altro l'offerta e mettere al più presto in viaggio il figlio suo. Filippo era privo di eredi legittimi, e poteva forse affezionarsi al nipote, già in età sufficiente, e seguirne i consigli, oltre che i Milanesi avrebbero imparato a conoscere ed amare il giovane principe. Così alla morte del Duca la successione della casa sabauda al trono di Milano verrebbe assicurata.

Il Menthon sentiva che il momento era di grande importanza per Lodovico. Tutto pareva favorire il disegno d'una unione stretta tra Savoia e Milano. Il Visconti temeva di giorno in giorno la venuta in Italia del Delfino di Francia, Luigi, figlio

del re Carlo VII, ed armava genti e galere. Tutti credevano che un esercito francese si aprisse tra poco il passo attraverso la Savoia ed il Piemonte per raggiungere le terre lombarde (1). Il Menthon anzi paventava che il Visconti sotto colore di tener lontano dal suo stato il Delfino, progettasse un'invasione in Piemonte, quando Lodovico avesse lasciato il passo ai Francesi. E seppe ben presto che i suoi timori erano fondati. Altre voci portavano che Guglielmo di Monferrato, tornato a Casale, con genti d'arme disegnava entrare in Piemonte, ed il Menthon per accertarsene decise di passar a Casale al ritorno da Milano. Colà s'abboccò col marchese Giovanni, fratello di Guglielmo, allora indisposto. Giovanni assicurò il Menthon di essere devoto a Felice V e giurò che la notizia era falsa! Guglielmo pure mandò un suo fidato a confermare le parole del fratello. Ma intanto l'abile governatore di Nizza venne a sapere che nel castello di Casale si fondeva una grossa bombarda, ed in tutto lo Stato si preparavano artiglierie e si ergevano fortificazioni (2). Prudente adunque, scriveva egli, stare sull'avvisato, far buona guardia e prepararsi ad ogni evento.

A Milano il Menthon aveva pur incontrato il marchese del Finale, Galeotto del Carretto, in atteggiamento sospetto. Non potè scoprirne i disegni, ma per congettura gli parve di comprendere che il marchese trattava col Visconti per avere la signoria di Genova, poichè Filippo favellando col Menthon stesso mostrava d'aver in poco conto quel suo possesso, e diceva che se il Delfino di Francia se ne fosse contentato, egli non avrebbe fatto opposizione alcuna. Il marchese di Finale ripetè al Menthon

(1) Forse il Visconti conosceva il trattato d'alleanza offensiva e difensiva conchiusa il 27 novembre 1444 tra Lodovico ed il Delfino, seguìta presto da un altro trattato d'indole commerciale. Vedi Charavay, *Rapport sur les lettres de Louis XI et les documents concernant ce prince conservés dans les Archives de l'Italie* negli " Archives des missions scientifiques et littéraires ", serie 3ª, vol. VII (1881), pag. 25. — Beaucourt, *Histoire de Charles VII* (Parigi, 1882-92), vol. IV, pag. 233. — Perret, I, 181.

(2) Benvenuto di S. Giorgio (*Cronica del Monferrato*. Casale, 1639, pag. 370-71) non parla di questi fatti. Dice però che nel 1446 Guglielmo di Monferrato, sdegnato col Visconti perchè volesse dare maggior autorità a Carlo Gonzaga, suo condottiero, che a lui, abbandonò il servizio milanese e passò a quello di Venezia. È probabile che la sua partenza da Milano già nel febbraio 1445 sia un principio del suo raffreddarsi col Duca.

le parole del Duca, ma il nostro eroe, ben conoscendo l'interlocutore suo ed il Visconti, non prestò a simili dichiarazioni fede alcuna. La voce però era corsa fin a Napoli, ed il re Alfonso mandò subito un'ambasciata a Genova per scongiurare il pericolo, mentre tutte le milizie lombarde si avviavano verso quella città.

Il Menthon, recatosi a Torino, scrisse la relazione del suo viaggio (1), e quindi fece ritorno al suo governo, a Nizza.

Come ben si vede, noi ci troviamo in presenza di un caso nuovo e molto importante pel Ducato di Savoia. Il Visconti, nemico di tutti ed in particolare dello Sforza, suo genero, dal quale temeva di essere in epoca non lontana spodestato, chiedeva di avere alla sua corte il principe di Piemonte, senza badare che in tal modo assicurava o rendeva facile la successione al suo trono del cognato, Lodovico. Il principe, il debole e fiacco Amedeo, che fu poi Duca, era nato a Thonon, capitale del Chablais, il 1° febbraio 1435: contava quindi nel 1445 anni 20, cioè un'età sufficiente alla missione, sebbene fosse poco fornito di qualità fisiche ed intellettuali. Ma Lodovico nulla fece. Per qual motivo? Lo ignoro: forse per le condizioni del figlio suo, forse anche per la sfiducia che aveva sul Visconti, noto per malvagità e mala fede, forse, com'è probabile, pel timore del re Carlo VII e del Delfino, od infine perchè già in quei giorni trattava col Delfino lo spartimento del ducato milanese, come sancì poi nel dicembre 1446 (2).

Il Menthon non rimase più a lungo al governo di Nizza. Il 12 novembre 1445 egli lasciò tale ufficio nelle mani di Lancilotto sig^re^ di Luyrieux (3), col quale il 9 maggio 1446 fece una transazione per liberarsi da ogni responsabilità su quel go-

---

(1) Vedi. *App. Doc.* 1°.

(2) Vedi De Mandrot, *Un projet de partage du Milanais en 1446 (Bibliothèque de l'École des Chartes*, XLIV (1883), pag. 179 ecc. — Perret, p. 181.

(3) *Archivio Camerale di Torino. Nizza. Redditi diversi*. Mazzo 5° (1444-53), n. 18 (1445-47): " Ultimus computus nobilis Johannis Secalci olim receptoris Nycie ", fol. 49-49 r. Ha pagato al Menthon 694 fiorini per 36 settimane e giorni 4 di salario, a cominciare dal 1° marzo fino al 12 novembre 1445 " quibus die et anno ipse dominus Nycodus remisit dictum officium in manibus domini lancellocti domini luyriaci... ". — Resta così provato che il Menthon fu governatore di Nizza fino agli ultimi del 1445 e che il suo successore fu il Luyrieux.

verno (1). Un anno dopo, il 13 agosto 1447 colla morte improvvisa di Filippo Maria Visconti si apriva la successione al trono di Milano. Lodovico, spinto dal padre suo, accarezzò l'idea di acquistarla pacificamente. Mandò tosto a Milano il 20 dicembre il Menthon e Francesco de Tomatis, dottore nei due diritti e presidente del consiglio di Savoia, perchè trattassero l'acquisto della città (2), uniformandosi certamente alla volontà della vedova duchessa, Maria. La Repubblica Ambrosiana, proclamata colà appena morto il Visconti, sulle prime, minacciata nella sua esistenza dalla Repubblica Veneta, elesse capitano generale delle sue genti Francesco Sforza, mentre nell'interno della città s'agitavano partiti contrari, fra cui gli uni facendo capo a Maria di Savoia desideravano proclamare Duca di Milano, Lodovico, ed altri sobbillati da Agnese del Mayno, tenevano le parti dello Sforza (3). Tentò Lodovico l'acquisto di Pavia, e forse senza la vigilanza dello Sforza, vi riusciva. Invece il fortunato condottiero, informato a tempo, accorse ed entrò il 16 settembre nella città, accolto festevolmente dal popolo che lo riconobbe signore (4). Poche terre del pavese si tennero col Duca Lodovico, il quale, sempre esitante sul da farsi, cercava il consiglio del padre, ma non sapeva decidersi a buone economie per raccogliere il danaro necessario ad una valida campagna (5). Solo Nicod de Menthon andava cercando 100.000 ducati sulla gabella di Nizza per sop-

(1) *Arch. di Stato di Torino. Protocolli ducali*, reg. n. 109 (1° protocollo di Stefano Laborier. segretario), fol. 3-4: " Transactio inter dominos lancelloctum dominum luyriaci et Nycodum de Menthone, dominum nerniaci ".

(2) *Id.*, reg. n. 92 (Gio. de Clause), fol. 13. Torino, 20 dicembre 1447. Commissione al Menthon e Thomatis.

(3) Casati, pag. 17-18 e ss. — Simonetta, col. 404. V. anche sulla Repubblica Ambrosiana: Butti, *I fattori della Repubblica Ambrosiana*. Vercelli, 1891, pagg. 40.

(4) Muratori, *Annali d'Italia dal principio dell'era volgare sino all'anno MDCCXLIX*, vol. XIII (1400-1500). Milano, Classici Italiani, 1820, pag. 393. — Cagnola, pag. 76. — Magenta, *I Visconti e gli Sforza nel castello di Pavia e loro attinenze con la Certosa e la storia cittadina*. Milano, Hoepli, 1883, vol. 1°, pag. 436-37, e vol. 2° (documenti), pag. 203-4, Nicola Guarna allo Sforza. Milano, 31 agosto e 1° settembre 1447.

(5) Gaullieur, *Correspondance du pape Félix V et de son fils, Louis duc de Savoie, au sujet de la ligue de Milan (1445-49)*, Zurich, Hoehr, 1851, pag. 10 e ss. Felice V raccomandava al figlio economie per impiegare tutti i suoi mezzi alla riuscita dell'impresa.

perire alle spese (1). E mentre Lodovico perdeva il tempo in vane trattative coi Milanesi (2), questi per opera di Bartolomeo Colleoni sconfiggevano a Bosco Marengo le genti di Carlo, Duca d'Orleans, pretendente al trono di Milano, come successore di Valentina Visconti, il dì 11 ottobre 1447 (3). Un anno dopo, quando ancora in Savoia si esitava, tra il luglio ed il dicembre lo Sforza guadagnava sui Veneziani due vittorie decisive, sotto Cremona e presso Caravaggio (4). Venezia spaventata scendeva a patti. Lo Sforza promise di cederle Bergamo e Brescia e di rinunziare ad ogni diritto su Crema e sulla Ghiara d'Adda, e la Repubblica s'impegnò a riconoscerlo duca di Milano, e fornirgli per l'acquisto delle terre ancora indipendenti 6000 fanti, 2000 cavalli e 13000 fiorini al mese. Una condizione però volle la Repubblica fosse posta nel trattato; che se lo Sforza tentava la occupazione dei luoghi nel pavese tenuti dal duca di Savoia, essa non vi avesse parte alcuna (5). Venezia voleva conservare con Savoia le relazioni amichevoli che da tanto tempo duravano, e non alterarle a vantaggio del condottiero di ventura (6).

Allora Milano si scosse. L'accordo dello Sforza colla Repubblica segnava la sua rovina, se non riusciva ad ottenere la

(1) Gaullieur, pag. 38. " Item Nicod de Menthon négocie pour avoir cent mille ducats de la gabelle de Nice ".

(2) Lodovico offrì anche a Venezia la sua mediazione. Vedi Perret, I, 209 e 211-12.

(3) Simonetta, col. 502 e ss. — Corio, II, 737 e ss. — Cusani, *Storia di Milano*, vol. 1°. Milano, Pirotta, 1861, pag. 204. — Vedi sulla questione di Milano le poche, ma buone pagine del Formentini, *Il Ducato di Milano. Studi storici documentati*. Milano, Brigola, 1877, pag. 64-68 e Perret, I, 197.

(4) V. fra gli altri Casati, pag. 29; Cusani, I, 205; Muratori, pag. 403-6.

(5) Magenta, I, 441. Pubblica in nota, da un documento dell'Arch. di Stato di Milano, il cap. XIV del trattato di pace e d'alleanza. La Repubblica ivi dichiara che " non se impazarà quando esso Ill. Conte se vorrà tuore le terre che tiene el Duca de Savoya del contado di Pavia, et sì per questa casone venisse a guerra con lo prefato Duca, la Ill^{ma} Signoria de Venezia non se ne debia impazare de darli alcuno adiuto ".

(6) V. anche *Delle relazioni fra Savoia e Venezia*, loc. cit. — Circa alle relazioni tra Lodovico e Venezia ricordo che esse ebbero inizio prima che Amedeo, eletto papa, abdicasse al trono. — Vedi *Arch. di Stato di Torino. Protocolli ducali* (di corte), reg. n. 78, fol. 22. Lodovico alla Repubblica, 6 marzo 1439. Voglia il Doge dare pronta spedizione alla causa di Amedea, figlia del fu Manfredo dei marchesi di Saluzzo, maresciallo di Savoia, contro Gio. Galeazzo, pure dei marchesi di Saluzzo.

protezione sabauda. Quindi, spinti sempre da Maria, i Milanesi conchiusero un'alleanza con Lodovico il 6 marzo 1449, impegnandosi tra l'altro a non scegliere signore senza espresso suo volere, e dare sempre a lui la preferenza (1). Lodovico allora ruppe guerra allo Sforza, ed il suo luogotenente, Giovanni di Compey, signor di Thorens, si scontrò sulla Sesia con Bartolomeo Colleoni, generalissimo dell'esercito veneto-sforzesco, e fu sconfitto e fatto prigione (2). Il Duca, minacciato nel suo stato, ricorse per aiuto al re Alfonso di Napoli. Nicod de Menthon ebbe incarico di recarsi sollecitamente presso il re e trattare alleanza contro lo Sforza. Egli partì da Torino il 17 maggio 1449 e stette lontano dal Piemonte ben quattro mesi, fino al 17 settembre, giorno in cui fu di ritorno a Torino (3), ma riuscì

---

(1) Simonetta, col. 518-19. Maria di Savoia " sive ingenii sui acrimonia, sive patris Amidei consilio, clam primo cum primoribus quibusdam civibus. deinde palam cum universis Magistratibus agere coepit, ut ad patris fratrisque Ludovici auxilia confugerent... Confirmabat autem quam Maria spem Mediolanensibus dederat frequentibus nuntiis, qui tum a patre Amideo, tum a fratre Ludovico tanquam ejus visendae gratia Mediolanum ventitabant, Jamque eo res erat adducta, ut ictis inter Mediolanenses Sabaudianorumque Ducem foederibus de praedictis auxiliis spes haud dubia afferretur ". — Cibrario e Promis, *Documenti, sigilli e monete appartenenti alla storia della monarchia di Savoia raccolti in Savoia, in Isvizzera ed in Francia.* Torino, Stamperia reale, 1833, pag. 309 e ss. Contiene estratti dalla corrispondenza di Felice V con Lodovico, conservata nell'Archivio di Ginevra. V. anche Gaullieur, pag. 49 e ss. — Casati, pag. 47 e 438, dove pubblica il trattato. — Prima di affidarsi al Duca di Savoia Milano scrisse all'imperatore Federico III, ma senza esito ch' io sappia. Vedi Chmel, *Regesta chronologico-Diplomatica Friderici III Romanorum Imperatoris (Regis IV)*, Wien, Gerold's Sohn, 1859, pag. 243, n. 2381.

(2) Simonetta, col. 530. — Muratori, *Annali d'Italia* cit., pag. 414-15. — Casati, pag. 50 e ss. — Guichenon, II, 86. — Sickel, *Die Ambrosianische Republik und das Haus Savoyen. Beitrag zur Geschichte Mailands im XV Jahrhundert* [in " Sitzungberichte der Philosophisch Historischen Classe der K. Akademie der Wissenschaften zu Wien ", XX (1856)], pag. 200 e ss. — Id., *Beiträge und Berichtigungen zur Geschichte der Erwerbung Mailands durch Franz Sforza* (in " Archiv für Kunde österreichischer Geschichtsquellen ", XIV), pag. 220. — Magenta, I, 443.

(3) *Arch. camerale di Torino. Conto dei tesorieri generali di Savoia*, reg. n. 98 (Conto di Giacomo Meyner di Chambéry) (1449-51), fol. 392-93. 20 aprile 1450. Si pagano 227 fiorini al Menthon per le spese fatte nel viaggio di Napoli; ciò in base d'un memoriale dal Menthon stesso presentato. " Sensuit la dispance que Je Nicod de Menthon ay faict en lambexade vers

nella missione. Il 27 giugno a Napoli aveva firmato alleanza col re (1). Alfonso tuttavia preoccupato dai successi sforzeschi e poco fiducioso delle forze sabaude, che dopo la sconfitta della Sesia avevano sofferto un altro rovescio poco inferiore al primo (2), rese nullo il trattato, dopo il ritorno del Menthon (3). Lodovico dovette cedere, non ostante la rottura di Venezia col suo nemico (4), e far pace, mentre Milano disperata, e prostrata dalla fame e dalla guerra apriva le porte e riconosceva duca l'abile e fortunato condottiero (5). Rimase a Lodovico, qualche piccola terra dell'eredità viscontea, perduta alcuni anni dopo colla pace di Lodi del 1454 (6).

---

le Roy darragon, alant a Naples demourant et retournant du commandement et ordonnance de mon très redoubte s[r] mons[r] de Savoye. Premierement parti de Thurin le xvii[e] Jour du moys de mays mil iiij[c] xlix alant audit voyage a tout viii personnes... jusques au xvii[e] jour de septembre inclus, que arivis à Thurin, sont iiij moys entiers... „.

(1) Guichenon, III, 361-63. Napoli, 27 giugno 1449.

(2) Cagnola, pag. 111.

(3) V. tutti gli storici. Tra gli altri il Magenta, I, 443.

(4) Id. — Venezia la ruppe collo Sforza, perchè s'era servito del Colleoni, passato al servizio suo, e delle truppe venete ai danni di Lodovico sulla Sesia, e ciò contro ai patti. — Sickel, *Beiträge, etc.*, pag. 241-43.

(5) Vedi Muratori, pag. 424-26, ecc.

(6) Sulla pace di Lodi e sull'abbandono in cui Venezia lasciò il Duca Lodovico, suo alleato, vedi Gabotto, *Lo Stato Sabaudo, ecc.*, II, 23, nota 3. — Casati, pag. 349. Istruzione a Giacomo Calcaterra, mandato dallo Sforza a Lodovico. Milano, 4 giugno 1454. Nell'istruzione segreta lo Sforza aggiungeva al Calcaterra di rispondere a Lodovico, quando rifiutasse di sgombrare le terre avute nel trattato del 1449, allegando che esse spettavano ad altri, ed al Duca di Orléans, piuttosto che a lui Sforza, " che nuy reputiamo per vigore de la donatione havemo dal prefato sig[r] Duca „ defunto. Lo Sforza adduceva cioè, come base alle sue pretese, una donazione di Filippo Maria Visconti a lui nel 1446 di tutto il Ducato, salvo della città di Milano. La donazione, creduta vera e stampata dal Drumont (*Corps diplomatiques*, tomo III, parte 1[a], pag. 155 e ss.) ed ammessa senza discussione dal Ricotti (*Storia delle compagnie ecc.*, III, 110-11), fu dimostrata una falsificazione dello stesso Sforza dal Giampietro [*La pretesa donazione di F. M. Visconti a Francesco Sforza*, in " Arch. storico lombardo „, III (1876), pag. 639-51] e recentemente dal Motta [*Ancora della pretesa donazione di F. M. Visconti a Francesco Sforza*, in " Arch. stor. lombardo „, XIX (1892), pag. 386 e ss.], il quale ingegnosamente suppone che lo Sforza abbia fatto eseguire il falso in vista della domanda fatta all'imperatore Federigo III perchè ratificasse e confermasse il titolo ducale ad ogni prezzo (*Id.*, pag. 387).

Così finì l'opera politica del Menthon nella questione di Milano. Il 18 maggio 1450 ancora viene incaricato di ricevere la dedizione di varie terre (1), probabilmente di Lombardia, che lo Sforza lasciava al Duca. Ma già le agitazioni sorte fra i nobili della corte, in ispecie per opera del superbo Giovanni di Compey, sig[r] di Thorens, il vinto della Sesia, lo trascinavano nelle loro spire (2). Il vecchio Felice V cercò di pacificare gli animi, ma alla sua morte, avvenuta il 7 gennaio 1451, Lodovico, non più sorretto dal consiglio paterno, lasciò libera la mano al Compey, per volere del quale gettò in carcere lo stesso Nicod de Menthon, ottimo fra i suoi ministri (3), col padre suo, Pietro de Menthon, ed ordinò minuta inchiesta sulle scritture e robe dei due nobili (4). Se Filippo il buono, duca di Borgogna, non avesse caldamente reclamato la liberazione del Menthon (5), ed il re di Francia, Carlo VII, voluta una conciliazione fra i nobili savoini, i due Menthon avrebbero languito a lungo in carcere. Ambidue furono liberati, pare nel 1455, e si riconciliarono col Compey il 27 marzo 1455. Ma quattro giorni dopo l'indegno gentiluomo coll'aiuto di cinque sgherri li assaliva per via, ferendo a morte il vecchio Pietro. Il Duca, sebbene con lentezza, rese giustizia ai perseguitati, confiscò i beni al Compey e lo allontanò dalla corte (6). Nicod de Menthon compare ancora nel 1462, quando il 30 agosto ricevette il titolo di balivo del Faucigny ed il governo dei castelli di Faucigny, Châtillon, Cluse e pertinenze (7).

Questa è l'ultima notizia pervenutaci sulla vita del valente ministro sabaudo, che ebbe tanta parte nelle cose politiche dell'età sua. Ricorderò in ultimo che Maria di Savoia, la quale

---

(1) *Arch. di Stato di Torino. Protocolli ducali (di corte)*, reg. n. 92 cit., fol. 147-48. Chieri. 18 maggio 1450.

(2) Gaullieur, pag. 80 e ss. — Gabotto, pag. 16.

(3) Gabotto, loc. cit.

(4) *Arch. di Stato di Torino. Protocolli ducali*, reg. n. 96 (Gio. de Clause), fol. 285-87. Il Duca al Clause. Bourg, 31 luglio 1451 e relazione del Clause.

(5) Lett. cit. del Duca di Borgogna. Vedi *App. Doc.* 2°.

(6) Gabotto. pag. 30. — *Arch. di Stato di Torino. Protocolli camerali* (sezione camerale), reg. n. 50 (de Clause), fol. 137-38. 31 marzo 1455. Memoriale sul da farsi sull'aggressione ai Menthon.

(7) *Id. Protocolli ducali (di corte)*, reg. cit. n. 110, fol. 64 e 86. Patenti di Lodovico a Nicod de Menthon, 30 agosto 1462.

aveva mostrato tanta confidenza al Menthon, scese nella tomba oscuramente il 14 dicembre 1469 a Vercelli (1), lontano da quella Milano, che essa aveva amato e desiderato sede della sua famiglia.

APPENDICE

DOCUMENTO 1°.

(Arch. di Stato di Torino. Lettere particolari).

1445, 18 febbraio, Torino.

Nicod de Menthon al Duca.

« Montresredoubte Seigneur. Je me recommande a vostre bonne grace, tant humblement comme Je puis. A la quelle plaise souvenir que moy estant en Savoye, mons^r de Mylan me scripsit par pluseurs fois que le alasse visiter et encores depuis en hay heu lettres de lui a Nice: Ce que, comme vous dys, suis alé vers lui a veoir et savoir quil me voloit. Et arrivay la dimence dernier Jour de Janvier, et tantost fu visité par mess^r Maffé de Mazare, Mess^e Nicolo Archinbau, Mercurin Barbavayre et Jaques becquet, et trois escuiers pour moy tenir compaignie. Le lundí alay visiter mondict s^r de Mylan, le quel me receupt moult honnourablement et domestiquement me parla et interroga de beaucoup de choses, esquelles Je respondi le mielx que je sceu, Et a ce qui vous pouoit touchier tant en votre faveur que mon entendement se sceut extendre. Et en effect tout quanques il me voloit, a mon advis nest que beau langaige et examination. Et ma offert largement biens et honnourances et que Je demandasse de lui ce quil me plairoit, et que tousiours à desiré que fusse en son service. Or quoy quil pense, Il ma fait tresbonne chière et cordiale, et commanda ques tous les Jours Je fusse vers madame. Les chambielans mon festié et continuelement suis alé ou chastel à mon plaisir, come se fusse dostel et de Robes. Jay visité tout ses capitaines pour prendres leurs acrintances (?), qui tout pour honneur de vous mont fait bonne chière. Et y ay veu mess^r Guillaume et Boniface de Montferrat, qui en verité sont tresbeaulx seigneurs, et se recommandent à la bonne grace de nostre Saint père et de vous. Je prins congié de Mons^r de Mylan et de madame le samedi et dimence ensuivans, et le lundi après dyner me vueillant partir, madame me manda querir, et me dit de par mons^r de Mylan quil auroit grant desir

---

(1) Motta, *Ancora della pretesa donazione ecc.*, pag. 386. Nota da doc. inedito dell'Archivio di Stato di Milano.

et plaisir davoir ung homme de auctorité des votres avecques lui, pour veoir et entendre les choses de Mylan et ses autres affaire pour les vous communiquer. Et madicte dame le confortoit moult pour assez de Raisons quelle me dit, et aussi les avoit dit a mess[r] Jean de compeys et a mons[r] le mareschal de lanoree (?), Et pense quils le vous ont dit. Et sembloit a madicte dame que sil y avoit homme de practique, liberal, et qui heust de quoy acomter et faire plaisir on seroit necessaire, et vous pourroit moult prouffiter, Veant les termes ou sont les choses de present. Et après plusieurs disputation delle à moy, sumer darrest quelle fist responce a mons[r] de Mylan, que volentiers feroyt le necessaire et questoye certain que en toutes choses lui vouldries complaire.

Mais pour ce que le peussiez mieulx servir à son gré me sembloit quil demandast qui il voloit et comment. Je fus remis au mercredi, à quel Jour madicte dame me bailla les lettres que Je vous envoye, me dit quelles sont de creance depar mondict s[r] de Mylan et elle, laquelle est en effect, que mondict s[r] de Mylan auroit grant desir et singulier plaisir, que luy voulsissiez baillier et tramettre mons[r] le Prince acompagnié dun gracieux estat, pour demeurer avecques lui, et il le traictera comme son fis propre, Et sera grand consolation et plaisir de madame et seroit son fil, et de ce vous prie et Requiert. Et oultre vouldroit ung ou deux hommer dauctorité qui fussent avecques lui, et de quoy il se peust servir, et veoir et entendre ses choses comme dit est. Et la creance de madame est, quil luy semble que en toutes maneres vous le devez faire, considerant que vous avez de beaulx enfans et assez, dieu les vous preste, et quil est besoing quils suyvent et prouchassent de lachevance, Et plulstot conseillé de mons[r] le Prince que dautre, pour ce quil est Ja grant, vite et habile à faire tout, Et mons[r] de mylan y pourroit prendre tel plasir, quil sen sentroit tout sa vie, aussi les citoyens de mylan le prendroyent en amour, *Et se cas advenoit, le pourroyent prendre à Seigneur,* et beaucoup dautres raison, que Je me passe de vous escripre, pour ce quelle en a parlé plainement a mons[r] le mareschal, et croy quil vous aura tout reporté.

Item elle vous escript une lettre pour ung chapelain moult cordial du s[r] Loys de Saint Severin qui vous en escript aussi, et Je vous envoye le memorial quil men a fait, que madicte dame ma faict baillier, quest pour Je ne scay quel benefice, qui est à Verseil. Et vous prie madicte dame, que faittes tant vers notre Saint pere que celui chapelain ait le dit benefice, qui est aussi à leur collation. Il (1) est capitaine general, il ha quatre beaulx filz tout Capitaines, et ha tresbelle et grant compaignie. Il se habite du tout a mylan, et y a fait ung tresbeau pa-

---

(1) Luigi di Sanseverino.

lays tout neufs. Il vous pourroit encores servir, Non pas de tant que vault le dit benefice, mais de plus, que ne vault toute la cité de Verseil. Et ce est leffect de ce que vous doy exposer de leur part, Sy vous plaise y adviser et faire comme sera de votre plaisir. Et en verité, mon tres Redoubte s[r], Il me semble que ce sont choses qui point ne se doyvent mettre en negligence. Des nouvelles, Mons[r] de mylan fait tousiours gens darmes tant quil peut et a voix pour resister a mons[r] le Dalphin sil veult venir en Itaille. Il fait appareillier les Galyons a Pavie. Et la voix commune, au moins de petites gens, est que ceste tempeste vendra en votre pays de pyemont. Et pour ceste cause me suis donner peine den enquerir, mais Je ne treuve que ses gens darmes vueillent entrer en votre pays, sinon que donnissiez passage a mons[r] le Dalphin. Aussi se dit que Guillaume mons[r] de Montferrat et autres gens darmes sont cassez, et doyvent entrer en votre pays. Et suis passé par Casal pour sentir de tout, Et nay point veu mons[r] le marquis (car il estoit ung peu malade), mais Jay veu Jehan mons[r], qui vint a Saint Francoy ou le visitay. Et parlant dune chose et dautre, et des Nouvelles devers mylan me vint a point de luy dire, que on disoit que Guillaume mons[r] voloit faire contre vous moult et merveiller; le quel monstra en estre moult desplaisant, et me pria que quant Jen en oirez (?) parler Jen respondisse pour leur honneur, et me Jura de sa main en la mienne, la foy de son corps, quils ameroyent mielx estre mors que lavoir pensé, et que toute leur esperance estoit en notre saint pere et en vous, et en verité beaucoup de bonnes paroles. Puis les me fit Reconfermer mons[r] le Marquis par mess[r] henriet Note. Neantmoins me fut dit quil faisoit une grosse bombarde, dedens son chastel, et ce fut la cause que on ne my mena, et fait fortiffier partout et appareillier artillerie. Si que dy avoir bon advis et faire bonne garde, n'est que bon, et encores me sembleroit bon faire aucunes provisions dont legierement on se passe.

Item Jay trouvé le s[r] de Final, mess[e] Galeot du Carret, a Mylan, qui practique fort, et par coniectures Je ymagine que ce soit pour luy remettre la Seignourie de Gennes. Car mons[r] de Mylan ma dict quil en est Refroidie, et nen veult point, et que mons[r] le Dalphin la prengne sit veult. aussi mess[r] Galeot ma dit pareillement, et Je scay bien du contraire. Aussy le Roy darragon la senti, et a envoyé ambassade à Gennes pour y obvier, et toutes cestes gens darmes de mylan se trayent en celles marches bellement. Que ce sera, leurs choses sont tant obscures que à grand peine eulx meismes les entendent.

Mon tres redoubte seigneur, Je menvoy a Nice, ou me pourrez mander et commander votres bons plaisirs pour les acomplir de tout mon pouvoir. Vous suppliant treshumblement quil vous plaise mes affaires avoir pour Recommandez, Priant dieu quil vous doint bonne vie et longue. Escript a Thurin le XVIII[mr] Jour de fevrier MIIIJ[c]XLV.

Montresredoubte seigneur. Madame de Mylan vous prie et requiert que lui envoyez une bonne harguenet pour son deportement et esbatement ce printemps.

votre treshumble serviteur et subgiet
NICOD DE MENTHON.

DOC. 2°.

(*Arch. di stato di Torino, Protocolli ducali* (*di corte*) reg. n° 96, fol. 11).

1451, 15 luglio, Bruxelles.

Il Duca di Borgogna, Filippo il Buono, a Lodovico, Duca di Savoia.

" Treschier et tresamé cousin. Jay sceu comment à loccasion des questions et differens qui puis certain temps euret ont esté en votre pais de Savoye, entre aucuns nobles dicelui pais voy feaulx et subgectz vous avez nagaires fait prendre empeschier et emprisonner la personne de mess^e Nicol de Menthon chevalier, et encores le faictes detenir, à la grant desplaisance de lui et ses parens et amis. Et pour ce que ledict mess^e Nicol est ung notable chevalier, party et yssu de noble maison, et comme singuliere amour et recommandacion et tellement que pieca Je lay retenu en mon chambellan et serviteur, Jescrips presentement pardevers vous, Et vous prie et Requier tresacertes et affectueusement, actendu et consideré ce que dit est, meismement que Jespeire et tieng fermement que Icelui mess^e Nicol na fait cose que bon chevalier et gentilhomme ne doye faire, Aussy que du vivant de feu mon treschier et tresamé oncle le legat de Savoye (1), votre pere, que dieu pardonne, toutes les dictes questions, differens et debatz furent appaisiez et mis Jus, que ne vueillez faire ne souffrir proceder ne actempter aulcunement ala personne dudict mess^e Nicol. Mais pour amour de moy et a ma faveur et contemplacion le faire delivrer et despechier de son emprisonnement, et le mectre a plaine delivrance, Actendu et consideré lestat et noblesse dicelui mess^e Nicol (et ce que dit est dessus), et vous me fairez singulier plaisir, Si vous prie et Requier de Rechief que aussi le vueillez faire, Et par le pourteur de cestes moy escripre et faire savoir vostre bonne responce sur ce, et ce que fait en aurez ou faire voudrez, Avecques sil est chose aucune que pour vous faire puisse (et Je le fairey voulentiers). A laide du saint Esprit, treschier et tresamé cousin, qui vous ait en sa bonne garde, Escript en ma ville de Brouxelles le xv^e Jour de Juillet.

vostre cousin le duc de bourg^ne ecc.

---

(1) Nel 1449 Felice V abdicò al pontificato, e fu dal pontefice Niccolò V creato cardinale e legato in tutte le chiese di Savoia (Vedi MURATORI, *Annali d'Italia* cit., pag. 410). Morì il 7 gennaio 1451.

Le tombeau de Béatrix de Portugal, duchesse de Savoie, dans le château de Nice;

Nota di EUGENIO CAIS DI PIERLAS.

C'était une bien triste année que l'année 1537. La Savoie et le Piémont se trouvaient presqu'entièrement au pouvoir des troupes de François Ier; leurs capitales avaient dû se soumettre et lui prêter serment de fidélité. Le pauvre duc Charles s'était réfugié à Verceil, d'où il pouvait mieux surveiller les mouvements des ennemis et profiter des succès éventuels de l'armée impériale.

Il avait dû envoyer loin de lui la duchesse Béatrix, la belle princesse, qu'une médaille de l'époque qualifie de *decus Portugalie*, qui avait reçu du pape Léon X l'hommage de la rose d'or et de l'empereur Charles-Quint le comté d'Asti, celle qui avait été la vaillante compagne de sa vie malheureuse, celle qui venait de protester noblement contre les idées de cession de Nice à la France qui s'étaient manifestées dans l'entourage ducal. Elle se trouvait alors enfermée dans le château de Nice que les formidables remparts élevés dans ces derniers temps rendaient une place inexpugnable, autant par sa position et les ouvrages militaires, que par la fidélité des habitants.

Le duc leur avait confié la garde de ce qui lui restait de plus cher au monde, sa femme et son fils Emmanuel-Philibert, le Saint-Suaire, les objets les plus précieux comme valeur et comme œuvres d'art, les anciennes archives de sa Maison qu'on y avait transporté de Chambéry; et, certainement, il n'aurait pu mieux faire.

On le vit bien l'année suivante, alors que le duc, trop faible peut-être en face du désir exprimé par l'empereur, avait donné sa parole de livrer au Souverain Pontife le château de Nice, cette merveilleuse forteresse, que celui-ci, on l'a assuré depuis, n'entendait plus restituer à son maître.

Une espèce de conjuration militaire avait eu lieu. La garnison avait tenu conseil et choisi trois chefs, un Niçois, un

Savoyard et un Piémontais; ceux-ci avaient jugé le consentement du prince dépourvu de l'indépendance d'âme nécessaire; ils lui avaient fait connaître bien respectueusement la décision inébranlable de conserver la place-forte et de ne la remettre à aucun prince de la chrétienté; puis aux cris de: Savoie! vive Savoie! en déployant leur vieille bannière et conduisant au milieu d'eux le jeune prince de Piémont, ils s'étaient retirés dans le château, en faisant serment de résister jusqu'à la mort (1).

Le duc Charles n'aurait pu choisir une résidence plus sûre pour la princesse.

Celle-ci d'ailleurs ressentait pour Nice un attachement tout vibrant des souvenirs de son cœur; c'est là qu'elle était débarquée en venant de Portugal, alors que le duc Charles était venu à la rencontre de l'épouse désirée; c'est là qu'elle avait séjourné à plusieurs reprises. Cette région maritime, contrée ravissante, parée de tous les charmes de la nature, devait lui rappeler son pays natal, de même que le doux climat de notre ville était devenu nécessaire à une santé fortement ébranlée, et paraissant de jour en jour plus inquiétante sous le coup des douloureux événements et des désastres qui frappaient sa famille.

Dans les seize années qui venaient de s'écouler, elle avait perdu sept enfants. Emmanuel-Philibert, âgé de sept ans, lui restait seul.

Quatre étaient morts au berceau; Isabelle, née à Nice en 1532, était morte à Racconigi âgée d'un an à peine; l'année qui venait de finir, le 1536, lui avait enlevé en même temps le prince Louis, de treize ans, mort à Madrid, et Catherine, âgée de six, morte à Milan, où elle-même venait de passer deux mois, avant de se réfugier à Nice. On comprendra le désespoir de la pauvre mère. Elle était de nouveau enceinte et la délivrance était attendue pour les derniers mois de l'année.

Son état maladif, les trances où elle vivait pour le sort de son pays, pour les jours mêmes du prince, avaient déterminé chez elle de sombres pressentiments au sujet de l'avenir qui s'ouvrait devant elle. Aussi décida-t-elle de s'y préparer.

---

(1) Cfr. Cais de Pierlas, *La Chronique niçoise de Jean Badat (1516-1567)*. Extrait de la " Romania ", tome XXV, p. 6 et 29.

Le 29 novembre elle fit son testament à la présence de François de Carvalho, ambassadeur de Portugal, de Ludovic de Châtillon seigneur de Musinens, gouverneur du prince de Piémont et capitaine du château, de Jean-Baptiste Provana, grand aumônier ducal, de Nicolas Balbo de Vernone, président patrimonial général, de Jean-Jacques de Bernezzo seigneur de Rossana, son maître d'hôtel, d'Antoine de Soria seigneur de Torterel, son premier médecin, d'Albert Bobba, potestat d'Asti, d'Antoine Châtel, son premier secrétaire.

Elle y ordonnait que son corps, revêtu de la bure des Mineurs-Observants, fût enterré dans le monastère de l'Ordre de Sainte-Claire de la ville où aurait lieu son décès, mais sans pompe et avec deux seules torches, dans un humble tombeau au ras du sol et sous une simple dalle, jusqu'au jour où il pourrait être transporté dans le sépulcre que le duc aurait choisi pour lui-même. Il est naturel, disait-elle, que ceux qui durant leur vie ont été unis par les liens du mariage et par une sainte affection, soient nouvellement réunis, après leur mort, dans le même lieu de repos. Pendant les trois jours qui suivraient sa mort, tous les prêtres qu'on pourrait trouver dans la ville célébreraient des messes en suffrage de son âme; tous les pauvres qui prieraient pour elle en ces jours, recevraient l'aumône d'un demi teston; puis, durant la première année, on célébrerait trois messes par jour. Elle léguait au couvent où elle serait ensevelie, des ornements sacerdotaux et des parements d'autel en brocart d'or qu'on tirerait de ses vêtements, en plus une lampe en argent, du poids de 20 marcs, qu'on tiendrait perpétuellement allumée devant l'autel du Saint-Sacrement. On donnerait à chaque religieuse un vêtement neuf, et on lui fournirait la nourriture durant toute une année. Aux religieux du couvent dont serait le confesseur qu'elle aurait au moment de sa mort, on donnerait un vêtement, et ils célébreraient pendant toute une année des messes avec l'aumône d'un teston par messe. On enverrait deux moines de l'Observance en pélerinage à Jérusalem, à Rome, à Notre-Dame de Loreto et en Auvergne. On marierait quinze jeunes filles, en fournissant à chacune d'elles une dot de cent écus, et on donnerait la même somme à quinze pauvres. On délivrerait quinze esclaves chrétiens des mains des Infidèles. Le tiers de ses biens irait à solder ses dettes.

Elle léguait toute sa garde-robe au monastère où, plus tard, elle serait définitivement enterrée.

Elle ordonnait la construction d'une chapelle et tombeau pour la comtesse de Crescentino, dont elle avait hérité.

Elle recommandait au duc ses dames et ses demoiselles d'honneur, en le priant de faire reconduire en Portugal celles qui l'auraient désiré.

Elle faisait des legs importants, la pluspart sous titre de payement de dot, aux nombreuses dames de sa cour: Françoise de la Cerda marquise d'Incisa; Marie veuve du comte de Frossasco; Françoise de Tavares dame de Combefort; Inès de Tavares, veuve du comte Pierre de Butigelle et Archange sa fille; Inès de Brito, épouse du jeune Frossasco; Louise épouse du chevalier de Bressieu; Antoinette d'Osasco; Charlotte d'Incisa; Françoise de Thiret; Jeanne Maréchal de Combefort; Béatrix d'Alemos de Lucinge; Marie de Laurencin de Mingueval; Jeanne de Consieu; Pierrette Fligière dame de Gimilly; Claudine de Castellane et Symone sa fille; Marie de Civalhos; Catherine de Valence; Marguerite de Cavoretto, une de ses filles de chambre; Catherine de Correa; Thomasine de Gimilly. Suivaient plusieurs legs à la nourrice de ses enfants et aux femmes attachées au service de sa maison.

Elle n'oubliait pas les gentilshommes de sa cour, qui étaient les suivants: Henry Fernandez, portugais, prieur de Montalliod et doyen de la chapelle; Lopez Gonzales, Philippe Robello, Jacques Lambert, Lambert Frinchiera, Jean Piras, Fernand, chapelains et clerc de sa chapelle; Jacques de Rossana, son maître d'hôtel; Pierre de Petralua, son écuyer; Jacques d'Alemos dit Lucinge; Châtel et Antoine Rubatto, maîtres de sa chambre; Antoine, médecin espagnol; Dominique Martini, médecin; Michel, son secrétaire; Aymon de Bernezzo, son écuyer; Gonzales Gomez, son trésorier, et quelques autres; en plus le personnel du bas service, à chacun desquels on donnerait de six à quarante écus; en tout 2738 écus d'or du soleil et trois testons.

Elle laissait, aux enfants qu'elle pourrait encore avoir, le tiers de ses biens, après payement total de ses dettes; si c'était des filles, elle priait le duc de ne les marier sans le bon plaisir de l'empereur, et avec un parti qui fût en tous points digne d'elle: autrement de les enfermer dans un cloître.

Elle recommandait vivement au duc d'avoir grand soin de donner à ses enfants une bonne éducation, en leur inspirant, par dessus toute chose, les sentiments de la crainte de Dieu. Elle suppliait l'empereur de vouloir bien continuer à sa famille la protection accordée, en lui laissant encore la jouissance des rentes sur l'état de Milan, attendu les tristes circonstances dans lesquelles on se trouvait.

Dans le reste de sa fortune, elle instituait héritier universel le duc son mari, et après lui le prince de Piémont.

Finalement elle nommait ses exécuteurs testamentaires François Carvalho, Jean-Baptiste Provana et frère Léonard Alberti de Piobesi, de l'ordre des Mineurs-Observants, son confesseur et rédacteur du testament.

Cet acte, revêtu de sa propre signature, écrite sous la forme habituelle de *Britiz*, était fait dans le château de Nice, et dans la chambre inférieure de son habitation, du côté du levant, *in arce seu fortalicio Nicie, in domo ordinarie residentie serenissime testatricis, in camera inferiori eiusdem domus versus oriente*, ainsi que nous le lisons dans l'original des archives.

La duchesse ne tarda pas à être de nouveau mère: le 3 décembre on baptisait son fils, Jean-Marie.

Elle parut aussitôt se remettre de son état de langueur et reprendre tout à coup la santé, tellement qu'on s'empressa d'en envoyer au duc la bonne nouvelle. Mais il était dit que la sainte et belle duchesse devait être malheureuse jusqu'au bout.

Avant la fin de l'année le jeune prince était emporté, peut-être par le même mal qui avait déjà causé tant de larmes à la famille ducale, et on dut lui creuser la tombe dans le château même qui l'avait vu naître. Il fut inhumé dans une des chapelles de l'ancienne cathédrale de Sainte-Marie, et précisément dans celle de Saint-Barthélemy.

Le cœur de la princesse en fut bouleversé, et l'amélioration qui s'était manifestée dans son état fut subitement arrêtée; et bientôt, au début de la nouvelle année, une crise alarmante annonça à son entourage que, cette fois, c'était bien fini pour elle.

La tradition, confirmée ici par les événements successifs, veut qu'alors, contrairement aux dispositions contenues dans son

testament, la duchesse demandât d'être ensevelie dans la chapelle de Saint-Barthélemy à côté de son fils. Dans la suite en effet, malgré que le duc Charles III eût bâti son propre tombeau à Verceil, il ne fit pas enlever de l'église de Nice les dépouilles mortelles de sa femme, mais continua à les y laisser; pareillement son fils Emmanuel-Philibert ainsi que tous ses successeurs respectèrent les derniers désirs de la mourante et ne suivirent pas les volontés exprimées dans le testament.

Le danger que courait la vie de la princesse avait été immédiatement signalé au duc. Celui-ci partit aussitôt de Verceil et se dirigea en toute hâte sur Gênes; mais il n'y était pas encore arrivé, qu'il reçut la triste nouvelle de son décès.

Ce funeste événement avait eu lieu le 8 janvier, ainsi qu'on le voit noté en lettres d'or et sous la forme suivante dans le précieux Obituaire de l'ancienne Cathédrale de Nice: *Obiit Illustrissima et Excellentissima domina Beatrix Infans Portugalie et Dux* (sic) *Sabaudie, anno Domini 1538, die 8 januarii* (1).

Notre bon duc fut tellement frappé du douloureux événement, qu'on craignit un instant pour ses jours. Il surmonta pourtant sa faiblesse, se fit porter en litière jusqu'à Gênes auprès de l'amiral André Doria, et le supplia de lui préparer en toute hâte deux galères pour se rendre immédiatement à Nice. Malgré ce désir, Doria ne laissa pas que le duc s'embarquât tout de suite, à cause de l'état de souffrance où il se trouvait et de la violente tempête qui sévissait en ce moment. Il ne mit à la voile qu'après quatre jours, et arriva à Nice le 19.

Le surlendemain on procéda à l'ouverture du testament par devant Jean Taparelli, jugemage de Nice, à qui le testament avait été confié, et dans la chambre de Louis de Châtillon, capitaine du château; étaient présents Aymon de Genève seigneur de Lullin, gouverneur du pays de Vaud, René Grimaldi seigneur de la vallée de Massoins, Louis de Mézière, gouverneur de Verceil, André de Monfort, gouverneur de Nice, et Alexandre de Fréney seigneur de Chuez.

---

(1) Cais de Pierlas, *Obituaire de l'ancienne Cathédrale de Nice;* Estratto dalla " Miscellanea di Storia Italiana ,, S. III, III (XXXIV), p. 21.

Malgré les dispositions testamentaires de la pauvre duchesse, on embauma le corps, et on fit des funérailles avec tout l'éclat que les circonstances pouvaient permettre; puis on l'ensevelit dans un cercueil en plomb contenu dans une caisse en bois ornée d'écussons aux armes de Savoie et de Portugal, et on le déposa dans la chapelle de Saint-Barthélemy, auprès du tombeau de son enfant.

Il est bien vrai que le duc, au premier moment de son arrivée à Nice, avait pensé de se tenir strictement à la lettre du testament, et avait manifesté au marquis Del Vasto, lieutenant général de l'empereur, l'idée de transporter le corps de la duchesse à Coni, où existait un couvent de l'ordre de Sainte-Claire, tandis que celui de Nice était à demi détruit; mais, soit à cause du peu de sûreté des routes, soit pour respecter l'extrême désir de la duchesse, il y renonça.

La fatalité paraissait s'en mêler; car le même duc, dans son testament du 27 février 1540, ordonnait de lui ériger un simple tombeau dans l'église des Clarisses de Nice, dont le monastère allait être rebâti dans la ville basse, et d'y transporter aussi le corps de la duchesse devant le maître-autel.

A sa mort rien de ceci ne fut mis à exécution: son propre corps fut inhumé à Verceil, celui de Béatrix resta dans l'église du château de Nice.

Telle fut la fin de cette excellente et digne princesse de Savoie, qui, dans un corps affaibli et miné par les chagrins et les souffrances de toute sorte, réussit à conserver son âme à la hauteur des circonstances, et fut pour son mari, tout à la fois, ange consolateur et ferme soutien.

On ne pouvait que déplorer qu'il ne restât plus la moindre trace de ses dépouilles mortelles, et que la position précise de son tombeau n'eût pu être, jusqu'à cette heure, définitivement fixée. C'est d'après le désir que nous en a fait exprimer, il y a trois ans, S. M. la reine Maria-Pia de Portugal, que nous avons étudié la question et que nous avons eu l'honneur de lui en soumettre le résultat. Aujourd'hui encore c'est avec une profonde émotion que nous traçons ces pages, en pensant à la gracieuse souveraine qui venait alors de visiter longuement notre vieille ville et les ruines de son château, en évoquant ses an-

tiques légendes avec ce culte religieux qu'elle apporte à toutes les vieilles traditions ancestrales de sa glorieuse Maison.

Plusieurs difficultés se présentent à l'égard de ce tombeau. Nous allons les analyser, et indiquer l'état présent de la question; puis, malgré que la solution du problème soit assez difficile à atteindre aujourd'hui, nous exposerons celle qui nous paraît la plus probable d'après les données d'ordre positif qui peuvent encore se retrouver.

Nous possédons sur ce sujet quelques faits d'une précision indiscutable et d'une sûreté absolue. En voici le résumé.

1° La duchesse Béatrix a été inhumée dans l'ancienne cathédrale de Sainte-Marie, devenue simple paroisse du château, depuis que le duc Charles, par acte du 19 octobre 1531, avait transporté le siège épiscopal dans l'église paroissiale de Sainte-Réparate qui dépendait de l'abbaye de Saint-Pons et était située dans la partie basse de la ville (1), et son tombeau se trouvait dans la chapelle de Saint-Barthélemy.

L'abbé Gioffredo dans le *Nicœa Civitas* et dans son *Histoire des Alpes Maritimes* nous en donne l'assurance.

2° A l'époque où Gioffredo écrivait le premier de ces deux ouvrages, soit en 1658, le tombeau de la duchesse existait encore là. Il le dit bien explicitement: *eiusque corpus aromatibus conditum, in eadem vetere ecclesia Cathedrali est tumulatum, in sacello divi Bartholomei, ubi etiam nunc viditur* (2); mais il est probable qu'à l'époque de sa mort, survenue le 11 novembre 1692, toute trace du tombeau eût disparu.

3° En 1691, le 30 mars, lorsque le tir des batteries de Catinat fit sauter la poudrière du château, l'explosion épouvantable qui se produisit et que l'on prit, jusqu'à trente lieues à la ronde, pour un tremblement de terre, causa l'effondrement du donjon et d'une partie de la cathédrale, notamment celui de la chapelle de Saint-Barthélemy.

Cette assertion donnée par Gioffredo dans une relation de ce premier siège, est confirmée par ses contemporains.

---

(1) Gioffredo. *Nicœa Civitas*, p. 199.

(2) *Ibidem*, p. 202.

Parmi ceux-ci un Adrecchio, beau-frère ou neveu de Gioffredo, donne un détail important et inédit dans les annotations qu'il a faites à la Chorographie de son parent, et dont nous possédons une copie manuscrite; voici ses paroles: " *Un'altra chiesa di nobile struttura dedicata alla B. Vergine Assonta* (1), *rinchiusa per le nuove fortificationi nell'ambito del castello, dove una capella, sotto il titolo di S. Bartolomeo, per fondatione del vescovo Bartolomeo Chueti, che da sei capellani era servita, assieme con una gran parte della suddetta chiesa, nell'espugnazione del castello dalle bombe francesi è stata distrutta. È vero però che non mancano i capellani di supplire al loro obbligo nella medesima chiesa fattasi riedificare quanto più presto si è potuto dalla pietà dell'Eccellenza del signor Cavaliere de la Fare, Maresciallo di Campo per sua Maestà Christianissima e governatori de' forti e contado* „ (2).

Il résulte, par ce passage, que la cathédrale ne fut pas entièrement démolie dans ce premier siège, et que le gouverneur français qui fut à Nice de 1691 à 1696, personnage d'une piété

(1) C'est de l'ancienne cathédrale de Nice qu'il s'agit ici; elle prenait indifféremment la dénomination de Sainte-Marie *de l'Assomption*, de Sainte-Marie *de Nice*, de Sainte-Marie *de Platea* (*Actes du 2 avril 1342 et 26 sept. 1360. — Liber Niger*, aux archives capitulaires, f[os] 45 et 14). Elle fut consacrée le 1[er] mai 1049, d'après l'annotation de l'Obituaire de l'ancienne Cathédrale. Cfr. Cais de Pierlas, *Cartulaire de l'ancienne Cathédrale de Nice*, Préface, p. v; *Obituaire de l'ancienne Cathédrale*, Préface, p. 4. — Le texte, p. 30, contient ces mots: *Consecratio altaris Beate Marie, anno Domini M°XLIX.*

(2) Ce passage se trouve dans une partie non imprimée de la *Corografia delle Alpi Marittime* et dans le chapitre XVIII, intitulé *Diocesi di Nizza*. La période de temps comprise entre l'explosion du 30 mars 1691 et la mort de Gioffredo survenue le 11 novembre 1692, prouve que la reconstruction d'une partie de l'église fut exécutée l'année suivante, à moins, ce qui est possible, que Gioffredo ne soit pas l'auteur de la notice contenue dans ce chapitre, mais plutôt qu'elle ait été rédigée par François Adrecchio, mari de Virginie sœur de l'abbé, ou par leur fils Pierre Antoine, commandant du fort de Mirabouc en 1672. Ajoutons que dans le Ms. original de Gioffredo, la *Corografia* est beaucoup moins importante que celle publiée, et que cette dernière a été tirée d'une copie que la préface à la *Storia delle Alpi Marittime* attribue à D. Jean-François Adrecchio, mort curé de Villefranche en 1798, petit-neveu et héritier de Gioffredo, copie où cet Adrecchio a altéré certains passages dans le but de se faire passer pour l'auteur de la *Corografia*. Ce fait résulte d'une façon évidente par la comparaison de la copie que nous possédons; malheureusement le manuscrit original n'existe plus aux archives d'État de Turin.

bien connue (1), la restaura et la rendit au culte; au contraire, la chapelle de Saint-Barthélemy fut entièrement détruite, puisque les six chapelains, depuis l'événement, officièrent dans l'église. D'autres faits plus essentiels en ressortent, que nous nous réservons d'examiner plus loin.

4° En 1706 le maréchal de Berwick fit sauter avec des mines tout ce qui restait encore de l'ancien château et de la citadelle, et détruisit de fond en comble la cathédrale de Sainte-Marie et toutes ses annexes; l'aspect navrant des ruines de ce glorieux château en sont la preuve.

Maintenant, après avoir fixés ces jalons de départ, nous tâcherons de résoudre les points suivants de la question:

1° Le tombeau de la duchesse se trouvait-il dans la chapelle même ou dans ses caveaux?

2° Dans quelle partie de la cathédrale se trouvait cette chapelle dédiée à Saint-Barthélemy? Était-ce dans l'abside latérale au sud, ou dans une chapelle annexe située au sud-ouest?

3° Que sont devenus le tombeau et le corps de la duchesse après la destruction de l'église et de la chapelle?

Nous allons essayer d'y répondre de notre mieux.

1° Ainsi qu'on l'a vu, Gioffredo nous apprend que le corps de la duchesse était encore visible de son temps: " *ubi etiam nunc viditur* „. Ceci paraîtrait plutôt indiquer l'existence du tombeau dans un endroit accessible au public; mais, d'autre part, il faut considérer que, lorsqu'il s'agissait de personnages éminents, on laissait généralement dans la pierre tombale une petite ouverture destinée à constater la présence du cercueil déposé dans le tombeau, disposition se vérifiant dans le cas seulement où le tombeau aurait été dans une crypte. C'est de cette façon que le corps de la duchesse pouvait être vu, car l'historien

(1) Il fit reconstruire le monastère de la Visitation, dont les religieuses lui dédièrent la plaquette suivante: D. Guillielmo Lopez de la Fare . Ierosolimitano militi clarissmo . castrorum pro Rege marescallo dignissimo . Nicœni Com. gubernatori vigilantissmo . quod hos sacros muros vetustate lapsis . pristino statui reddiderit immo ampliaverit . Moniales Visit . a . S. Francisco Salesio . benefactori devotae — *Inscription existant à la Bibliothèque Municipale.*

parle explicitement du corps embaumé, et nullement d'un tombeau ou d'un monument; par conséquent on peut affirmer, sans le moindre doute, que le tombeau de la duchesse était situé dans les caveaux de la chapelle en question.

2° Nous savons par Gioffredo que la chapelle de Saint-Barthélemy fut construite en 1489 par l'évêque Barthélemy Chuetti, *da esso vescovo nella medesima cattedrale fabbricata;* seulement notre grand historien oublie de dire dans quelle partie de l'église elle se trouvait. Il ajoute cependant que l'évêque institua un collège de six chapelains, avec charge d'y célébrer journellement la messe et les offices.

On trouve à ce sujet quelques détails dans un petit Mémoire manuscrit appartenant à l'Académie des Sciences de Turin, adressé en 1837 par le comte Spitalieri de Cessole, de Nice, au comte César Saluzzo de Menusiglio, président de la *Deputazione di Storia Patria.* Des fouilles avaient été faites, dix ans auparavant, dans le but de reconnaître le pourtour des fondations de la cathédrale; on avait donné l'ordre formel d'éviter autant que possible de toucher à la partie interne de l'église, car le roi Charles-Félix craignait que la découverte du corps de la duchesse eût été *une critique indirecte de tous les rois, depuis Victor Amé jusqu'à Victor-Emmanuel, comme ne s'étant pas occupés de cet objet.* Nous ne formulerons aucune appréciation sur un jugement prononcé aussi légèrement par l'auteur du mémoire contre le souverain manqué depuis peu; mais, au cas où il serait exact, nous en aurions le renseignement que la cour de Sardaigne n'avait, à cette date, aucun motif de supposer que le corps de la princesse eût été enlevé des ruines du château.

Le comte de Cessole, en rédigeant ce mémoire, se proposait d'obtenir du roi Charles-Albert, qu'on fit de nouvelles fouilles à l'intérieur des ruines de la cathédrale, dans le but de découvrir le corps de la princesse. Il commence par indiquer quelques titres relatifs à cette chapelle, et mentionne un ancien missel, où, dans le temps, on avait inséré plusieurs notices à son sujet.

Il en résulte, parmi d'autres, les indications suivantes, d'une valeur indéniable pour la question qui nous occupe.

Les chapelains disaient leurs messes et chantaient les offices chaque matin après l'*Angelus.*

Leur habitation était située à côté de celle des chanoines.

Ils étaient enterrés, après leur décès, sous les portiques de la chapelle, *subtus postes*.

L'institution de l'évêque, outre l'approbation du Souverain Pontife en 1489, reçut encore celle de la duchesse Blanche de Savoie, qui, par ses lettres patentes, 27 juillet 1492, déclarait la chapelle sous la sauvegarde de Charles-Jean-Amédée son fils et de ses successeurs, et les chapelains comme attachés à la maison ducale, avec faculté de placer les armes de Savoie sur la chapelle et sur la maison de la chapellénie: privilèges confirmés par le duc Philippe le 3 septembre 1517, et par Emmanuel-Philibert le 21 novembre 1559, après le transport de la chapellénie à l'église de Sainte-Réparate, devenue nouvelle cathédrale.

A la suite de ces notices, le comte de Cessole, pour fixer l'emplacement de la chapelle, donne l'extrait d'une chronique niçoise, où il est dit que la duchesse *venne sepellita coi soliti funerali nella tomba esistente presso l'altare di Vergine Maria*. Ce passage n'a guère de valeur historique, car nous connaissons trop l'inexactitude du manuscrit cité, ayant pour titre *Delle cose di Nizza;* mais l'auteur du mémoire, pour accorder cette version avec celle de Gioffredo, émet l'idée que *la chapelle de Saint-Barthélemy était attenante au grand autel, et la tombe était dans la chapelle, non loin de l'autel de la Sainte-Vierge*. Idée qu'il contredit ensuite, mais qui a été admise sans contrôle par plusieurs écrivains venus après lui, tels que Durante, Datta, Toselli, ne disant rien de nouveau, mais se copiant les uns les autres.

L'auteur du mémoire rapporte ensuite le résultat des fouilles qui furent exécutées, en 1826, autour de la cathédrale.

On les commença par le côté du midi, et on trouva *l'enceinte de deux chapelles ..... et à l'une d'elles un grand caveau voûté en dessous; successivement on découvrit à l'est les trois ronds points correspondant aux trois nefs de l'église; ... vers l'ouest la façade donnant sur la place et plus rapprochée du donjon, fut trouvée endommagée jusque dans les fondations, ainsi que le mur latéral au nord qui était presque adossé à un des grands bastions construits en 1520.*

A ce sujet il fait remarquer ici que, selon les annotations du vieux missel, l'évêque Chuetti avait bâti deux autres cha-

pelles dédiées à Sainte-Catherine (1) et à Saint-Martin: que par conséquent une de ces dernières devait être située à un des ronds points (ainsi qu'il qualifie les absides), et faire pendant à la chapelle de Saint-Barthélemy, qu'il supposait à l'autre rond point, par la simple raison, disait-il, que la forme circulaire convenait mieux à l'office des chapelains.

Malgré ces raisonnements, qui lui avaient suggéré l'idée que la chapelle de Saint-Barthélemy se trouvait à l'extrémité d'une des nefs latérales, celle probablement *a cornu epistolae* quoiqu'il ne se prononce pas, au moment de venir à la conclusion décisive, il finit par dire: *La chapelle de Saint-Barthélemy a dû exister dans une des deux chapelles au midi de l'église, et probablement dans celle qu'on a reconnu voûtée en dessous; ou, plus probablement encore, la chapelle du rond point au sud du grand autel.* Tout ceci était fort vague, comme on le voit, car les deux suppositions, qu'il disait *probables,* se contredisaient l'une l'autre.

Peut-être faut-il chercher là le motif par lequel la Députation d'Histoire et le gouvernement royal ne firent alors rien pour découvrir le tombeau, car il aurait fallu bouleverser en tous sens le sous-sol des ruines de l'église. Un tentatif fut de nouveau répété en 1853, mais sans résultat appréciable, et la question demeurait encore à l'état de problème lorsque la ville de Nice passait à la France en 1860.

Quelques années après l'annexion, la *Société des lettres de Nice* fit exécuter, en 1876, des fouilles sérieuses dans toute l'étendue du plateau supérieur de ce fameux mamelon, siège d'abord de la ville et de ses anciennes tours de défense, puis de la citadelle renommée, et qui se nomme maintenant, tout

---

(1) Une chapelle de Sainte-Catherine existait pourtant dès la moitié du XIV[e] siècle; car le 2 avril 1342 Jourdan Badat et la femme Béatrix chargèrent deux prêtres de Nice d'y célébrer chaque jour la messe. Archives Capitulaires de Nice, *Liber Niger*, f[o] 45. — En 1478, dans un acte du notaire Nitardi, on lit: *Actum in platea ante ecclesiam niciensem; videlicet retro capellam Sancte Catherine.* Ces expression laissent bien des doutes sur la position de la chapelle; il en résulte pourtant l'assurance qu'elle se trouvait dans la nef latérale du côté nord. Il faut pourtant observer que vers 1691-1696 il existait deux chapelles sous ce vocable, l'une avec la rente de L. 1.9.6, l'autre avec celle de L. 0.9.6. — Voir: *La ville de Nice pendant le premier siècle de la domination des princes de Savoie,* p. 544.

ensemble, le château, et spécialement dans les ruines de la cathédrale. Un des membres de la société, Mr Gény, dirigea les travaux et en fit une relation fort détaillée, qui a toutes les apparences de l'exactitude et de la véridicité; il l'accompagna d'un plan et en fit la publication dans le tome IIIe des Annales de cette Société (1). Toutefois il faudra remarquer que certaines assertions qui s'y contiennent ne sont pas assez prouvées malgré que de tout l'ensemble il ressorte des éléments vraiment essentiels et qui aideront à la solution du problème.

Les assertions ayant le défaut d'être trop vagues sont celles où l'auteur prétend fixer la position de certaines chapelles en disant, sans preuves à l'appui, que c'est *d'après la tradition.*

Or, s'il y a tradition écrite, on devait en citer la source: si on faisait allusion à des traditions orales, comment les invoquer au sujet d'un édifice qui, depuis près de deux siècles, est complètement enseveli sous les décombres de ses ruines et recouvert de terre végétale, où, naguère encore, le gazon et les arbres poussaient en pleine liberté?

C'est ainsi que les deux chapelles latérales de la grande abside, celles qualifiées par le comte de Cessole comme chapelles de Saint-Barthélemy et de Sainte-Catherine ou Saint-Martin, auraient été dédiées, suivant Mr Gény et *d'après la tradition* qu'il invoque, celle de droite à Saint-François, celle de gauche à Sainte-Réparate. Ces assertions, en défaut de preuves documentaires, sont bien hasardées; toutefois, les fouilles pratiquées ont donné les résultats positifs que voici.

D'abord, dans le haut de l'église c'est l'existence de deux fondations, l'une à plein cintre tournée vers le nord, située dans la nef latérale de droite, l'autre à cintre surbaissé et dans le même sens que la nef de gauche; fondations qu'on a rencontrées un peu en arrière des deux chapelles terminales des nefs.

Ensuite, en contre-bas de l'église, ce sont les traces d'un corps de construction ayant un développement de 5 mètres sur 14, qui s'ouvrait sur la nef latérale de gauche et s'appuyait

(1) C'est à l'aide de ce dessin que nous avons composé la petite planche qui est unie à cette note historique.

à son extrémité contre une tour carrée s'élevant à l'extrémité du mur méridional de l'église (1); le relateur ajoute que cette construction aurait formé trois compartiments, dont le central, un carré de 5 mètres, devait avoir ouverture sur la nef.

La double découverte faite par Mr Gény conduit aux corollaires suivants. Les deux fondations plus anciennes relevées par les sondages pourraient bien être les églises de Saint-Paul et de Saint-Jean qui existaient à la moitié du XIIe siècle à côté de l'église de Sainte-Marie, ainsi que le dit le *Cartulaire* que nous avons publié (2), si on ne veut pas y voir l'église de Saint-Michel qui n'en était guère éloignée d'après ce qu'on sait (3). La cathédrale ne devait avoir à cette époque que la nef médiane; un peu plus tard ces deux chapelles auront été unies à l'église moyennant adjonction des deux nefs latérales; ensuite l'évêque Chuetti les aura supprimées en 1486, en prolongeant les nefs et en construisant les absides des deux nouveaux autels.

En second lieu la construction, s' ouvrant sur la nef de gauche, doit être la chapelle dédiée à Saint-Barthélemy; en observant, pourtant, que les trois compartiments qui s'y observent et qui sont formés par des murs de division, ne dépassaient pas le niveau de l'église, car celle-ci, d'après cette même relation et d'après le plan de Pastorelli, se trouvait assez élevée au dessus du sol. La chapelle s'étendait au dessus en occupant la superficie des trois compartiments souterrains, l'autel au centre, et, sur les côtés, le chœur et la sacristie particulière des chapelains.

Telle est notre opinion, et voici les raisons qui nous y décident et nous paraissent fondées sur des faits indiscutables.

---

(1) Probablement le clocher de la cathédrale.

(2) En 1148, l'évêque Pierre en donnant aux chanoines de Nice les cloîtres pour y établir leur demeure, *pro honestate servanda et pro capitulo regendo et pro studio habendo*, fixe leur position par ces mots: *Quicquid igitur infra muros beati Jacobi et aule episcopi et beati Johannis et reliquis muris circumcluditur, claustrum nominamus*. — *Cartulaire de l'ancienne Cathédrale de Nice*, ch. 56.

(3) Cfr. Cais di Pierlas, *La ville de Nice pendant le premier siècle de la domination des princes de Savoie*, p. 191, nota 4; p. 303; p. 545.

1° D'abord, la construction du sud-ouest ne remonte pas à une époque reculée, à cause de ses caractères de construction et par la raison qu'elle a été ouverte sur une nef ajoutée à la cathédrale après le XII[e] siècle; elle doit s'attribuer à l'évêque Chuetti ou à un de ses prédécesseurs (1), parce que depuis 1517, où le transport du siège épiscopal fut décidé, on ne peut avoir songé à des ampliations. D'autre part, la chapelle de l'abside aurait été insuffisante aux réunions capitulaires qui s'y tenaient parfois (2), et peu adaptée aux offices qu'on y chantait le matin, car sa proximité au maître-autel aurait dérangé les fonctions religieuses d'une église épiscopale; enfin l'institution d'un collège de chapelains, les messes, les offices, le patronage ducal, les armoiries, les riches stalles dont parle Gioffredo, donnent l'idée d'un local presque à part et qui s'accorde, mieux que tout autre, à celui du sud-ouest. La retraite même qu'y chercha le duc Charles au moment de la révolte militaire de 1538, ainsi que le raconte la *Chronique de Jean Badat,* est encore la meilleure preuve qui puisse se fournir (3).

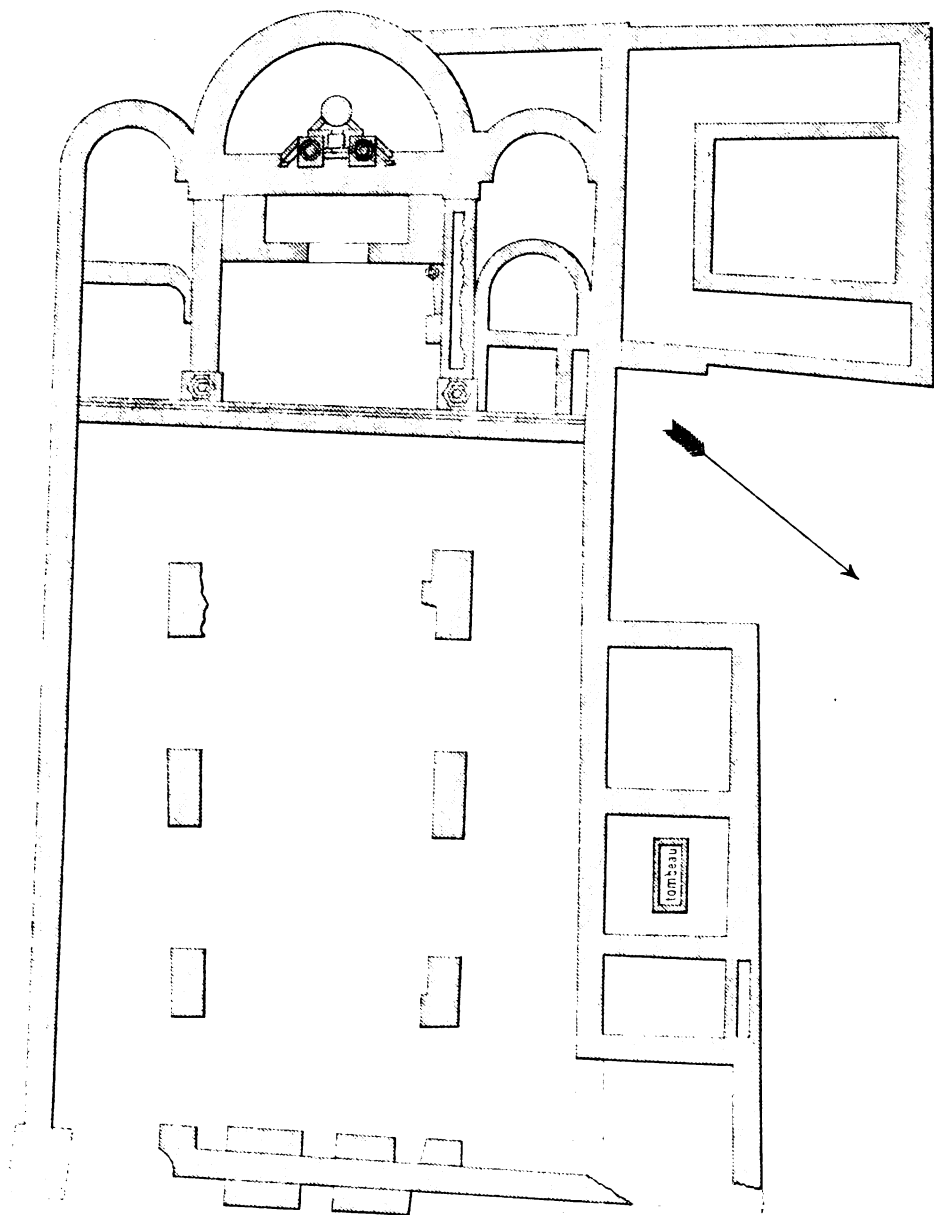
2° Gioffredo, dans ses deux ouvrages, assure que l'évêque Chuetti, mort en 1501, fut enterré dans la chapelle de Saint-Barthélemy qu'il avait édifiée. Nous avons pourtant reconnu, il y a peu d'années, le sarcophage qui avait contenu son corps, gisant renversé dans les cloîtres du monastère de Saint-Pons.

---

(1) Les réparations de l'église remontent peut-être à 1430, d'après la bulle du pape Martin V qui accorde aux chanoines de disposer, en faveur de celle-ci, des legs pieux de toute sorte, jusqu'à concurrence de 500 florins d'or, *cum ecclesia ipsa, tam in suis structuris, edificiis et tecto ac campanile et chorus eiusdem, nec non claustrum, domus et habitationes ipsorum, aliorumque dicte ecclesie ministrorum utpote ruine graviter exposita, reparacione et instauratione... indigere noscatur.* — Archives capitulaires, *Liber Niger,* f° 27 v°.

(2) Nous y trouvons, le 23 janvier 1489, la réunion de l'évêque, de tout le chapitre et des syndics-procureurs de la Commune de Nice qui y traitent la question des dîmes: *infra capellam Sancti Bartholomei dicte ecclesie.* — Archives capitulaires, *Liber Niger,* f° 89 r°. — La réunion du chapitre pour le même objet, au 20 mars suivant, a lieu, *in dicta sacristia niciense, in qua solet ipsum capitulum congregari et celebrari.* — *Ibidem,* p. 94 v°.

(3) *La Chronique niçoise de Jean Badat,* p. 30. — Voici ce qu'on y lit: *Et ce dit tous les soldas se mirent a crier: "Savoie, Savoie!", dont sorta che le bom primpce n'a plus rihen dire, mes fuit constret se retirer dedans la eglise en una chapelle de sant Bertomioe.*

Extrait du plan de la Cathédrale de Sainte-Marie

C'est un riche monument funéraire en pierre sculptée et décorée de ses armes, un croissant chargé d'une étoile; la position où il se trouvait, la qualité d'abbé-commandeur qu'avait eu l'évêque, nous a fait dire que l'abbaye avait été son lieu de sépulture. D'après ce qu'assure Gioffredo, nous serions dans l'erreur, et le sarcophage viendrait de la cathédrale. Si tel était le cas, il devait se trouver au dessus du sol de la chapelle, car le caractère sculptural de ce petit monument indique bien qu'il n'avait pas été destiné à un caveau aussi bas que celui de ce souterrain. Il aurait été retiré des décombres de la chapelle à la suite de la terrible explosion de 1691, qui abîma une partie de la cathédrale, et sans doute avant la destruction finale de tout le château exécutée, en 1706, d'une manière si sauvage par le maréchal de Berwick. Mr de la Fare, gouverneur de Nice de 1691 à 1696, en faisant réparer les dégats causés à l'église par l'explosion, aurait retiré cet élégant sarcophage des décombres de la chapelle du sud-ouest qui s'était effondrée de façon à rendre toute restauration impossible. Il n'aurait pas eu occasion de le faire si la chapelle de Saint-Barthélemy, qui contenait ce monument, eût été située dans les absides, puisque, celles-ci, médiocrement endommagées, avaient été réparées (1).

De toute façon, si l'effet de l'explosion fut moindre dans la chapelle qui contenait le tombeau de l'évêque que dans le caveau de cette même chapelle où la duchesse était enterrée, on en trouve l'explication naturelle par le contact presque immédiat du dépôt des poudres, dont une partie devait être enfouie en dessous du sol et dont l'ébranlement se communiqua nécessairement avec plus de violence au caveau, en le bouleversant d'une façon effrayante et en causant l'anéantissement du sarcophage et du cercueil de la princesse.

3° En troisième lieu, si on examine la relation des fouilles

(1) On pourrait faire cette supposition, mais nous maintenons la croyance que l'évêque a été enterré dans la chapelle de Saint-Barthélemy à l'abbaye de Saint-Pons. Dans son testament du 20 octobre 1500 il parle de la chapelle dédiée à Saint-Barthélemy qu'il a érigée dans la sacristie de l'abbaye et la dote d'une prairie dans la région de l'Ariane, ainsi que d'une maison à l'angle du cimetière de Sainte-Réparate, avec obligation de deux messes hebdomadaires à cet autel en suffrage de son âme. — *Chartrier de l'abbaye de Saint-Pons* que nous publions en ce moment.

pratiquées dans le sous-sol de l'église, on y trouvera la description de tous les objets recueillis: des bagues, des chapelets, des médailles, des petits carrés en ivoire, une crosse d'évêque. D'après ces restes, et à l'aide d'autres indices, la relation détermine, d'une façon assez satisfaisante, la destination primitive de tous les souterrains: sépultures d'évêques, de chanoines, de membres du clergé, de la noblesse, familiales, et fosses communes. Puis, quand il est question de la grande chapelle du sud-ouest, on y déclare d'une manière formelle que là reposaient les cendres de la duchesse. Il est bien vrai que l'auteur énonce cette opinion comme s'appuyant à la tradition et sans l'étayer à aucune preuve, mais en même temps il nous apprend que dans le caveau central on a trouvé *des perles présentant déjà un certain degré de décomposition, et une quantité de menus fragments de granit bleuâtre, débris du sarcophage qui avait disparu;* ces dernières expressions n'étant pas mises là pour indiquer l'enlèvement du sarcophage, mais son écrasement qui en fit presque disparaître les traces.

Ce dernier fait, après tous les autres indices, est pour nous un élément décisif de jugement.

On ne peut à moins d'être frappés par la pensée que, précisément dans la grande chapelle du sud-ouest et au centre même du caveau inférieur, d'après l'indication du plan, on a trouvé les fragments d'un sarcophage de granit, indices révélateurs du tombeau d'un haut personnage, et tout autour les débris d'ornements plus riches que tous ceux qui avaient été recueillis dans les autres cryptes.

Oui, c'est bien là qu'étaient inhumées les dépouilles mortelles de l'infante Béatrix de Portugal, duchesse de Savoie, la mère d'Emmanuel-Philibert. Ces perles retrouvées presque en poussière après plus de trois siècles, sont en même temps l'image touchante et le dernier souvenir de sa triste destinée.

L'Accademico ff. di Segretario
ERMANNO FERRERO.

Torino, VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 18 Giugno 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: BIZZOZERO, Direttore della Classe, SALVADORI, BERRUTI, D'OVIDIO, MOSSO, SPEZIA, CAMERANO, SEGRE, VOLTERRA, JADANZA, FOÀ, GUARESCHI, GUIDI, FILETI, PARONA e NACCARI Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale della precedente adunanza, che viene approvato.

Il Presidente annunzia che il Direttore dell'Osservatorio centrale di Fisica di Pietroburgo ringraziò l'Accademia per aver incaricato il Prof. MENDELEW di rappresentarla nella festa cinquantenaria di quell'Osservatorio.

Dà pure notizia che l'Accademia pregò il Socio nazionale Luigi BIANCHI di rappresentarla nella solenne inaugurazione del monumento eretto nel camposanto di Pisa al senatore Prof. Giuseppe MENEGHINI e che il prof. BIANCHI accettò ringraziando.

Il Socio GUIDI presenta la terza edizione delle sue *Lezioni sulla scienza delle costruzioni*.

Il Presidente fa menzione delle seguenti opere inviate in omaggio all'Accademia:

Chimie végétale et agricole, del Socio straniero BERTHÉLOT (Paris, 1899, 4 vol. in-8°);

Kunstformen der Natur, del Socio straniero HAECKEL;

Intorno allo stato attuale delle nostre conoscenze sull'origine dell'uomo, del Socio straniero HAECKEL, traduzione di P. CELESIA;

Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, del Socio corrispondente CANTOR, prima parte del secondo volume (Leipzig, 1899, 8°);

Los fósiles secundarios de Chile, del Socio corrispondente PHILIPPI (Santiago de Chile, 1899, 4°).

Il Presidente avverte che il Socio JADANZA ha ritirato la sua nota: *Il teleobbiettivo e la sua storia,* presentata per l'inserzione negli *Atti* nella seduta precedente e la ripresenta ora perchè sia inserita nei volumi delle *Memorie.* Con votazione segreta l'accoglimento di quello scritto viene approvato all'unanimità.

Vengono poi accettate per l'inserzione negli *Atti* le seguenti note:

1° *Sul colore del zircone,* del Socio SPEZIA,

2° *Azione del calore su composti idrici,* del Socio GUARESCHI e del Dott. Ernesto GRANDE,

3° *Sintesi di derivati glutarici e trimetilenici,* del Socio GUARESCHI e del Dott. Ernesto GRANDE,

4° *Ricerche farmacologiche sul tetrametilcianpiridone,* del Prof. Luigi SABBATANI, presentata dal Socio GUARESCHI,

5° *Prove di resistenza dei cavi metallici della R. Marina italiana,* del Socio GUIDI,

6° *Leucitosi e midollo delle ossa,* del Socio FOÀ e del Dott. Antonio CESARIS-DEMEL,

7° *Errata-corrige alla nota: " Alcune osservazioni sul calcolo dell'error medio di un angolo nel metodo delle combinazioni binarie ",* del Socio JADANZA,

8° *Sul grasso della cartilagine,* del Dott. Cesare SACERDOTTI, presentata dal Socio BIZZOZERO,

9° *Sulla fine struttura degli epitelii pavimentosi stratificati,* del sig. Carlo Foà, presentata dal Socio Bizzozero,

10° *Sul calcolo dell'errore medio di un angolo nel metodo delle combinazioni binarie,* del Prof. Paolo Pizzetti, presentata dal Socio D'Ovidio,

11° *I fossili senoniani dell'Appennino centrale che si conservano a Perugia nella Collezione Bellucci,* del Dott. Guido Bonarelli, presentata dal Socio Parona,

12° *Ricerche intorno alla struttura dell'apparato circolatorio degli Oligocheti,* del sig. Luigi Cognetti, presentata dal Socio Camerano,

13° *Ricerche intorno alla digestione nei Cigliati mediante il rosso-neutro (Neutralroth),* del Dott. Sebastiano Costamagna presentata dal Socio Camerano,

14° *Di una nuova specie del Genere Plectanocotyle,* del Prof. F. S. Monticelli, presentata dal Socio Camerano,

15° *Sulle equazioni della elasticità in coordinate curvilinee,* del Prof. Orazio Tedone, presentata dal Socio Volterra,

16° *Due stazioni con misure assolute degli elementi del magnetismo terrestre in Canavese nel 1898,* del Dott. Emilio Oddone, presentata dal Socio Naccari,

17° *Una vantaggiosa disposizione sperimentale per lo studio degli spettri di diffrazione dei reticoli concavi,* del Dott. G. B. Rizzo, presentata dal Socio Naccari,

18° *Intorno alla resistenza ed alla carica residua dei dielettrici liquidi a varie temperature,* del Socio Naccari,

19° *Sull'influenza delle condizioni meteoriche sulla mortalità nella città di Torino,* del Socio Naccari.

LETTURE

Sul colore del zircone;

Nota del Socio GIORGIO SPEZIA.

In un recente scritto sui colori naturali dei minerali, K. v. Kraatz-Koschlau e Lothar Wöhler (1) classificarono lo zircone fra quei minerali, il cui colore è di pura origine organica.

Del colore di tale minerale io mi ero occupato molti anni or sono (2), venendo alla conclusione, che, per i cristalli di zircone rosso del Ceylon, il colore era dato dallo stato di ossidazione del ferro, che in traccie era indicato nelle analisi di detta varietà di zircone.

La mia induzione era basata sul fatto sperimentale che il colore rossastro, il quale scompariva in un cristallo per semplice effetto della temperatura, ricompariva con tinta più rosea quando il cristallo fosse stato riscaldato in un ambiente ossidante e che inoltre il cristallo ritornava ad essere incoloro, se riscaldato in un ambiente riducente.

Gli autori sopracitati, nelle loro interessanti ricerche sulla presenza di sostanze organiche (carburi d'idrogeno) nei minerali, a proposito del zircone combatterono la mia conclusione basandosi sopra le due seguenti osservazioni:

1° che il colore rosso, che si osserva nei cristalli dopo il riscaldamento nell'ambiente ossidante, è un colore a macchie e non uniforme, ossia non diluito.

2° che lo zircone contiene sostanze organiche.

Esaminerò ora se tali argomenti siano valevoli per invalidare quanto io avevo detto sul colore dei zirconi da me considerati.

Non so cosa realmente intendano gli autori per *dilute Färbung;* ma siccome essi pongono fra i minerali che hanno colore

(1) " Tschermak's min. pet. Mitt. ", Band XVIII, pag. 304.
(2) " Atti R. Acc. Sc. di Torino ", vol. XII, pag. 37.

diluito, prodotto da sostanze inorganiche, il corindone zaffiro, ossia chiamano diluito il colore dello zaffiro, così comincio dall'osservare, che chiunque esamini dei cristalli naturali di zirconi rossastri del Ceylon, non avrà difficoltà di trovarne di quelli, nei quali il colore non è uniformemente distribuito; ma come vi sieno plaghe o zone, sia con limite netto, sia con graduale passaggio fra esse di intensità di colore, precisamente come si osserva assai sovente nel zaffiro.

Ciò premesso, se si prendono detti cristalli colorati a plaghe od a zone e si riscaldano per decolorarli, si vede chiaramente, massime in quelli le cui plaghe avevano molto diversa intensità di colore, che anche nelle decolorazioni permane una visibile differenza. Se poi i cristalli decoloriti si riscaldano nell'ambiente ossidante, riprendono il colore colla stessa differenza d'intensità, che esisteva prima nelle plaghe; e se l'esperienza viene preceduta da un disegno, che stabilisca la posizione delle varie plaghe o zone nel cristallo naturale, si trova, dopo il decoloramento e successiva trasformazione nel colore dovuto all'ossidazione, che la posizione di esse corrisponde perfettamente alle plaghe primitive indicate nel disegno.

Inoltre se si osserva al microscopio il colore prodottosi coll'ossidazione, in cristalli a colore sia uniforme, sia a plaghe o zone colorate, non si scorge anche con un ingrandimento di 480 diametri alcuna granulazione di colore.

Perciò io ritengo che, nei zirconi rossastri del Ceylon, il colore ottenuto mediante l'ossidazione abbia gli stessi caratteri di diffusione come quello del cristallo naturale, cioè non sottoposto all'esperienza; ossia se il colore è ritenuto diluito prima dell'esperienza, rimane tale anche dopo l'ossidazione.

S'intende che tutte le predette osservazioni sul modo di presentarsi del colore debbono essere eseguite sopra materiale acconcio per l'osservazione microscopica, ossia sopra lamine preparate con le due superfici parallele ben levigate. Inoltre bisogna mantenere le lamine nelle rispettive fiamme ossidanti o riducenti del cannello a seconda che si voglia colorare o decolorare, per quel tempo necessario alla completa reazione chimica che determina l'ossidazione o la riduzione. Quest'ultima condizione è necessaria perchè, progredendo la trasformazione di colore dall'esterno verso l'interno, è evidente che se p. es.: l'ossidazione

non è completa in tutta la massa del minerale, il colore acquistato non potrà apparire con la stessa distribuzione, che aveva nel zircone allo stato naturale, ossia prima dell'esperienza.

Esaminerò ora il secondo argomento, quello cioè della presenza del carburo d'idrogeno.

Gli autori avendo trovato che nel zircone vi è della sostanza organica, deducono addirittura che il colore è dato da essa. A me pare che se l'esistenza di un carburo d'idrogeno nel zircone rosso del Ceylon è un dato di fatto sperimentale, il dare a tale composto organico, per il solo fatto della sua presenza, la causa esclusiva del colore, sia una semplice ipotesi.

Forse gli autori ritengono come prova della loro ipotesi il fenomeno che il colore scompare quando lo zircone è riscaldato in un tubo a reagenti, in un ambiente per così dire neutrale, ossia nè ossidante nè riducente; fatto che permetterebbe di credere che la scomparsa del colore sia dovuta all'eliminazione del composto organico prodotta da un'alta temperatura.

Ma mi pare evidente, che, ammettendo la presenza di un composto organico, p. es., di un carburo d'idrogeno insieme al sesquiossido di ferro, la decolorazione debba, anche in un ambiente neutrale, avvenire essenzialmente per la riduzione dell'ossido di ferro operata dalla sostanza organica e non già per la scomparsa pura e semplice di detta sostanza, la quale potrebbe essere per sè perfettamente incolora.

Ed una prima prova di questa mia interpretazione del fenomeno sta nel fatto, che un zircone stato decolorato, al quale si abbia ridato il colore uniforme rosso mediante l'ossidazione, non perde più tale colore per semplice riscaldamento in un ambiente neutrale. E per l'esperienza basta il prendere un cristallo di zircone rosso naturale ed un altro, al quale si abbia colla ossidazione ridato il colore rosso uniforme e diluito e riscaldarli nello stesso tubo, perchè sieno entrambi soggetti alla stessa temperatura; allora si scorge, che quello naturale si decolora e quello a colore ripristinato si mantiene inalterato; se poi quest'ultimo si riscalda in un ambiente riducente, allora perde il colore.

Ciò dimostra che per la decolorazione del cristallo naturale è sufficiente la sostanza organica occlusa; invece per quello

a colore ripristinato coll'ossidazione non essendovi più sostanza organica è necessario per la decolorazione un ambiente riducente, quale, p. es., la fiamma azzurra del cannello ferruminatorio.

Una seconda prova è la seguente: se si prendono varii cristalli di zircone e s'intende anche frammenti in parte intensamente colorati ed in parte di colore chiaro e si sottopongono in ambiente neutrale alla stessa temperatura, per la quale avviene il decoloramento, si vede che quelli di colore più intenso non diventano perfettamente incolori, ma posseggono una tinta rosea, che si mantiene anche prolungando l'esperienza a temperatura più alta. Detta tinta rosea poi scompare ponendo il cristallo od il frammento in una fiamma di riduzione.

Tale seconda prova dimostrerebbe, che la quantità di sostanza organica, presente nei zirconi di colore intenso, non è in sufficiente proporzione coll'ossido colorante per promuovere la totale riduzione ossia la perfetta decolorazione, la quale si compie soltanto impiegando altro mezzo di riduzione.

Infine posso addurre una terza prova.

Per la decolorazione dei zirconi rossi è necessario un certo grado di temperatura, e se i zirconi posti in un tubo a reagenti si mantengono vicini a tale grado senza però raggiungerlo, e per la durata di 15 minuti se i cristalli sono piccoli, si vede che in seguito, oltrepassando anche di molto detto limite di temperatura i zirconi non perdono più il loro colore.

Tale interessante fatto meglio appare quando si portano ad alta temperatura in un tubo alcuni zirconi previamente riscaldati nel suindicato modo insieme ad altri non riscaldati; questi diventano incolori, gli altri no; se poi questi ultimi, i quali mantennero il colore, sono sottoposti all'azione della fiamma riducente del cannello, allora essi pure diventano incolori.

Detta esperienza permette evidentemente di arguire, come vi sia una temperatura, nella quale mantenendo i zirconi rossi per un certo tempo, essi possono, senza diventare incolori, perdere la sostanza organica prima che essa reagisca sull'ossido come riducente, producendo la decolorazione; per la quale reazione sarebbe necessaria una temperatura più alta.

Da quanto esposi io rimango convinto che nei zirconi rossi del Ceylon la sostanza organica non sarebbe la causa precipua del colore, ma piuttosto la causa della pronta decolorazione

quando i zirconi sieno repentinamente portati ad alta temperatura.

Che poi la presenza della sostanza organica possa leggermente modificare la tinta del zircone rossastro naturale data essenzialmente da un ossido minerale, è possibile, massime per quei zirconi nei quali il colore ripristinato dall'ossidazione uniforme e diluito è un poco più arrossato di quello naturale.

Ma detta leggera modificazione non può autorizzare ad ammettere che il colore diluito dei zirconi rossi del Ceylon sia dovuto *esclusivamente* a sostanza organica come vorrebbero K. v. Kraatz-Koschlau e Lothar Wöhler.

Azione del calore su composti idrici;

Nota del Socio ICILIO GUARESCHI e Dott. ERNESTO GRANDE.

Nella nostra nota: *Osservazioni sull'analisi elementare* (1) abbiamo dimostrato che l'etere biidrocollidindicarbonico per l'azione del calore fornisce del metano, dell'etilene e dell'anidride carbonica e ci siamo riserbati lo studio dell'azione del calore sugli eteri biidrici in generale, per vedere non solo quali gas si producessero, ma anche per studiarne i prodotti liquidi e solidi che si formano e così vedere se si può trarre qualche regola generale specialmente riguardo la natura dei gas che si producono.

A proposito dell'etere biidrocollidindicarbonico abbiamo scritto: " l'esperienza ci dirà se siamo nel vero coll'ammettere che la decomposizione avvenga contemporaneamente in due modi: in uno si formerebbe *metano ed etere lutidindicarbonico* e nell'altro *metano, anidride carbonica, etilene ed etere lutidinmonocarbonico* ". Le esperienze ulteriori che abbiamo fatto hanno pienamente confermato questa affermazione.

Lo studio dell'azione del calore sugli eteri biidrici è molto interessante; si formano anche dei prodotti che sono identici

(1) " Atti della R. Accad. delle Scienze ", 1898, vol. XXXIII, adunanza del 17 aprile.

a quelli che si ottengono per l'azione dell'acido cloridrico, della potassa concentrata, ecc.

Abbiamo inoltre studiato l'azione del calore su altre sostanze che non siano eteri idrici, e principalmente su due sostanze che contengono $\begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix} \!\!>\! C \!<\!\! \begin{matrix} CH^2- \\ \ \end{matrix}$ cioè due metili attaccati ad un atomo di carbonio vicino a CH^2. Le due sostanze accennate sono: il ciantrimetildiidropiridone e l' N-metilciantrimetildiidropiridone, già preparati da uno di noi (1) nel 1892 per l'azione dell'ammoniaca o della metilamina sulla diacetonamina ed hanno dati risultati nettissimi. E appunto perciò incominciamo la descrizione delle nostre esperienze da questi due composti.

I.

Azione del calore sul ciantrimetildiidropiridone.

Gr. 4 di ciantrimetildiidropiridone furono scaldati a b. di olio entro stortina con collettore in comunicazione con grosso azotometro a potassa e in ambiente di anidride carbonica. A 194°-195° il composto fonde e a 320°—330° incomincia a sviluppare regolarmente un gas non assorbibile dalla potassa e molto rapidamente se ne raccolgono più di 200 cm³. Una piccola quantità di sostanza inalterata distilla, circa 1 gr. Il residuo è bruno, pesa circa 2,2 gr. e sciolto in alcol, poi scolorito con carbone, dà una sostanza che ha tutti i caratteri del *ciandimetilpiridone* che uno di noi ottenne per l'azione dell'ammoniaca ed etere cianacetico sull'acetilacetone: è in aghi fusibili 288°-289°, solubili nell'acqua bollente e nell'alcol, poco nell'acqua fredda; la soluzione acquosa è neutra e col nitrato di argento non precipita; però, dopo alcalinizzato il liquido con ammoniaca, dà un precipitato bianco in aghetti che non si sciolgono nemmeno a caldo, nè si riducono.

Un dosamento di azoto dà i risultati seguenti:

Gr. 0,0824 fornirono 13,4 cm³. di N a 14° e 746 mm. Da cui:

	trovato	calcolato per $C^8H^8N^2O$
N %	18,64	18,88

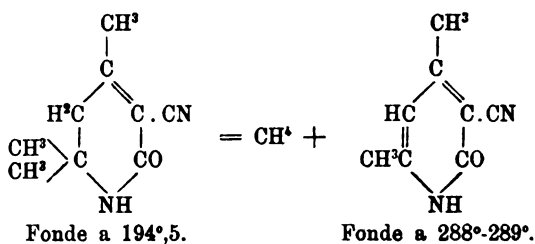
(1) Guareschi, " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ".

Il gas sviluppatosi e raccolto nell'azotometro brucia con fiamma luminosa, non è assorbito dal bromo ed ha tutti i caratteri del *metano*. Lo dimostrò anche l'analisi eudiometrica che diede i risultati seguenti per un volume di gas fatto = 1:

	trovato	calcolato
Ossigeno consumato totale	2,05	2,0
" " per il C	1,01	1,0
" " per l'H	1,03	1,0
Contrazione	2,03	2,0

Ripetuta l'esperienza con altri 4,2 gr. di ciantrimetildiidropiridone, a 320° comincia lo sviluppo di gas e se ne raccolgono circa 240 cm³.

Dunque a 320°-330° la reazione ha luogo, almeno in gran parte, nel modo seguente:

```
              CH³                               CH³
              |                                 |
              C                                 C
            /   \\                            /   \\
         H²C     C.CN                       HC     C.CN
     CH³\  |     |       = CH⁴ +            ||     |
     CH³/  C     CO                      CH³C      CO
            \   /                            \   /
             NH                               NH
      Fonde a 194°,5.                  Fonde a 288°-289°.
```

Una porzione della sostanza si decompone profondamente e dà prodotti bruni.

II.

Azione del calore sull' Nmetilciantrimetildiidropiridone.

Gr. 3,9 di Nmetilciantrimetildiidropiridone fusibile a 142°-143°,5 sono scaldati a b. d'olio in apparecchio come il precedente. Verso 320°-330° incomincia un regolare sviluppo di gas non assorbibile dalla potassa. Se ne raccolgono 270 cm³. Un poco di sostanza sublima inalterata.

Il residuo contenuto nella storta è scuro, si scioglie in acqua con poco alcol e si scolora con carbone. Dopo ricristallizzazione si ha un prodotto in bei cristalli incolori fusibili a 203°-204° con tutti i caratteri dell' N*metilcianmetilpiridone* che

uno di noi ottenne dal metilacetilacetone con ammoniaca ed etere cianacetico.

Un dosamento d'azoto diede:

Gr. 0,112 fornirono 17 cm^3 di N a 14° e 742 mm.

Cioè:

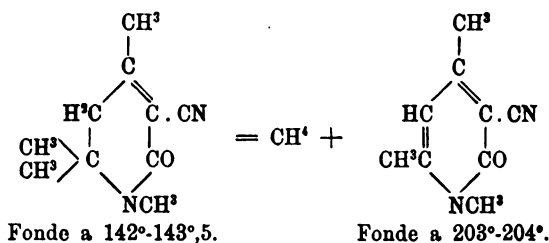
	trovato	calcolato per $C^9H^{10}N^2O$
N %	17,23	17,28

Il gas raccolto nell'azotometro ha i caratteri di un idrocarburo saturo, brucia con fiamma luminosa, non è assorbito dal bromo e in un'analisi eudometrica diede risultati che dimostrano essere gaz *metano*. Infatti per un volume = 1 si ebbe:

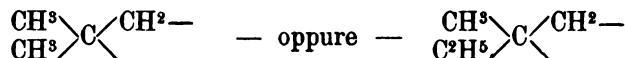
	trovato	calcolato
Ossigeno totale consumato	2,06	2,0
„ consumato per il C	0,991	1,0
„ „ per l'H	1,07	1,0
Contrazione	2,07	2,0

Dunque anche in questo caso la reazione principale è la seguente:

$$\begin{array}{c} CH^3 \\ | \\ C \\ H^2C \diagup \quad \diagdown\!\diagdown C.CN \\ CH^3 \diagdown \quad | \quad\quad | \\ CH^3 \diagup C \quad\quad CO \\ \diagdown \diagup \\ NCH^3 \end{array} = CH^4 + \begin{array}{c} CH^3 \\ | \\ C \\ HC \diagup \quad \diagdown\!\diagdown C.CN \\ \| \quad\quad | \\ CH^3C \quad\quad CO \\ \diagdown \diagup \\ NCH^3 \end{array}$$

Fonde a 142°-143°,5. Fonde a 203°-204°.

In questi due casi in cui si hanno due metili attaccati ad un medesimo atomo di carbonio vicini a un CH^2 si stacca dunque un metile in forma di *metano*.

È molto probabile che altri composti contenenti

$$\begin{array}{l} CH^3 \\ CH^3 \end{array}\!\!>C<\!\!\begin{array}{l} CH^2- \\ \end{array} \quad - \text{oppure} - \quad \begin{array}{l} CH^3 \\ C^2H^5 \end{array}\!\!>C<\!\!\begin{array}{l} CH^2- \\ \end{array}$$

diano facilmente del metano o dell'etano. Nell'altra nota che ora pubblichiamo col titolo: *Sintesi di derivati glutarici e trime-*

tilenici, facciamo appunto notare che la ββ*dimetildicianglutarimide* dà del metano, come la ββmetiletildicianglutarimide dà l'etano.

Sotto questo riguardo saranno studiate altre sostanze.

III.

Etere biidrocollidindicarbonico.

Abbiamo preparato questo etere col noto metodo di Hantzsch e dopo ricristallizzazione fondeva esattamente a 130°-131°.

Questo etere fu sottoposto a distillazione, a pressione ordinaria, entro palloncino tubulato; nelle prime esperienze a b. d'olio, poi, scaldandolo direttamente su reticella metallica con piccola fiamma e per porzioni di 10 gr. per volta; ma abbiamo trovato meglio scaldarlo a b. d'olio. Il liquido bolle regolarmente, e già una esperienza precedente, da noi citata nella nota: *Osservazioni sull'analisi elementare,* ha dimostrato che l'ebollizione regolare ha luogo fra 340° e 350°; però non è una vera ebollizione, ma decomposizione, con sviluppo di gas. Il liquido, che distillava, si raccoglieva in un recipiente tubulato, mantenuto freddo se occorre, ed i gas si facevano passare prima attraverso del bromo posto sotto l'acqua, poi attraverso potassa caustica concentrata ed il gas non assorbito si raccoglieva in campanelle graduate o in un azotometro grande della forma dell'azotometro Schiff. L'aria era scacciata con anidride carbonica secca. In altre esperienze non si scacciava l'aria ma si assorbiva l'anidride carbonica colla potassa caustica prima di far assorbire il gas dal bromo.

In questo modo abbiamo potuto raccogliere delle quantità considerevoli di CO^2, *ossido di carbonio, etilene* e *metano.* In una esperienza, ad esempio, da 10 gr. di etere biidrocollidindicarbonico ottenemmo 1,5 gr. di bromuro di etilene e 330 cm^3 di gas non assorbibile dal bromo che l'analisi dimostrò essere costituito da *metano* CH^4 con poco *ossido di carbonio.*

Il liquido distillato fu poi accuratamente frazionato e si separò una porzione che bolliva prima di 90° ed era costituita quasi unicamente da *alcole,* poi una porzione che bolliva 255°-260°

(quasi tutto 255°-257°) ed una ultima porzione che bolliva verso 300°-305° e dalla quale si deposero dei cristalli fusibili 73°.

La porzione bollente 255°-257° era un liquido quasi incoloro, appena giallognolo che all'aria ingiallisce, poi diventa bruno, di odore penetrante che ricorda quello della conina; aveva reazione alcalina. Poco solubile nell'acqua e la sua soluzione satura a freddo, scaldata intorbida, basta il calore della mano come fa la soluzione acquosa di conina.

All'analisi diede i risultati seguenti:

I. Gr. 0,2368 di sostanza fornirono 0,5862 di CO^2 e 0,1740 di H^2O.

II. Gr. 0,1792 fornirono 12,2 cm^3 di N a 20° e 733 mm. L'azoto non bruciava.

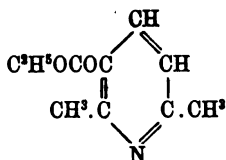
Da cui:

		I	II
C	=	67,51	—
H	=	8,08	—
N	=	—	7,44

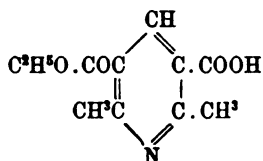
Numeri che conducono alla formola di un *etere lutidinmonocarbonico* $C^{10}H^{13}NO^2$ pel quale si calcola:

C	=	67,03
H	=	7,26
N	=	7,80

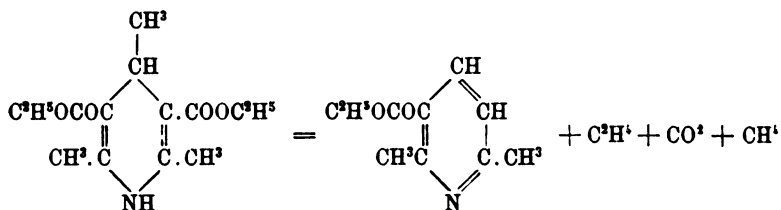
A questo nostro etere lutidinmonocarbonico deve spettare la formola:

```
             CH
            /  \\
$C^2H^5$OCOC      CH
           ||      |
     $CH^3$.C      C.$CH^3$
            \\  //
              N
```

e deve quindi essere l'*etere 2-6 lutidinmonocarbonico 3.*

Weiss (1) distillando l'*etere acido lutidindicarbonico:*

$$
\begin{array}{ccc}
 & CH & \\
 / & & \backslash\!\backslash \\
C^2H^5O.COC & & C.COOH \\
\| & & | \\
CH^3C & & C.CH^3 \\
 \backslash & & // \\
 & N &
\end{array}
$$

ottenne un etere lutidinmonocarbonico, che probabilmente è identico al nostro, ma che egli ottenne non allo stato di purezza e che descrive come un olio debolmente colorato *il cui punto di ebollizione pare sia a 240°.*

La formazione del nostro etere 2,6 lutidinmonocarbonico ha luogo secondo l'equazione seguente:

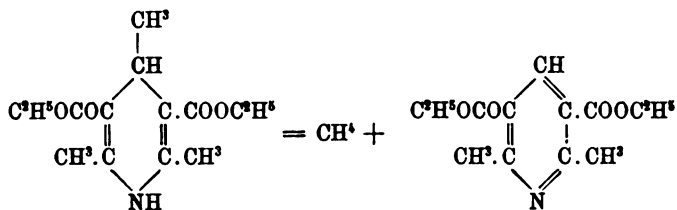
$$
\begin{array}{ccc}
 & CH^3 & \\
 & | & \\
 & CH & \\
 / & & \backslash \\
C^2H^5OCOC & & C.COOC^2H^5 \\
\| & & \| \\
CH^3.C & & C.CH^3 \\
 \backslash & & / \\
 & NH &
\end{array}
=
\begin{array}{ccc}
 & CH & \\
 / & & \backslash\!\backslash \\
C^2H^5OCOC & & CH \\
\| & & | \\
CH^3C & & C.CH^3 \\
 \backslash & & // \\
 & N &
\end{array}
+ C^2H^4 + CO^2 + CH^4
$$

L'etere 2,6 lutidinmonocarbonico ha reazione alcalina ed ha funzione di base. Neutralizzato con acido cloridrico diluito precipita coll'acido picrico, col reattivo di Marmé, col joduro di potassio jodurato. Col cloruro d'oro dà un precipitato in goccie oleose. La soluzione cloridrico-alcolica non precipita con soluzione concentrata di acido cloroplatinico.

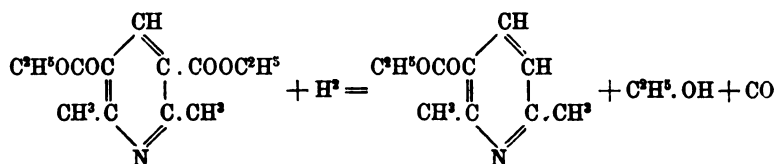
La soluzione acquosa della base con un eccesso di soluzione acquosa di cloruro mercurico al 5 % dà quasi subito, specialmente agitando, un abbondante precipitato bianco costituito da sottili aghetti incolori che all'aria arrossano lievemente. Meglio è versare la soluzione acquosa della base nella soluzione mercurica.

Il prodottto della distillazione che bolliva verso 300°-305° lasciò depositare una massa cristallina formata da lunghi aghi incolori che fondevano a 73°. Questo composto ha tutte le pro-

(1) " Ber. ", 1886, pag. 1307.

prietà dell'*etere 2,6 lutidindicarbonico*, formatosi senza dubbio nel modo seguente:

```
            CH3
             |
             CH                                          CH
           /    \                                      /    \\
C2H5OCOC          C.COOC2H5                 C2H5OCOC          C.COOC2H5
      ||          ||           = CH4 +           ||           |
  CH3.C           C.CH3                      CH3.C            C.CH3
           \    /                                      \    //
             NH                                          N
```

La formazione dell'alcol e dell'ossido di carbonio si spiega per l'azione riducente dell'idrogeno di 1 mol. di etere biidrico sopra 1 mol., ad esempio, di etere 2,6 lutidindicarbonico:

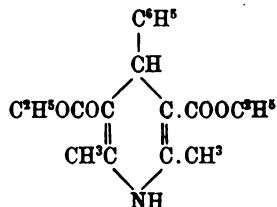
```
           CH                                    CH
         /    \\                               /    \\
C2H5OCOC        C . COOC2H5          C2H5OCOC        CH
      ||        |             + H2 =       ||        |         + C2H5.OH + CO
  CH3.C         C.CH3                  CH3.C         C.CH3
         \    //                               \    //
           N                                     N
```

La formazione di gas CH^4, che brucia assai difficilmente, spiega bene la deficienza di carbonio e l'eccesso di azoto osservato prima delle nostre ricerche, da vari autori, nell'analisi dell'etere lutidindicarbonico e dell'etere biidrocollidindicarbonico.

Riassumendo: per l'azione del calore sull'etere biidrocollidindicarbonico si formano: *anidride carbonica, ossido di carbonio, metano, etilene, alcol, etere 2-6 lutidinmonocarbonico ed etere 2-6 lutidindicarbonico,* insieme a qualche piccola quantità di basi piridiniche.

IV.

Etere fenilbiidrolutidindicarbonico.

Abbiamo preparato questo etere:

```
             C6H5
              |
              CH
            /    \
C2H5OCOC           C.COOC2H5
      ||           ||
   CH3C            C.CH3
            \    /
              NH
```

facendo reagire l'aldeide benzoica e l'etere acetacetico in presenza di ammoniaca alcolica. Era in bei cristalli fusibili 157°.

Si sottopose a distillazione secca in modo perfettamente simile a quello con cui operammo coll'etere diidrocollidindicarbonico, e per porzioni di 10 gr. Si sviluppò dell'*etilene*, dell'*anidride carbonica* e dell'*ossido di carbonio* insieme ad un idrocarburo non assorbibile dalla potassa nè dal bromo. Distillò un liquido che quasi tutto bolliva sopra 310°, una piccola parte passava 280°-300°. Tra i prodotti della distillazione si trovò piccola quantità di *benzene* e dell'*alcol;* dunque il gruppo C^6H^5 è più fortemente attaccato al carbonio CH— che non il metile. Da 10 gr. di etere biidrico abbiamo ottenuto 240 cm^3 di gas non assorbibile dal bromo, circa 2,2 gr. di *bromuro di etilene* e circa 6 gr. di prodotto liquido. In una esperienza fatta scaldando 10 gr. di sostanza a b. d'olio, la decomposizione ebbe luogo verso 340° e si ottennero 870 cm^3 di gas combustibile contenente poco *ossido di carbonio* e circa 56 °/₀ di *etilene.* In queste esperienze si notò che raccogliendo separatamente il gas sviluppatosi nei diversi periodi della decomposizione la quantità °/₀ relativa di etilene contenuto nel miscuglio gasoso combustibile andava diminuendo (ad esempio 71 °/₀; 59 °/₀ e 39 °/₀) mano a mano che la reazione si avvicinava al termine.

La porzione del liquido che passò sotto 100° rettificata, bolliva quasi tutta a 78°-80° ed era una miscela di *alcol* e di *benzene;* una piccola porzione passò verso 270°-290° e quasi tutto invece a 300°-320° e questo poi ridistillato passò quasi tutto a 315°-320°. Il gas non assorbibile dalla potassa e dal bromo, conteneva un poco di ossido di carbonio ed un carburo che brucia con fiamma luminosa; le analisi eudiometriche fatte rendono molto probabile che sia *etano.*

Il prodotto così ottenuto bollente 315°-320° è liquido oleoso, denso, più pesante dell'acqua, di odore alquanto aromatico, e per raffreddamento con ghiaccio non solidifica. Stando all'aria imbrunisce. Dà fumi coll'acido cloridrico concentrato ed è solubile nell'acido cloridrico diluito. La soluzione cloridrica dà precipitato abbondante coll'acido cloroplatinico, col cloruro aurico e col solfocianoplatinato potassico.

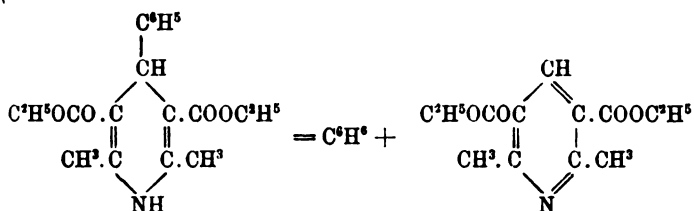
Il cloroplatinato cristallizza assai difficilmente.

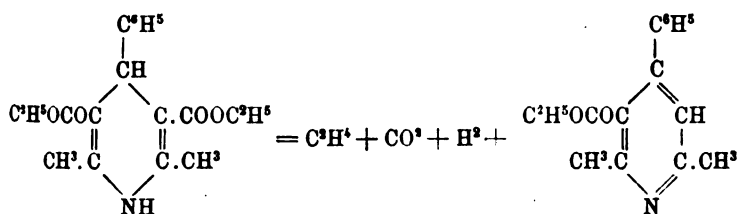
Questi caratteri concordano con quelli dell'*etere fenillutidin-*

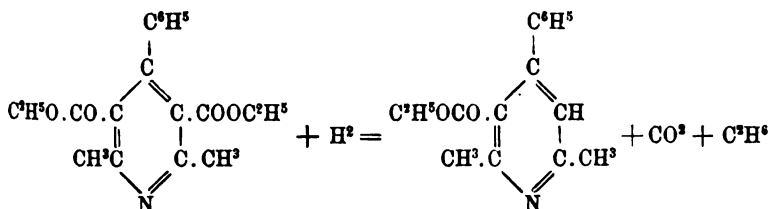
monocarbonico (2-6 dimetil-4-fenilpiridincarbonico.3) già ottenuto distillando l'*etere acido fenillutidindicarbonico,* da Hantzsch (1).

La decomposizione pirogenica avverrebbe dunque nei modi seguenti:

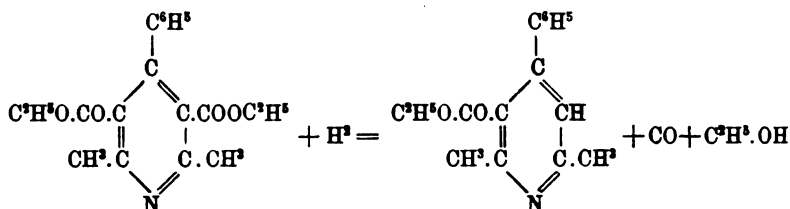
Una parte dell'etere fenildiidrolutidindicarbonico si decomporrebbe in *benzene* ed *etere lutidindicarbonico:*

```
              C⁶H⁵
               |
               CH                                      CH
             /    \                                  /   \\
C²H⁵OCO.C          C.COOC²H⁵              C²H⁵OCOC         C.COOC²H⁵
        ||         ||         = C⁶H⁶ +             ||        |
   CH³.C           C.CH³                      CH³.C         C.CH³
          \      /                                    \   //
             NH                                          N
```

Ma la maggior parte si decompone in *etilene,* CO^2, *idrogeno* ed *etere fenillutidinmonocarbonico:*

```
           C⁶H⁵                                                 C⁶H⁵
            |                                                    |
            CH                                                   C
          /    \                                               /   \\
C²H⁵OCOC         C.COOC²H⁵                          C²H⁵OCOC        CH
       ||        ||         = C²H⁴ + CO² + H² +             ||       |
   CH³.C         C.CH³                                 CH³.C        C.CH³
          \    /                                              \   //
            NH                                                  N
```

La formazione dell'*etano* può spiegarsi ammettendo che l'idrogeno di una molecola di etere biidrico agisca sul carbossietile dell'etere lutidindicarbonico o sull'etere fenillutidindicarbonico che può formarsi in un periodo della reazione e si abbia quindi:

```
              C⁶H⁵                                     C⁶H⁵
               |                                        |
               C                                        C
             /   \\                                   /   \\
C²H⁵O.CO.C         C.COOC²H⁵          C²H⁵OCO.C          CH
         ||        |          + H² =           ||        |         + CO² + C²H⁶
     CH³C          C.CH³                   CH³.C         C.CH³
           \     //                                \   //
              N                                       N
```

(1) " Ber. ", 1884, T. XVIII, pag. 2912.

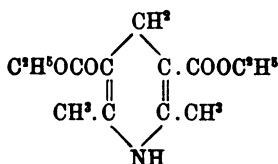
Infine la formazione dell'*ossido di carbonio* e dell'*alcol* si può spiegare ammettendo che l'idrogeno dell'etere biidrico agisca anche in un altro senso sull'etere disidrogenato, cioè nel modo seguente:

$$
\begin{array}{ccc}
 & C^6H^5 & \\
 & | & \\
 & C & \\
 & / \quad \backslash\!\backslash & \\
C^2H^5O.CO.C & & C.COOC^2H^5 \\
\| & & | \\
CH^3.C & & C.CH^3 \\
 & \backslash \quad /\!/ & \\
 & N &
\end{array}
+ H^2 =
\begin{array}{ccc}
 & C^6H^5 & \\
 & | & \\
 & C & \\
 & / \quad \backslash\!\backslash & \\
C^2H^5O.CO.C & & CH \\
\| & & | \\
CH^3.C & & C.CH^3 \\
 & \backslash \quad /\!/ & \\
 & N &
\end{array}
+ CO + C^2H^5.OH
$$

Quindi si capisce come il prodotto più abbondante sia l'*etere fenillutidinmonocarbonico* bollente 315°-320°.

V.

Etere diidrolutidindicarbonico.

Lo studio dell' azione del calore su questo etere biidrico:

$$
\begin{array}{ccc}
 & CH^2 & \\
 & / \quad \backslash & \\
C^2H^5OCOC & & C.COOC^2H^5 \\
\| & & \| \\
CH^3.C & & C.CH^3 \\
 & \backslash \quad / & \\
 & NH &
\end{array}
$$

aveva per noi una particolare importanza perchè se si comportava come l'etere diidrocollindicarbonico avrebbe dovuto dare prodotti meno numerosi e che ci avrebbero servito a spiegare meglio la decomposizione degli altri eteri idrici.

Questo etere fu preparato coll'aldeide formica, l'etere acetacetico e l'ammoniaca alcolica. Era in cristalli aghiformi fluorescenti che cominciavano a fondere verso 175°, ed erano completamente fusi a 183°.

Si sottopose a distillazione secca, in b. di olio, per porzioni di 10 grammi. Insieme ad anidride carbonica si ebbero circa 50 cm^3 di gas non assorbibile dalla potassa, ogni 10 gr. di etere distillato. La decomposizione e lo sviluppo di gas ha luogo a 315°-320°.

Questo gas bruciava con fiamma luminosa, conteneva dell'etilene che fu assorbito dal bromo, dell'ossido di carbonio ed un idrocarburo saturo che non fu ancora bene analizzato completamente ma che sembra etano o un miscuglio di etano e metano.

Il gas combustibile non assorbito dalla potassa conteneva, nelle varie operazioni fatte, da 55 a 60 % di *etilene*.

Il prodotto distillato è quasi tutto solido cristallino, giallo; contiene dell'*alcol* ed è impregnato di un olio giallo con odore simile a quello della conina e delle basi piridiche. Il prodotto totale in ognuna delle varie operazioni fatte fu di 7 a 8 gr. per ogni 10 gr. di etere biidrico.

Questo prodotto, spremuto fra carta poi ricristallizzato dall'alcol al 50 %, fornisce degli aghi lunghi splendenti, setacei, elettrici, che fondano a 73°. Caratteri questi che corrispondono a quelli dell'*etere lutidindicarbonico* già ottenuto da Griess e Harrow (1). Lo dimostrano anche le analisi seguenti:

I. Gr. 0,3016 di sostanza fornirono 15,2 cm^3 di N a 16° e 742 mm.

II. Gr. 0,2746 fornirono 0,6232 di CO^2 e 0,1666 di H^2O.

Da cui:

	trovato		calcolato per $C^{13}H^{17}NO^4$
	I	II	
C =	—	61,89	62,15
H =	—	6,74	6,77
N =	5,69	—	5,57

Queste analisi furono fatte colla massima cura nel timore specialmente che sfuggisse qualche gas difficilmente combustibile, tanto più che i chimici che prima di noi analizzarono questo etere, ebbero sempre risultati sconcordanti non solo nell'azoto ma anche nel carbonio ed idrogeno.

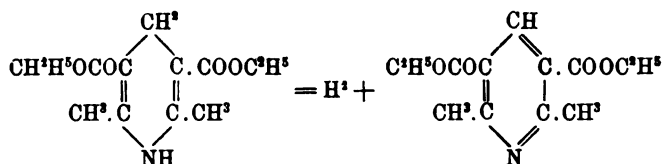
Anche l'etere lutidindicarbonico infatti per semplice distillazione a pressione ordinaria si decompone, benchè in piccola quantità; ad esempio 2,3 gr. di questo etere distillati rapidamente a b. d'olio fornirono 4 cm^3 di gas non assorbibile dalla potassa e di cui 1,8 cm^3 erano assorbiti dal bromo.

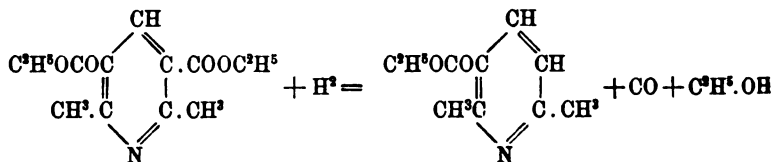
(1) " Ber. ", pag. 2740.

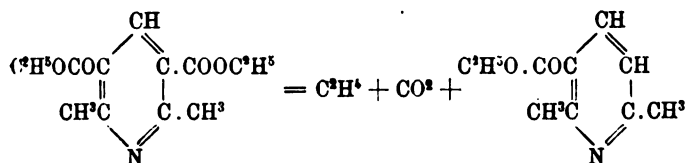
Il liquido oleoso giallo che impregnava la parte cristallina del prodotto distillato estratto con etere, disseccato e ridistillato fornì una porzione di liquido quasi incoloro, alcalino, che fa fumi coll'acido cloridrico, con odore di conina e di basi piridiche, bollente a 255°-260°, la cui soluzione acquosa intorbida per riscaldamento e dà tutte le reazioni dell'*etere* 2.6*lutidinmonocarbonico* tra cui questa: che la soluzione acquosa versata in un eccesso di soluzione acquosa di cloruro mercurico dà, specialmente dibattendo, un precipitato cristallino in aghi sottilissimi. Questi caratteri non lasciano alcun dubbio che fra i prodotti della distillazione dell'etere diidrolutidindicarbonico non vi sia anche l'*etere* 2.6*lutidinmonocarbonico*.

Riassumendo: nella distillazione a pressione ordinaria dell'etere biidrolutidindicarbonico si produce: *ossido di carbonio, anidride carbonica, etilene* e un carburo saturo non ben esaminato (etano?) insieme ad *alcol, etere lutidindicarbonico* ed *etere lutidinmonocarbonico.*

Il prodotto principale però è l'etere lutidindicarbonico fus. 73° il quale si forma dall'etere biidrico semplicemente per eliminazione di idrogeno:

$$\begin{array}{ccc} & CH^2 & \\ & / \quad \backslash & \\ CH^2H^5OCOC & & C.COOC^2H^5 \\ \| & & \| \\ CH^3.C & & C.CH^3 \\ & \backslash \quad / & \\ & NH & \end{array} = H^2 + \begin{array}{ccc} & CH & \\ & / \quad \backslash\backslash & \\ C^2H^5OCOC & & C.COOC^2H^5 \\ \| & & | \\ CH^3.C & & C.CH^3 \\ & \backslash \quad // & \\ & N & \end{array}$$

e l'idrogeno agendo su un carbossietile darebbe *etere lutidinmonocarbonico, alcol* e *ossido di carbonio:*

$$\begin{array}{ccc} & CH & \\ & / \quad \backslash\backslash & \\ C^2H^5OCOC & & C.COOC^2H^5 \\ \| & & | \\ CH^3.C & & C.CH^3 \\ & \backslash \quad // & \\ & N & \end{array} + H^2 = \begin{array}{ccc} & CH & \\ & / \quad \backslash\backslash & \\ C^2H^5OCOC & & CH \\ \| & & | \\ CH^3C & & C.CH^3 \\ & \backslash \quad // & \\ & N & \end{array} + CO + C^2H^5.OH$$

L'etilene poi può provenire tanto dalla scomposizione dell'etere biidrico in etere lutidinmonocarbonico, CO^2 e C^2H^4 quanto dall'etere lutidindicarbonico prima formatosi e che si decomporrebbe analogamente al formiato di etile:

$$
\begin{array}{ccc}
 & CH & \\
 & \diagup \quad \diagdown\!\!\diagdown & \\
C^2H^5OCOC & & C.COOC^2H^5 \\
\| & & | \\
CH^3C & & C.CH^3 \\
 & \diagdown \quad \diagup\!\!\diagup & \\
 & N &
\end{array}
= C^2H^4 + CO^2 +
\begin{array}{ccc}
 & CH & \\
 & \diagup \quad \diagdown\!\!\diagdown & \\
C^2H^5O.COC & & CH \\
\| & & | \\
CH^3C & & C.CH^3 \\
 & \diagdown \quad \diagup\!\!\diagup & \\
 & N &
\end{array}
$$

ed infatti abbiamo visto che anche l'etere lutidindicarbonico distillato rapidamente in piccola parte si decompone dando un gas composto in gran parte di etilene.

In conclusione, quando si distilla un etere biidrico si stacca dalla molecola una molecola di idrocarburo o di idrogeno il quale agisce come riduttore su parte del prodotto disidrogenato. Un carbossietile poi dell'etere biidrico o dell'etere disidrogenato si decomporrebbe in modo da dare CO^2 e etilene.

La formazione di CO^2, CO, C^2H^4, CH^4 oppure C^2H^6 e C^6H^6 nelle condizioni da noi indicate crediamo non sia mai stata osservata da altri prima di noi. Questi fatti possono servire benissimo a spiegare i risultati erronei ottenuti da molti chimici nell'analisi elementare.

Lo studio accurato dell'azione del calore su molte sostanze organiche può essere importante, molto più di quanto non si pensi.

Lo studio dell'azione del calore su sostanze idriche, appartenenti a gruppi diversi che non siano gli eteri biidrici, servirà a trovare le condizioni per le quali si stacca l'idrocarburo saturo e per quali condizioni può scomporsi o no il gruppo carbossietilico. Nei casi da noi esaminati uno solo dei carbossietili è eliminato.

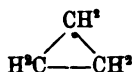
Queste ricerche serviranno anche a spiegare i risultati incerti o contradditori osservati nella preparazione di molti derivati dall'etere acetacetico e simili.

Torino, Laboratorio di Chimica farmaceutica e tossicologica.
Giugno 1899.

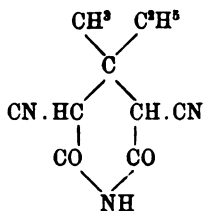
Sintesi di derivati glutarici e trimetilenici;

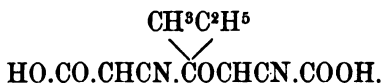
Nota del Socio ICILIO GUARESCHI e del Dott. ERNESTO GRANDE.

I composti trimetilenici, derivanti cioè dal ciclo-trimetilene:

```
     CH²
    /  \
H²C——CH²
```

hanno acquistato nuova e più grande importanza dopo che le ricerche di Wagner e di Ad. Baeyer hanno dimostrato che il nucleo trimetilenico si trova, o si forma, in prodotti naturali quali il carone ed alcuni terpeni. È un gruppo che resiste bene all'ossidazione.

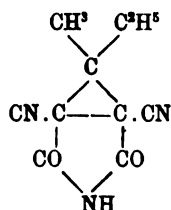
Nella nostra nota: " *Su una idroetildicianmetildiossipiridina* ", pubblicata l'anno scorso (1), abbiamo fatto osservare che per l'azione dell'etere cianacetico sul metiletilchetone si forma l'*idroetilmetildiciandiossipiridina* o ββ *metiletil* αα *dicianglutarimide*:

```
       CH³  C²H⁵
         \  /
          C
         / \
CN.HC       CH.CN
    |       |
    CO      CO
      \   /
       NH
```

che si può riguardare come l'*imide* dell'*acido* ββ *metiletil* αα *dicianglutarico*:

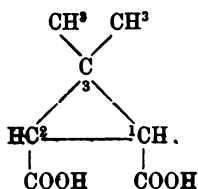
```
           CH³C²H⁵
              \/
HO.CO.CHCN.COCHCN.COOH.
```

Il derivato bibromurato di questa imide $C^{10}H^{9}N^{3}Br^{2}O^{2}$ perde

(1) " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", 1898, T. XXXIII.

tutto il bromo e si trasforma in una bella sostanza cristallizzata in prismi rombici, alla quale, per ipotesi, di diede allora la formola:

```
        CH³  C²H⁵
          \  /
           C
          / \
    CN.C——C.CN
       |     |
      CO    CO
        \  /
         NH
```

che ne fa al tempo stesso un derivato piridinico e trimetilenico o meglio trimetilenico e pirrolico con due atomi di carbonio in comune.

Abbiamo riconosciuto che questa formola è perfettamente esatta, e questo nuovo composto, considerato come un derivato dell'omologo dell'acido caronico, si può anche denominare *dicianomocaronimide,* oppure *imide* 3.3.*metiletil*-1.2-*diciantrimetilendicarbonica,* essendo l'acido caronico di Baeyer:

```
        CH³  CH³
          \  /
           C
          /3\
         /   \
     HC²———————¹CH.
      |          |
    COOH       COOH
```

Composti trimetilenici simili furono da noi ottenuti da altri chetoni.

I.

3.3.metiletil-1.2-diciantrimetilendicarbonimide.

Nella nota sovraricordata abbiamo descritto come si prepari la ββ metiletil αα dicianglutarimide e come si ottenga il suo derivato bibromurato, $C^{10}H^9Br^2N^3O^2$.

Questo derivato per l'azione del calore perde Br^2 e si trasforma in $C^{10}H^9N^3O^2$; però bisogna scaldare molto tempo a non più di 110° per impedire che la sostanza si alteri troppo. Non

si forma acido bromidrico. Il residuo quasi bianco non contiene più bromo o delle minime traccie. Per sbromurare questa sostanza abbiamo però trovato più conveniente scaldarla a b.m. con acido acetico al 40 %. Evaporato l'acido acetico, rimane una massa di piccoli prismi rombici, incolori che si ricristallizzano dall'acido acetico o dall'alcool, diluiti.

La sostanza così sbromurata diede all'analisi:

I. Gr. 0,0911 fornirono 16,7 cm^3 di N a 16° e 744 mm.
II. Gr. 0,2342 diedero 0,5154 di CO^2 e 0,0958 di H^2O.
III. Gr. 0,1064 diedero 19,2 cm^3 di N a 16°,5 e 748 mm.
IV. Gr. 0,143 diedero 26,4 di N a 15° e 736 mm.
V. Gr. 0,2682 diedero 0,5770 di CO^2 e 0,1052 di H^2O.

Da cui:

	trovato					calcolato per $C^{10}H^9N^3O^2$
	I	II	III	IV	V	
C =	—	60,01	—	—	58,67	59,11
H =	—	4,54	—	—	4,37	4,43
N =	20,75	—	20,49	20,77	—	20,68

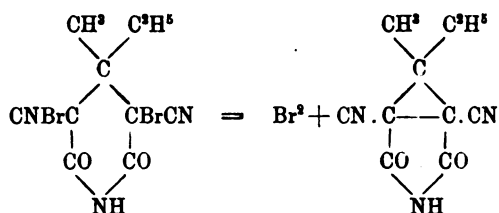
La 3.3.*metiletil*.1.2-*diciantrimetilendicarbonimide* cristallizza dall'acido acetico al 40 % e caldo, in prismi rombici, duri, brillanti, che fondono a 220°-225° ma scomponendosi e annerendo; già a 210°-205° dà segni di fusione e se si scalda lentamente, si scompone, fondendo, a 210°. È poco solubile nell'acqua da cui difficilmente cristallizza. La soluzione acquosa ha reazione acida; neutralizzata con ammoniaca dà col nitrato d'argento un precipitato bianco, quasi insolubile nell'acqua anche bollente, non ben cristallizzato, solubile prontamente nell'ammoniaca.

Cristallizza bene anche dall'alcool.

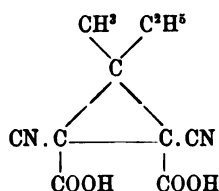
Trattata con nitrito potassico ed alcune goccie di acido solforico diluito, non dà colorazione gialla; colorazione che è data invece dalla ββ metiletildicianglutarimide da cui deriva (1).

(1) Vedi: *Su una idroetildicianmetildiossipiridina*, in " Atti della Regia Accad. delle Scienze ", 1898, vol. XXXIII.

Noi siamo d'avviso che la sbromurazione del composto $C^9H^9Br^2N^3O^2$ avvenga secondo l'equazione seguente:

```
      CH³  C²H⁵                       CH³  C²H⁵
        \  /                            \  /
         C                               C
        / \                             / \
 CNBrC     CBrCN   =   Br² + CN.C———C.CN
    |       |                   |       |
    CO     CO                   CO     CO
      \   /                       \   /
       NH                          NH
```

È questo un elegante modo di ottenere l'anello trimetilenico. Questo nuovo composto trimetilenico, trattato con acqua di bromo, *non assorbe più bromo.*

Questo composto è l'imide dell'acido 1.1metiletil2-3diciantrimetilenico:

```
        CH³  C²H⁵
          \  /
           C
          / \
         /   \
 CN.C————————C.CN
     |        |
   COOH     COOH
```

omologo dell'acido caronico di Baeyer.

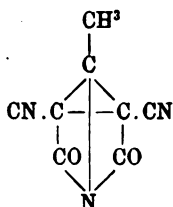
Questa imide, quando si scalda all'ebollizione con 2 mol. di soda caustica sviluppa esattamente una mol. di ammoniaca (dosata allo stato di cloroplatinato) ed il liquido neutralizzato con poco acido acetico e precipitato con nitrato d'argento dà un sale d'argento che scomposto con acido solfidrico fornisce un *acido* solubilissimo nell'acqua, fusibile verso 184° con sviluppo di ammoniaca, e che non abbiamo studiato. Il sale di sodio di quest'acido è solubilissimo.

Questa imide trimetilenica neutralizzata con ammoniaca diluita, in maniera però che ne rimanga un poco indisciolta e che il liquido sia ancora un poco acido, fu posta sul mercurio entro campanella. *Non sviluppò nessun gaz;* il che la distingue nettamente dalla ββ metiletildicianglutarimide che nelle stesse condizioni dà dell'*etano.* Questo fatto si spiega perchè nel carbonio vicino a C^2H^5 non vi è più idrogeno da poter formare

l'etano; l'idrogeno *imidico* non entrando in questo caso in reazione.

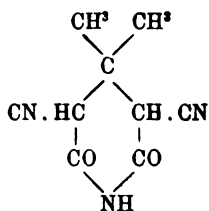
Azione del calore. — Quando si scalda a b. d'olio la imide ββ metiletildiciantrimetilendicarbonica, verso 240°-245° comincia a sviluppare un gaz non assorbibile dalla potassa caustica e dopo pochi momenti ha luogo un rapidissimo sviluppo di gaz con rigonfiamento e annerimento della massa. Però da 2 e 3 gr. di sostanza si ottennero solamente 10 cm^3 di gaz, non assorbibile dal bromo; contiene un poco di ossido di carbonio ed è costituito quasi tutto, pare, da una miscela di *etano* e di *metano*.

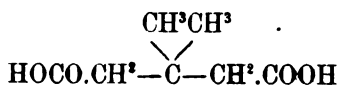
Se si fosse eliminato molto etano sarebbe stato sperabile si formasse il composto:

```
          CH³
          |
          C
         /|\
  CN.C—  |  —C.CN
     |   |   |
     CO  |  CO
       \ | /
         N
```

ma dal residuo nero non fu possibile ricavare un prodotto analizzabile.

II.

ββ dimetil αα diciananglutarimide

```
       CH³  CH³
         \  /
          C
         / \
  CN.HC     CH.CN
     |       |
     CO     CO
       \   /
        NH
```

Questo composto, che deriva in fondo dall'acido ββ *dimetilglutarico*:

```
          CH³CH³
            \/
HOCO.CH²—C—CH².COOH
```

si forma quando si fa agire l'etere cianacetico sull' acetone in presenza di un eccesso di ammoniaca.

Quando si mescolano 3 gr. di acetone con 10 gr. di etere cianacetico (2 mol.) e 12 cm³ di ammoniaca acquosa al 20 %, il liquido si scalda alquanto, ingiallisce e poco dopo solidifica. Si lascia a sè 16-18 ore, poi, diluito con acqua, si filtra. Il filtrato acidulato con acido cloridrico diluito dà un abbondante precipitato bianco, costituito da sottili lamine o aghi piatti che si lavano e si ricristallizzano dall'acqua bollente.

Migliori risultati si hanno però mescolando 6-7 gr. di acetone con 20 cm³ di etere cianacetico e 36 cm³ di ammoniaca alcolica al 14 %. Dopo 6-7 ore si diluisce, si acidula con acido cloridrico diluito e si ricristallizza dall'acqua.

La sostanza pura diede i risultati seguenti:

I. Gr. 0,1218 di sostanza secca a 100° diedero 24,6 cm³ di N a 22° e 739 mm.

II. Gr. 0,257 fornirono 0,4898 di CO^2 e 0,1054 di H^2O.

Da cui:

		trovato		calcolato per $C^9H^9N^3O^2$
		I	II	
C	=	—	56,36	56,54
H	=	—	4,94	4,71
N	=	22,04	—	21,98

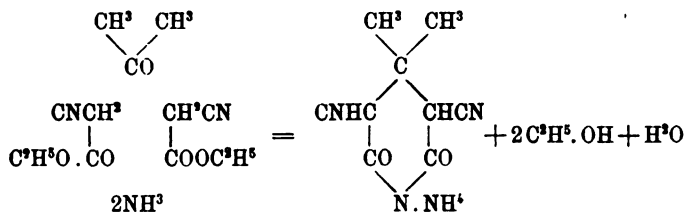
La ββ *dimetildicianglutarimide* o *idrometildicianmetildiossipiridina* cristallizza in belle lamine incolori, brillanti, fusibili a 216°-217°. Sono poco solubili nell'acqua fredda, molto più nell'acqua bollente. La soluzione ha reazione acidissima. È solubile nell'alcol e nell'acido acetico.

Trattata con nitrito potassico ed alcune goccie di acido solforico diluito dà una bella colorazione gialla, come si ottiene dal derivato metiletilico corrispondente.

Invece il suo derivato bibromurato, e l'imide trimetilenica (vedi più innanzi) che da questo proviene per sbromurazione, non dànno questa colorazione.

Questo composto, allo stato di sale ammonico, si è formato

analogamente al derivato metiletilico corrispondente, cioè come segue:

$$
\begin{array}{ccc}
 & CH^3 \quad CH^3 & \\
 & \diagdown \; \diagup & \\
 & CO & \\
CNCH^2 & & CH^2CN \\
| & & | \\
C^2H^5O.CO & & COOC^2H^5 \\
 & 2NH^3 &
\end{array}
=
\begin{array}{ccc}
 & CH^3 \quad CH^3 & \\
 & \diagdown \; \diagup & \\
 & C & \\
 & \diagup \; \diagdown & \\
CNHC & & CHCN \\
| & & | \\
CO & & CO \\
 & \diagdown \; \diagup & \\
 & N.NH^4 &
\end{array}
+ 2C^2H^5.OH + H^2O
$$

Quando si scalda la ββ dimetildicianglutarimide a b. d'olio, verso 310°-320° sviluppa un gaz che brucia con fiamma luminosa, non assorbibile dal bromo e che l'analisi eudiometrica dimostrò essere *metano* CH^4. Il residuo è bruno e non fu da noi esaminato.

Sale di ammonio. — In una delle preparazioni più sopra descritte, invece di sciogliere il prodotto della reazione tra l'etere cianacetico, l'acetone e l'ammoniaca nell'acqua e acidulare con acido cloridrico, fu direttamente raccolta la massa cristallina sul filtro, lavata rapidamente alla pompa con alcol ammoniacale poi con alcol e disseccata nel vuoto oppure sulla calce viva in presenza di gaz ammonico.

Il sale ammonico così ottenuto è bianco, cristallino, totalmente solubile nell' acqua e la soluzione ha reazione neutra, precipita coll'acido cloridrico e col nitrato d'argento.

Gr. 0,1394 di sostanza secca fornirono 33,4 cm^3 di N a 24° e 738 mm.

Cioè:

	trovato	calcolato per $C^9H^8(NH^4)N^3O^2$
N °/o	25,82	26,92

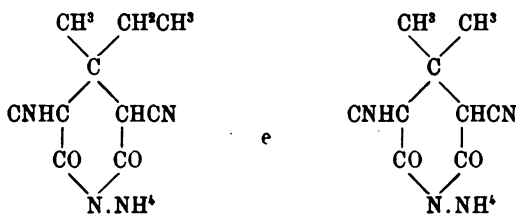
Questo sale perde assai facilmente dell'ammoniaca a temperatura ordinaria.

Questo sale ammonico sciolto in acqua e lasciato a sè, manda intenso odore di acido cianidrico, però si distingue dal composto analogo metiletilico perchè *non sviluppa gaz*, in presenza di acqua, mentre ci aspettavamo che desse del *metano*. È questa una enorme differenza, dal sale ammonico del derivato metiletilico corrispondente il quale invece nelle stesse con-

dizioni dà subito gaz *etano*. E a questo proposito, si può fare una elegante esperienza di confronto: 0,30 a 0,4 di ββ*metiletil-dicianglutarimide* si sciolgano in acqua con poca ammoniaca in modo che il liquido rimanga lievemente acido e rimanga un poco di sostanza indisciolta ed il filtrato si introduca in una campanella graduata posta sul mercurio. Nello stesso modo si operi con 0,3 a 0,4 di ββ*dimetildicianglutarimide*. Nel primo caso dopo circa un'ora si hanno parecchi centimetri cubi di gaz, che è *etano* C_2H_6, mentre nel secondo caso, anche dopo 20 giorni, nulla.

Questo sale ammonico fatto bollire con acqua perde l'ammoniaca rigenerando la ββdimetildicianglutarimide, ma non dà gaz.

Perchè di questi due composti così simili:

```
    CH3  CH2CH3                CH3  CH3
      \  /                       \  /
       C                          C
      / \                        / \
 CNHC     CHCN      e       CNHC     CHCN
   |       |                  |       |
   CO     CO                  CO     CO
     \   /                      \   /
     N.NH4                      N.NH4
```

il primo deve dar subito, coll'acqua, gaz *etano*, ed il secondo nulla?

Speriamo che ulteriori esperienze da farsi su altri composti di questa natura permettano di spiegare questo fatto curioso.

Sale d'argento. — Dal sale ammonico con nitrato d'argento. È un precipitato bianco, microcristallino, solubile nell'acido nitrico diluito.

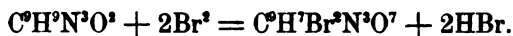
Gr. 0,440 di sale secco all'aria e a 100°-110° fornirono 0,159 di Ag.

Da cui:

	trovato	calcolato per $C_9H_8AgN_3O_2$
Ag %	36,13	36,23

Derivato bromurato. — Gr. 2,44 di dimetildicianglutarimide secche, in polvere, si trattano con acqua di bromo e si agita.

Per avere la massa costantemente colorata in giallognolo si assorbe 4 a 4,5 gr. di bromo e si ottiene 4,3 gr. di prodotto bianchissimo. Cioè la quantità teorica per:

$$C^9H^9N^3O^2 + 2Br^2 = C^9H^7Br^2N^3O^7 + 2HBr.$$

Questo derivato bromurato fu ricristallizzato dall'alcol al 50 %. Cristallizza bene e fonde a 190°-195° annerendo.

Gr. 0,1944 di sostanza fornirono 20,8 cm³ di N a 19° e 745 mm.

Da cui:

	trovato	calcolato per $C^9H^7Br^2N^3O^2$
N %	11,95	12,03

IMIDE 3.3.DIMETIL.1.2.DICIANTRIMETILENDICARBONICA. — Il composto bromurato precedente, scaldato anche a 130°, per lungo tempo non perde del proprio peso, o pochissimo. Non elimina facilmente il bromo senza scomporsi come fa invece il derivato bibromurato della ββmetiletildicianglutarimide.

Però scaldato a lungo a b. m. con acido acetico al 40 % a poco a poco si scioglie colorando il liquido in rosso bruno e dopo raffreddato si ha una sostanza cristallina che, raccolta, lavata e ricristallizzata dall'acido acetico, dimostra di non contenere più bromo.

All'analisi diede:

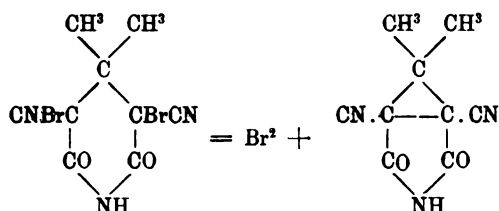
I. Gr. 0,1394 di sostanza secca diedero 0,2915 di CO^2 e 0,0490 di H^2O.

II. Gr. 0,1148 fornirono 23 cm³ di N a 24° e 742 mm.

Da cui:

	trovato		calcolato per $C^9H^7N^3O^2$
	I	II	
C =	57,03	—	57,09
H =	3,90	—	3,70
N =	—	21,71	22,20

Si forma nel modo seguente:

```
   CH³  CH³                      CH³  CH³
     \  /                          \  /
      C                             C
     /  \                          /  \
CNBrC    CBrCN               CN.C——C.CN
   |       |     = Br² +        |     |
   CO     CO                    CO    CO
     \   /                        \   /
      NH                           NH
```

L'*imide* 3.3. *dimetildiciantrimetilendicarbonica* cristallizza in piccoli prismi, duri, brillanti, incolori; per l'azione del calore dà segni di alterazione verso 215°-220°; a 242° fonde, scomponendosi, in liquido scuro che poi rigonfia e fa schiuma.

Si scioglie in acqua fredda e più nell'acqua calda da cui cristallizza; è solubile nell'alcol e nell'acido acetico. La soluzione acquosa ha reazione acidissima e scompone i carbonati; neutralizzata con ammonica dà col *nitrato d'argento* un precipitato bianco, insolubile nell'acqua anche bollente.

Trattata con nitrito potassico e poche goccie di acido solforico diluito non si colora in giallo.

III.

ββ metilessil αα dicianglutarimide.

La ββ *metilessildicianglutarimide* si forma quando si fa agire l'etere cianacetico sul metilessilchetone in presenza di ammoniaca.

22,6 gr. di etere cianacetico (2 mol.) si mescolano con 12,8 di metilessilchetone (1 mol.) ed il tutto si scioglie in 40 cm^3 di ammoniaca alcolica al 13 %. Dopo poche ore il liquido omogeneo appena giallognolo si trasforma in una massa compatta cristallina. Dopo 24 ore si scioglie in circa 500 cm^3 di acqua e la soluzione, che è limpida ed appena giallognola, viene subito acidificata con 50 cm^3 di acido cloridrico a 1,06. Si ha così un abbondante precipitato bianco cristallino, che si ricristallizza dall'acido acetico diluito o dall'alcol diluito.

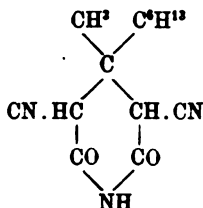
Analizzata, diede:

Gr. 0,2084 di sostanza secca fornirono 30 cm^3 di azoto a 16° e 749 mm.

Cioè:

		trovato	calcolato per $C^{14}H^{19}N^{3}O^{2}$
N	%	16,41	16,09

Questo composto che senza dubbio è la ββ*metilessildicianglutarimide*,

```
     CH³  C⁶H¹³
       \  /
        C
       / \
CN.HC     CH.CN
    |     |
    CO    CO
      \  /
       NH
```

cristallizza in larghe lamine, brillanti, incolori, che assomigliano alla colesterina. Fonde a 156°-157° in liquido incoloro. È untuosa al tatto, come molti derivati essilici. È pochissimo solubile nell'acqua.

Trattata con nitrito potassico e poche goccie di acido solforico diluito si colora in giallo.

Scaldata ad alta temperatura sviluppa vapori, senza dubbio di essano, che bruciano con fiamma bianca e fuligginosa.

Questa imide in polvere trattata con acqua e poco ammonica, sino a reazione neutra, dà una soluzione limpida che dopo un certo tempo manda odore di acido cianidrico, poi intorbida e si sente manifesto l'odore etereo gradevole dell'*essano* $C^{6}H^{14}$, che non abbiamo potuto esaminare.

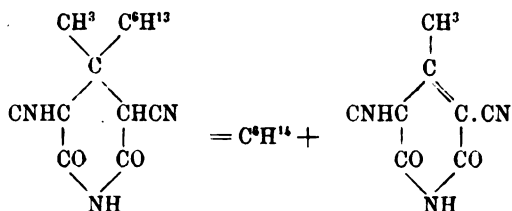
Dal liquido si separarono dei bei cristalli aghiformi che avevano i caratteri del sale ammonico della *metildicianglutaconimide*, come lo confermò un dosamento di azoto:

Gr. 0,1466 di sostanza secca all'aria dànno 32,4 cm^{3} N a 23°,5 e 742 mm.

Da cui:

		trovato	calcolato per $C^{8}H^{8}N^{4}O^{2} + 2H^{2}O$
N	%	24,21	24,56

In presenza dell'acqua si è dunque decomposta dando *essano* e *metildicianglutaconimide*:

```
 CH3  C6H13                    CH3
   \  /                         |
    C                           C
   / \                         / \\
CNHC   CHCN                CNHC    C.CN
 |      |      = C6H14 +     |      |
 CO    CO                    CO    CO
   \  /                        \  /
    NH                          NH
```

Derivato bromurato. — Dibattendo il composto precedente in polvere, con acqua di bromo, questa si scolora e ottiensi una massa pastosa che con nuova acqua di bromo difficilmente si può mescolare. Arriva però un momento in cui l'acqua di bromo non è più decolorata. Allora, sciolta la massa pastosa nell'acido acetico ed evaporata la soluzione, si ha un olio incoloro che poi per nuova evaporazione con acido acetico al 40 %, fornisce un prodotto cristallino.

Ma il miglior modo di operare consiste nello sciogliere le lamine (8,3 gr.) in 14 volte il loro peso di acido acetico glaciale, poi aggiungere, in due o tre riprese, 3,4 cm^3 di bromo sciolti in circa 100 cm^3 di acido acetico al 60 %; il liquido prima si scolora, poi rimane roseo. Si aggiunge a poco a poco dell'acqua ed il liquido si scolora. Allora si aggiunge l'ultima porzione della soluzione bromica ed il liquido rimane appena giallo anche per aggiunta di acqua. Aggiunta tant'acqua da avere un volume totale di 290 cm^3 circa, il liquido a poco a poco deposita un bel composto in cristalli brillanti, incolori. Raccolti e lavati pesano 8,8 gr. Il filtrato diluito a poco a poco con altr'acqua fornisce altro prodotto bromurato bianco, in modo che se ne ottiene 12,75 gr. in totale circa — quasi — quantità teorica, che sarebbe 13,3. In un'altra preparazione da 8,8 di sostanza si ottennero 13,53 di prodotto bibromurato, mentre si calcola 14,12.

Questo derivato bromurato diede all'analisi:

Gr. 0,3830 di sostanza fornirono 0,3462 di AgBr.

Da cui:

	trovato	calcolato per $C^{14}H^{17}Br^{2}N^{3}O^{2}$
Br %	38,45	38,18

Questo *derivato bromurato* è in piccoli cristalli brillanti, pochissimo solubili nell'acqua fredda e nell'acido acetico diluito; solubile nell'acido acetico concentrato. A 135° fonde in liquido limpido e appena giallo; dà però segni di fusione a 125°. A 175° si scompone completamente sviluppando del bromo. È solubile nell'ammoniaca dando un sale ammonico e per aggiunta di nitrato d'argento si ha precipitato bianco che con acido nitrico si scompone dando il derivato bromurato libero in forma di massa pastosa.

Trattato con nitrito potassico e poche goccie di acido acetico non si colora in giallo.

Scaldato in istufa a 100°-105° anche per molte ore, non perde di peso. A temperatura più alta non perde bromo senza annerire, mentre nelle stesse condizioni il derivato bibromurato metiletilico perde tutto il suo bromo.

IMIDE 3.3.METILESSIL-1.2-DICIANTRIMETILENDICARBONICA. — Questo derivato trimetilenico analogo ai due precedentemente descritti, si ottiene sbromurando il bromoderivato precedente. A questo scopo si scalda a b. m. per molte ore con acido acetico al 50 %. Dopo replicato riscaldamento ed evaporazione si riesce ad avere un prodotto che non contiene più bromo. Questo dopo varie cristallizzazioni diede all'analisi i risultati seguenti:

Gr. 0,175 di sostanza secca a 100°-110° fornirono 24,6 cm^3 di N a 15° e 742 mm.

Da cui:

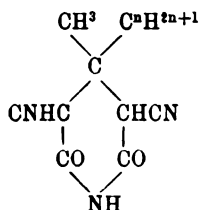
	trovato	calcolato per $C^{14}H^{17}N^3O^2$
N %	15,90	16,21

Questa imide trimetilenica è in cristalli madraperlacei, lamellari che hanno l'aspetto della ββmetilessildicianglutarimide da cui derivano; è pochissimo solubile nell'acqua, solubile in alcol e nell'acido acetico. Fonde a 154°-155° in liquido incoloro. La soluzione ha reazione acida. Non assorbe più il bromo dall'acqua di bromo.

Trattato con nitrito potassico ed acido solforico diluito non dà colorazione gialla; e anche questa reazione negativa la distingue dalla ββmetilessildicianglutarimide.

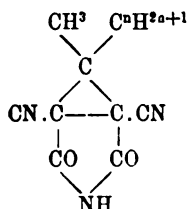
Da tutto ciò risulta quindi che:

1° Dai chetoni $CH^3COC^nH^{2n+1}$ con etere cianacetico ed ammoniaca si formano delle *imidi glutariche* ossia derivati piperidinici:

```
      CH³  CⁿH²ⁿ⁺¹
        \ /
         C
        / \
   CNHC     CHCN
      |     |
      CO    CO
        \  /
         NH
```

che si possono considerare come imidi di acidi αα diciangiutarici bisostituiti in β cioè:

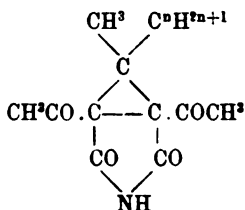
```
           CH³CⁿH²ⁿ⁺¹
              \/
HOCOCHCN.C.CHCN.COOH.
```

2° Questi nuovi composti saturi, per l'azione del bromo, dànno dei derivati bibromurati che perdono più o meno facilmente tutto il bromo promovendo il collegamento di due atomi di carbonio e dando origine ad un anello trimetilenico od imidi trimetileniche:

```
      CH³  CⁿH²ⁿ⁺¹
        \ /
         C
        / \
   CN.C-----C.CN
      |     |
      CO    CO
        \  /
         NH
```

Mentre le imidi glutariche con nitrito potassico ed acido solforico diluito si colorano in giallo vivo, i loro derivati bibromurati e le imidi trimetileniche, che ne derivano, non si colorano.

Questa importante reazione verrà estesa ad altri chetoni omologhi CH .CO.C^nH^{2n+1}, al dietilchetone, all'acetofenone, ecc.; ma su di ciò si tornerà in altra occasione. Il *metilpseudobutilchetone* o *pinacolina* pare che non reagisca coll'etere cianacetico in presenza di ammoniaca.

Se anche in questa reazione l'etere acetacetico si comportasse come l'etere cianacetico, si dovrebbero ottenere composti trimetilenici della forma:

$$
\begin{array}{ccccc}
 & CH^3 & & C^nH^{2n+1} & \\
 & \diagdown & & \diagup & \\
 & & C & & \\
 & \diagup & & \diagdown & \\
CH^3CO.C & & — & & C.COCH^3 \\
| & & & & | \\
CO & & & & CO \\
 & \diagdown & & \diagup & \\
 & & NH & &
\end{array}
$$

Torino. R. Università. Laboratorio di Chimica farmaceutica e tossicologica, Giugno 1899.

Leucitosi e midollo delle ossa;

Nota del Socio Prof. PIO FOÀ e Dott. CESARIS-DEMEL.

Nel 1898 uno di noi (Foà) ebbe l'onore di presentare all'Accademia una sua nota sul midollo delle ossa, nella quale, oltre ad alcuni particolari istologici, erano descritte alcune circostanze sperimentalmente provocate nei conigli, in cui si manifestava nel midollo un'abbondante distruzione di globuli bianchi. Tale distruzione vi viene operata dai grandi elementi a nucleo in gemmazione (megacariociti), i quali assorbono nel loro protoplasma i leucociti, e ne compiono la digestione. In ciò fare anche il protoplasma dell'elemento fagocitante il più delle volte si distrugge, e ne rimane libero il nucleo, accartocciato, il quale penetrato in circolo va ad embolizzare i capillari del polmone, ove a poco a poco si distrugge esso pure. Le circostanze in cui si sono verificati simili fatti furono: la scottatura seguita da morte in poche ore, l'inanizione, l'iniezione di alcune sostanze, come la lecitina o il latte entro le vene, e l'iniezione subdurale o endovenosa di alcuni veleni bacterici.

In questo anno ripetendo alcune esperienze dell'anno precedente, abbiamo seguito anche lo stato del sangue, e preferimmo di operare con veleni bacterici. A tale scopo si coltivava ab-

bondantemente un dato bacterio (*B. Coli, B. Friedländer, B. Icterodes, B. Choleræ gallinarum, Stafilococco aureo*), e quando lo sviluppo ne era rigoglioso, lo si filtrava attraverso la candela di Chamberland, si raccoglieva la patina rimasta sul filtro, e la si estraeva con acqua glicerinata al 5 %. Indi si teneva per diverse ore la miscela a 60°, e si provava di nuovo a coltivare per accertarsi che fosse interamente sterile. Raggiunto questo intento, si praticavano delle iniezioni di 3-5 c. c. del detto estratto nella vena auricolare di conigli, avendo la precauzione di adoperare per ogni serie di esperienze un gruppo di conigli presso a poco dello stesso peso e della stessa razza. Preferivamo, quando ci era possibile, d'adoperare dei gruppi di 4 o di 6 coniglietti nati ad uno stesso parto. Il peso dei nostri animali era di 800-1000 gr. e ci teniamo ad indicarlo, perchè, se tenendo invariabile la dose degli estratti, si variasse, invece, notevolmente il peso dell'animale soggetto all'esperimento, il risultato non sarebbe più quale noi verremo descrivendo, ma varierebbe il grado della reazione, e l'epoca in cui si notano di preferenza alcuni fatti piuttosto di alcuni altri. A volte, le nostre iniezioni si ripeterono per diversi giorni di seguito a dosi progressivamente crescenti; a volte si seguiva l'andamento dell'esperienza dopo una sola iniezione. Talora, invece dell'estratto acquoso-glicerico dei corpi di bacteri, si adoperava il filtrato delle rispettive colture, il che può riuscire vantaggioso ogni qualvolta si tratti di bacteri il cui veleno è molto diffusibile, e non resta tenacemente vincolato al corpo del bacterio stesso. Ad esempio, la varietà fibrinogena del diplococco lanceolato, e il bacillo Friedländer, lasciano diffondere molto veleno nei rispettivi mezzi nutrizî; invece, la varietà edematogena del diplococco lanceolato e il b. *icterodes*, dànno veleni meno diffusibili. In ogni caso, tuttavia, l'estratto dei corpi bacterici avuti da recentissime culture, ha sempre efficacia a produrre nel midollo e nel sangue i fatti che andremo descrivendo.

È noto che appena introdotto un veleno bacterico nel sangue, si provoca una diminuzione dei rispettivi globuli bianchi (ipoleucitosi), alla quale dopo poche ore segue un aumento numerico degli stessi, cioè una iperleucitosi. È noto del pari che la diminuzione non è dovuta ad una distruzione dei globuli bianchi circolanti, ma ad una diversa loro distribuzione, essendochè di

essi si impoveriscono i vasi periferici man mano i globuli vanno accumulandosi nei capillari di organi centrali. L'iperleucitosi immediatamente successiva non è dovuta al ritorno in circolo dei globuli dianzi trattenuti negli organi centrali, e neppure interamente ad una loro neoformazione, sibbene ad una attrazione che il veleno distribuito per tutta la massa sanguigna esercita sui globuli bianchi già maturi, esistenti nei vari distretti dell'organismo e particolarmente nel midollo delle ossa.

La leucitosi così provocata è fatta quasi interamente di leucociti a nucleo poliformo. Gli autori hanno discusso, e discutono tutt'ora sul significato di questo processo, e se vi hanno di quelli i quali negano al medesimo ogni significato di protezione dell'organismo nelle malattie da infezione nel senso che è racchiuso nella teoria fagocitaria, vi sono altri, invece, che tuttodì persistono a ritenere, che l'iperleucitosi abbia un significato favorevole di difesa per l'organismo.

In ognuno dei nostri esperimenti, noi abbiamo sempre rilevato i fatti relativi alla ipo e alla iperleucitosi del sangue, come abbiamo più sopra riferito, e abbiamo voluto metterli in rapporto collo stato del midollo delle ossa.

Il risultato complessivo delle nostre prime esperienze fatte con dosi progressive di veleno iniettate ogni giorno nel coniglio, fu che alla produzione di un'iperleucitosi, talora veramente straordinaria, tanto che secondo l'antica distinzione puramente quantitativa e ora giustamente abbandonata, si sarebbe detta piuttosto una leucemia che una leucitosi, si accompagna invariabilmente uno addensamento di globuli bianchi nel midollo delle ossa. Questi possono acquistarvi una tale prevalenza in alcuni casi che il midollo sembra pioide, ed hanno aspetto prevalente di globuli bianchi alquanto impiccioliti, col nucleo polimorfo fortemente tingibile. Alcuni di essi si vedono tuttora liberi, ma moltissimi furono attratti nel protoplasma dei megacariociti, ove talora si accumulano in grandissimo numero, e in cui vengono distrutti. Il protoplasma stesso dei megacariociti nel compiere la sua funzione fagocitaria per lo più si discioglie, e i nuclei rispettivi raggrinzati, vanno ad embolizzare i capillari del polmone. Ad ogni taglio microscopico di questi, si vedono, infatti, numerosi nuclei giganteschi embolizzanti, ed è immancabile il rapporto fra questi tre fenomeni: iperleucitosi nel sangue,

fagocitismo di globuli bianchi per opera dei megacariociti nel midollo, ed embolismo di nuclei giganteschi nei capillari del polmone. Le ghiandole linfatiche non partecipano a questa fase dell'esperimento, e la milza prende una piccolissima parte alla distruzione di globuli bianchi. Questa, ha luogo di preferenza nella parte corticale, e si forma una cariorexin dei nuclei polimorfi, e un assorbimento dei loro detriti da parte di talune cellule mononucleate a protoplasma esilissimo, che si trovano nella polpa splenica, e che trattengono ogni sorta di detriti o di pulviscolo.

Verificati questi fatti un gran numero di volte, abbiamo ripetuto una serie di antiche esperienze che uno di noi (Foà) aveva molti anni sono eseguite, e consistenti nello stringimento della vena porta al disopra dello sbocco della v. splenica, o nella allacciatura di questa ultima. Sapevamo già che a queste operazioni, e particolarmente alla prima di esse, può far seguito dopo alcuni giorni una iperleucitosi progressivamente crescente, che talvolta è veramente imponente, per quanto sia della durata di solo pochi giorni.

Abbiamo anche attualmente riconfermato il nostro antico reperto, e abbiamo pure osservato che nelle iperleucitosi che seguono lo stringimento della v. porta, l'elemento prevalente è il leucocito a nucleo polimorfo, e che lo stesso reperto, sebbene meno costante, si può ottenere colla legatura della v. splenica in prossimità del suo sbocco nella vena porta. Esaminando il midollo delle ossa e i polmoni degli animali uccisi in piena iperleucitosi, vi abbiamo confermato il reperto ordinario in simili casi, cioè: accumulo di leucociti polimorfi vecchi, ossia non più funzionanti, nel midollo; fagocitismo abbondante di leucociti da parte dei megacariociti; trasporto embolico nei capillari del polmone di nuclei giganteschi rimasti liberi; insomma, l'identico risultato che si ottiene colla iniezione endovenosa dei veleni bacterici. Quando uno di noi ha pubblicato molti anni sono le sue esperienze sullo stringimento della porta nelle cavie e nei conigli, interpretava l'iperleucitosi come un fatto legato all'iperplasia o alla rigenerazione degli elementi della polpa splenica. Oggidì, l'interpretazione che diamo del fenomeno è diversa. L'iperleucitosi non coincide effettivamente colla rigenerazione degli elementi cellulari della milza; d'altra parte, essa

consta di leucociti a nucleo polimorfo in prevalenza, e questi sappiamo originare non dalla milza ma dal midollo delle ossa, onde propendiamo ad interpretare il fenomeno a questo modo: Per la legatura della splenica, o per lo stringimento della v. porta, ha luogo una stasi durevole nelle lacune venose della milza, le quali si dilatano grandemente e a poco a poco vi si forma un cumulo di cellule globulifere e pigmentifere, in seguito alla morte del sangue ristagnante. Nelle lacune stesse e nei cordoni della polpa, poveri di elementi, si osservano anche delle cellule contenenti detriti di globuli bianchi. Tutto ciò viene lentamente riassorbito e verosimilmente la grave lesione circolatoria della milza e dello stomaco può avere importanza anche sui fenomeni della digestione gastrica. Forse è da queste circostanze che deriva la penetrazione nel circolo di alcune sostanze che esercitano una chemiotassi positiva sui globuli bianchi e conseguentemente dà origine a una iperleucitosi. Nel periodo massimo di questa si trovano nella milza solo delle ampie lacune venose con accumuli di cellule globulifere e di qualche cellula splenica e di piastrine, e la polpa è povera di elementi, i quali non presentano alcuna proliferazione. In molti casi si osserva nella milza un aumento sensibile del connettivo capsulare e delle trabecole, quasi una ipertrofia " *ex vacuo* " che si può mettere molto bene in evidenza col metodo di Van Gieson.

Un tale reperto si osserva già al 15°-20° giorno dall'operazione e in questa epoca la leucocitosi è già scomparsa, nè si rileva ancora alcuna proliferazione negli elementi della polpa splenica. Solo si trova iperplastico l'apparato linfatico della milza, il quale presenta un notevole movimento di proliferazione nel centro germinale dei follicoli. Avvenuta l'iperleucitosi, i globuli bianchi vanno presto a depositarsi nel midollo, determinandovi quelle trasformazioni che abbiamo descritto. Il fenomeno avviene però gradatamente, onde non si hanno mai quelle distruzioni abbondanti di globuli che si producono colla iniezione di veleni bacterici. È questo un esempio sperimentale di iperleucitosi autoctona, legata, cioè, allo stato peculiare di alcuni organi soggetti a grave variazione di circolo, e quindi di nutrizione. Nel coniglio si osserva molto di raro, sia coi veleni bacterici, sia colla legatura della v. porta, o della v. splenica la presenza di normoblasti nel sangue circolante; meno difficil-

mente si trovano questi elementi nelle cavie, sia nel sangue sia nella polpa splenica. Le esperienze che abbiamo fatte sulle cavie coi veleni bacterici sono fin'ora molto scarse. La cavia non si presta allo studio della iperleucitosi così bene come il coniglio. È più difficile ottenere in essa il fenomeno e i globuli bianchi depositati nel midollo, sembra che vi distruggano liberamente, o isolatamente; cioè, non per una diretta azione fagocitaria dei megacariociti. Però, se l'esperimento si compie per la via sanguigna, ad esempio, iniettando nella carotide il veleno bacterico, allora può seguire un caso veramente singolare, e sfortunatamente *unico* fin'ora nelle nostre esperienze, ma così curioso che merita di essere descritto. Si trattava di una cavia di sesso maschile, vecchia e molto voluminosa da molto tempo esistente nel nostro laboratorio. Iniettammo nella carotide 3 c. c. di estratto acquoso glicerico di *bacillus Coli* e ne osservammo il sangue giorno per giorno.

Nelle prime 48 ore non rilevammo nulla di particolare; al 3° giorno vi era una leggierissima iperleucitosi; al 4°, 5°, 6° giorno notammo la comparsa di normoblasti nel sangue; dapprima scarsi, e poi così abbondanti da trovarsene 5, 6, per ogni campo del microscopio. Il fenomeno ci parve così singolare che già pensavamo di indicarlo con un termine speciale, e a riscontro della leucitosi, avremmo chiamato *blastocitosi*, questa abbondante presenza di normoblasti nel sangue. Il fatto non avendo seguìto un'anemia emorragica, e non essendo accompagnato da aumento dei leucociti e degli eritrociti, si discosta da quello che v. Noorden ha chiamato “ Blutkrise „ o crisi ematica. Sacrificammo l'animale, e vi abbiamo trovato nei denti logori, nella forte pigmentazione del polmone e delle ghiandole peribronchiali, nel grande sviluppo del grasso in tutto il corpo, la conferma dell'età avvanzata dell'animale operato, il quale essendo maschio, non si prestava neppure a considerazioni sullo stato peculiare dell'organismo; quale può essere prodotto da una gravidanza o da un aborto pregresso. Coltivato il sangue dal cuor destro, lo trovammo assolutamente sterile, nessuna traccia di emorragie o di processi flogistici o degenerativi. La milza era grande almeno tre volte il normale; essa era lunga, larga e spessa per abbondanza grande di polpa; il midollo delle ossa era rosso, abbondante di sangue, il fegato sembrava solo congesto, le ghiandole linfatiche indifferenti. Al-

l'esame a fresco del midollo delle ossa si osservava una rigogliosa ematopoesi; molti eritroblasti giovani, e molte forme di scissione, molti normoblasti, ma ciò si osserva non infrequentemente negli animali giovani, o in quelli che ebbero qualche perdita sanguigna. Invece, più abbondante e sorprendente era il fenomeno nella polpa splenica, la quale era carica di eritroblasti in grande attività produttiva.

La quantità di tali elementi era tale come difficilmente si osserva anche nelle milze di cavie abbondantemente salassate. Si osservavano anche diversi gigantoblasti e moltissimi eritroblasti giovani, fra i quali alcuni erano in scissione, o in fasi diverse di cariocinesi, molti normoblasti, e fra questi alcuni col nucleo assai intensamente colorabile. Infine si trovavano dei nuclei liberi, e delle cellule nella polpa splenica che avevano inglobati di tali nuclei di varia grandezza e colorabilità. Una discreta quantità di ematoblasti si trovava anche nei vasi del fegato e taluno di essi era anche in scissione. Noi abbiamo cercato di riprodurre il fenomeno, ma fin'ora non vi siamo riusciti anche modificando in molti modi le circostanze; tuttavia non disperiamo di riottenerlo una volta o l'altra. Non ignoriamo che per iniezione di proteine bacteriche, fu osservata la penetrazione in circolo di normoblasti; non ignoriamo neppure che quando si tratti di modeste proporzioni, il fenomeno si è ottenuto in tante e svariate circostanze, come per iniezione di una soluzione fisiologica di cloruro sodico (Kronecker), o subito dopo un salasso (Zenoni); in genere, in circostanze che variano la la pressione sanguigna nei vasi del midollo. Ma un fenomeno così imponente per proporzione, e sorto dopo vari giorni dall'esperimento (dalla 4ª alla 6ª giornata), e con riflesso notevole non solo nel sangue circolante, ma negli organi ematopogetici e sopratutto nella milza, è tale che merita di essere segnalato, ancorachè non sieno interamente possedute le condizioni per la riproduzione del fenomeno.

Parecchi anni sono, quando ignoravamo i rapporti esistenti fra la legatura della v. porta, la iperleucitosi e il midollo delle ossa, abbiamo attribuito una importanza grande al reperto di normoblasti nella milza delle cavie operate, quasi essi dinotassero un ritorno embrionale alla primitiva funzione ematopoetica della milza. Ma la conoscenza, da varie parti acquisita, delle

condizioni per le quali alcuni normoblasti possono essere depositati nella polpa splenica, e quella sopratutto ottenuta colle nostre attuali esperienze, sui rapporti esistenti fra iperleucitosi e midollo delle ossa, ci spingono a ritenere che sia nei casi di legatura delle v. porta o splenica, sia colle iniezioni di veleni bacterici, si possa provocare la penetrazione nel sangue, e il deposito successivo nella milza di una maggiore o minore quantità di ematoblasti, i quali possano successivamente moltiplicarvisi abbondantemente.

Ritornando ai nostri esperimenti sulla iperleucocitosi, noi siamo ancora lontani dal pronunciare un giudizio sul reale significato che ha questo importante fenomeno di fronte all'organismo; così, noi tuttora ignoriamo che cosa si formi da quel contatto fra il veleno introdotto, e i leucociti da esso attratti per chemiotassi positiva. Questo, però, ci sembra risultare chiaro dalle nostre esperienze, che i leucociti, i quali vengono immediatamente a contatto col veleno introdotto, sono stabilmente confinati nei vasi di alcuni organi, e sopratutto nel polmone, e quelli che vengono attratti poche ore appresso dal veleno più uniformemente diluito nella massa del sangue, vanno ben presto a distruggersi nel midollo delle ossa; onde dal loro intervento *attivo e diretto* non si può attendere nei primi giorni successivi alla iniezione, alcuna azione protettrice dell'organismo.

Data questa conoscenza dei fatti, che noi abbiamo riprodotto un così grande numero di volte da esserne ben sicuri, abbiamo voluto eseguire una serie di esperienze sistematiche, consistenti nella iniezione unica di una determinata quantità e qualità di un veleno bacterico, e nell'esame degli animali operati, a varie distanze di tempo.

Adoperammo per questi esperimenti i veleni del *b. coli*, del *bacillus itterodes*, del *bacillus cholerae gallinarum* e dello *stafilococco aureo.*

Dai primi tre bacteri ottenemmo dei risultati presso a poco equivalenti; dallo stafilococco ebbimo risultati diversi di cui diremo a parte.

Di ciascun animale sacrificato abbiamo raccolto il midollo, parte in liquido di Flemming, e parte in soluzione di sublimato nel liquido di Müller (Foà); in pari tempo raccogliemmo la milza, le ghiandole linfatiche e i polmoni. Talora conservammo altresì

il fegato, i reni e le capsule surrenali, ma ordinariamente questi organi non presentavano lesioni importanti.

In una serie di esperimenti, sacrificammo animali giorno per giorno; in altre serie li sacrificammo ogni due giorni sino al decimo o al dodicesimo. I reperti non erano abitualmente così assolutamente distinti che si potesse dire senz'altro: al tal giorno si trovava la tal cosa; al tale altro giorno, la tal'altra; ma piuttosto si passava per gradi da un tipo ad un altro. Per la descrizione è pertanto conveniente raccogliere le osservazioni dei giorni vicini, formandone dei gruppi; come ad esempio: quello dei due primi giorni; poi quello del 4°, 6°; poi quello dell'8° e del 10°.

Vediamo ora che cosa rivelarono i nostri preparati di organi presi da conigli ai quali è stata iniettata un' unica dose di 5 c. c. di estratto acquoso glicerico di bacillo del cholera dei polli.

Il preparato di midollo di coniglio ucciso dopo 24 ore dall'iniezione, mentre il sangue rilevava una pronunciata iperleucitosi da globuli a nucleo polimorfo, presenta i caratteri seguenti. I vasi mediocremente ampi, sono ripieni in piccola parte di globuli rossi e in un più gran parte di un ammasso grossolanamente granuloso, costituito verosimilmente da piastrine; rarissimi vi sono i globuli bianchi: il midollo nel suo complesso offre la solita varietà di elementi; cioè, cellule mononucleate, grandi leucociti a nucleo a ferro di cavallo, scarse eosinofili, un discreto numero di globuli rossi nucleati e un certo numero di elementi mononucleati in cariocinesi come si trova facilmente in ogni midollo di coniglio normale. Ma ciò che caratterizza questo preparato è la presenza di numerosi globuli bianchi a nucleo polimorfo, piuttosto piccoli, e accumulati sopratutto intorno ai megacariociti (Howell). Inoltre, è sorprendente la quantità di questi globuli bianchi che è penetrata nel protoplasma stesso di quasi tutti i megacariociti, e vi presenta diversi gradi di distruzione. Se l'accumulo si è fatto nei megacariociti più vecchi, cioè in quelli rappresentati da un nucleo fortemente tingibile e accortocciato, circondato da poco protoplasma, allora questo è presto distrutto, e rimangono liberi molti nuclei corrispondenti. Se la penetrazione dei globuli bianchi ha luogo nel protoplasma più abbondante dei più giovani e dei più grandi megacariociti, allora vi

formano dei vacuoli, e il protoplasma si rarefà e si riduce, fino talvolta ad esserne completamente distrutto, e a liberare dei nuclei ancora voluminosi e di aspetto quasi normale.

Se si esamina in questo caso il polmone si trovano quasi in ogni taglio tre o quattro nuclei giganteschi embolizzanti i rispettivi capillari. Questi contengono globuli rossi e parecchi globuli a nucleo polimorfo. I maggiori vasi sono riempiti di globuli rossi, di piastrine e di qualche globulo a nucleo polimorfo. Tutti questi fatti si trovano esagerati se l'iniezione di veleni si fa in un organismo gravido.

La milza presenta una completa iniezione di sangue delle sue lacune venose, nelle quali, particolarmente nella zona corticale, si osservano in piccola quantità dei leucociti a nucleo polimorfo liberi e ancora ben conservati. I follicoli linfatici non presentano nulla di particolare, e così è delle ghiandole linfatiche.

Il coniglio ucciso dopo 48 ore dalla iniezione in istato di iperleucitosi, offriva nel midollo dei caratteri appena un poco diversi dal precedente. La rete vascolare era nelle identiche condizioni; solo pochi megariociti contenevano globuli bianchi nel loro protoplasma e anche questi erano in piccolo numero; scarsi erano i nuclei giganteschi liberi. Alla periferia del midollo era evidente un minore addensamento di elementi; più verso il centro essi erano più abbondanti e constavano di una discreta quantità di ematoblasti; di molte grosse cellule mononucleate, fra le quali erano parecchie figure cariocinetiche; di molti grandi leucociti col nucleo a ferro di cavallo, e delle forme di passaggio fra quei due elementi; scarsi i piccoli leucociti a nucleo polimorfo. Nel polmone le stesse condizioni vascolari del precedente, e un più scarso numero di nuclei giganteschi nei capillari. La milza e le ghiandole linfatiche, come nel caso precedente.

Il coniglio ucciso dopo 4 giorni presenta nel midollo la rete vascolare iniettata solo in parte di globuli rossi, e il rimanente è zaffato da una massa omogenea, o finemente granulosa. Gli elementi alla periferia del midollo sono più scarsi dei casi precedenti, relativamente scarsi i megacariociti vecchi, col nucleo molto tingibile, più rari ancora i giovani. Molte grosse cellule mononucleate e molte di esse in cariocinesi, leucociti col nucleo grande a ferro di cavallo e più piccoli leucociti col nucleo polimorfo, in non grande quantità; scarsi gli ematoblasti. Nella

milza non vi ha di notevole che la dilatazione di alcune lacune corticali, nelle quali si accumulano globuli rossi e piastrine in ammassi tondeggianti, oppure le piastrine stesse in quasi totalità riempiono il grosso vaso. Anche nei polmoni la sola cosa che vi ha di notevole, è la presenza di grosse diramazioni vascolari quasi interamente trombizzate da un ammasso quasi omogeneo. In questo coniglio e nel susseguente l'iperleucitosi è quasi nulla.

Nel coniglio ucciso dopo sei giorni, il midollo offre gli stessi caratteri, nella circolazione, del precedente, ma è caratterizzato da una grande scarsezza di tutti gli elementi. Pochi i megacariociti giovani, parecchi i nuclei liberi, piuttosti piccoli e rotondi, di vecchi megacariociti; pochi gli elementi mononucleati e i rispettivi grandi e piccoli leucociti; rare le figure cariocinetiche, rarissimi gli ematoblasti; più abbondante la sostanza gelatinosa fra gli elementi e lo stroma reticolato.

Nel polmone oltre a diramazioni vascolari contenenti metà globuli rossi e metà detrito granuloso incoloro, si osserva qualche raro nucleo piccolo e rotondo di megacariocito, come quelli che si trovano nel midollo. Nelle ghiandole linfatiche è notevole la presenza di pigmento sanguigno piuttosto abbondante nelle cellule del reticolo dei seni, e l'accumulo di cellule contenenti globuli rossi disfatti, o del pigmento nei follicoli corticali.

Dopo questo periodo di riposo e di distruzione cui corrisponde un reperto quasi negativo nel sangue, cioè una piccola quantità di globuli bianchi, e che ha il suo massimo al sesto giorno, si osserva verso l'8° giorno una ripresa di attività, che si accentua sopratutto al *10° giorno*, e a cui corrisponde di nuovo un aumento numerico di globuli bianchi a nucleo poliformo nel sangue circolante. Già nel midollo di coniglio ucciso dopo 8 giorni si osserva una quantità maggiore di elementi, e sopratutto di mononucleate fra cui parecchie in cariocinesi e di grandi leucociti. Comincia anche una leggiera ripresa di ematoblasti, e i magacariociti sono un po' più numerosi. Molti vasi sanguigni anche fra i più piccoli presentano in prevalenza un contenuto di piastrine o dei loro derivati.

Nel coniglio ucciso al 10° giorno si è ripresentata la iperleucitosi nel sangue che già si accennava all'8° giorno, e che sembrava invece cessata al 6° giorno. Nel midollo delle ossa si

osserva che nei più grossi vasi dilatati in luogo degli antichi ammassi finamente granulosi od omogenei, esisteva un reticolo fibrinoso, ma questo non riempiva che una piccola parte del vaso, in cui non era mai cessata del tutto la circolazione. Attualmente, questa si è fatta più viva e in gran parte dei maggiori vasi, e in tutti i piccoli, si trova un accumulo di globuli rossi. Gli elementi sono tutti in notevole aumento. Nella zona periferica e nelle parti centrali si trova un addensamento a gruppi di elementi cellulari. Ora è un gruppo di grosse cellule mononucleate; ora è un gruppo di grossi leucociti, ora un gruppo di ematoblasti, e anche qualche cumulo di linfociti. Si direbbe un risveglio generale del midollo, il quale, dopo la fase negativa, ritorna al tipo normale. I megacariociti non sono numerosi, ma la più parte bene conservati. È sopratutto rilevante l'attività formatrice di eritrociti che ha ripreso questo midollo in confronto di quello dei giorni precedenti in cui l'attività ematopoetica era ridotta quasi a nulla; attività concomitante colla abbondante distruzione che si fa nel midollo e più ancora nella milza dei vecchi globuli del sangue ristagnante.

Le glandole linfatiche non sono notevolmente iperplastiche per quanto si noti una attività piuttosto viva nei centri germinali dei follicoli. Ciò che vi ha di notevole è la presenza di molti frammenti di globuli rossi nelle cellule del reticolo dei seni, e di cellule globulifere fresche.

La milza presenta un carattere insolito. Aumentata di volume quasi il doppio, ha le lacune venose rigurgitanti di sangue fresco, con frammisti molti leucociti polimorfi.

Nei cordoni della polpa e un po' anche nelle stesse lacune venose, si nota un enorme quantità di cellule globulifere a globuli bene conservati, oppure di recente frammentati. Fra esse si trovano pure più raramente delle cellule contenenti dei corpicciuoli tondeggianti di varia grossezza, tingibili vivamente, e che rappresentano resti di cromatina provenienti da elementi cellulari distrutti.

Tale fu il reperto che presentarono i nostri conigli iniettati coi veleni del cholera dei polli. Le nostre esperienze hanno continuato collo stesso metodo, impiegando invece il bacillo itterode. Da questo abbiamo ottenuto nelle prime ore una così intensa ipoleucitosi da avvicinarsi ad una aleucitosi, onde vo-

lemmo sacrificare gli animali anche a sole 2-4 ore dopo l'operazione.

In questa epoca vi ha di notevole in tutti gli organi, ma sopratutto nel polmone, come hanno rilevato Goldscheider e Jacob, e nel midollo delle ossa l'arresto nei capillari sanguigni di parecchi leucociti polimorfi. Se ne trovano isolati nelle anse dei capillari, e più ammucchiati nelle sezioni dei maggiori vasi. Questo è anzi la regola nei vasi del midollo, in cui il fenomeno non si manifesta o vi è scarsissimo nelle diramazioni minori, ma è invece assai manifesto nelle ampie vene centrali ove si trova un ingorgo di eritrociti, di piastrine o dei loro derivati, e di globuli bianchi a nucleo polimorfo. A così breve distanza dalla operazione non sono naturalmente da attendersi delle variazioni notevoli negli elementi cellulari dei vari organi. Tuttavia è singolare il fatto che nel polmone del coniglio ucciso dopo 4 ore dall'iniezione di estratto di bacillo itterode, si osservavano quasi in ogni taglio dei grossi nuclei ben conservati di megacariociti, evidentemente di recente trasportati nei capillari rispettivi. Eppure a questo periodo la leucitosi non era manifesta; anzi, eravi una sensibile ipoleucitosi. Nel midollo non vi era stato alcun deposito di leucociti polimorfi, e i megacariociti non presentavano traccia di azione fagocitaria. Come spiegare il fenomeno? Bisogna a questo proposito rilevare che nel midollo delle ossa anche normale di conigli giovani, e in piena attività funzionale, si trovano diversi esemplari di megacariociti vecchi, oramai rappresentati quasi solo dal nucleo impiccolito e molto tingibile, circondato da un esilissimo e piccolo alone di protoplasma, che talvolta sembra non esista neppure. Data questa circostanza che può variare per intensità da individuo a individuo, e dato un grave sconcerto circolatorio, come quello che si produce nel midollo per la iniezione dei veleni bacterici, non tanto per la quantità del materiale introdotto, quanto per l'azione parzialmente trombizzante che esso esercita sui grossi vasi venosi, e data la conseguente congestione di tutto il sistema, si comprende che i nuclei già liberi che si trovano nel midollo possano essere rapidamente portati nei capillari del polmone. Non è questa la prima volta che abbiamo rilevato il predetto fenomeno solo dopo poche ore dall'iniezione, e non vi ha dubbio che anche quando lo osservammo dopo 24-48 ore esso era

dovuto in parte al trasporto di nuclei liberi già esistenti. Il che non toglie valore all'azione fagocitaria dei megacariociti quale noi abbiamo tante volte riscontrata e descritta, e quale riapparve molto intensamente anche nei conigli uccisi dopo 24 ore dall'iniezione di estratto di b. itterode, in coincidenza con una forte iperleucitosi sopravvenuta nel sangue. Perchè anche in questi casi vedemmo ridursi a nulla il protoplasma dei vecchi megacariociti comprendenti i globuli bianchi fagocitati, e così accelerarsi la liberazione dei nuclei giganteschi rispettivi; e vedemmo vacuolizzarsi e atrofizzarsi il protoplasma abbondante dei più giovani mecariociti, il cui nucleo talvolta rimaneva libero, tal altra sembrava diminuire di volume e diventare meno intensamente colorabile. Talvolta si trovava solo l'antico protoplasma assottigliato, privo del nucleo rispettivo, come fosse un resto di cellula morta. Allora si vedeva nel protoplasma stesso una nicchia, in cui era contenuto l'antico ammasso nucleare fuoriuscito, e accanto ad essa ancora dei resti di leucociti fagocitati. Nei polmoni di questi conigli, l'embolismo di megacariociti o dei nuclei rispettivi era abbondantissimo. I vasi maggiori erano ripieni di un detrito granuloso con qualche raro leucocito a nucleo polimorfo.

Anche nella milza si notava un abbondante deposito di leucociti polimorfi; nulla di notevole nelle ghiandole linfatiche.

A 48 ore dalla iniezione, il coniglio presenta un poco attenuati i caratteri suddescritti, e nel midollo si possono osservare diverse cellule mononucleate in cariocinesi.

Al 4° giorno incomincia, e già è accentuata al 5° e al 6° una notevole povertà di elementi cellulari di ogni sorta nel midollo. Scarsi i megacariociti, pochissimi gli ematoblasti. Non molto abbondanti le cellule mononucleate di cui parecchie in cariocinesi, parecchi leucociti grandi a nucleo a ferro di cavallo, pochissimi a nucleo polimorfo; abbondante la sostanza mucosa fra gli elementi e lo stroma.

Di nuovo al 10° e 12° giorno, si scorge in coincidenza con una discreta iperleucitosi che verso il 5°-6° giorno sembrava cessata, una ripresa di attività del midollo. Tutti gli elementi aumentano di numero. Numerosi grossi ematoblasti indicano il risorgere dell'attività formativa dei globuli bianchi, molte cellule mononucleate in cariocinesi, molti leucociti in ogni fase di svi-

luppo. Anche la circolazione sembra più libera e abbondante, solo si ritrova in questo midollo, come nelle ghiandole linfatiche, come nella milza notevolmente ingrossata, una grande attiva distruzione di sangue ossia una grande quantità di cellule globulifere o globuli ancora interi, o grossolanamente frammentati. Nella milza le cellule globulifere contengono inoltre molto spesso dei blocchetti di cromatina, e in quella di 12 giorni si trovano molte grosse cellule contenenti dei detriti di nuclei di leucociti polimorfi, e dei blocchetti di cromatina.

Gli estratti acquoso-glicerici di *bacillus coli* sono anch'essi capaci di sviluppare nel coniglio una intensa leucocitosi, e anch'essi determinano negli organi, e sopratutto nel midollo, delle lesioni molto analoghe a quelle che abbiamo descritto. Vi si nota solo un carattere prevalentemente emorragico del midollo, il quale al 4° e all'8° giorno apparve con un notevole stravaso di globuli rossi nelle parti centrali. Del rimanente: fagocitosi nella fase acuta; periodo d'inerzia intorno al 6° giorno, ripresa dell'attività verso l'8°, 10° e 12° giorno, con esaltamento della produzione di eritrociti, quasi totalmente sospesa nei giorni precedenti; distruzione del sangue ristagnante nei vasi della milza e del midollo, trasporto di pigmento ematico nei gangli linfatici.

Gli estratti di stafilococco agiscono, come si è detto, alquanto diversamente. Nel sangue, si trova ordinariamente o una ipoleucitosi o una quantità normale di leuciti; mai si ottiene una iperleucitosi così manifesta e così abbondante come per gli altri veleni; solo si ha nei giorni consecutivi all'esperimento, qualche leggiero aumento dei leucociti polimorfi nel sangue. I primi due giorni consecutivi all'iniezione sono tuttavia caratterizzati anch'essi dalla distruzione di parecchi leucociti per fagocitismo dei megacariociti nel midollo delle ossa; ma ciò che si distingue fin da questa epoca è una grave alterazione del circolo, cioè una trombosi di piastrine nei grossi vasi venosi, e una congestione forte dei vasi minori con infiltrazione emorragica tra gli elementi midollari.

Al 4° giorno si ha il reperto insolito per gli altri veleni che abbiamo adoperato, di una abbondante infiltrazione di linfociti nel midollo, i cui soliti elementi non presentano variazioni notevoli, se si eccettua una povertà manifesta di globuli rossi nucleati e molti nuclei giganteschi liberi, per invecchiamento o

distruzione di molti megacariociti. Al 6° giorno, non sono più i linfociti che predominano, ma una grande quantità di leucociti grandi e piccoli, senza che per questo ne avvenga la distruzione da parte dei megacariociti. Il sangue di questi giorni presenta pure una discreta iperleucitosi. Notevole in questo midollo è la scarsezza di eritroblasti. L'8° giorno si distingue per una discreta ripresa nella produzione degli eritroblasti. Vi ha una discreta quantità di megacariociti giovani, vi hanno gruppi densi di cellule grandi mononucleate di cui parecchie in cariocinesi, e di grossi leucociti col nucleo a ferro di cavallo e di altri più piccoli a nucleo polimorfo e di giovani e grandi ematoblasti, di cui qualcuno in scissione. Al 10° giorno anche in questi casi è manifesta la rapida e generale distruzione del sangue. La milza è carica di globulifere e pigmentifere recenti. Le ghiandole linfatiche e il midollo contengono pigmento. Rispetto agli eritroblasti, il midollo del 10° sembra averne meno che all'8 giorno, ma il midollo della dodicesima giornata ha di nuovo ripreso una ematopoesi vivissima, e vi si vedono grandi cumuli di giovani eritroblasti. In pari tempo la milza è straccarica di pigmento ematico, e abbondante è pure il pigmento nel midollo e nei ganglii linfatici. All'8°-10 giorno si nota pure un discreto cumulo di linfociti nel midollo, e contemporaneamente evvi molta attività nei follicoli delle ghiandole linfatiche.

Da quanto siamo venuti fin qui descrivendo risulta che ammessa la esistenza di una ipoleucitosi nelle prime ore dopo la iniezione dei veleni; ammessa l'iperleucitosi consecutiva, in quasi tutte le nostre esperienze, ammessa la distruzione quasi immediata che ne consegue nel midollo delle ossa, dei globuli bianchi attratti nel sangue dai veleni bacterici, restano tuttavia a considerare coi fenomeni distruttivi, anche una serie di fenomeni di riparazione, con riflesso nello stato del sangue.

Noi accogliamo l'ipotesi, oggidì prevalente, dell'attrazione che esercita sui leucociti il veleno introdotto, quando sia uniformemente diluito nel sangue, onde ammettiamo senz'altro una iperleucitosi primitiva chemiotatica, o da attrazione, caratterizzata dall'aumento numerico dei globuli a nucleo polimorfo nel sangue circolante, e dall'accumulo consecutivo di leucociti nel midollo delle ossa; ma del pari ammettiamo, come risulta dalle nostre esperienze sistematiche, che la distruzione che i veleni

hanno provocato dei leucociti polimorfi, e la loro deposizione abbondante nel midollo, determina da un lato una più rapida trasformazione delle forme mononucleate preesistenti nel midollo, in nuovi leucociti polimorfi, e dall'altra una rigenerazione per cariocinesi delle stesse cellule mononucleate; processo che si trova già distinto ordinariamente al 2° giorno, che spicca in taluni casi nel 4° giorno, e che non cessa mai del tutto neppure quando il midollo è nel suo periodo d'inerzia verso il sesto giorno.

Le trombosi di piastrine, le stasi notevoli, le emorragie nel midollo o nella milza o nel polmone; il reperto quasi costante delle numerosissime cellule globulifere fresche, o di cellule con frammentazione recente di globuli, nella polpa splenica, nel midollo o nella ghiandola linfatica, verso il 10° giorno attesta che se sotto l'azione immediata del veleno, ha luogo una stasi del sangue e una trombosi di piastrine, più tardi segue una distruzione e un assorbimento del sangue ristagnante, sopratutto nella milza e nel midollo delle ossa. Gli eritroblasti del midollo delle ossa che nei primi giorni delle esperienze nostre sembra che non prendano che piccola parte, già verso il 4° e 6° giorno hanno subìto una così notevole diminuzione, che quasi si direbbero scomparsi. Ma verso l'8° e sopratutto al 10° giorno dall'esperimento, noi vedemmo un'attiva formazione di eritroblasti accompagnare quella di tutti gli altri elementi del midollo rigenerato, onde si ha il contrasto delle forme che indicano l'avvenuta distruzione abbondante di sangue, e di quelle che ne attestano un'attiva rigenerazione. Quando il midollo entra di nuovo nella sua fase rigenerativa dopo la sosta verso il 6° giorno, anche il sangue circolante presenta una maggiore ricchezza di leucociti polimorfi. In quei casi in cui non vi ha iperleucitosi, come negli operati con stafilococco, si ha tuttavia nei primi giorni distruzione di globuli bianchi nel midollo, e un eccitamento alla produzione di linfociti nelle ghiandole linfatiche. Per le alterazioni stabili del circolo si verifica a un certo periodo anche in questi casi l'anemia da distruzione del vecchio sangue ristagnante, cui sussegue una spontanea ripresa dell'attività ematopoetica del midollo.

In conclusione noi ammettiamo due cause distinte ma corrispondenti tra loro di iperleucocitosi. La chemiotassi positiva, che provoca la iperleucitosi primitiva o d'attrazione, e la neoformazione di elementi nel midollo delle ossa, che conduce ad una

iperleucitosi secondaria o produttiva. Considerando poi l'ematopoesi del midollo delle ossa come distinta per i globuli bianchi e rossi, epperò come *leuco* e come *eritro* poesi; la prima ha luogo fino dai primi giorni in riparazione dei globuli bianchi andati prestamente distrutti; la seconda ha luogo tardivamente verso il 10° giorno in sostituzione del molto sangue che andò progressivamente distruggendosi.

Noi ci riserviamo di produrre le tabelle contenenti i conteggi dei globuli, e ci riserviamo di proseguire le nostre esperienze col fine di metterle possibilmente in rapporto col meccanismo della immunità acquisita.

Prove di resistenza dei cavi metallici della R. Marina Italiana;

Nota del Socio CAMILLO GUIDI.

(Con una tavola).

I cavi metallici della R. Marina Italiana, dei quali, già da sette anni a questa parte, si prova la resistenza nel Laboratorio sperimentale dei materiali da costruzione, annesso alla R. Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri in Torino, si distinguono in *cavi di prima qualità,* fabbricati con filo d'acciaio, al crogiuolo, zincato; in *cavi di seconda qualità,* fabbricati con filo di ferro omogeneo zincato; ed in *merlini*, fabbricati con filo di ferro dolce zincato. I cavi di prima qualità si suddistinguono in *cavi flessibili* ed in *cavi rigidi*, quelli di seconda qualità sono tutti rigidi. Tanto i cavi flessibili come i rigidi presentano un'anima centrale di canapa, attorno alla quale si avvolgono con uniforme inclinazione sei trefoli; si distinguono i cavi flessibili dai rigidi in ciò che nei primi anche i trefoli sono provvisti di un'anima di canapa.

Secondo il capitolato più recente, stipulato con la Ditta fornitrice, le norme per le prove di collaudo si riassumono come segue:

Per ogni cinque ruote di ciascun cavo provvisto si tagliano due saggi lunghi m. 1,10, uno dal capo esterno di una ruota, l'altro dal capo interno di un'altra, e si assoggettano alle seguenti prove:

Prova di resistenza dei cavi di acciaio. — Uno dei saggi suddetti viene sottoposto alla prova di resistenza allo strappamento, la quale viene così condotta:

Colla macchina universale esistente nel Laboratorio (1), il saggio, a seconda del diametro minore o maggiore, viene preso alle estremità con cunei d'acciaio, ovvero viene prima preparato, colle norme vigenti nel Laboratorio, con teste metalliche fuse tronco-coniche, le quali vengono poi prese entro appositi manicotti spaccati; tale preparazione viene eseguita dalla Ditta, colla massima cura e sotto la sorveglianza del collaudatore (2). Lo sforzo di trazione si fa crescere lentamente e senza interruzione dal valore zero: raggiunto $^1/_{10}$ del carico di collaudo, si comincia a misurare l'allungamento su una lunghezza di 50 cm.; raggiunto

(1) Cfr. C. Guidi, *Notizie sul Laboratorio per esperienze sui materiali da costruzione, ecc.* Roma, Centenari, 1895.

(2) Nell'uno e nell'altro caso, prima ancora di tagliare il saggio, vengono eseguite attorno al cavo lunghe ed accurate legature con filo di ferro, onde assicurare che la fune nel tratto che dev'essere sperimentata, non resti minimamente scomposta.

Gli attacchi con cunei, i quali presentano il vantaggio di non richiedere alcuna preparazione preliminare del saggio, s'impiegano convenientemente per cavi di diametro non maggiore di circa cm. 2. Ciascuno degli attacchi è formato con quattro cunei d'angolo, obbligati, per mezzo di spine trasversali, ad avanzare tutti insieme entro il foro tronco-piramidale di un manicotto; l'inclinazione delle faccie esterne dei cunei è un poco maggiore di quella delle faccie interne del manicotto, onde assicurare una migliore ripartizione della pressione da essi esercitata sulla fune, ed impedire che avvenga lo strappamento nell'interno degli attacchi.

Il saggio da prepararsi con teste metalliche, il quale presenta già le legature anzidette, viene scomposto alle estremità per una certa lunghezza, aprendolo a guisa di pennello; si asporta la canapa e si ripiegano indietro le estremità dei fili per un piccolo tratto. Queste estremità così preparate vengono in seguito ben sgrassate per mezzo di un bagno acido, poi stagnate e finalmente introdotte in apposite staffe di ghisa, nelle quali si cola una lega di piombo ed antimonio. Tale preparazione dev'essere eseguita colla massima cura onde ottenere che la lega aderisca bene al filo e nello stesso tempo non sia troppo calda da ricuocerlo se esso è di acciaio.

il carico di collaudo, si mantiene costante lo sforzo per la durata di un minuto; infine lo si aumenta ancora gradatamente fino a produrre lo strappamento.

Il cavo viene rifiutato, quando si verifichi uno qualunque dei seguenti casi:

a) Se si strappano più di tre fili sotto uno sforzo inferiore ai $^3/_4$ del carico di collaudo;

b) Se il cavo non sopporta per la durata di un minuto il carico di collaudo;

c) Se il carico di rottura sorpassa di più del 50 $^0/_0$ il carico di collaudo (intendendosi per carico di rottura lo sforzo massimo indicato dalla macchina durante l'esperienza);

d) Se, strappandosi simultaneamente non meno di quattro trefoli fuori delle teste, l'allungamento $^0/_0$ nell'istante della rottura risulta inferiore al 2; 2 $^1/_2$; 3 $^1/_2$, secondo che il diametro del filo è compreso, rispettivamente, fra mm. 0,20 e 0,70; 0,70 e 1,00; 1,00 e 4,00.

Prove di resistenza dei fili d'acciaio. — È in facoltà del collaudatore di constatare la bontà del materiale anche con prove sui fili, specialmente quando nell'esperienza sul cavo, strappandosi simultaneamente meno di quattro trefoli fuori degli attacchi od avvenendo la rottura in quest'ultimi, non siasi raggiunto lo allungamento minimo sopra indicato.

A provare la resistenza e duttilità dei fili serve il secondo saggio; questo viene scomposto e da ciascuno di tre trefoli si prende un filo.

I tre fili così ottenuti vengono raddrizzati sopra un ceppo di legno duro con un martello di rame, e da ciascuno di essi si taglia un pezzo lungo 60 cm. da sperimentarsi alla trazione, ed un altro lungo 30 cm. da provarsi alla torsione; la rimanente parte viene sperimentata al piegamento.

Prova alla trazione. — Ciascuno dei tre saggi di 60 cm., sottoposto a sforzo di trazione gradatamente crescente, deve presentare una resistenza unitaria massima compresa fra kg. 100 e 150 p. mm.^{2}, ovvero kg./mm.^{2} 130 e 195, secondo che il suo diametro è maggiore o minore di mm. 0,40.

L'allungamento di rottura misurato su 30 cm. non deve

risultare inferiore al 2; 4; 5 %, secondo che il diametro del filo è compreso, rispettivamente, fra mm. 0,20 e 0,70; 0,70 e 1,00; 1,00 e 4,00.

Prova alla torsione. — Ciascuno dei tre saggi di 30 cm., cimentato a torsione su di una lunghezza libera di 20 cm., deve presentare una torsione uniforme su tutta la sua lunghezza, regolarmente crescente fino alla rottura, la quale non deve avvenire per un numero di giri inferiore a quello indicato dalla tabella di collaudo. Contemporaneamente alla torsione il filo sopporta anche un moderato sforzo di tensione, la cui intensità è indicata nella tabella suddetta.

Prova al piegamento. — Ciascuno dei tre saggi rimanenti deve sopportare, senza rompersi, un certo numero, indicato nella predetta tabella, di piegamenti di 90° in sensi opposti, attorno a tondini d'acciaio di 1 cm. di diametro. Anche in questa prova il filo, se il suo diametro è inferiore a mm. 1,50, sopporta una moderata tensione contemporanea, indicata nella detta tabella.

Fallendo una qualunque delle suddette prove, questa viene ripetuta sopra altri sei fili presi dai sei trefoli. Fallendo una qualunque di queste seconde prove, il cavo viene rifiutato.

Prova di resistenza dei cavi di ferro omogeneo. — Viene condotta allo stesso modo prescritto pei cavi di prima qualità e le condizioni di rifiuto sono quelle stesse sopra indicate, salvo la condizione *c)* che per questi cavi viene soppressa.

Non si richieggono prove dei fili di ferro omogeneo.

Prova di resistenza dei merlini. — Anche questa prova viene condotta come quella pei cavi d'acciaio e le condizioni di rifiuto sono le medesime, salvo che l'allungamento di rottura non deve risultare inferiore all'8 %.

Le prime tre seguenti tabelle contengono le composizioni, le dimensioni, i pesi p. m. corr., i carichi di collaudo prescritti per i cavi d'acciaio e per i merlini, non che i risultati speri-

mentali ottenuti sui cavi delle ultime forniture fatte dalla Ditta *G. Fornara & C. di Torino.* I due quadri riprodotti in fototipia nell'unita tavola, che figuravano già nella recente Esposizione nazionale, contengono i saggi sperimentati.

I cavi di ferro omogeneo non differiscono nella formazione dai primi 10 cavi rigidi di prima qualità, i carichi di collaudo sono $^{55}/_{100}$ di quelli richiesti per i cavi di prima qualità. Nel capitolato di quest'anno si aggiunsero anche i cavi di seconda qualità di cm. 1 ed 1 $^1/_2$ di circonferenza, per i quali: il diametro del cavo, il diametro del filo, la sezione metallica, il peso p. m. corr. ed il carico di collaudo hanno rispettivamente i valori:

mm. 3,2;	mm. 0,35;	mm.^{2} 4,1;	kg. 0,037;	t. 0,23
„ 4,8;	„ 0,53;	„ 9,3;	„ 0,085;	„ 0,51

La quarta tabella contiene le prescrizioni per il collaudo dei fili d'acciaio componenti i cavi di prima qualità, non che i risultati sperimentali ottenuti sui fili dei cavi forniti dalla suddetta Ditta. Oltre ai risultati richiesti per il collaudo, trovansi in tale tabella altri dati sperimentali, e precisamente, nella prova a tensione, la contrazione $^0/_0$ subìta dal filo nella sezione di rottura ed il lavoro di deformazione p. cm^3., e nella prova a torsione, il momento massimo di torsione sopportato dal filo ed il lavoro di deformazione p. cm^3. Il lavoro di deformazione sì nell'una che nell'altra prova venne ricavato dai diagrammi automaticamente disegnati dalle corrispondenti macchine (1). I saggi sperimentati a tensione ed a torsione sono contenuti nel secondo dei quadri riprodotti nell'unita tavola.

Torino, Giugno 1899.

(1) Cfr. C. Guidi, l. c.

R. SCUOLA D'APPL. PER GL'INGEGNERI
IN TORINO

Laboratorio per Esperienze
SUI
MATERIALI DA COSTRUZIONE

PROVE DI RESISTENZA DEI CAVI METALLICI FLESSIBILI

fabbricati con filo d'acciaio zincato

dalla Ditta G. FORNARA & C. di Torino

PER LA R. MARINA ITALIANA

Circonferenza del cavo	Composizione			Diametro del		Sezione metallica	Peso	Carico di collaudo	Carico di rottura		Allungamento % misurato su 50 cm.	Osservazioni
	Trefoli	Anime	Fili	Cavo	Filo		per m.		totale	per mm²		
cm.	N°	N°	N°	mm.	mm.	mm²	Kg.	t.	t.	Kg.		
1	6	7	72	3,2	0,22	2,7	0,026	0,35	0,37	137	3,0	Rottura di 3 trefoli fuori dei cunei
1 1/2	„	„	„	4,8	0,33	6,1	0,058	0,80	0,94	154	4,0	„ 4 „ „
2	„	„	„	6,4	0,44	11	0,10	1,10	1,65	150	5,0	„ 4 „ „
2 1/2	„	„	„	8,0	0,55	17	0,16	1,70	2,24	132	3,4	„ 3 „ „
3	„	„	„	9,5	0,65	24	0,23	2,40	3,08	128	3,6	„ 3 „ „
3 1/2	„	„	„	11,1	0,76	33	0,33	3,30	3,72	113	4,2	„ 3 „ „
4	„	„	„	12,7	0,87	43	0,43	4,30	5,52	129	3,6	„ 3 „ „
4 1/2	„	„	„	14,3	0,98	54	0,54	5,40	6,32	117	4,0	„ 3 „ „

6	„	„	„	19,1	1,31	97	0,97	9,70	12,20	126	4,8	„	3		„	„
6 1/2	„	„	„	20,7	1,42	114	1,14	11,40	16,10	141	3,8	„	4		„	delle teste
7	„	„	„	22,3	1,53	132	1,32	13,20	15,20	115	4,8	„	2		„	„
8	„	„	„	25,5	1,75	173	1,73	17,30	21,60	125	5,0	„	1		„	„
9	„	„	„	28,6	1,96	217	2,17	21,70	24,80	114	4,8	„	2		„	„
10	„	„	„	31,8	2,18	269	2,69	26,90	35,90	133	4,4	„	1		„	„
11	„	„	„	35,0	2,40	326	3,26	32,60	43,10	132	6,0	„	3		„	„
12	„	„	144	38,2	2,12	508	5,08	50,80	57,00	112	5,6	„	3		„	„
13	„	„	„	41,4	2,30	598	5,98	59,80	73,50	124	5,6	„	3		„	„
14	„	„	„	44,6	2,48	696	6,96	69,60	86,60	123	6,4	„	3		„	„
15	„	„	180	47,7	2,27	728	7,28	72,80	81,30	109	7,0	„	3		„	„
16	„	„	„	50,9	2,42	828	8,28	82,80	105,00	127	6,4	„	6	fili	„	„ Esperienze eseguite su di un trefolo
17	„	„	„	54,1	2,58	941	9,41	94,10	109,20	116	5,0	„	15	„	„	„
18	„	„	„	57,3	2,73	1054	10,54	105,40	135,00	128	5,6	„	16	„	„	„
19	„	„	„	60,5	2,88	1173	11,73	117,30	144,00	123	5,0	„	17	„	„	„
20	„	„	„	63,7	3,03	1298	12,98	129,80	153,60	118	5,4	„	18	„	„	„

R. SCUOLA D'APPL. PER GL'INGEGNERI
IN TORINO

Laboratorio per Esperienze
SUI
MATERIALI DA COSTRUZIONE

PROVE DI RESISTENZA DEI CAVI METALLICI RIGIDI

fabbricati con filo d'acciaio zincato dalla Ditta G. FORNARA & C. di Torino

PER LA R. MARINA ITALIANA

Circonferenza del cavo	Composizione			Diametro del		Sezione metallica	Peso per m.	Carico di collaudo	Carico di rottura		Allungamento % misurato su 50 cm.	Osservazioni
	Trefoli	Anime	Fili	cavo	filo				totale	per mm²		
cm.	N°	N°	N°	mm.	mm.	mm²	kg.	t.	t.	kg.		
2	6	1	42	6,4	0,71	17	0,16	1,70	2,00	118	4,0	Rottura di 1 trefolo fuori dei cunei
2 1/2	"	"	"	8,0	0,89	26	0,24	2,60	3,20	123	4,2	" 2 " "
3	"	"	"	9,5	1,06	37	0,34	3,70	4,40	119	3,8	" 2 " "
3 1/2	"	"	"	11,1	1,23	50	0,46	5,00	6,00	120	4,2	" 1 " "
4	"	"	"	12,7	1,41	66	0,61	6,60	8,76	133	6,4	" 4 " "
4 1/2	"	"	"	14,3	1,59	83	0,76	8,30	10,30	124	5,6	" 2 " "
5	"	"	"	15,9	1,77	103	0,95	10,30	12,50	121	4,6	" 2 " delle teste
5 1/2	"	"	"	17,5	1,94	124	1,14	12,40	17,90	144	6,0	" 2 " "
6	"	"	"	19,1	2,12	148	1,36	14,80	20,30	137	5,6	" 1 " "
7	"	"	"	22,3	2,48	203	1,86	20,30	22,00	108	4,0	" 1 " "
8	"	"	"	25,5	2,83	264	2,43	26,40	34,40	130	4,4	" 3 " "
9	"	"	"	28,6	3,18	334	3,07	33,40	37,50	112	6,8	" 1 " "
10	"	"	"	31,8	3,53	411	3,78	41,10	45,70	111	6,0	" 1 " "
12	"	"	114	38,2	2,62	614	5,65	61,40	68,50	112	4,0	" 2 " "

R. SCUOLA D'APPL. PER GL'INGEGNERI
IN TORINO
Laboratorio per Esperienze
SUI
MATERIALI DA COSTRUZIONE

PROVE DI RESISTENZA DEI MERLINI

fabbricati con filo di ferro zincato dalla Ditta G. FORNARA & C. di Torino

PER LA R. MARINA ITALIANA

Circonferenza del merlino	Numero fili			Diametro del		Sezione metallica	Peso per m.	Carico di collaudo	Carico di rottura		Allungamento % misurato su 30 cm.	Osservazioni
	Centrali	di contorno	Totale	merlino	filo				totale	per mm²		
mm.				mm.	mm.	mm²	kg.	kg.	kg.	kg.		
6	1	6	7	1,9	0,63	2,2	0,02	77	90	41	10	Rottura di 1 filo fuori dei cunei
9	1	6	7	2,9	0,97	5,2	0,04	182	213	41	14	„ „ „
12	2	8	10	3,8	1,03	8,3	0,07	291	340	41	13	„ „ „
15	4	10	14	4,8	1,10	13,3	0,11	465	558	42	15	„ „ „

R. SCUOLA D'APPL. PER GL'INGEGNERI
IN TORINO

Laboratorio per Esperienze
SUI
MATERIALI DA COSTRUZIONE

PROVE DI RESISTENZA DEI FILI D'ACCIAIO ZINCATI

componenti i cavi fabbricati
dalla Ditta G. FORNARA & C. di Torino

PER LA R. MARINA ITALIANA

Diametro	TRAZIONE su di una lunghezza di cm. 50				TORSIONE su di una lunghezza di cm. 20					FLESSIONE		
	Carico di rottura p. mm²	Allungamento % su 30 cm.	Contrazione %	Lavoro di deformazione p. cm³	Numero dei giri: Richiesti	Numero dei giri: Ottenuti	Momento di torsione	Trazione simultanea	Lavoro di deformazione p. cm³	N° piegamenti di 90° in sensi opposti fra tondini di 1 cm. di diametro: richiesti	N° piegamenti …: ottenuti	Trazione simultanea
mm.	kg.			tcm.			kgcm.	kg.	tcm.			kg.
0,22	137	5,0	—	—	80	157	—	0,2	—	—	—	—
0,33	136	5,0	—	—	73	128	—	1	—	—	—	—
0,44	132	5,7	—	—	66	78	—	2	—	60	160	2
0,55	137	5,7	—	—	60	130	—	3	—	44	130	3
0,65	138	6,3	—	—	55	115	—	4	—	37	114	4
0,71	136	6,3	—	—	52	68	—	5	—	33	61	5
0,76	124	6,0	—	—	50	73	—	6	—	31	65	6
0,87	118	6,0	—	—	46	60	—	6	—	28	63	6

R. SCUOLA D'APPL. PER GL'INGEGNERI
IN TORINO

Laboratorio per Esperienze
SUI
MATERIALI DA COSTRUZIONE

PROVE DI RESISTENZA DEI FILI D'ACCIAIO ZINCATI

componenti i cavi fabbricati dalla Ditta G. FORNARA & C. di Torino

PER LA R. MARINA ITALIANA

Diametro	TRAZIONE su di una lunghezza di cm. 50				TORSIONE su di una lunghezza di cm. 20					FLESSIONE		
	Carico di rottura p. mm²	Allungamento % su 30 cm.	Contrazione %	Lavoro di deformazione p. cm³	Numero dei giri: Richiesti	Numero dei giri: Ottenuti	Momento di torsione	Trazione simultanea	Lavoro di deformazione p. cm³	N° piegamenti di 90° in sensi opposti fra tondini di 1 cm. di diametro: richiesti	ottenuti	Trazione simultanea
mm.	kg.			tcm.			kgcm.	kg.	tcm.			kg.
0,22	137	5,0	—	—	80	157	—	0,2	—	—	—	—
0,33	136	5,0	—	—	73	128	—	1	—	—	—	—
0,44	132	5,7	—	—	66	78	—	2	—	60	160	2
0,55	137	5,7	—	—	60	130	—	[illegible]	—	[illegible]	[illegible]	[illegible]

0,89	132	6,0	—	—	45	79	—	6	—	27	65	6
0,98	112	6,0	—	—	42	50	—	8	—	25	48	8
1,06	132	6,3	—	—	40	49	—	9	—	23	33	9
1,09	125	6,7	—	—	38	41	—	10	—	22	33	10
1,20	136	7,0	—	—	35	59	—	"	—	21	35	"
1,23	130	6,0	—	—	34	59	—	"	—	20	37	"
1,31	130	6,0	—	—	33	40	—	"	—	19	36	"
1,41	134	6,3	—	—	30	48	—	"	—	17	27	"
1,42	139	6,3	—	—	29	46	—	"	—	17	30	"
1,53	130	7,0	32	0,82	27	40,7	6,3	"	4,3	16	31	0
1,59	131	6,0	32	0,55	26	39,0	6,2	"	4,6	15	27	"
1,75	128	6,3	32	0,72	23	40,5	9,6	"	4,8	14	17	"
1,77	133	6,0	40	0,69	22	35,8	9,5	"	4,0	13	21	"
1,94	126	6,9	33	0,79	20	35,7	13,8	"	5,0	11	15	"
1,96	130	6,3	38	0,75	20	34,4	14,7	"	4,9	11	13	"
2,12	133	7,3	34	0,87	18	26,5	18,2	"	4,2	10	17	"
2,18	132	6,1	37	0,72	17	30,5	19,2	"	4,7	9	13	"
2,27	114	7,1	37	0,77	16	26,8	21,0	"	4,2	9	13	"
2,30	140	6,7	39	0,85	16	21,7	25,7	"	3,9	9	12	"
2,40	117	6,8	31	0,70	15	20,7	23,1	"	3,3	8	13	"
2,42	124	6,2	34	0,69	15	29,7	26,3	"	5,1	8	12	"
2,48	127	7,5	37	0,87	15	27,1	28,5	"	4,8	7	13	"
2,58	140	6,0	38	0,70	14	25,5	36,3	"	5,2	7	11	"
2,62	134	6,0	40	0,72	14	24,5	33,7	"	4,7	7	13	"
2,73	122	6,7	38	0,75	13	21,3	36,8	"	4,0	6	12	"
2,83	110	7,3	48	0,72	12	17,5	37,4	"	3,2	6	13	"
2,88	120	6,4	33	0,69	12	20,9	43,7	"	4,2	6	8	"
3,03	130	7,3	39	0,86	11	21,2	52,7	"	4,6	5	9	"
3,18	130	6,7	30	0,79	11	18,6	62,5	"	4,5	4	9	"
3,53	110	6,9	32	0,70	10	13,4	77,3	"	3,3	3	7	"

Errata-Corrige alla nota intitolata: *Alcune osservazioni sul calcolo dell'errore medio di un angolo nel metodo delle combinazioni binarie,* del Socio NICODEMO JADANZA, inserita negli " Atti dell'Accademia ", vol. XXXIII, pag. 883 (1897-98).

Le formole (7) ed (8) debbono essere sostituite dalle seguenti:

$$(7') \qquad m'_{1.2} = \sqrt{\frac{[pvv]}{(n-1)k-1}}$$

$$(8') \qquad \mu_{1.2} = \sqrt{\frac{[pvv]}{nk((n-1)k-1)}} \, .$$

La (7') dà l'*error medio dell'unità di peso*. Volendo l'error medio di un angolo misurato direttamente, questo sarà dato da:

$$(9) \qquad m_{1.2} = \frac{m'_{1.2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{[pvv]}{2(n-1)k-2}} \, .$$

Adunque tutti i numeri che si trovano nella prima colonna (m) della tabella a pag. 902 di quel volume, debbono essere moltiplicati per il numero $\sqrt{\frac{nk-1}{2(n-1)k-2}}$, e quelli della seconda colonna (μ) per il numero $\sqrt{\frac{nk-1}{(n-1)k-1}}$ per essere ridotti ai loro veri valori, quali risultano dalla tabella che trovasi nella nota del Prof. PIZZETTI.

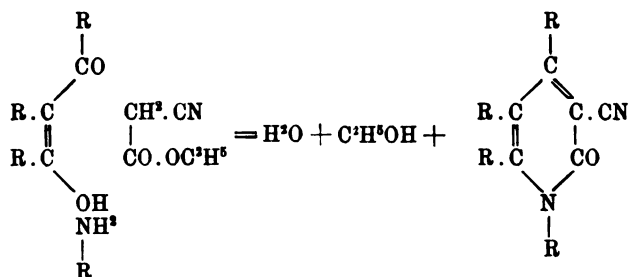
Diamo qui appresso i valori di n e k per ciascuna delle stazioni indicate nella tabella a pag. 902, come pure i valori dei due numeri, per cui bisogna moltiplicare ciascun m e ciascun μ.

STAZIONI	n	m	$\sqrt{\frac{nk-1}{2(n-1)k-2}}$	$\sqrt{\frac{nk-1}{(n-1)k-1}}$
M. Bezimauda. . .	7	5	0,766	1,083
M. Settepani . . .	6	5	0,777	1,099
M. Bignone. . . .	3	10	0,874	1,236
M. Torre	5	6	0,794	1,123
M. Mongioie . . .	5	6	0,794	1,123
M. Monnier . . .	3	10	0,874	1,236
M. Rioburent . . .	5	6	0,794	1,143
M. Pagliano . . .	7	5	0,766	1,083
M. Musinè	6	5	0,777	1,099
M. Vesco	5	10	0,793	1,121
Crea	7	5	0,766	1,083
Biandrate	8	4	0,758	1,072
Mondovì.	6	5	0,777	1,099
Pavia.	6	5	0,777	1,099
M. Aiguille Rouge .	4	8	0,821	1,161
M. Colma	6	5	0,777	1,099

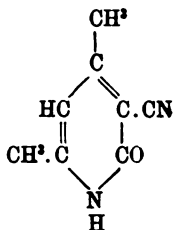
Ricerche farmacologiche sul tetrametilcianpiridone;

Nota del Prof. LUIGI SABBATANI.

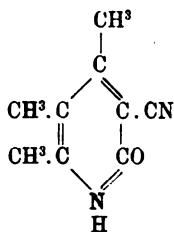
Recentemente il Prof. Guareschi, seguitando un ordine di ricerche già da alcuni anni incominciate, è riuscito ad ottenere alcuni derivati cianpiridoni (1) che presentano un interesse farmacologico non indifferente. Egli prepara questi corpi facendo reagire fra loro i βdichetoni, l'etere cianacetico e l'ammoniaca o le amine primarie.

```
        R                                                  R
        |                                                  |
        CO                                                 C
       /                                                 /  \\
   R.C         CH^2.CN                               R.C     C.CN
     ||        |         = H^2O + C^2H^5OH +           ||     |
   R.C         CO.OC^2H^5                            R.C     CO
      \                                                 \   /
       OH                                                 N
       NH^2                                               |
       |                                                  R
       R
```

In tal modo ha potuto ottenere già sei sostanze, che gentilmente mi ha favorito a ciò ne facessi oggetto di ricerche farmacologiche.

I. βcian$\alpha'\gamma$dimetilαpiridone, fonde a 288-289° C.

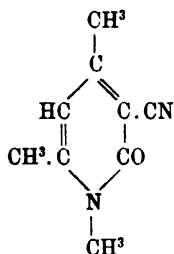
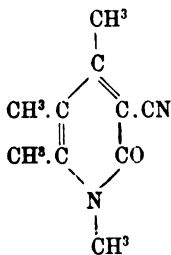
```
            CH^3
            |
            C
          /  \\
       HC      C.CN
       ||      |
  CH^3.C       CO
          \   /
            N
            H
```

(1) I. Guareschi, *Ossipiridine dai βdichetoni*, " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", adunanza del 13 novembre 1898.

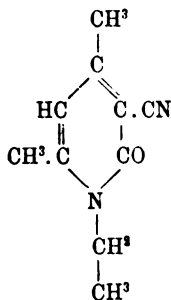
II. β cian α'β'γ trimetil α piridone, fonde a 305°-306° C.

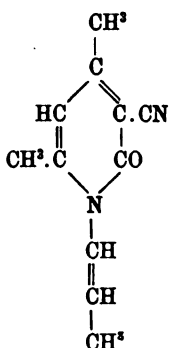
```
            CH³
             |
             C
           /   \\
     CH³.C       C.CN
         ||      |
     CH³.C       CO
           \   //
             N
             H
```

III. Nmetil β cian α'γ dimetil α piridone, fonde a 203°-204° C.

```
            CH³
             |
             C
           /   \\
        HC       C.CN
         ||      |
     CH³.C       CO
           \   /
             N
             |
            CH³
```

IV. Nmetil β cian α'β'γ trimetil α piridone, fonde a 180° C.

```
            CH³
             |
             C
           /   \\
     CH³.C       C.CN
         ||      |
     CH³.C       CO
           \   /
             N
             |
            CH³
```

V. Netil β cian α'γ dimetil α piridone, fonde a 174°-175° C.

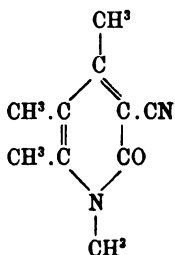
```
            CH³
             |
             C
           /   \\
        HC       C.CN
         ||      |
     CH³.C       CO
           \   /
             N
             |
            CH²
             |
            CH³
```

VI. Nallil β cian α' γ dimetil α piridone, fonde a 114° C.

```
            CH³
             |
             C
           /  \\
        HC      C.CN
        ||      |
    CH³.C       CO
           \  /
             N
             |
             CH
             ||
             CH
             |
             CH³
```

È mio desiderio fare ricerche farmacologiche comparate di queste ed eventualmente anche di altre sostanze analoghe, cercare come vari la reazione biologica col variare della costituzione molecolare e delle proprietà chimiche di questi corpi.

Onde avere però una base solida di confronto, ho creduto opportuno incominciare prima da uno studio accurato e completo dal punto di vista biologico della sostanza che, per la sua più facile solubilità, meglio si prestava alle molteplici ricerche farmacologiche. Ciò parve indispensabile trattandosi qui di corpi farmacologicamente ancora del tutto sconosciuti.

Ricerche farmacologiche sulla N metil β cian α' β' γ trimetil α piridone (tetrametilcianpiridone).

La sostanza presa come tipo, ed alla quale mi limito nella presente nota è la N *metil* β *cian* α' β' γ *trimetil* α *piridone*.

```
            CH³
             |
             C
           /  \\
    CH³.C       C.CN
        ||      |
    CH³.C       CO
           \  /
             N
             |
             CH³
```

Questa cristallizza in aghi incolori, fusibili a 180°, solubili nell'acqua fredda, e molto più a caldo: una parte si scioglie in 171 p. d'acqua a 15° C., per cui, dovendola usare per ricerche farmacologiche o cliniche, è conveniente adoperare questa sostanza in soluzioni al $^1/_2$ $^0/_0$.

Questa sostanza è solubile nell'alcool, la soluzione acquosa ha reazione neutra, e non precipita col nitrato d'argento neppure dopo aggiunta di ammoniaca. A caldo si ossida col permanganato potassico, facendo effervescenza e sviluppando acido cianidrico. Ha sapore amarissimo anche in soluzioni all'1 per mille che ricorda quello della chinina e del solfato di magnesia.

Coll'intento di cercare delle reazioni caratteristiche che mi permettessero di riconoscere la sostanza nell'urina e liquidi animali per lo studio dell'assorbimento, eliminazione o trasformazioni che essa potesse subire nell'organismo, ho fatti molti tentativi.

Così ho notato che questa sostanza:

1° Col reattivo del Bouchardat dà a freddo un precipitato cristallino rosso mattone, bruno, che scompare diluendo molto con acqua o riscaldando, nel qual caso riappare col raffreddamento successivo.

In soluzione all'1 per 1000 dà una reazione intensa, e per eccesso di reattivo il precipitato assume un reflesso verdastro: soluzioni diluite all'1 per 8-10 mila non dànno più questa reazione.

2° Col reattivo Nessler dà in soluzioni all'1 per 200 subito un abbondante precipitato giallo citrino, amorfo. Questa reazione avviene anche con soluzioni molto diluite; però compare tanto più lentamente quanto maggiore è la diluzione; così alla temperatura ambiente di 15° C. con soluzioni all'1 in 40000 la reazione compare in 10′ minuti, con soluzioni all'1 in 80000 in 20′ minuti; si accelera e si rende più sensibile la reazione con leggero calore. Dopo raffreddamento si rende allora sensibilissima per diluzioni di 1 in 160000, 1 in 320000 parti d'acqua.

Tutte le sostanze di questo gruppo, sopra ricordato, dànno col reattivo Nessler una reazione analoga, molto sensibile, ed un precipitato di color giallo (1).

(1) Del prodotto che si ottiene in queste reazioni, spero di potermi occupare prossimamente.

Fino ad ora però non sono riuscito a rendere praticamente applicabile alcuna di queste reazioni per la ricerca della nostra sostanza nell'urina degli animali, neppure quando io ad arte ne scioglievo un poco in urina normale.

Cercai anche, usufruendo dell'ossidazione col permanganato, di riconoscere nell'urina la presenza della nostra sostanza dall'acido cianidrico che si svolgeva; ma anche questo tentativo è riuscito vano, poichè ben presto m'accorsi che anche l'urina normale, ossidata col permanganato, svolge una piccola quantità di acido cianidrico, che non è neppure costante; ma variabile per molteplici condizioni sperimentali, difficili da precisare. Non posso quindi per ora stabilire quale sia il contegno di questa sostanza nell'organismo, quali siano il destino suo, le vie e la rapidità dell'eliminazione.

Questo però si può affermare, che con grande prontezza viene a scomparire dall'organismo, poichè tutti i fenomeni che essa produce sono molto fugaci, e ciò non per un fenomeno di abitudine, poichè una dose successiva ripete il quadro sintomatico; ma perchè o viene prontamente distrutta, o prontamente eliminata.

Azione sull'albumina.

Il chiaro d'un uovo freschissimo viene sbattuto a lungo, diluito con 3 volumi d'acqua distillata, e quindi filtrato. In sette tubi d'assaggio si pongono cc. 4 per ciascuno di questa soluzione d'albumina d'uovo; poi vi si aggiungono quantità variabili di soluzione al $^{1}/_{2}$ per 100 di sostanza in acqua contenente 0,75 per 100 di cloruro sodico, e successivamente con soluzione fisiologica pura si rendono le condizioni sperimentali uguali in tutti i tubetti. Posti allora i tubi da saggio in bagno d'acqua, si innalza a poco a poco la temperatura di questo, notando la temperatura a cui l'albume d'uovo comincia a intorbidare.

N. d'ordine	Soluzione d'albume d'uovo in cc.	Soluzione $^1/_2$ % di sostanza in soluzione fisiologica cc.	Soluzione fisiologica cc.	Il liquido comincia ad intorbidare alla temperatura di C.
1	4	—	4 —	65°-66°
2	4	0,5	3,5	65°
3	4	1 —	3 —	64°,5
4	4	2 —	2 —	64°
5	4	3 —	1 —	63°
6	4	4 —	—	62°
7	4	—	—	66°-67°

Ripetendo la prova sopra riferita con siero di sangue di bue, si ebbe il seguente risultato:

N. d'ordine	Siero di sangue di bue cc.	Soluzione $^1/_2$ % di sostanza in soluzione fisiologica cc.	Soluzione fisiologica cc.	Il liquido comincia ad intorbidare alla temperatura di C.
1	4	—	4 —	80°
2	4	0,5	3,5	79°
3	4	1 —	3 —	78°
4	4	2 —	2 —	77°,5
5	4	3 —	1 —	77°
6	4	4 —	—	77°

Da questi quadri si vede in modo chiarissimo che la nostra sostanza abbassa il punto di coagulazione dell'albumina d'uovo e dello siero di sangue.

Sulla coagulabilità del sangue e sulla materia colorante di esso, dalle ricerche fatte, non pare abbia alcuna azione.

Azione sull'ossidazione.

Sperimentando col succo spremuto dalla buccia di patate o con tintura alcoolica di guaiaco (1), anche per aggiunta di sostanza in ragione del $^1/_2$ per cento non ho vista alcuna variazione nella comparsa del colore turchino, nè per tempo, nè per intensità.

Azione sugli enzimi.

Sui fermenti digestivi non ho fatte esperienze in vitro e noterò solo che, amministrando la nostra sostanza, anche ad alte dosi per bocca ai cani, gatti e conigli, non si sono mai avuti disturbi digestivi.

Azione sui bacteri.

Saggiando l'influenza della sostanza sullo sviluppo di culture pure in brodo dello *Staphylococcus Pyogenus aureus* e del *Bacterium coli* si notò che, aggiunta in ragione del 0,5 per cento ha una manifesta azione ritardatrice sullo sviluppo del coli; per dosi più piccole spiega una azione sempre più debole; all'1—0,5 per 1000 è già poco sentita; nulla all'1 per 10000.

Lo stafilococco aureo è meno disturbato nel suo sviluppo da questa sostanza.

Azione sugli infusori.

Da molte osservazioni fatte sia su vetrini da orologio, che direttamente sul vetrino porta oggetti si è potuto constatare che la nostra sostanza, in ragione del 0,25 per cento uccide gli infusori, ma lentamente. Dopo circa un'ora gli infusori fanno

(1) Lauder Brunton, *Trattato di Farmacologia di Terapeutica, ecc.*, traduzione italiana per cura del Tamburini, Milano, 1891, p. 91.

movimenti lentissimi, pochi hanno movimenti di traslazione, i più fanno solo dei movimenti di rotazione su sè stessi, assumono a poco a poco una forma rotondeggiante e diventano del tutto immobili. Portandoli allora in acqua pura, anche dopo molto tempo, non dànno più alcun segno di vita.

Azione sui vermi.

Tre lombrici di terra vengono posti in soluzione fisiologica, ed altri tre in soluzione fisiologica addizionata del $^1/_2$ per cento della nostra sostanza. Mentre i primi erano ancora vivi e vivacissimi dopo molte ore, gli altri già dopo 20′ minuti si mostravano torpidi e facevano pochi e lenti movimenti; ed invece di fare un movimento ad onda col corpo, si mostravano qua e là contratti assumendo aspetto d'una corona a rosario, dopo 40′ minuti stavano rilasciati e flacidi, facendo solo lievissimi movimenti. Dopo due ore erano morti.

Le sanguisughe sono assai più sensibili a questa sostanza e muoiono in 15′-20′ minuti. Poste in una soluzione al $^1/_2$ per cento, dapprima si agitano fortemente, facendo movimenti disordinati, e contorsioni rapide in ogni senso, poi si mostrano sempre più depresse e non riescono a fissarsi colle ventose.

Azione sui vertebrati.

In tutti i vertebrati questa sostanza ha un'azione convulsivante molto intensa. Nelle rane, negli uccelli, nei topi, nei conigli, nei gatti, nei cani spiega sempre in un primo momento azione eccitante sui centri nervosi, successivamente dà paralisi.

Essa localizza principalmente l'azione sua sul midollo e sul bulbo. Data in piccole quantità od a dosi refratte, riesce spesso del tutto indifferente, e nella comparsa dei fenomeni ha grande importanza la via per cui viene introdotta.

La dose mortale è molto variabile come si può vedere dal quadro qui unito, non solo colla specie dell'animale e la via di introduzione; ma anche per condizioni individuali.

Animale	Peso dell'animale in Cgr.	Via d'introduzione della sostanza	Sostanza amministrata in gr.	Milligr. di sostanza amministrata per Cgr. d'animale	Osservazioni
Cane	3,500	Nella vena	0,075	21,4	Muore
"	5,860	"	0,175	30,—	Sta molto male
"	3,350	"	0,100	30,—	È stato malissimo
"	2,400	"	0,075	31,—	Muore
"	4.350	"	0,200	46,—	Muore
"	6,600	Sotto la pelle	0,035	9,7	Non presenta nulla
"	3,500	"	0,070	20,—	" "
Gatto	2,080	Nelle vene	0,025	12,—	È stato molto male
	1,200		0,025	20,8	" "
"	2,100	"	0,100	47,6	Muore
"	2,150	Sotto la pelle	0,010	4,6	Non presenta nulla
"	1,500	"	0,020	13,3	" "
"	2,150	"	0,030	13,9	Disturbi intestinali
"	1.900	"	0,030	16,—	" "
"	2,500	"	0.050	20,—	" "
"	1,640	"	0,055	33,5	" "
"	2,350	"	0,080	34.—	" "
Coniglio	1,620	Nella vena	0,040	24,7	Sopravvive
"	1,700	"	0,070	41,1	"
"	1,500	"	0,0725	48,3	"
"	1,600	Nel peritoneo	0,050	30,4	Non presenta nulla
"	1,008	Nello stomaco	0,200	200,—	" "
"	0,863	"	0,300	347,—	Sopravvive
"	1,475	"	1,000	678,—	Muore
Cavia	0,681	Sotto la pelle	0,010	14,6	Sopravvive
"	0,577	"	0,035	60,6	"
"	0,462	"	0,030	64,4	"
"	0,448	"	0,045	100,7	Muore
Topo	0,016	"	0,002	125,	Sopravvive
"	0,018	"	0,003	166,—	Muore
Rana	0,031	"	0,0025	80,6	Sopravvive
"	0,018	"	0,0025	139,—	"
Passero	—	Nell'addome	0,005	—	Muore
"	—	"	0,001	—	"

Si può ritenere che nel cane e nel gatto per via endovenosa riescono sicuramente letali le dosi superiori ai 3 centigrammi per chilo: per via ipodermica queste stesse dosi non producono nulla o lievi disturbi.

A questa sostanza sono molto più sensibili i cani ed i gatti di quello che i conigli, le cavie ed i topi.

Qui riferirò solo alcune fra le moltissime esperienze fatte.

Azione sul sistema nervoso.

Ad un *cane* di Chg. 5,860 si iniettano nella giugulare in 7 volte gr. 0,155 di sostanza; mano a mano che si fanno le iniezioni, dapprima si ha esagerazione dei riflessi, poi scosse convulsive isolate di alcuni gruppi muscolari, poi un tetano generale, intenso, lungo; successivamente compaiono convulsioni tonico cloniche, nistagmo, bava alla bocca, pupille dilatate, che si restringono nell'intervallo fra un accesso e l'altro. Dopo $^1/_2$ ora circa l'animale non ha più convulsioni; ma reflessi molto esagerati, può reggersi in piedi, ma non già camminare; gli arti sono rigidi; a poco a poco però anche questi disturbi diminuiscono e cammina con andatura atassica, a scatto, cadendo spesso in avanti. Lasciato quieto sta sdraiato, immobile, con respiro affannoso. Al mattino successivo si mostra molto abbattuto, dopo 24 ore sta bene.

Nei *gatti*, nei *conigli*, nelle *cavie*, nei *topi*, ed anche nelle rane il quadro è sempre lo stesso, solo noterò che a volte, quando il primo accesso a carattere tetanico è molto lungo, l'animale muore facilmente per asfissia; ma si può salvare colla respirazione artificiale. Quando poi la dose iniettata d'un tratto è molto alta, alla convulsione segue tosto la paralisi generale. Se anche qui si fa a lungo la respirazione artificiale, l'animale può campare. Tranne che nei primi accessi convulsivi l'intelligenza dell'animale per solito è sveglia.

Ad una *rana* di gr. 18 si iniettò sotto la cute gr. 0,0025 di sostanza: dopo 10′ minuti presentava già reflessi esagerati e tremiti convulsivi: dopo 15′ minuti cade in tetano intenso, che dura a lungo; dopo molti accessi resta abbattuta e flacida; ma ancora 4 ore dopo ogni minimo tocco la fa cadere di bel nuovo in contrazione tetanica. Al mattino successivo però era completamente ristabilita.

Ad una rana, cui si era asportato tutto l'encefalo fino al bulbo, che si lascia intatto, si praticò un'iniezione ipodermica di gr. 0,0025 e dopo 16′ minuti si ebbe un tetano netto, diffuso a tutto il corpo.

Una seconda rana, cui si era sezionato il midollo subito

sotto al bulbo, diede lo stesso risultato dopo egual dose di sostanza.

Ad una terza rana si taglia il plesso ischiatico entro la cavità addominale, e dopo la stessa dose di sostanza che nelle rane precedenti, si ebbero contrazioni tetaniche lunghe ed intense agli arti anteriori, mentre gli arti posteriori rimasero del tutto e sempre rilasciati, flacidi, immobili.

Ad un cane di Chg. 7,800, fatta la tracheotomia e disposto tutto per la respirazione artificiale, si seziona il midollo 4 millimetri in sotto della punta del *calamus scriptorius*, e mantenendo in vita l'animale colla respirazione artificiale, si inietta nella giugulare a più riprese una soluzione al $^1/_2$ per cento di sostanza.

Dopo una prima iniezione di gr. 0,025 di sostanza non si nota nulla.

Dopo una seconda iniezione di gr. 0,050 si nota esagerazione dei riflessi negli arti posteriori.

Dopo una terza iniezione di gr. 0,050 si hanno convulsioni generali lievi al treno posteriore ed anteriore con carattere tonico periodico.

Dopo una quarta iniezione di gr. 0,050 si hanno convulsioni a carattere tetanico e molto intense per tutto il corpo eccettuata la faccia e la testa. Alla sezione si riscontrò una emorragia nelle fosse craniche posteriori dovuta all'atto operativo.

In un altro cane di Chgr. 4,300, cui si praticò il taglio del midollo a 6 millimetri sotto la punta del *calamus* si ebbe risultato analogo: prima esagerazione dei riflessi, poi per dose maggiore contrazioni toniche spontanee o provocate da stimoli anche lievissimi, in fine tetano deciso, intenso, diffuso a tutto il corpo. Anche qui alla faccia non si osservarono mai movimenti convulsivi.

In altri cani ho ripetuto varie volte questa esperienza tagliando il midollo a varie altezze (dalla 2ª alla 6ª vertebra dorsale) e lasciando trascorrere alcuni giorni fra l'atto operativo e la prova colla nostra sostanza. Si vide sempre in modo evidente che le parti del corpo in connessione nervosa col tratto inferiore del midollo presentavano esagerazione dei riflessi, poi contrazioni toniche periodiche, in ultimo tetano per dosi alte.

Da tutte queste esperienze possiamo sicuramente concludere

che l'azione convulsivante della nostra sostanza dipende essenzialmente da una eccitazione che essa porta sul bulbo e sul midollo.

Azione sul circolo.

Le modificazioni che si osservano nella pressione sanguigna e nella frequenza dei battiti cardiaci nei cani, gatti e conigli per iniezioni endovenose della nostra sostanza sono molto variabili. La comparsa delle convulsioni, lo stato generale dell'animale è tale per cui difficilmente si trovano due tracciati che si corrispondano bene.

In generale si osserva che la pressione aumenta nel primo momento; in seguito, per dosi paralizzanti la pressione diminuisce moltissimo; la frequenza dei battiti diminuisce pure, ed alcune volte in modo rilevantissimo. Tutto questo si vede veramente bene nei tracciati ottenuti da animali curarizzati.

Coll'apparecchio di Villiams sul cuore di rana isolato si osserva che facendo circolare sangue addizionato dell'1 per 1000 della nostra sostanza, aumenta la frequenza dei battiti ed un poco anche l'altezza delle sistoli; contemporaneamente si abbrevia la fase diastolica.

Per ciò che riguarda l'azione di questa sostanza sui vasi sanguigni, non ho avuto modo di fare che una sola esperienza di circolazione artificiale sul rene isolato di cane, con sangue normale e medicato, e però non credo di poter formulare un giudizio su questo punto della quistione, molto più che l'aumento della pressione notato sopra e la costrizione dei vasi intestinali nel gatto durante le convulsioni, come vedremo in appresso, trovano sufficiente spiegazione nell'azione eccitante della sostanza sul midollo.

Azione sulla pupilla.

La nostra sostanza spiega un'azione miotica intensa sull'occhio degli animali e dell'uomo. Questa compare abbastanza prontamente, ma non dura molto; e quando anche la miosi è più intensa, non è mai abolito del tutto il riflesso alla luce, per cui, chiudendo le palpebre, la pupilla si dilata, poco sì; ma in modo evidente per restringersi di nuovo col riaprire le palpebre.

Anche l'asfissia fa dilatare la pupilla resa miotica con questa sostanza.

La miosi poi compare pronta ed è massima per instillazione diretta nella congiuntiva; debole o nulla quando si amministra la sostanza per via endovenosa od ipodermica.

Si ha miosi anche nell'occhio di rana enucleato e posto in soluzione al $^1/_2$ per cento di sostanza.

In tutti gli animali d'esperimento la miosi ottenuta con questa sostanza è tolta completamente da successive applicazioni locali d'atropina; mentre la pupilla dilatata coll'atropina non si restringe minimamente con applicazioni successive di quella.

Da tutto ciò appare probabile che la sostanza da noi studiata produca miosi eccitando le terminazioni dell'*oculo motor* comune che innervano lo sfintere dell'iride.

Nel *cane* con 5 goccie di soluzione al $^1/_2$ per cento di sostanza, instillate nell'occhio, si ha miosi intensa dopo 5-10′ minuti; permane così circa un paio d'ore, poi a poco a poco diminuisce e dopo circa 4 ore è scomparsa del tutto.

In un *gatto*, al quale si instillarono a più riprese nell'occhio destro goccie 10 di soluzione al $^1/_2$ per cento, si ebbero dopo 17′ minuti i seguenti diametri delle pupille:

		Occhio D.	Occhio S.
Diametro della pupilla in mm.	verticale	6	10
	trasversale	2	7

In un *coniglio* di Chgr. 1,560 dopo 6′ minuti dall' instillazione di 4 goccie di soluzione al $^1/_2$ per cento nell'occhio sinistro, si ebbe.

	Occhio D.	Occhio S.
Diametro della pupilla in millimetri	5,5	1,5

Però dopo 4 ore non si notava più alcuna differenza nel diametro delle pupille.

Anche nella *cavia* la miosi compare pronta, e, pure in essa, scompare in circa quattro ore.

Nell'*uomo*, con quattro o sei goccie di soluzione al $^1/_2$ per

cento la miosi raggiunge il massimo d'intensità dopo 30 minuti circa, dura così per un'ora, poi comincia a decrescere e dopo tre ore è del tutto scomparsa.

Questa sostanza nella pratica oculistica di fronte all'eserina avrebbe l'inconveniente di dare una miosi di minore durata; ma facilmente riparabile, ripetendo le instillazioni ogni due ore; avrebbe poi il grandissimo vantaggio di poter essere sterilizzata sicuramente senza che si alteri affatto: e di non esercitare alcuna azione irritante sull'occhio.

Azione sull'intestino.

Ad un gatto di Chgr. 2,150 si iniettarono sotto la pelle gr. 0,03 di sostanza (= milligr. 13.9 per Chgr.). Cinque minuti dopo defeca; presenta poi tenesmo e ripetutamente emette feci prima solide, poi molliccie, poi quasi liquide.

Ad un altro gatto di Chgr. 1,900:

alle ore 2.37′ si iniettano gr. 0,015 di sostanza,
„ „ 2,47′ perde feci,
„ „ 2,51′ ha tenesmo,
„ „ 2,55′ mostra di star bene, fa le fusa ed è carezzevole,
„ „ 3,2′ perde feci,
„ „ 3,35′ iniezioni gr. 0,015 di sostanza,
„ „ 3,40′ non presenta nulla, sta bene, fa le fusa,
„ „ 3,45′ defeca.

Potrei riportare moltissime altre esperienze, dalle quali tutte risulta che questa sostanza, amministrata per via ipodermica nei gatti, fino alla dose di milligr. 34 per chilo, mentre non dà alcun disturbo grave da parte del sistema nervoso centrale, produce però costantemente aumento grande della peristalsi intestinale, spiegando così azione purgativa, cosa che non ho osservato mai negli altri animali in modo così netto come nei gatti. In questi, mettendo allo scoperto le intestina, ed iniettando dosi alte di sostanza, si osserva che ad ogni accesso convulsivo i vasi intestinali si restringono fortemente.

Azione sui muscoli striati.

Se si immerge un frammento di muscolo di rana in una soluzione anche diluita della sostanza in esame, si osserva che subito il muscolo si raccorcia, si deforma e si fa duro; assume pure un colorito biancastro. Se si fa l'esperienza sotto il microscopio, si nota subito che la fibra si altera profondamente e specialmente le striature trasversali non sono più visibili. Accanto a questo si osserva che facendo una iniezione intramusculare nell'arto inferiore d'una rana, l'arto si irrigidisce fortemente come per morte.

Studiando poi col miografo l'azione della sostanza si nota che il muscolo in riposo, immerso in soluzioni diluite, si raccorcia a poco a poco in modo evidentissimo. Se si fa agire la sostanza sul muscolo che lavora, si nota che l'accorciamento è più intenso e più rapido. Sul tracciato si vede che ad ogni contrazione il muscolo non ritorna più al punto di partenza; ma si mantiene più alto. La curva della fatica si abbassa più rapidamente ed il muscolo si esaurisce presto. Pigliando poi il tracciato miografico a forte velocità, si nota che la discesa si effettua in un tempo molto più lungo.

Azione sulle secrezioni.

Da esperienze fatte sui conigli, risultò che questa sostanza non aumenta la *diuresi,* e contemporaneamente si vide che, amministrata per bocca anche per molti giorni di seguito a dosi di gr. 0,20, non arreca il minimo danno all'animale e non compare mai albumina o zucchero nell'urina: questo anche in altri animali di cui si esaminò l'urina.

Aumenta invece in modo sensibilissimo la *secrezione salivare.*

Ad un cane di Chgr. 15,600, isolati i dotti salivari delle glandule sottomascellari, si raccoglie con cannuline e si pesa la saliva che scola da essi di 10′ in 10′ minuti; poi mentre l'osservazione procede, si inietta nella vena femorale della soluzione al $^1/_2$ per cento di sostanza.

In periodi successivi si ebbe così:

Saliva gr. 0,15
" " 0,15
" " 0,30

1ª iniezione di cc. 5 della soluzione:

Saliva gr. 1,55
" " 0,05
" " 0,45

2ª iniezione di cc. 5 della soluzione:

Saliva gr. 1,00

3ª iniezione di cc. 10 della soluzione:

Saliva gr. 2,85.

CONCLUSIONI.

Riassumiamo ora quanto si è visto di più interessante sul tetrametilcianpiridone:

1° È questa una sostanza molto attiva: ma poco pericolosa.

2° L'azione sua è sempre di breve durata.

3° Spiega un'azione eccitante intensa sul midollo spinale.

4° Produce miosi per instillazione nell'occhio e ciò potrebbe essere utilmente usufruito nella pratica oculistica.

5° Nel gatto per iniezione ipodermica ha azione purgativa.

6° Merita in fine di essere ricordata l'azione di questa sostanza sui muscoli.

Rispetto all'azione comparata dei derivati cianpiridoni, di cui si disse in principio, quantunque le ricerche in proposito siano già molto avanti, per ora noto solo che l'N *metil* β *cian* α′γ *dimetil* α *piridone* ha azione convulsivante perfettamente simile a quella della sostanza di cui fino ad ora ci siamo occupati.

Cagliari. R. Università. Laboratorio di Farmacologia.
14 Giugno 1899.

Sul grasso della cartilagine.

Ricerche del Dott. CESARE SACERDOTTI.

(Con una tavola).

In quasi tutti i trattati di Istologia si trova accennato al fatto che le cellule cartilaginee contengono del grasso, ma, in generale, i diversi autori si sono limitati a riferire osservazioni sommarie; uno studio metodico di questo particolare, che pure non è privo di importanza per i corollari cui può dar luogo, non è mai stato fatto ed è questa la ragione per cui, come si vedrà, si sono consolidate nei trattati delle inesattezze.

Tra i primi, Leydig (1) accenna alla presenza di grasso nelle cellule cartilaginee, anzi dice che, esaminando cartilagini laringee di roditori, si può, a tutta prima credere d'aver a che fare con un tessuto adiposo, mentre invece un esame attento dimostra che le cellule sono separate le une dalle altre da un po' di sostanza fondamentale ialina. Più tardi Toldt (2) parlando dell'uomo dice che molto spesso, costantemente negli individui vecchi, si trovano nelle cellule cartilaginee delle gocce di grasso, e aggiunge di non aver mai visto grasso nelle cartilagini di embrioni e di bambini nei primi anni di vita. Con poche varianti, poi, il concetto che il contenuto adiposo sia caratteristico delle cartilagini di animali vecchi, e invece nei giovani si trovi glicogeno, è ripetuto da tutti gli autori che si occuparono della cartilagine. Renaut (3) è l'istologo che più si sofferma su questo particolare: egli ammette che nella cartilagine ialina, col progredire dell'età, gradatamente il glicogeno ceda il posto all'adipe, anzi tra il glicogeno e l'adipe egli descrive la formazione di una sostanza intermedia, che ha qualche reazione chimica del grasso e che per l'affinità che presenta per l'eosina egli chiama eosinofila.

Per comune consenso, adunque, il grasso è costante almeno nelle cellule cartilaginee degli animali vecchi. Ma quale signifi-

cato fisiologico si deve attribuire a questo grasso? Si deve ritenere un materiale di riserva dell'organismo alla stessa guisa del grasso del pannicolo adiposo, dei corpi grassi degli anfibi, del midollo delle ossa? o deve interpretarsi, come vorrebbe Renaut, un materiale di riserva delle singole cellule che lo accumulano? oppure, se realmente è caratteristico della età avanzata, rappresenta un prodotto regressivo, è indizio di una diminuzione nella attività biologica delle cellule cartilaginee? Questi sono i quesiti ai quali ho cercato di rispondere con le ricerche di cui qui do relazione, ricerche che furono appunto dirette a studiare le modificazioni progressive e regressive del grasso delle cellule cartilaginee, cercando di sorprenderlo al suo primo comparire e di seguirlo nelle diverse età degli animali, completando, naturalmente, i risultati che mi forniva l'esame istologico con ricerche sperimentali.

Influenza dell'età sul grasso delle cellule cartilaginee.

Ho studiato tutte le varietà di cartilagini in animali diversi: piccione, topo, cavia, coniglio, cane e uomo; ma specialmente ho preso in considerazione il coniglio perchè, come si vedrà in seguito, questo animale ha disposizioni anatomiche particolarmente opportune per gli esperimenti che ho eseguito e perchè, come già aveva notato Leydig, le cellule cartilaginee del coniglio arrivano a contenere quantità molto grandi di grasso, e l'uomo per gli interessanti particolari che le sue cartilagini mi hanno presentato.

Coniglio. — La cartilagine costale di un coniglio neonato ha già le caratteristiche di un ben organizzato tessuto cartilagineo ialino, si presenta, cioè, costituita da cellule con protoplasma finamente granuloso situate entro cavità nettamente limitate, separate le une dalle altre da un po' di sostanza fondamentale ialina; le cellule contengono un nucleo ben evidente, talora due nuclei. Di queste cellule solo quelle più vicine al pericondrio contengono delle piccolissime gocciole di grasso, una, due gocciole ogni cellula (Fig. 1): dall'esame delle sezioni trasversali di queste cartilagini appare che tutte le cellule dello strato più vicino al pericondrio contengono grasso, il grasso invece non esiste in alcuna delle cellule centrali. Studiando, poi,

cartilagini costali di conigli man mano più sviluppati, si vede che gradatamente si forniscono di grasso le cellule più lontane dal pericondrio, e già nel coniglio di 15 giorni tutte le cellule contengono una gocciolina di grasso, questa gocciolina rimane molto piccola nelle cellule periferiche, si presenta invece progressivamente più voluminosa nelle centrali. La differenza di volume della gocciola delle cellule periferiche e delle centrali è già molto evidente nei conigli di 45 giorni (Fig. 2) ed è notevolissima nei conigli di 8—10 mesi. In questi (Fig. 3) la goccia adiposa delle cellule più centrali è così voluminosa da occupare quasi tutto il corpo cellulare, il quale, appunto perchè disteso dal grasso, appare come un corpo globoso di adipe circondato da un tenue velamento di protoplasma granuloso: il nucleo è, come nelle comuni cellule adipose, schiacciato alla periferia della cellula. Le cartilagini costali dei conigli di questa età sono già abbondantemente infiltrate di sali di calce, questa infiltrazione si verifica in una zona intermedia, le porzioni più centrali della cartilagine non sono infiltrate di sali di calce che negli animali che hanno da parecchi mesi raggiunto il perfetto sviluppo, per esempio in conigli di 18—20 mesi e non sempre. È interessante poi notare che nei conigli di 12—14 mesi le cellule centrali contengono una grossa goccia di grasso, ma non così voluminosa come quella delle cellule della zona intermedia, precisamente di quella zona la cui sostanza fondamentale è abbondantemente infiltrata di sali di calce.

La cartilagine auricolare del coniglio neonato è molto meno evoluta di quella costale e tracheale, in fatti, al posto che nell'orecchio dell' animale adulto sarà occupato dalla cartilagine elastica, si trova una grande quantità di cellule molto avvicinate fra di loro, costituite da un grosso nucleo circondato da una piccola quantità di protoplasma: per poter parlare di vera cartilagine bisogna arrivare al coniglio di circa 15 giorni, nel quale si vedono le cellule separate tra loro da un po' di sostanza fondamentale percorsa da sottili fibre elastiche.

Per quanto riguarda il grasso, nell'orecchio del coniglio neonato, nel quale al posto della cartilagine esiste un tessuto di carattere non ben definito, che si potrebbe chiamare tessuto precartilagineo, alcune cellule che stanno al limite esterno di questo tessuto presentano delle piccolissime gocciole di adipe.

Man mano, poi, che col progredire dell'età questo tessuto viene acquistando i caratteri di cartilagine, aumenta il numero delle cellule contenenti grasso, ma ancora nel coniglio di 15 giorni, come appare dalla figura 4, solo le cellule più centrali ne contengono: in questo periodo è degno di nota il fatto che l'essere la cellula in via di scissione non esclude l'accumularsi del grasso (Fig. 4, *a*). Successivamente, col progredire dello sviluppo dell'animale, va di pari passo aumentando il volume di queste gocce adipose: così nel coniglio di un mese tutte le cellule contengono grasso, e già si accentua il fatto che le più centrali ne contengono in maggior quantità e, analogamente a quanto si è visto per la cartilagine costale, anche nella auricolare del coniglio adulto, le cellule che stanno nella parte più interna della lamina cartilaginea sono distese da una grossa goccia di grasso, che, anzi, in generale, è maggiore di quella che si trova nelle cellule della cartilagine ialina (Fig. 5): a lato della grossa goccia esistono quasi sempre alcune gocciole molto più piccole, fatto questo che non si verifica mai nella cartilagine costale.

Anche nella cartilagine elastica dell'epiglottide le cellule contengono grasso, ma aggregato in modo diverso: in ogni cellula si trovano numerose (7 - 8) gocciolette presso a poco di volume uguale tra loro, un po' più piccole del nucleo, solo in qualche cellula una gocciola è più grossa delle altre.

Le cartilagini nelle quali il grasso, nell'animale adulto, è meno abbondante, sono la fibrosa dei dischi intervertebrali e dei menischi interarticolari, nelle cui cellule si trova a lato del nucleo una o due piccole gocciole di adipe e quella di incrostazione dei capi articolari. In questa cartilagine le cellule degli strati più superficiali contengono ognuna 3 - 4 ed anche più goccioline di grasso (Fig. 6), di quelle degli strati più profondi solo qualcuna contiene una o due goccioline.

Altri animali. — Oltre le cartilagini di coniglio ho esaminato anche quelle di parecchi altri roditori (*mus musculus*, *mus decumanus albinus, cavia*) e, come aveva già osservato Leydig, in tutte ho trovato grandi quantità di grasso. E così pure ne ho trovato, in quantità però minore, in tutti gli animali di altra specie che ho studiato (*cane*, *pecora*, *piccione*). Tanto nel cane, quanto nella pecora, però, il modo di aggregazione del grasso nelle cellule cartilaginee è diverso da quello descritto nei conigli.

Nelle cellule delle cartilagini costali di cane adulto le gocce di adipe sono piccole e numerose, ancor più piccole poi sono nella pecora, come appare dalla fig. 12 nella quale si vede che le goccioline riempiono quasi tutta la cellula, lasciando, per altro, il nucleo al centro.

Nell'orecchio di cane adulto il grasso è ridotto a poche e piccolissime gocciole e in quello di pecora adulta le cellule centrali sono senza grasso, si presentano invece fornite di una gocciola di grasso, di volume presso a poco uguale a quello del nucleo, soltanto le cellule degli strati più superficiali della lamina cartilaginea.

Uomo. — Per riguardo all'uomo ho studiato le cartilagini di un feto di 5 mesi e mezzo e di individui neonati, di 3, 7 e 12 giorni, di 3 e 7 mesi, di 1, 10, 20, 45, 70, 75 anni: credo così di averne seguìto gradatamente l'evoluzione.

Contrariamente a quello che scrive Toldt, già nel feto di 5 mesi e mezzo, tanto nelle cartilagini costali che nelle auricolari, le cellule presentano delle goccioline di grasso. L'aspetto microscopico di queste cartilagini ci persuade che esse sono in uno stadio di evoluzione maggiore di quello delle cartilagini del coniglio neonato, specialmente quella auricolare che, sebbene costituita da elementi più piccoli di quelli della cartilagine adulta, ha già una struttura ben definita di cartilagine elastica, le fibrille elastiche della sostanza fondamentale sono meno fitte che nel neonato, ma pure molto abbondanti. È interessante il fatto che, oltre le cartilagini permanenti, contengono grasso anche quelle provvisorie, che saranno sostituite da osso, come appare dalla figura 7 che è copiata da un preparato di cartilagine sternale che cominciava già a presentare i segni iniziali della ossificazione: a questo proposito, poi, devo notare che il grasso non esiste più nelle cellule cartilaginee vicinissime al piano di ossificazione, in quelle cellule nelle quali sono evidenti quei fenomeni che condurranno alla loro scomparsa.

Non ho potuto avere dei feti umani più giovani, non mi è stato, quindi, possibile, stabilire se anche nell'uomo, come abbiamo visto nel coniglio, il primo accenno all'accumulo del grasso nelle cellule cartilaginee sia rappresentato da goccioline nelle cellule più vicine al pericondrio. Nel feto di 5 mesi e mezzo le cellule che contengono gocciole più voluminose sono le centrali.

Nel neonato le gocciole adipose sono più voluminose (Fig. 8) e il loro volume va gradatamente aumentando col crescere dell'età. Questo aumento è, per altro, molto più lento di quello che si è visto nel coniglio, nè ciò deve recar meraviglia quando si consideri che il contenuto adiposo della cellula cartilaginea nell'uomo non raggiunge il volume cui arriva nel coniglio e di più che lo sviluppo degli elementi umani è molto più lento di quello degli elementi del coniglio. — Nelle figure 8, 9 e 10 sono disegnati elementi di cartilagine costale di neonato, di individuo di 10 anni e di individuo di 20 anni, questi disegni, meglio di qualunque descrizione, dànno una giusta idea del progressivo aumento del grasso nelle cartilagini ialine dell'uomo.

Se si prendono a considerare, poi, individui man mano più vecchi, si assiste ad altre progressive modificazioni di aspetto delle gocce adipose delle cartilagini ialine. Nell'uomo di 45 anni, ad es., le cellule degli strati periferici hanno belle gocciole adipose simili a quelle di individui di 20 anni, quelle degli strati più centrali hanno in parte gocciole più piccole e molte contengono l'adipe ridotto a fini granuli. Di più, sono frequenti negli strati centrali gli elementi che contengono delle gocce di cui solo la periferia si colora in nero per l'azione dell'acido osmico. Negli individui ancor più vecchi (di 70 - 75 anni) le cellule con grosse gocce di adipe colorantesi uniformemente in nero sono ridotte a 2 o 3 strati periferici: tutte le altre gocciole, per buona parte molto ridotte di volume, presentano più o meno estesamente la parte centrale non colorabile dall'acido osmico, alcune di colorabile con l'acido osmico non hanno che un sottilissimo velamento, altre presentano parecchi vacuoli, altre ancora entro queste cavità presentano goccioline colorabili dall'acido osmico, sì che ne risultano forme molto bizzarre, di cui le più caratteristiche e frequenti ho riprodotto nella figura 17.

Mi sono soffermato con una certa insistenza a studiare queste curiose formazioni per cercare di scoprirne il significato. Figure alquanto simili a queste pare siano state viste da Unger (4) nella mammella durante il periodo regressivo della funzione lattea, Unger le interpreta quali prodotti artificiali riferibili a imperfetta penetrazione dell'acido osmico: nel mio caso questa interpretazione non è sostenibile, perchè le figure che si ottengono trattando con soluzione di acido osmico all'1 % delle sottili

sezioni di cartilagine, hanno perfetto riscontro con quelle che si possono avere colorandole col Sudan III. Alcune di queste formazioni sono molto simili anche ai *granuli ad anello* (*Ringkörner*) descritti da Altmann e da suoi allievi nelle gocce adipose in via di formazione, altre ancor più a quelle disegnate da Starke (5). Questo autore, studiando l'azione dell'acido osmico sul grasso dimostrò che non tutto il grasso si annerisce direttamente in seguito ad imbibizione con soluzioni osmiche, ma una parte non si annerisce se non sussegue all'azione dell'acido osmico quella di alcool contenente acqua: egli, quindi, ammette che alcuni adipi fissino l'acido osmico e direttamente lo riducano assumendo così la colorazione nera (a questi appartiene l'oleina e il relativo acido oleico), altri invece, fissino bensì l'acido osmico, ma non lo riducano, riduzione appalesata dall'annerimento che si verifica per l'azione dell'alcool diluito (a questi grassi appartiene la stearina e la palmitina), questi adipi collegati coll'acido osmico sono solubili in alcool perfettamente assoluto e perdono questa proprietà quando siano stati anneriti dall'azione dell'alcool allungato. Nei casi studiati da Starke l'oleina costituiva la parte periferica delle gocce adipose e gli altri gliceridi la parte centrale, più o meno eccentrica, quindi facendo agire su tali gocce l'acido osmico e successivamente l'alcool assoluto, egli otteneva delle figure ad anello e delle figure più o meno bizzarre e simili a quelle da me viste nel grasso delle cartilagini ialine dei vecchi: tale bizzarria Starke riferisce alle condizioni che più o meno favoriscono l'azione solvente dell'alcool assoluto. Questi fatti descritti da Starke sono stati più tardi confermati da Schmaus (6). — Ma ai vacuoli da me trovati nelle gocce adipose della cartilagine dei vecchi non si può applicare l'interpretazione di Starke per le seguenti considerazioni: 1° le figure ottenute trattando pezzetti di cartilagine costale con liquido di Hermann o le sezioni (fatte sul pezzo fresco) con acido osmico all' 1 %, come ho già detto, sono identiche a quelle ottenute colorando le sezioni con Sudan III; 2° queste figure non subiscono alcuna modificazione se le sezioni dopo aver subìto l'azione dell'acido osmico sono trattate con alcool allungato o con alcool perfettamente assoluto, e questo dimostra che in queste gocciole non esistono al centro grassi diversi da quelli costituenti la parte periferica. — Questi vacuoli, invece, contengono una sostanza che ha gran-

dissima affinità per l'azzurro di metilene: se si colorano delle sezioni di cartilagini di vecchio con una soluzione alcoolica di Sudan III e, dopo rapida lavatura in alcool, si immergono in una soluzione acquosa leggerissima di azzurro di metilene per qualche ora, si ottengono le gocce adipose colorate in rosso arancione alla periferia e in azzurro cupo al centro; i preparati così ottenuti sono molto dimostrativi ed eleganti, restano colorate in azzurro tutte quelle parti che senza l'azione dell'azzurro restano scolorate e che nei preparati con acido osmico si presentano grigie. A proposito di questa reazione bisogna ricordare le ricerche di QUINCKE (7), il quale dimostrò che facendo agire in goccie di grasso delle soluzioni alcaline o delle sostanze albuminose, si forma, talora alla periferia delle gocciole, talora nell'interno, una sostanza che ha spiccata affinità per l'azzurro di metilene, quando questa sostanza si appalesa alla periferia si dispone a strati concentrici e, sostituendosi progressivamente all'adipe, conduce alla formazione di corpi che rammentano le gocce di mielina: questa sostanza, secondo le ricerche di QUINCKE, è sapone. Una conferma della giustezza di questa interpretazione è data dalle ricerche di BENEKE (8), il quale seguì la formazione di tale sostanza nel periodo di assorbimento del grasso nei processi di embolismo adiposo. Fatti analoghi, poi, sono descritti anche da SCHMAUS nelle gocce adipose del fegato di animali avvelenati dal fosforo. La sostanza che si trova nella cavità delle goccie adipose delle cartilagini ialine dei vecchi si deve interpretare, adunque, per sapone, la cui formazione è indizio che la goccia adiposa è in via di riassorbimento, e che questo sia è indirettamente dimostrato anche da ciò che le gocciole vacuolizzate sono generalmente molto più piccole di quelle non ancora alterate.

Il feto di 5 mesi e mezzo presenta già goccioline adipose anche nelle cellule della cartilagine auricolare: queste goccioline aumentano, come nella cartilagine ialina, proporzionalmente al progredire dell'età, tanto che nell'individuo di 10 anni hanno raggiunto un volume ragguardevole; ma già a quest'età si comincia a notare che in parecchie regioni della lamina cartilaginea le cellule degli strati periferici non presentano più grasso, a quest'età si può ritenere, adunque, che sia già cominciato il predominio del riassorbimento sul deposito. Questo fatto, per

quanto lentamente, progredisce tanto che nell' individuo a perfetto sviluppo non contengono grasso che alcune cellule degli strati centrali.

Anche le cartilagini di incrostazione contengono grasso e anche nell'uomo, come nel coniglio, sono le cellule degli strati superficiali quelle che contengono un maggior numero di goccioline adipose. Si trova grasso, finalmente, anche nelle cellule delle cartilagini fibrose dei dischi intervertebrali: nell'uomo a perfetto sviluppo le goccioline sono quasi tutte molto piccole (Fig. 11).

Da quanto sono venuto fin qui esponendo appare chiaro che *il grasso rappresenta un materiale normale e costante della cellula cartilaginea*, materiale che la cellula gradatamente accumula col progredire del suo sviluppo, ma che non è punto speciale della vecchiaia, perchè, anzi, *colla vecchiaia si presentano nelle gocciole adipose delle cartilagini dei segni non dubbî di riassorbimento* (divisione in fini granuli — saponificazione).

Effetti della inanizione sul grasso della cartilagine.

Dopo avere così seguìta la evoluzione fisiologica del grasso delle cellule cartilaginee, per acquistare delle cognizioni sul suo significato fisiologico ho eseguite diverse ricerche rivolte allo scopo di vedere se e come questo adipe si modifichi nelle alterazioni generali e locali dell'organismo: ho cominciato con lo studio degli effetti della inanizione.

Era da aspettarsi che, alla stessa guisa che durante il digiuno è assorbito ed utilizzato il grasso che normalmente si trova depositato nel tessuto adiposo e nel midollo dell'osso, anche quello delle cartilagini subisse la stessa sorte, invece, fin dai primi esperimenti, da me eseguiti in piccioni e conigli lasciandoli morire per completo digiuno, ho visto che il grasso delle cartilagini non presenta alcuna apprezzabile modificazione. Sorpreso da questo risultato ho ripetuto parecchie volte l'esperimento e, poichè mi era venuto il sospetto che il grasso della cartilagine potesse essere utilizzato dall'organismo soltanto in casi estremi, ho cercato diversi espedienti per raggiungere il

massimo dimagramento possibile. Ai primi animali che ho lasciato morire di fame avevo tolta anche l'acqua, ad altri, invece, ponendoli a digiuno, ho lasciata l'acqua ed ho avuto cura che fossero tenuti all' oscuro: con questi espedienti sono riuscito a mantenere senza cibi due robusti conigli per un tempo relativamente molto lungo, uno per 16, l'altro per 19 giorni: in entrambi questi animali la diminuzione in peso raggiunse il 47 %. In altri animali, sempre allo scopo di indurre dei marasmi molto gravi, anzichè sospendere bruscamente l'alimentazione, ho provocata la morte mantenendoli a metà della razione quotidiana normale: così son riuscito a mantenerli in vita per 30 - 40 giorni con diminuzioni di peso anche in questi casi vicine al 50 %. Or bene, *non ostante questi estremi dimagramenti, il volume delle gocce di grasso contenute nelle cellule cartilaginee non mi è apparso mai modificato.* Naturalmente per assicurarmi di questa stabilità del grasso avevo cura prima di iniziare il digiuno di resecare, per i successivi confronti, dei pezzetti di cartilagine tanto costale che auricolare e inoltre non mi servivo che di animali che avessero raggiunto il perfetto sviluppo.

Quando cominciai queste mie ricerche mi parve opportuno far andare di pari passo l'esame istologico delle cartilagini con l'analisi chimica quantitativa del grasso, ma ben presto mi sono convinto che l'analisi chimica non avrebbe potuto fornirmi alcun dato attendibile e questo per diverse ragioni: innanzi tutto non si può mai essere sicuri, coi mezzi di cui attualmente disponiamo, di estrarre tutto il grasso contenuto nei tessuti; di più, per quanto io cercassi di liberare colla massima cura la parte cartilaginea dai tessuti che la ricoprono, pure non potevo mai essere sicuro che non rimanessero attaccate piccole parti di grasso del connettivo sottocutaneo, parti che evidentemente mancavano poi nel coniglio dopo il digiuno; e poichè l'esame microscopico, con le opportune misure micrometriche, mi convinse ben presto che se diminuzione durante il digiuno vi fosse, dovrebbe essere minima, è chiaro che tali cause d'errore assumevano una grande importanza. Per altro, mi par giusto riferire che i valori ottenuti dalle poche dosature (3 in tutto) fatte coll'apparecchio di Soxhlet in cartilagini auricolari prima e dopo il digiuno sono sempre stati molto vicini tra loro, le piccole differenze in due casi hanno dato un vantaggio all'orecchio sano, in un caso all'orecchio dell'animale digiunante.

Influenza delle condizioni locali di nutrizione sul grasso delle cartilagini.

Iperemia. — Per studiare l'influenza delle condizioni locali di nutrizione sul grasso delle cartilagini, prima di tutto ho cercato di provocare delle iperemie nei tessuti che rivestono le cartilagini. Ho raggiunto lo scopo inducendo iperemia neuroparalitica unilaterale al capo dei conigli mediante la estirpazione del ganglio simpatico cervical superiore, avevo così un orecchio iperemico e l'altro normale. È noto [Morpurgo (9)] che l'estirpazione di questo ganglio non sempre determina paralisi vasomotoria duratura, in queste mie esperienze quindi non ho potuto tener conto che di quei conigli nei quali l'iperemia si manifestò e si mantenne per un certo tempo. A diverse epoche. poi, dopo la estirpazione del ganglio (5-10-15-30-45-60-90 giorni) escidevo con un fora-tappi dei dischi di orecchio, in punti perfettamente simmetrici, del lato operato e del lato sano: confrontando diligentemente i preparati ottenuti dai due dischi colorati o con acido osmico o con Sudan III mi convinsi che *nell'animale adulto una iperemia anche di lunga durata non modifica in modo evidente il contenuto adiposo delle cellule cartilaginee.* Ben diverso risultato si ottiene se i conigli, ai quali con l'estirpazione del ganglio cervical superiore si provoca una iperemia, sono in via di sviluppo. Già Penzo (10) ha dimostrato che se di un coniglio in via di sviluppo uno degli orecchi è tenuto per un certo tempo a 37° C, mentre l'altro è tenuto a circa 10°, quello tenuto a temperatura elevata si sviluppa più rapidamente dell'altro e questa maggior rapidità di sviluppo è da mettersi in rapporto, almeno in parte, con l'aumentato afflusso sanguigno che si verifica dal lato tenuto al caldo; era quindi da aspettarsi un analogo risultato anche con l' iperemia neuroparalitica. I miei esperimenti giustificarono l'aspettativa. Bisogna, però, notare che nei conigli molto giovani è ancor più frequente che negli adulti che alla estirpazione del ganglio non sussegua notevole e permanente iperemia, questo forse perchè negli animali giovani sono più facili i compensi funzionali. Su sei coniglietti di 45 giorni operati contemporaneamente, solo in due ho veduto presentarsi subito l'ipe-

remia del lato operato e mantenersi, poi, per parecchi mesi: soltanto su questi due ho eseguito quindi le mie ricerche. L'operazione è stata fatta il 24 nov. 1898, estirpando ad entrambi il ganglio cervicale superiore destro: già dopo quindici giorni un attento confronto lasciava scorgere che l'orecchio destro di questi animali era alquanto più lungo del sinistro; ai primi di gennaio del 99, poi, la differenza era così notevole che ognuno poteva persuadersene alla più superficiale ispezione: l'orecchio destro superava in lunghezza quello sinistro di circa un centimetro. Dopo quest'epoca in uno dei due conigli gradatamente l'iperemia diminuì fino alla scomparsa e già alla fine di gennaio non si si scorgeva alcuna differenza di lunghezza tra i due orecchi, nell'altro coniglio l'iperemia dell'orecchio destro è evidente ancora oggi (cioè dopo più di sei mesi), ma la differenza di sviluppo tra i due orecchi è già da più di 3 mesi completamente scomparsa; nell'orecchio iperemico è ancora manifesta l'influenza che l'iperemia esercita sugli elementi labili tanto che, radendo i peli delle due orecchie, si vede che questi crescono più rapidamente sull'orecchia destra che sulla sinistra.

In complesso, adunque, queste mie esperienze hanno dato risultati perfettamente analoghi a quelli ottenuti col calore da PENZO; nei miei animali, per altro, i fenomeni si sono svolti più lentamente, forse perchè l'iperemia ottenuta col calore è più intensa di quella da paralisi vasomotoria, e, quindi, essendo più rapida la corrente sanguigna, più attivi in quel caso sono gli scambî biochimici: in oltre è possibile che la temperatura alta induca per sè stessa un aumento di energia nutritiva degli elementi. Nelle mie esperienze, come in quelle di PENZO, appare anche che l'iperemia non determina un accrescimento indefinito, ma dopo un certo tempo non è più nemmeno atta a mantenere una diversità di sviluppo, cessa di influire sull'attività formativa degli elementi stabili. Queste mie ricerche, in fine, dimostrano che nelle esperienze di PENZO l'iperemia, se non del tutto, in gran parte è la causa dell'aumentata attività nutritiva e formativa delle parti sottoposte ad aumento termico. E, ponendo ancora una volta in evidenza l'identità fondamentale dei risultati della iperemia vaso-paralitica e di quella termica, queste mie ricerche portano un nuovo contributo in appoggio del concetto che i nervi non influiscono sulla nutrizione dei tessuti che in modo indiretto.

Per quanto riguarda al grasso delle cellule cartilaginee, ho potuto convincermi che di mano in mano che progredisce la differenza di sviluppo dei due orecchi, nelle cellule di quello più sviluppato si trovano gocciole più grosse e questa differenza va poi gradatamente diminuendo proporzionatamente alla graduale scomparsa della differenza di sviluppo. Naturalmente la differenza di volume tra le singole cellule non è molto grande, ma, come appare dalla Figura 13 *a* e *b*, che riproduce fedelmente due preparati allestiti da pezzi di orecchio tolti dopo 45 giorni dall'operazione, in punti simmetrici, nell' insieme è abbastanza evidente. La sicurezza, poi, di questa diversità di contenuto si acquista esaminando una gran quantità di preparati ottenuti dalla serie dei pezzi raccolti durante l'esperimento e confrontando i dati micrometrici ricavati da questi preparati.

Da queste ricerche risulta, adunque, che *il maggior afflusso di nutrimento alla cartilagine può aumentare il contenuto adiposo, solo quando il tessuto sia in via di accrescimento e che determina questo aumento soltanto perchè accelera le sviluppo della cartilagine.*

Infiammazione. — Dopo studiata l'azione della iperemia ho studiato l'effetto della infiammazione. Mediante iniezioni di stafilococchi e streptococchi di varia virulenza ho destato dei processi infiammatori più o meno intensi nel padiglione dell'orecchio e nella regione paracostale di conigli; generalmente, per altro, non ho potuto riconoscere modificazioni evidenti nel grasso delle cartilagini corrispondenti, solo nei casi in cui le infiltrazioni infiammatorie duravano per più di 10-15 giorni, in qualche cellula delle più periferiche l'adipe si presentava disgregato in piccole goccioline. In complesso, adunque, *una infiammazione che duri anche per parecchio tempo nei tessuti vicini alla cartilagine, in quei tessuti nei quali decorrono i vasi che forniscono alla cartilagine il nutrimento, non influisce gran fatto sul suo contenuto adiposo.* Ma se il processo infiammatorio assume carattere molto lento ed invece del tipo essudativo presenta tipo degenerativo o neoformativo, ne possono rimanere direttamente attaccati gli elementi cartilaginei, si può svolgere una vera condrite *parenchimatosa* ed in questo caso anche il grasso presenta modificazioni. In un coniglio, al quale avevo inoculato nel padiglione dell'orecchio degli stafilococchi producendo un ascesso localizzato al terzo superiore, quando l'ascesso durava già da 15 giorni mi

accorsi che fra il terzo superiore e i due terzi inferiori si andava stabilendo una zona di tumefazione iperemica; dopo un'altra settimana il terzo superiore cominciò ad essicarsi, era evidentemente cancrenato, e ben presto si staccò. Lo studio istologico del piano di demarcazione mi fornì dei dati molto interessanti. La lamina cartilaginea in vicinanza di questo piano di demarcazione, che è costituito da giovane connettivo, appare irregolarmente tumefatta, in questi punti di tumefazione, che probabilmente è dovuta a ciò che alle cellule preesistenti il pericondrio, per azione dell'irritante flogogeno, partecipando al processo neoplastico ha aggiunto nuovi elementi cartilaginei, si scorge subito anche a piccolo ingrandimento (Fig. 15 *a*), che le cellule non sono più disposte così regolarmente come nelle parti sane e presentano il loro adipe disgregato in granuli (Fig. 14) più o meno minuti. Si può quindi ammettere che *quando l' irritante infiammatorio arriva ad intaccare il protoplasma delle cellule cartilaginee determina anche disgregazione del grasso che esse contengono.* — In oltre in grembo al tessuto paracartilagineo si scorgono dei noduli di cartilagine giovane con sostanza fondamentale ialina (Fig. 15 *b*), questi noduli, che ritengo prodotti da iperplasia del pericondrio, presentano nelle loro cellule, specialmente nelle periferiche, delle goccioline di grasso (Fig. 16), quindi: *anche nelle cartilagini neoformate, c'è tendenza all'accumulo del grasso.*

Ora che abbiamo visto che le cellule cartilaginee, alla stessa guisa delle cellule specifiche del tessuto adiposo, hanno la proprietà di accumulare del grasso, ma, a differenza di queste, non si possono considerare riserve di materiale trasmissibile all'organismo, vediamo se, alla stregua dei fatti osservati, sia possibile trovare la ragione fisiologica di questo fatto.

Innanzi tutto, per i dati raccolti ed esposti dobbiamo senz'altro rigettare l'opinione di Cohnheim (11) che il grasso si accumuli nelle cartilagini per il loro rapido accrescimento fisiologico, perchè non è vero che la cartilagine si sviluppi più rapidamente di altri tessuti che non accumulano grasso e perchè abbiamo visto che questo accumulo è progressivo e non ha alcuna accentuazione nei momenti di più attiva proliferazione cellulare, anzi, nel caso descritto di neoformazione cartilaginea per

infiammazione cronica, solo poche cellule presentano grasso ed in piccola quantità. E nemmeno possiamo accettare l'opinione di RENAUT il quale vorrebbe che il grasso delle cartilagini fosse un prodotto di speciale elaborazione delle cellule cartilaginee che, così, si fabbricherebbero il materiale nutritivo che loro non può arrivare quando sono sviluppate perchè inaccessibili alle cellule semoventi. Il ragionamento del RENAUT è vizioso. O alle cellule cartilaginee non può arrivare materiale (concetto questo insostenibile perchè si sa, ed è facilissimo persuadersene, che la sostanza fondamentale è imbibibile tanto che è facile colorare le cellule immergendo pezzetti di cartilagine in liquidi coloranti, e di più è stato dimostrato che è permeabile anche a sostanze corpuscolari [STRICKER]) e allora non vi può giungere nemmeno materiale adipogeno, o ve ne può arrivare e come le sostanze adipogene altri succhi nutritivi possono sempre arrivare a tali elementi: anche le cellule della cornea non sono in rapporto diretto coi vasi e non sono che patologicamente avvicinate da leucociti e pure non accumulano nel loro interno del grasso.

Mi pare che i fatti raccolti ci inducano ad interpretare il grasso che troviamo nelle cartilagini per grasso infiltrato e non fabbricato per attività specifica del protoplasma. Ma non si tratta di una semplice infiltrazione passiva per cui tal quale da altre parti venga in tali elementi immagazzinato, sì bene di una infiltrazione alla cui formazione ha la sua parte anche l'attività della cellula: oggi dalla maggioranza degli autori (LINDEMANN (12), BENEKE, ecc.) si attribuisce grande importanza all'attività del protoplasma nel meccanismo di formazione del grasso infiltrato. Io non ho mai potuto scorgere delle goccioline adipose migranti verso le cellule cartilaginee, ma nulla si oppone ad ammettere che a queste cellule continuamente arrivi una certa quantità di grasso sciolto. La opinione oggi più accreditata in fisiologia è che il grasso assorbito con gli alimenti, entrato nel sangue sia chimicamente modificato e reso solubile (saponificato), pare per azione di un fermento diastasico che HENRIOT (13) è riuscito ad isolare dal sangue ed al quale ha dato il nome di *lipasi*, sotto questa forma arriva ai tessuti ed entra nelle cellule, queste in parte lo usano per la loro funzione (il grasso ossidandosi libera energia), in parte, specialmente se arriva in quantità esagerata lo immagazzinano e in questo caso il pro-

toplasma lo modifica riducendolo grasso neutro (è per questo che, secondo le ricerche di Lindemann, le cellule alterate sono incapaci di infiltrarsi di adipe) ed è così che si formano le infiltrazioni adipose. Quando, poi, o per effetto di inanizione o d'altro, l'organismo ha bisogno di chiamare a raccolta tutte le sue energie di riserva, gli organi più direttamente vitali ricorrono ai diversi depositi di grasso, il grasso che neutro era precipitato, torna dagli elementi ad essere ceduto al sangue, dove si ridiscioglie e, in parte si ossida, in parte va ad ossidarsi in quegli organi che abbisognano di processi ossidativi. Or bene, anche alle cellule cartilaginee, come alle altre, arriva col plasma sanguigno il grasso sciolto e di poco ne utilizzano perchè è scarso il bisogno di energia, il protoplasma, per altro, essendo attivo, lo neutralizza e lo accumula in sè. Ma il protoplasma poi, non può più liberarsene quando l'organismo per altri organi ne avrebbe bisogno, perchè tal quale non può uscire dalle cellule (che sono incapsulate) e il protoplasma delle cellule cartilaginee non può modificarne lo stato di aggregazione sia riducendolo in granuli così fini da poter passare attraverso la sostanza fondamentale e così giungere al sangue, sia saponificandolo: il protoplasma delle cellule cartilaginee tale proprietà normalmente non ha, tanto è vero che l'accumulo di grasso è in esso progressivo e si arresta soltanto quando sono scarsissimi gli scambi biochimici, come nelle cartilagini dell'individuo adulto, nè può assumerla in caso di inanizione o di altro processo nel quale tale grasso sarebbe utile all'organismo, perchè non può risentire alcuna influenza da altri organi non essendo le cellule cartilaginee in diretto rapporto coi nervi. Per quanto ne manchi la diretta osservazione, mi pare molto probabile che il pannicolo adiposo e il midollo dell'osso, ecc., debbano cedere il loro grasso al sangue perchè sono a ciò stimolati per via nervosa riflessa dagli organi che hanno bisogno di alimento: ora è evidente che tali eccitamenti non possono giungere alla cellula cartilaginea.

Quando è, invece, che si vedono verificarsi fenomeni di riassorbimento? Quando sono modificate notevolmente le attività vitali delle cellule e cioè nelle infiammazioni croniche a tipo degenerativo e nella vecchiaia. Secondo le accennate ricerche di Lindemann l'infiltrazione adiposa è possibile solo quando

le cellule sono sane, impossibile negli elementi degenerati, i quali anzi perdono la proprietà di mantener precipitato il grasso che avevano immagazzinato, ecco perchè si presentano segni che si potrebbero dire di emulsionamento nelle cartilagini infiammate e degenerate e di saponificazione in quelle dei vecchi. Che le cellule cartilaginee dei vecchi e più specialmente quelle più lontane dal pericondrio siano elementi di scarsa vitalità è provato dal fatto che in esse facilmente precipitano sali di calce e che si presentano così alterate da poter persino dubitare che si abbia a che fare con elementi vivi: si comprende, quindi, agevolmente come elementi sì fatti abbiano a perdere la proprietà di mantenere disciolto il grasso che contengono. Per corroborare questa supposizione ho pensato di studiare quali modificazioni presenti il grasso in cartilagini nelle quali progressivamente e lentamente si attenuino le condizioni normali di vita: ho ripetuto, cioè, nelle cartilagini, le interessanti esperienze di Kotsovsky (14) sulla *morte lenta*, da lui eseguita sul fegato e sul rene e ripetute da Wetschner (15) e Lindemann sulla pelle.

Queste ricerche avevano altro scopo e, secondo i loro autori, arrivarono a dimostrare che nei processi degenerativi il grasso proviene da scissione della molecola albuminosa, perchè negli elementi di tessuti raccolti asetticamente e conservati in NaCl al 0,6 % a temperatura conveniente videro progressivamente prodursi, specialmente nel fegato e nella pelle, quantità notevoli di grasso. Incidentalmente, qui, senza entrare per ora nella interpretazione del fenomeno, devo dire che ho potuto confermare questa produzione di grasso. Ma ho ripetuto questi esperimenti sulle cartilagini partendo da questo concetto: ammesso pure che in grembo ad un protoplasma in cui vanno affievolendosi gradatamente le attività biochimiche si produca del grasso, se si ritiene esatto il concetto di Lindemann, il grasso infiltrato naturalmente, che è mantenuto sotto la sua forma neutra per attività del protoplasma, dovrà dar segni di dissoluzione quando questa attività diminuisca o si alteri. Per questo io ho raccolto asetticamente dei pezzi di cartilagini di coniglio (coste, ensiforme, orecchi) e immersi in soluzione fisiologica sterile li ho lasciati in termostato a 37° C per parecchi giorni, ho seguito, adunque, perfettamente la tecnica usata da Kotsovsky. Fino ad un certo punto i risultati hanno corrisposto alla mia aspettativa. Dopo alcuni giorni

da che i pezzi erano in termostato, nelle gocciole adipose, specialmente in quelle della cart. auricolare, ho notato la presenza di vacuoli, vacuoli che nei giorni successivi andarono progressivamente aumentando. Da principio le gocce, trattate con ac. osmico si presentano quasi fossero vesciche (Fig. 18 *a*) poi gradatamente i vacuoli si fanno più numerosi ed evidenti sì che dopo 15 giorni quasi tutte le cellule hanno aspetto spugnoso (Fig. 18 *b*). *Attenuando, in vitro, la vitalità delle cellule cartilaginee si provocano, adunque, nelle gocce di grasso dei fenomeni che hanno qualche somiglianza con quelli che nelle gocce di grasso sono provocati dalla vecchiaia:* non mi è stato però, finora, possibile di riconoscere nel contenuto di tali vacuoli la reazione del sapone, nè alcun altra reazione.

Naturalmente alla interpretazione da me esposta sul significato dei fatti osservati sul grasso della cartilagine, non posso dare che il valore di una ipotesi, che, per altro, mi sembra avere sufficiente carattere di attendibilità. Le cellule cartilaginee, adunque, si troverebbero, in confronto con gli altri elementi del corpo, in uno stato di inferiorità, ma che ciò sia, è anche indirettamente dimostrato dai rapporti indiretti che hanno coi vasi (nè è il caso di richiamare l'esempio della cornea, organo altamente differenziato e pure sprovvisto di vasi, perchè la mancanza di vasi è qui un prodotto di adattamento funzionale, mentre la cartilagine, anche se vascolarizzata, adempirebbe egregiamente al suo scopo) e dalla mancanza di nervi, che rappresentano più ancora dei vasi, forse, le vie di comunicazione che mantengono in un comune e mirabile accordo le diverse parti dell'organismo.

Volendo ora riassumere in poche linee i risultati delle mie ricerche, mi pare si possano raggruppare nelle seguenti conclusioni:

1° Il grasso nelle cellule cartilaginee rappresenta una sostanza normale e costante.

2° Il grasso in questi elementi si accumula gradatamente ed aumenta di pari passo con lo sviluppo fisiologico degli elementi stessi e regredisce col loro regredire.

3° È possibile determinare un più rapido accumulo di

grasso soltanto quando si riesca ad ottenere un più rapido sviluppo delle cellule cartilaginee, come si è visto verificarsi con l'iperemia neuroparalitica in conigli giovani.

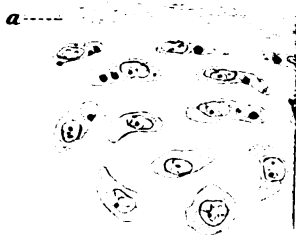
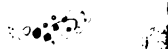
4° Durante l'inanizione anche nei casi, nei quali il dimagramento reggiunge il più alto grado, il grasso delle cartilagini non diminuisce.

5° Soltanto quando sia profondamente alterata la nutrizione della cellula cartilaginea, il suo contenuto adiposo diminuisce.

Dall'Istituto di Patologia generale di Torino. Giugno 1899.

BIBLIOGRAFIA

(1) Leydig, *Traité d'Histologie*, trad. franc. del 1866 sull'edizione tedesca del 1857.
(2) Toldt, *Lehrbuch d. Gewebelehre*. Stuttgart, 1877.
(3) Renaut, *Traité d'Histologie pratique*. Paris, 1893.
(4) Unger, " Anatomischen Heften ,, XXXII Hf., 1898.
(5) Starke, " Arch. f. Anatomie u. Physiologie ,, Phys. Abth., 1895.
(6) Schmaus, " Münchener med. Wochen. ,, 1897 e 1898 e " Virchow's Archiv ,, Bd. 152, 1898.
(7) Quincke, " Annalen d. Physik u. Chemie ,, N. F., XXXV Bd., 1888 e LIII Bd.. 1894.
(8) Beneke, " Ziegler's Beiträge ,, XXII Bd., 1897.
(9) Morpurgo, " Rend. Acc. de' Lincei ,, seduta 19 gennaio 1890.
(10) Penzo, " Arch. per le scienze mediche ,, vol. XVI, 1892.
(11) Cohnheim, *Vorlesungen d. Allg. Pathologie*, 1877 e 1882.
(12) Lindemann, " Ziegler's Beiträge ,, XXV Bd., 1899.
(13) Henriot, " Compt. rend. de l'Acad. des Sciences ,, CXXIII, 1896.
(14) Kotsovsky, " Arch. des Sciences biologiques ,, St. Petersbourg, IV, 1896.
(15) Wetschner, " Ziegler's Beiträge ,, XXIV Bd., 1898.

C.SACERDOTTI - Ricerc
Fig. 1
a
Fig. 6
Fig. 14

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

I disegni sono stati eseguiti con la camera chiara di Abbe, microscopio Zeiss. — Il grasso è colorato in nero dall'acido osmico.

Fig. 1. — Cartilagine costale di coniglio neonato: *a*, pericondrio; ob. $^1/_{12}$, oc. 2.
" 2. — Cartil. costale di coniglio di 45 giorni: *a*, pericondrio; ob. D, oc. 2.
" 3. — Cartil. costale di coniglio di 10 mesi; ob. D, oc. 2.
" 4. — Cartil. auricolare di coniglio di 15 giorni: *a*, pericondrio, *b*, cellula in mitosi; ob. $^1/_{12}$, oc. 2.
" 5. — Cartil. auricolare di coniglio adulto; ob. D, oc. 2.
" 6. — Cartil. di incrostazione della testa del femore di coniglio adulto; ob. D, oc. 2.
" 7. — Cartil. dello sterno di feto umano di mesi 5 $^1/_2$; ob. D, oc. 2.
" 8. — Cartil. costale di neonato, parte centrale; ob. D, oc. 2.
" 9. — Cartil. costale di bimbo di 10 anni, parte centrale; ob. D, oc. 2.
" 10. — Cartil. costale di donna di 20 anni, parte centrale; ob. D, oc. 2.
" 11. — Cartil. intervertebrale di uomo di 40 anni; ob. D, oc. 2.
" 12. — Cartil. tracheale di pecora, ob. D, oc. 2.
" 13. — Cartil. auricolare di coniglio di 80 giorni: *a*, lato sano, *b*, lato dell' estirpazione del ganglio, 34 giorni dopo l'operazione; ob. D, oc. 2.
" 14. — Cartil. auricolare di coniglio adulto. Infiammazione degenerativa; ob. D, oc. 2.
" 15. — Cartil. auric. di coniglio adulto. Infiammazione lentissima: *a*, zona degenerata, *b*, nodi neoformati; ob. A, oc. 2.
" 16. — Alcune cellule della porzione periferica della zona *b* del preparato precedente; ob. $^1/_{12}$, oc. 2.
" 17. — Gocce adipose di cartilagine di vecchio di 75 anni; ob. $^1/_{12}$, oc. 2.
" 18. — Gocce adipose di cartilag. auricol. di coniglio adulto, da 15 giorni in soluzione fisiologica a 37° C.; ob. $^1/_{12}$, oc. 2.

Sulla fine struttura degli epitelii pavimentosi stratificati;

Nota di CARLO FOÀ, studente in medicina.

(Con una tavola).

Nel 1888 il Dr Ide Manille (1) descriveva nelle cellule del corpo mucoso Malpighiano dell'embrione di vitello (riferendo pure i suoi reperti allo zoccolo, all'epitelio delle villosità dell'amnio, a quello del foglietto e ad altri epitelii) una speciale particolarità. Egli aveva notato, sulla superficie delle cellule in questione, un reticolo a maglie esagonali, e fra le varie cellule dei tratti di linea, che egli interpretò come ponti intercellulari, fra i quali esistessero gli spazi interciliari già descritti da Bizzozero (3) per le cellule degli epiteli pavimentosi stratificati dell'uomo. Secondo Ide Manille l'apparenza reticolata della superficie cellulare sarebbe dovuta alla struttura della membrana cellulare. Da questa membrana a struttura reticolata o meglio dai punti d'intersezione delle maglie del reticolo, partirebbero dei filamenti a guisa di ponti, che unirebbero cellula con cellula (Fig. 1). Alzando leggermente il tubo del microscopio, comparirebbero sulla superficie cellulare dei punti brillanti posti a ciascun vertice dei poligoni costituenti il reticolo, i quali punti sarebbero la sezione ottica dei ponti diregentisi verso l'occhio dell'osservatore. Una prova che i ponti intercellulari siano della membrana, è, secondo Ide Manille, il fatto che hanno comune con questa il comportamento verso gli agenti chimici. L'Autore notò pure come nel primo strato di cellule (conche matrice), immediatamente al di sopra della membrana basale dell'epitelio, non esistano spazi intercellulari, essendo le cellule fra loro in intimo contatto.

Sulla membrana di tali cellule notò una fine, brillante punteggiatura. Negli strati immediatamente al di sopra egli trovò che sulla membrana la punteggiatura diveniva più forte, e che le cellule si erano allontanate le une dalle altre, costituendo gli spazi intercellulari, attraverso i quali esse si univano per mezzo di ponti. Questi ponti che sulla superficie superiore della cellula

apparirebbero come punti brillanti, deriverebbero, secondo l'A., da quei punticini, che notavansi sulla membrana delle cellule generatrici. Egli vide, poi mano a mano che si saliva a strati di cellule superiori, il reticolo formarsi, indi le maglie di questo allargarsi, fino a rompersi (sfasciando così il reticolo) nelle cellule più superficiali. Egli attribuì questo sfacelo del reticolo all'essere quelle cellule vecchie e vicine a corneificarsi.

Riassunto così quanto disse sull'argomento l'unico autore, che se ne sia occupato, dirò ciò che potei notare in proposito, mettendo poi in rapporto le mie colle sue osservazioni.

Dirò qui come il Renaut pur avendo studiato lo zoccolo dell'embrione di vitello, forse per aver esaminato gli oggetti con ingrandimenti troppo deboli, non abbia notato sulla superficie cellulare alcun reticolo, ma abbia invece ideata la sua teoria delle fibre unitive, che passino dall'esoplasma di una cellula a quello di un altro. Risulterà da ciò che descriverò in seguito, come questa teoria, almeno per le specie di epitelii di cui mi sono occupato, sia insussistente.

Feci oggetto di studio la mucosa della bocca, la pelle, lo zoccolo, gli epitelii gastrici del feto di vitello nei suoi varî stadi di sviluppo e le medesime parti del bue adulto. Mi servii per la ricerca così di dilacerazioni, come di sezioni, ed osservai i tessuti tanto a fresco non colorati, quanto fissati e colorati. Usai i liquidi maceratori, fissatori e coloranti comuni, ma ottenni i migliori risultati, fissando i pezzi in liquido di Hermann e trattandoli poi con tannino al 10 % (Kolosow, v. *Trattato Bolles. Lee.*).

Con questo metodo non vi ha bisogno di successiva colorazione, poichè le più minute particolarità della cellula spiccano in toni diversi di nero. Per differenziare la sostanza glicogenica usai la tintura di iodio, il violetto di genziana Erlich con successiva decolorazione in olio di bergamotto ed alcool (Bizzozero) (il glicogene si tinge di un violetto di tono diverso dal resto della cellula). Col metodo di Wan Ghieson (fuxina acida ed ac. picrico) il glicogene vien tinto in giallo chiaro.

Sempre confrontai i risultati ottenuti coi varî metodi di fissazione e di colorazione per assicurarmi di non aver provocato alterazioni artificiali in elementi così delicati. Feci dapprima oggetto di studio la pelle, la mucosa della bocca, lo zoccolo e gli epitelii gastrici di un embrione di vitello lungo 6 cm.

Le cellule dei primi strati (cellule generatrici) hanno (Fig. 3 *a*) forma regolarissima, presso a poco cilindrica, sono allineate al disopra della membrana basale, ripiene di sostanza glicogenica, e si trovano fra loro in intimo contatto, così che non esistono spazi intercellulari.

La membrana cellulare appare omogenea, e lascia trasparire il piccolo blocco di glicogene (Fig. 3 *b*), le fine granulazioni del protoplasma e un nucleo provvisto di un forte reticolo cromatinico.

Le cellule dello strato immediatamente al disopra sono unite alle sottostanti dello strato generatore, o per una linea di contorno comune alle due cellule (Fig. 3 *c*), o per filuzzi che traversano uno spazio intercellulare (Fig. 3 *d*). Esse sono poi separate le une dalle altre da uno spazio intercellulare, traversato da tratti di linea. Vedremo fra poco come questi tratti debbano essere interpretati. Sulla superficie della cellula appare un reticolo a maglie esagonali molto regolari. *Non potei in alcun modo, per quanto variamente aggiustassi il fuoco del microscopio, distinguere in un piano inferiore o superiore al reticolo alcuna punteggiatura. Il reticolo appariva d'aspetto uniforme in ogni sua parte, e nei punti d'intersezione delle maglie di esso, non si notava il benchè minimo ispessimento*. Esclusi quindi che i ponti (per ora li chiamo così) che apparivano ai lati della cellula, partissero dalle maglie del reticolo, poichè, aggiustando il fuoco del microscopio in un piano superiore a quello del reticolo stesso, i ponti provenienti da esso e dirigentisi in alto, ove veramente esistessero, avrebbero dovuto apparire in sezione ottica sotto forma di punti scuri. D'altra parte, se si trattasse di una membrana a struttura reticolata, avvolgente la cellula, e dalle cui maglie partissero i ponti intercellulari là, dove vi sono, p. e., 2 strati di cellule, abbassando gradatamente il tubo del microscopio, si dovrebbe vedere (Fig. 1ª) in piani successivi:

1° il reticolo della superficie inferiore della cellula superiore;

2° la sezione ottica dei ponti sotto forma di punticini;

3° un nuovo reticolo, appartenente alla superficie superiore della cellula sottostante.

I due reticoli poi assai difficilmente si corrisponderebbero. Già ho detto, come in nessun piano del preparato, anche là dove vi erano più strati di cellule, io riuscii a vedere le sezioni ot-

tiche di ponti. Ed oltre a ciò non vidi mai due reticoli, ma uno solo, poichè, abbassando il tubo del microscopio, io seguivo, come vedremo, i diversi piani di un prisma vuoto a sezione esagonale.

Alzando invece leggermente il tubo del microscopio, tutti i tratti di linea costituenti il reticolo appaiono chiari, mentre va gradatamente oscurandosi il centro di ciascuna maglia (Fig. 4). Il che è l'espressione di un centro depresso e di contorni in rilievo. Rilievi appunto sono le linee costituenti le maglie del reticolo, le quali non sono che le sezioni ottiche di sporgenze lamellari, limitanti fra di loro delle cavità a sezione esagonale. Fra cellula e cellula esistono quindi non delle linee, ma delle lamelle che limitano delle concamerazioni chiuse (Fig. 2). Ciascuna concamerazione è come una celletta a sezione esagonale, che ha per pavimento la superficie superiore della cellula inferiore, per soffitto la superficie inferiore della cellula superiore, e per pareti laterali le lamine intercellulari.

Le pareti di queste concamerazioni sono sottili e trasparenti, così che quelle che si dirigono in alto verso l'osservatore, si possono scorgere in sezione ottica, perchè, elevandosi dalla cellula, hanno un certo spessore, e così costituiscono le trabecole spiccate del reticolo; mentre di quelle lamelle che sono di fianco alla cellula, si scorgeranno soltanto quelle che si presentano di coltello, ed appariranno sotto forme di lineette, simulanti fra una cellula e l'altra i ponti lineari. Ma altre prove confermano che dalla superficie partono non delle spine, ma delle lamelle e sono:

1° Abbassando lentissimamente il tubo del microscopio, le linee che si notano fra due cellule, poste l'una di fianco all'altra, continuano a vedersi per buon tratto (Fig. 5-*b*), perchè si seguono in tal modo i vari piani di una lamina vista di coltello. Se questa poi è posta obliquamente, abbassando il tubo del microscopio, la linea non appare più netta, ma si fa più larga, perchè è l'espressione di una lamina vista in iscorcio. Se si trattasse invece di ponti lineari, questi scomparirebbero d'un tratto abbassando il tubo del microscopio, nè apparirebbe mai la figura descritta della lamina vista in iscorcio;

2° Osservando il preparato con luce obbliqua (coll'apparecchio unito all'Abbe), si vede che ciascuna linea limitante gli spazi poligonali del reticolo subisce una specie di sdoppiamento,

ed appare chiara dalla parte, donde viene la luce, rimanendo nell'ombra la parte opposta (Fig. 5). Ciò prova che quelle supposte linee sono dei rilievi, i quali se hanno una delle due faccie illuminate, appaiono visti dall'alto precisamente come indica la Fig. 5.

Prendendo ad esaminare le parti corrispondenti a quelle finora studiate in un feto, lungo 26 o 30 cm., già si hanno risultati diversi. Negli strati superiori di cellule il reticolo, che nel feto di 6 cm. appariva omogeneo senza punti nodali più scuri, qui invece possiede in ciascun punto d'incrocio delle sue trabecole un punto brillante spiccatissimo. In altre cellule persiste questo punto brillante, ed il reticolo si spezza, non restando che dei filuzzi partenti in varia direzione dai punti nodali (Fig. 6). Le cellule degli strati immediatamente al disopra dello strato di cellule generatrici sono tenute separate da ponti intercellulari, ma sulla superficie di esse non appaiono più le maglie di un reticolo omogeneo, bensì quei punti brillanti, che descrissi, da cui possono o no staccarsi dei filuzzi residui delle trabecole di un antico reticolo. Vediamo come debbano essere interpretate queste figure.

Già notammo, come nell'embrione giovanissimo (6 cm.) fra cellula e cellula esistano delle commerazioni chiuse. La circolazione dei succhi nutritori del tessuto, i quali passino fra cellula e cellula per mezzo degli spazi interspinosi (descritti per per la prima volta da Bizzozero (3), e poi ristudiati da molti altri autori, fra i quali W. Flemming (5) nel 1895), è qui impedita, poichè spazi interciliari non esistono. Questo fatto non ci può meravigliare, se pensiamo alla nessuna o minima necessità, che il tessuto epidermico e le mucose hanno di succhi nutritori, in un individuo così giovane, in cui pochissimi sono gli strati di cellule epidermiche, ed in cui non vi è rinnovamento cellulare, perchè non vi è corneificazione e sfaldamento delle cellule superficiali. Ma quando il feto cresce, ed aumentano gli strati di cellule epidermiche, e comincia il bisogno di rinnovare gli strati di cellule, che cornificate si eliminano, allora vi è necessità di succhi nutritori, e noi dobbiamo ricercare la causa della rottura del reticolo non già nell'invecchiare delle cellule, ma nelle esigenze della fisiologica nutrizione di esse.

Le cellule debbono esser tenute lontane le une dalle altre,

pel passaggio dei succhi, ma nello stesso tempo debbono essere saldamente unite fra loro, in modo che il tessuto non si disgreghi, ed a soddisfare questo doppio bisogno, fu necessario da un lato l'assottigliamento e l'atrofia progressiva delle lamine costituenti le concamerazioni chiuse; dall'altro il persistere ed il progressivo rinforzarsi degli spigoli, dirò così, di queste concamerazioni, cioè delle linee secondo le quali le pareti di esse si intersecavano. È chiaro che, viste dall'alto, sulla superficie superiore della cellula, queste trasformazioni si manifestano anzitutto coll'apparizione e col farsi più spiccati dei punti nodali, e coll'assottigliamento delle linee costituenti il reticolo, ed in uno stadio successivo, colla permanenza dei punti nodali, e colla scomparsa delle linee che li collegavano. Successivamente con passaggi graduati (Fig. 6 e 8), i quali possono trovarsi talora compendiati in una sola cellula (Fig. 7), si arriva alla forma cellulare esistente nel bue adulto, in cui nel mezzo della superficie cellulare, essendo le spine viste verticalmente, appaiono come punti brillanti, mentre a mano a mano che si procede verso gli orli della cellula, sembrano allungarsi sempre più, fino a che acquistano la loro massima lunghezza ai lati della cellula (fatto dovuto alla convessità della superficie cellulare) (Fig. 9).

È naturale che quest'ultima forma si trovi pure negli strati immediatamente al disopra delle cellule formatrici in feti avanzati di sviluppo, poichè è in quegli strati appunto che si trovano le cellule neoformate, quelle ad evoluzione più avanzata, e quindi le più simili a quelle che si troveranno nell'adulto; mentre le cellule degli strati superiori, che sono più vecchie, conservano ancora una forma più embrionale (reticolo interrotto).

La punteggiatura delle cellule degli strati inferiori non deve quindi considerarsi (come fa Ide Manille) come uno stadio precedente a quello del reticolo delle cellule superiori, bensì come uno stadio susseguente ad esso, nell'evoluzione verso la forma cellulare dell'adulto. Questa evoluzione poi pare avvenga più presto nella pelle che non nella mucosa della bocca, poichè nel medesimo feto, in cui sulle cellule degli strati superficiali di questa troviamo ancora un reticolo, in quelle della pelle invece esso va rompendosi e compaiono i punti nodali splendenti.

Che l'interrompersi del reticolo non dipenda da invecchia-

mento della cellula è dimostrato dal fatto, che in feti avanzati di sviluppo si trovano cellule di tal genere, anche immediatamente al disopra delle cellule generatrici; che non dipenda da ingrossamento della cellula, come si potrebbe supporre, è dimostrato dal fatto, che alcune delle cellule dell'adulto, le quali presentano la struttura descritta, sono più piccole, che non alcune di quelle del feto, che hanno il reticolo. Esaminando l'epitelio linguale e gli epitelii del reticolo, del foglietto e del rumine, in feti di età sempre maggiore venendo fino all'adulto si scorgono le medesime particolarità finora descritte per le cellule degli altri epitelii, se non che il reticolo della superficie cellulare possiede in questi ultimi casi delle maglie assai più strette, e corrispondentemente (secondo l'evoluzione descritta) sono assai più frequenti i puntini sulla superficie delle medesime cellule nell'adulto. Le cellule dell'epitelio pavimentoso stratificato che riveste il cordone ombelicale, sono unite fra loro da ponti intercellulari, nè mai, in alcun momento della loro evoluzione, riuscii a vedere traccie di reticolo sulla loro superficie.

Il D^r Ide Manille (2), studiando alcune cellule cancerose, vide presso a poco la medesima figura, che io descrissi per le cellule epiteliali del bue adulto, e volle tuttavia, per analogia (?) colle cellule dell'embrione di vitello, supporvi un reticolo, che egli dice però più volte di non avere mai visto in tali cellule. Egli tende così a generalizzare la struttura reticolata della membrana cellulare, ed anzi dal fatto che negli animali inferiori e nei vegetali la membrana cellulare è assai spesso reticolata, trae argomento per concludere che il reticolo in questione appartiene alla membrana cellulare. A me pare errato, poichè per quasi nessuna cellula dei tessuti degli animali superiori fu descritta una membrana reticolata, il volerla ad ogni costo supporre anche là, dove non la si vede in alcun modo; ed ho infatti dimostrato, come anche in quelle cellule, dove apparentemente esisterebbe, non si tratti di una struttura della membrana, ma di apparati intercellulari, dipendenti da una membrana continua ed omogenea.

Può a prima giunta sembrare strano che un tale apparato intercellulare subisca la trasformazione che vedemmo, ma aggiungerò, a conferma di queste mie osservazioni, una particolarità già vista da Flemming nel 1878 (10) in alcune cellule

epidermiche della larva della salamandra, che cioè la superficie di tali cellule presenta una specie di reticolo a maglie interrotte, formate da lineette, che egli interpretò come lamelle dirigentisi verso l'osservatore e viste in sezione ottica. Ricorderò ancora un'osservazione fatta da Bizzozero per le cellule cornee dell'epitelio boccale dell'uomo, e confermata da Zanda in una numerosissima serie di altri animali. Che cioè, come ognun può verificare esaminando una goccia della propria saliva a forte ingrandimento, sulla superficie delle cellule cornee, che si staccano dalla mucosa boccale per cadere nella saliva, si nota una finissima striatura a linee parallele, talora invece formanti delle eleganti figure concentriche, mentre ai lati della cellula notasi una fina seghettatura.

Le striature non sono che l'espressione ottica di lamelle, che partono dalla superficie cellulare. Esse poi derivano dallo accollamento di quei ponti intercellulari, propri delle cellule degli strati inferiori, come si può vedere nei passaggi graduali dalla punteggiatura delle cellule giovani alla striatura delle cellule corneificate. Vi è dunque in questo caso la trasformazione delle spine in lamelle, laddove nel mio caso si ha la trasformazione di lamelle in spine.

Gli apparati intercellulari dunque non hanno forma fissa e variano a seconda dell'età dell'individuo e della cellula.

Da tutto quanto fu esposto, risulta pure come la teoria dell'Heitzmann (7), che cioè le cellule comunichino fra loro per prolungamenti protoplasmatici, e che quindi il plasma passi da una cellula all'altra per mezzo di essi, debba lasciare il posto all'altra teoria sostenuta da Bizzozero, da Koelliker (8), da Ide Manille (2) e da molti altri autori, che cioè i ponti intercellulari mentre servano a tenere unite le cellule fra loro, abbiano pure il còmpito di impedire il loro intimo contatto, perchè si possano costituire gli spazi interspinosi, dove circolino i succhi e i materiali nutritori del tessuto.

Conclusioni. — Esistono fra le cellule epiteliali dell'embrione giovanissimo di vitello delle concamerazioni chiuse a sezione poligonale. In feti di maggior mole pel successivo assottigliarsi delle lamine costituenti le pareti laterali delle concamerazioni, e per l'irrobustirsi delle linee che segnano le loro intersezioni

(quasi che in queste venisse assorbita quella materia che costituiva le lamine), si viene ad una forma (adulto), in cui non restano fra cellula e cellula che fili a guisa di ponti; tra questi fili rimangono degli spazi, nei quali circolano i succhi nutritori del tessuto.

Al Chiar^{mo} Prof^{re} Bizzozero che, durante questo mio studio, mi fu largo di consigli e di aiuto, rendo qui i miei più vivi ringraziamenti.

Istituto di Patologia generale diretto dal Prof. G. Bizzozero.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1. — Schema secondo la teoria di Ide Manille: fra due cellule *a* e *b* esistono i ponti *d* che uniscono i vertici di ciascuna maglia delle membrane reticolate *c*.

Fig. 2. — Schema secondo la mia teoria: fra due cellule *a* e *b* esistono delle lamelle *d*.

Fig. 3. — Frammento di mucosa boccale; feto bovino lungo 6 cm.: *a*, cellule generatrici — *b*, glicogene — *d*, aspetto della superficie cellulare.

Fig. 4. — Aspetto della superficie cellulare ponendo il fuoco del microscopio in un piano superiore a quello con cui è vista la fig. 3 *d*.

Fig. 5. — Aspetto della superficie cellulare osservando il preparato con luce obliqua: *b*, lamelle intercellulari.

Fig. 6. — Cellule della mucosa boccale di un feto bovino lungo cm. 50.

Fig. 7. — Cellula del medesimo feto in cui si scorgono tutti i passaggi dal reticolo alla punteggiatura.

Fig. 8. — Cellula della mucosa boccale di un feto bovino lungo 1 metro.

Fig. 9. — Cellula della mucosa boccale di bue adulto (isolata in liquido di Müller).

BIBLIOGRAFIA

1. Ide Manille — *La membrane des cellules du corps muqueux de Malpighi.* " La Cellule ", tome IV, 2° fasc., 1888.
2. Id. — *Nouvelles observations sur les cellules épithéliales.* " La Cellule ", tome V, 2° fasc., 1889.
3. Bizzozero — " Rendiconti del R. Istituto Lombardo ", vol. III, fasc. 16.
4 Id. — *Sulla struttura degli epitelii pavimentosi stratificati,* " Arch. per le Scienze mediche ", vol. IX, N. 19.
5. W. Flemming — *Ueber intercellularlücken des epithels und ihren inhalt,* 1895.
6. Luigi Zanda — *Su di una particolarità di struttura degli epitelii pavimentosi stratificati,* " Lo Spallanzani ", 1890.
7. Heitzmann — *Das Verhältniss zwischen protoplasma und Grundsubstanz in Thierkörper,* " Comptes-rendus de l'Acad. imp. de Vienne ", 1893.
8. Koelliker — *Handbuch der gewebelehre des Menschen,* 1889.
9. W. Flemming — *Zellsubstanz Kern- und Zelltheilung.* Leipzig, 1882, pag. 54, fig. B e tav. II, fig. 19.
10. Id. — " Arch. f. mikr. anat. ", Bd. 1878, pag. 243 e fig. 5, tav. XV.

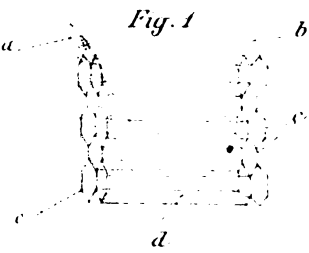



Fig. 1

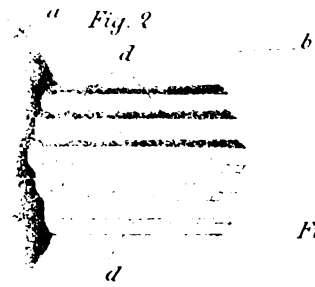



Fig. 2

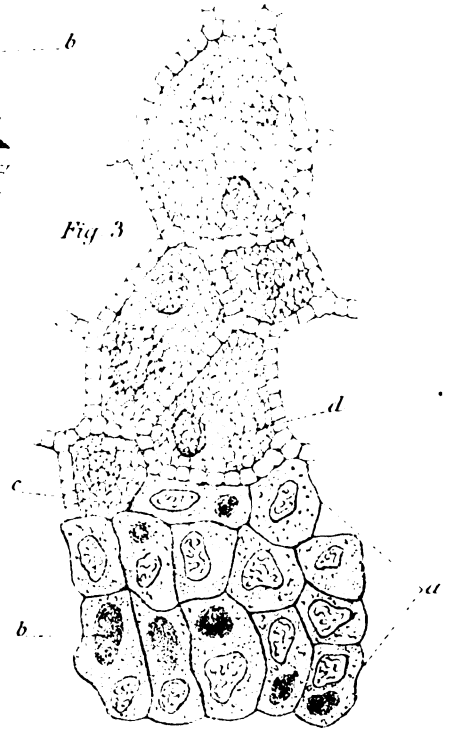



Fig. 3

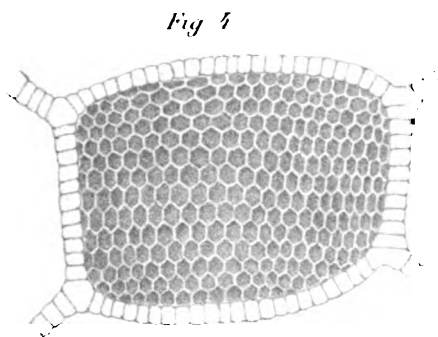



Fig. 4

Fig. 5

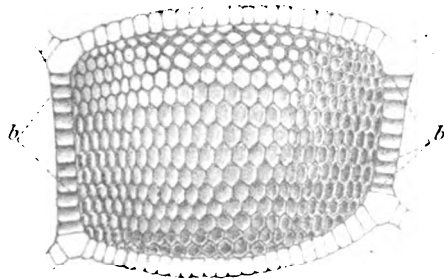



Fig. 6

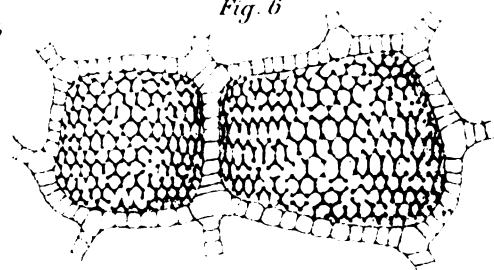



Fig. 7

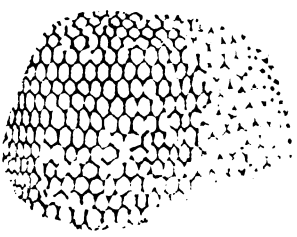



Fig. 8

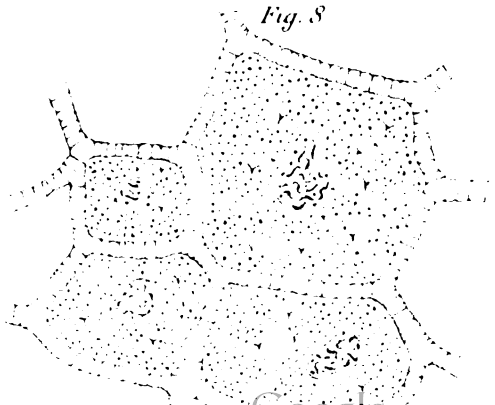



Fig. 9

Sul calcolo dell'errore medio di un angolo nel metodo delle combinazioni binarie;

Nota del Prof. PAOLO PIZZETTI.

Negli *Atti* di questa R. Accademia il prof. JADANZA pubblicava, circa un anno fa (*), una interessante comunicazione destinata a porre in evidenza come il modo di calcolo dell'errore medio di un angolo, seguito dall'ISTITUTO GEOGRAFICO MILITARE per le stazioni osservate col metodo *binario*, dia in realtà alle misure angolari una apparenza di precisione di molto superiore alla vera.

Il prof. JADANZA ha fatto cosa veramente benemerita richiamando gli osservatori ad un più cauto apprezzamento della precisione dei risultati. E per vero, pur accordando alla consueta teoria degli errori tutto quel tributo di ammirazione che alla su bellezza è dovuta, non sarà mai eccessiva negli studiosi la cura di porre in luce gli inconvenienti cui si espone chi in quella teoria troppo ciecamente si fida.

Ci sembra tuttavia che il JADANZA abbia, nelle sue conclusioni, per quel che riguarda l'*error medio di un angolo osservato*, esagerato un poco in senso *pessimista,* ed egli vorrà permetterci di svolgere qui alcune elementari formole che conducono a modificare alquanto i suoi risultati numerici.

1. — Terremo le notazioni del prof. Jadanza, sostituendo soltanto, per comodità di scrittura, i simboli x_2, x_3, ... x_n a quelli:

$$[12], [13], \dots [1n]$$

per denotare i valori più convenienti degli angoli che la direzione (1) fa colle (2) (3) ... (n).

(*) JADANZA, *Alcune osservazioni sul calcolo dell'error medio di un angolo nel metodo delle combinazioni binarie.* Adunanza del 19 giugno 1898.

Una stazione completa, a osservazioni binarie, con n direzioni dà luogo ad $\frac{n(n-1)}{2}$ equazioni di uno dei tipi:

$$x_r - (1r) = v_{1r}$$
$$-x_r + x_s - (rs) = v_{rs} \ (^*).$$

Trattandole col noto metodo dei minimi quadrati si ottengono le $n-1$ equazioni normali:

$$(n-1)x_2 - x_3 - \dots - x_n = (12) - (23) - (24) - \dots - (2n)$$
$$-x_2 + (n-1)x_3 - \quad - x_n = (13) + (23) - (34) - \dots - (3n)$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$-x_2 - x_3 - \dots - (n-1)x_n = (1n) + (2n) + (3n) + \dots + (n-1, n).$$

Dalla risoluzione di queste si ottengono le ben note espressioni di $x_2, x_3 \dots x_n$. Risolvendo poi le corrispondenti *equazioni del peso*, si trova facilmente che il *peso* di ognuna di queste incognite è $\frac{n}{2}$. Quindi se m è l'error medio di ognuno degli angoli che figurano nei 2[i] membri delle equazioni normali, l'error medio di ciascun dei valori *calcolati* $x_2, x_3 \dots$ sarà:

$$\mu = m\sqrt{\frac{2}{n}}. \tag{1}$$

Quanto ad m, se esso non è noto per altra via, la sua valutazione *a posteriori* ha luogo, secondo la teoria generale, colla formola:

$$m = \sqrt{\frac{[v^2]}{\frac{n(n-1)}{2} - (n-1)}} = \sqrt{\frac{2[v^2]}{(n-1)(n-2)}}. \tag{2}$$

(*) Nelle pubblicazioni dell'I. G. M. sono assunti, come dati d'osservazione le *direzioni* osservate e non gli angoli, e gli errori medii ivi segnati si riferiscono alle *direzioni*. Trattandosi di osservazioni *binarie* è lecito (ed assai conveniente per ragion di semplicità) assumere invece col Jadanza come dati le misure angolari. Ma di ciò si deve tener conto nel paragonare gli errori medii dati dall'I. G. M. con quelli dati da Jadanza e da me.

Sostituendo nella (1) si ha:

$$\mu = \sqrt{\frac{4[v^2]}{n(n-1)(n-2)}} . \tag{4}$$

Se poi ognuno degli angoli dati (rs) è la media di k osservazioni, l'errore medio di ciascuna di queste sarà:

$$m_0 = m\sqrt{k} = \sqrt{\frac{2k[v^2]}{(n-1)(n-2)}} \text{ (*)}. \tag{3}$$

Non vi ha dunque *teoricamente* obbiezione contro l'impiego di questa formola che, *mutatis mutandis*, è quella usata dall'I. G. M. Ma non bisogna dimenticare che il calcolo *a posteriori* dell'error medio può soltanto meritare fiducia quando il *denominatore* nell'espressione di m (ossia la differenza fra il numero delle osservazioni e il numero delle incognite) *sia abbastanza grande*.

Quando invece questo denominatore è piccolo, una fortunata combinazione conduce molte volte, come avviene nei casi citati dal JADANZA, ad un troppo tenue apprezzamento dell'errore medio. È pertanto vero merito del JADANZA aver segnalata, e con esempi dimostrata la convenienza di risalire alle *testimonianze originali*, ossia ai risultati diretti delle k osservazioni di ogni angolo, per valutare con più sicurezza la precisione di quelle.

2. — Applichiamo pertanto il metodo precedente alle $\frac{n(n-1)}{2}k$ osservazioni originali. Otterremo altrettante equazioni di uno dei due tipi:

$$v'_{1r} = x_r - (1\,r)'$$
$$v'_{rs} = -x_r + x_s - (rs)'$$

(*) Partendo da queste formole, la (4) può anche dimostrarsi così. Ognuno dei valori trovati $x_2, x_3 \ldots$ è la media, non già di nk osservazioni di egual peso, ma bensì di k osservazioni di peso 1 e di $(n-2)k$ osservaz. di peso $\frac{1}{2}$, dove si assuma come unità di peso una osservazione di error medio m_0. L'error medio μ sarà dunque dato da

$$\mu = \frac{m_0}{\sqrt{k+(n-2)\frac{k}{2}}} = m_0\sqrt{\frac{nk}{2}} = \sqrt{\frac{4[v^2]}{n(n-1)(n-2)}} ,$$

dove t è un indice (non un esponente) variabile da 1 a k. Ne dedurremo $n-1$ equazioni normali, che dànno per $x_2, \dots x_n$ gli stessi valori di prima. I coefficienti di queste equazioni normali (*) sono:

$$\begin{matrix} (n-1)k, & -k, & -k, \dots & -k \\ -k, & (n-1)k, & -k, & -k \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -k, & -k, & -k, & (n-1)k. \end{matrix}$$

Quindi il *peso* di ogni incognita è $\frac{2}{nk}$. E l'errore medio dell'unità di peso:

$$m = \sqrt{\frac{2[v^2]}{(kn-2)(n-1)}}. \tag{5}$$

L'errore medio di ognuno dei valori calcolati x_2, x_3 ... sarà dunque:

$$\mu = m\sqrt{\frac{2}{nk}} = \sqrt{\frac{4[v^2]}{nk(nk-2)(n-1)}} \text{ (**)}. \tag{6}$$

Applicando le formole (5) e (6) agli esempi citati dal JADANZA, nei quali, è bene notare, ognuno dei valori *dati* $(rs)^t$ è la media di due osservazioni, una *destra* e una *sinistra*, otteniamo:

Stazione di Rioburent

$m = 1'',42$, e secondo Jadanza $1'',70$
$\mu = 0'',37$, " $0'',31$.

Estremo Nord Base Ticino

$m = 1'',27$, e secondo Jadanza $1'',37$
$\mu = 0'',32$, " $0'',25$.

Estremo Sud Base Ticino

$m = 1'',25$, e secondo Jadanza $1'',45$
$\mu = 0'',32$, " $0'',265$.

(*) Per avere il valore della r^{esima} incognita da un tal sistema di equazioni, basta aggiungere alla r^{esima} equazione, la somma di tutte le $n-1$ equazioni.

(**) È superfluo dire che queste formole non sono che casi particolari di altre ben note relative a casi meno semplici.

La nostra formola (5) dà dunque per m un valore *sistematicamente più piccolo* di quello dato dal JADANZA. Non è difficile vedere da che dipenda la differenza, e come, con una piccola modificazione ai calcoli di Lui, si possa farla sparire o quasi.

Se vogliamo calcolare, seguendo la via tenuta dal JADANZA, l'error medio di ogni osservazione, potremo ragionare così: Attribuiamo, per comodità di calcolo, il peso 2 ad ognuna delle date osservazioni; noi abbiamo allora, per l'angolo (12), k osservazioni di peso 2 che sono:

$$(12)^1, \ldots (12)^k$$

e $k(n-2)$ osservazioni di peso 1 che sono:

$$(13)^1-(23)^1, \ldots, (13)^k-(23)^k$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$(1n)^1-(2n)^1, \ldots, (1n)^k-(2n)^k.$$

Fatte le differenze v (*) fra questi valori e il valore calcolato x_2, l'error medio dell'unità di peso, potrà, in virtù di una ben nota formola, valutarsi con:

$$m'=\sqrt{\frac{[pv^2]}{N-1}}$$

dove N è il *numero* delle osservazioni, nel caso nostro $k(n-1)$.

Quindi l'error medio di ognuna delle date osservazioni sarà esprimibile con:

$$m_{12}=\frac{m'}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{[pv^2]}{2k(n-1)-2}}\,. \tag{7}$$

E l'error medio della media sarà:

$$\mu_{12}=\frac{m'}{\sqrt{[p]}}=\frac{m'}{\sqrt{kn}}=m_{12}\sqrt{\frac{2}{kn}}\,. \tag{8}$$

(*) Questi v non sono da confondere con quelli che figurano nelle (5) (6).

Applichiamo queste formole agli esempi precedenti. Otterremo per Rioburent:

$$m_{12} = \sqrt{\frac{87,2875}{46}} = 1'',38 \qquad \mu_{12} = \frac{1,38}{\sqrt{15}} = 0'',36.$$

E similmente:

$$m_{13} = 1,23, \qquad m_{14} = 1,33, \qquad m_{15} = 1,48$$
$$\mu_{13} = 0,32, \qquad \mu_{14} = 0,31, \qquad \mu_{15} = 0,38.$$

E in media: $m = 1,36 \qquad \mu = 0,35$

Per l'estremo Nord Base Ticino:

$$m_{12} = 1,39, \qquad m_{13} = 1,02 \quad \text{medie} \quad 1,22$$
$$\mu_{12} = 0,36, \qquad \mu_{13} = 0,26 \quad \text{"} \quad 0,31.$$

Per l'estremo Sud Base Ticino:

$$m_{12} = 1,30, \qquad m_{13} = 1,23 \quad \text{medie} \quad 1,27$$
$$\mu_{12} = 0,35, \qquad \mu_{13} = 0,32 \quad \text{"} \quad 0,34.$$

Questi risultati sono ben poco diversi da quelli ottenuti colle formole (5) e (6).

Il JADANZA impiega, in luogo della (7), la formula:

$$m_{12} = \sqrt{\frac{[pv^2]}{nk-1}}$$

che non ci sembra giustificata dalle regole generali della teoria degli errori.

Per passare dai numeri dati dalle formole (7) (8) del JADANZA a quelli che si ottengono colle nostre (7) (8) basta moltiplicare i primi rispettivamente per:

$$\sqrt{\frac{nk-1}{2k(n-1)-2}} \qquad \text{e per} \qquad \sqrt{\frac{nk-1}{k(n-1)-1}}.$$

Gli errori medî segnati nella tabella che si trova al termine della Nota del prof. JADANZA, diventano così:

	colle nostre formole (7)	(8)	secondo Jadanza		Valori di	
	m	μ	m	μ	n	k
M. Bezimauda. .	1″,34	0″,31	1″,75	0″,29	7	5
M. Settepani . .	1,48	0,38	1,91	0,35	6	5
M. Bignone . .	1,49	0,38	1,71	0,31	3	10
M. Torre . . .	1,64	0,43	2,07	0,38	5	6
M. Mongioie . .	2,02	0,51	2,55	0,46	5	6
M. Monnier . .	1,54	0,40	1,76	0,32	3	10
M. Rioburent . .	1,36	0,35	1,70	0,31	5	6
M. Pagliano . .	1,04	0,25	1,36	0,23	7	5
M. Musinè. . .	1,10	0,29	1,42	0,26	6	5
M. Vesco . . .	1,21	0,25	1,53	0,22	5	10
Crea	1,29	0,31	1,69	0,29	7	5
Biandrate . . .	1,02	0,26	1,34	0,24	8	4
Mondovì . . .	1,40	0,36	1,81	0,33	6	5
Pavia	1,05	0,27	1,35	0,25	6	5
M. Aiguille Rouge	1,64	0,41	2,00	0,35	4	8
M. Colma . . .	1,37	0,35	1,77	0,32	6	5

I valori di n e k li abbiamo, s'intende, ricavati dal volume " *Osservazioni azimutali eseguite dal 1877 al 1881* " dell'Istituto Geografico Militare.

L'error medio dell'osservatore Jadanza risulterebbe così in media di 1,37 anzichè 1,73. E si può osservare che i valori di m dedotti dalle singole stazioni oscillano, nella nostra colonna, fra limiti meno larghi (1,02 — 2,02) che non nell'altra (1,34 — 2,55).

Osserveremo ancora, che mentre le nostre formole conducono ad attribuire ad m un valore più piccolo di quello calcolato dal Jadanza, aumentano invece sistematicamente il valore di μ; per modo che gli errori medî definitivi degli angoli compensati in ogni stazione sarebbero, secondo noi, ancor più forti di quelli indicati dal nostro egregio Collega dell'Università di Torino.

I fossili senoniani dell'Appennino centrale che si conservano a Perugia nella Collezione Bellucci;

Nota del Dott. GUIDO BONARELLI.

(Con una tavola).

Ringrazio vivamente l'ottimo ed illustre amico prof. GIUSEPPE BELLUCCI, di avermi concesso lo studio e la determinazione di alcuni fossili senoniani da lui raccolti nell'Appennino Centrale.

Sono in tutto 19 esemplari che riferisco alle forme seguenti:

Stenonia tuberculata (DEFR.), [= *Echinocorys tuberculatus* D'ORB., 1853, Échin. crét., p. 67 (*c. syn.*), T. 807]; già riscontrata nella " Scaglia „ veneta (D'ORB.) e nei calcari a *Stegaster* ed *Ovulaster* di Mancha Real, nei Pirenei (riferiti dal SEUNES (1) al Senoniano sup.).

N. **2900** (2). Esemplare della Scaglia rosata del versante occidentale del Monte Nerone, in prov. di Urbino-Pesaro.

N. **1616**. Esemplare alquanto eroso, ma di non dubbia determinazione raccolto nella Scaglia rosata dei dintorni di Sassoferrato, in prov. d'Ancona.

N. **6218**. Esemplare abbastanza ben conservato, di piccole dimensioni. Proviene dalla Scaglia rosata dei dintorni di Visso, nei Monti Sibillini, in prov. di Ascoli-Piceno.

Offaster globulosus (P. DE LOR.) [1882, Échin. de Camerino, p. 10, T. I, fig. 2, 3]; già riscontrato nella Scaglia rosata, dal CANAVARI e da altri, in parecchie località dell'Appennino Centrale.

N. **4581**. Esemplare della Scaglia rosata dei dintorni di Visso, nei Monti Sibillini, in prov. di Ascoli-Piceno.

N. **6217**. Esemplare della Scaglia rosata della Penna S. Giovanni, presso Sarnano, in prov. di Macerata.

(1) " Bull. Soc. géol. Fr. „, serie 3ª, vol. XVI, 1888, pag. 820.

(2) Questi numeri si riferiscono al Catalogo della Collezione BELLUCCI.

Stegaster subtrigonatus (CAT.), [= *Cardiast. subtrigonatus,* P. DE LOR., 1882, Échin. de Camerino, p. 11 (*syn. emend.*), T. 1, fig. 4]; descritto per la prima volta dal CATULLO tra i fossili della Scaglia veneta; raccolto quindi dal CANAVARI nella scaglia rosata dei dintorni di Camerino, in prov. di Macerata.

N. **1811**. Esemplare della Scaglia rosata di Penne, presso Visso, nei Monti sibillini, in prov. di Ascoli-Piceno.

N. **5195**. Un bellissimo esemplare; il più grande fra quelli che riferisco a questa forma; proviene dalla Scaglia rosata di Penne, presso Visso, nei Monti sibillini in prov. di Ascoli-Piceno.

N. **4565**. Esemplare ben conservato, raccolto a Taverne, presso Macerata, in prov. di Macerata.

N. **4262**. Raccolto erratico sopra la alluvione quaternaria a Costano, presso Bastia, prov. dell'Umbria.

N. **4669**. Frammento dell'apice ambulacrale, allo stato siliceo (come silicei, nel nucleo, sono quasi tutti gli esemplari di Echini che formano il principale argomento di questo mio studio). Fu raccolto erratico nelle vicinanze di Ponte d'Assi, nella pianura di Gubbio, in prov. dell'Umbria, a circa 7 km. di distanza dai giacimenti più prossimi, della Scaglia rosata, di Monte Ingino sopra Gubbio.

N. **4535**. Frammento di nucleo siliceo, riconoscibile appena per lo aspetto d'una porzione d'ambulacro. Non oserei dare per certa la determinazione specifica di questo frammento che fu raccolto erratico presso il Tevere, nella località detta "Il Bosco" a 9 km. da Perugia, in prov. dell'Umbria.

N. **3116**. Un bellissimo e ben conservato esemplare allo stato di *moule* e di piccole dimensioni. Raccolto erratico sopra il conglomerato (Villafranchiano) di Brufa (versante est), tra Perugia e Bastia, in prov. dell'Umbria (v. fig. 3 della Tav.).

Stegaster cfr. ***subtrigonatus*** (CAT.). Riferisco per confronto a questa forma [v. sopra], alcuni esemplari che differiscono dai tipici per avere l'apice ambulacrale meno rilevato e la porzione posteriore della faccia superiore più convessa.

N. **6380**. Esemplare della Scaglia rosata della Villa di Costacciaro (pendici occidentali del Monte Cucco), in prov. dell'Umbria.

N. **5704**. Raccolto erratico presso Galvana, nella pianura di Gubbio (estremità S. E.) in depositi quaternarii che immediatamente sovrastanno ad un conglomerato (Villafranchiano) essenzialmente costituito da ciottoli (calcarei e silicei) di roccie mesozoiche.

N. **5558**. Raccolto erratico sopra il conglomerato (Villafranchiano) dei dintorni di Brufa, tra Perugia e Bastia in prov. dell'Umbria (v. fig. 4 *a, b* della Tav.).

Stegaster cfr. ***planus*** (Ag.), [= *Nucleolites obesus* Cat., 1828, Zool. foss., p. 227, T. II, fig. B, *b*.], [cfr. *Olaster Planus* d'Orb., 1853, Échin. crét., p. 116, T. 821; " Craie blanche de Fécamp (Seine inf.), de Sens, de Lewes (Sussex); v. Desor, 1855, Synops.].

N. **6216**. Esemplare della Scaglia rosata dei dintorni di Visso, nei Monti sibillini, in prov. di Ascoli-Piceno (v. fig. 5 *a, b* della Tav.). Corrisponde assai bene alle figure ed alla diagnosi date dal Catullo del suo " *Nucleolites obesus* ". Differisce dalle figure del d'Orbigny, che or ora ò citato, per avere una base circolare ed il foro anale più grande. Si trova allo stato di modello interno come l'esemplare a fig. 8 disegnato nella tav. cit. del d'Orbigny.

Scagliaster italicus (Ag.), [= *Cardiastes Italicus* d'Orb., 1853, Échin. crét., p. 142, T. 831], fossile della Scaglia veneta già indicato dallo Zittel e da altri autori tra i fossili dell'Appennino Centrale. P. de Loriol (1882, op. cit., p. 11) considerava questa forma come sinonimo di *Cardiaster (Stegaster) subtrigonatus* (Cat.), ma le figure tipiche di queste due forme presentano troppo numerosi e distinti caratteri differenziali, perchè una tale identificazione possa ritenersi accettabile.

N. **5674**. Esemplare della Scaglia rosata di Colle di Serra presso Sassoferrato in prov. di Ancona (v. fig. 1 *a, b*, della Tav.).

Scagliaster (?) es. ind.; di piccole dimensioni (lunghezza mm. 34,5 = 1; largh. mm. 31 = 0,90; alt. mm. 25,5 = 0,74), cordiforme, rigonfio; con apice ambulacrale eccentrico, spostato verso la regione posteriore. Ambulacri? Ambulacro impari situato dentro un solco molto profondo. Ano superficiale sopramarginale.

N. **5675**. Esemplare della Scaglia rosata di Col di Serra presso Sassoferrato, in prov. d'Ancona; troppo malconservato perchè io possa tentarne una determinazione specifica (v. fig. 6 *a*, *b* della Tav.).

Ptychodus Belluccii n. f. [= *Ptychodus latissimus* Priem, 1896, Craie phosphat. des Envir. de Péronne. B. S. g. Fr., 3. s., t. XXIV, p. 9, T. I, fig. 1-4]. A questa mia n. f. appartengono i più grossi denti di *Ptychodus* fino ad ora descritti. La forma di questi denti è rettangolare; le loro dimensioni oscillano fra i termini seguenti:

lungh., da mm. 55, a mm. 60
largh., „ 38, „ 45.

La superficie coronale di ciascun dente presenta ben distinte e delimitate la porzione mediana o regione medio-coronale e la porzione marginale o bordo della corona. La regione medio-coronale à una forma subrettangolare; il suo diametro longitudinale misura dai 40 ai 45 mm.; il suo diametro trasverso oscilla fra i 20 ed i 30 mm.; essa è adorna di pieghe in numero vario (da 10 a 14), lunghe, sottili, acute e parallele, non tutte uguali e sovente arcuate alle estremità. La quarta o la terza piega (talvolta ambedue), a partire dalla regione posteriore, si presentano, nel maggior numero dei casi, più corte delle altre e comprese fra le altre pieghe le quali girano intorno ad esse, saldandosi tra di loro alle estremità.

Il bordo coronale è provveduto di una granulazione caratteristica che si fa a poco a poco meno distinta e più minuta, a partire dalla regione medio-coronale fino a raggiungere il risvolto della corona. Del bordo coronale si possono distinguere quattro regioni: la regione anteriore molto ristretta, le regioni laterali alquanto larghe e minutamente granulose, la regione posteriore o convessa in cui la granulazione si presenta più grossolana.

Lo *Ptychodus Belluccii* n. f. si distingue notevolmente dalle forme tipiche dello *Ptychodus latissimus* Ag. [1833-43, Poiss. foss., p. 157 (*ex p.!*), T. 25 *a*, figg. 3, 4, 5, 6, 7] per il numero e le dimensioni proporzionali assai diverse delle pieghe coronali

che in questa forma di AGASSIZ non sono mai più di 7, nonchè per la maggior lunghezza di queste pieghe, talchè nella mia forma la regione medio-coronale si presenta rettangolare e non subquadrata.

L'esemplare descritto e figurato da AGASSIZ [1833-43, Poiss. foss., III, p. 157 (*ex p.!*), T. 25 *a*, fig. 8 (*caet. fig. excl.*)], come appartenente anch'esso allo *Ptychodus latissimus*, mentre dai tipi di questa forma per numerosi caratteri notevolmente si distingue, dovrà invece rientrare nella sinonimia del mio *Ptychodus Belluccii*. Esso presenta in comune, cogli esemplari maggiori di questa forma, lo irregolare andamento e lo stato di corrosione delle pieghe coronali, nonchè le sue notevoli dimensioni e le sue proporzioni.

Allo stesso PRIEM non isfuggì che i denti di Péronne da lui descritti [1896, op. cit., p. 10-11] come appartenenti a *Ptychodus latissimus* presentavano alcune somiglianze con lo *Ptychodus polygyrus* AG. Giova pertanto ricordare che con questo nome sono stati descritti e figurati dall'AGASSIZ parecchi esemplari che questo autore raggruppò in quattro varietà ben distinte, non escludendo che, col progresso degli studî, dovessero in seguito ritenersi come altrettante " specie „ diverse.

Vediamo ora quali differenze e quali somiglianze si possono riscontrare fra il mio *Ptychodus Belluccii* e questi quattro gruppi di *Ptychodus polygyrus* AG.:

1° gr. (forme tipiche) [1833-43, AGASS., op. cit., p. 156 (*ex p.*), T. 25, fig. 5, 10, 11; T. 25 *b*, fig. 23 (cop. da BUCKL.), (*caet. fig. excl.*)]. Si distinguono dallo *Ptychodus Belluccii* per avere: minori dimensioni; pieghe della regione medio-coronale meno avvicinate; regioni laterali del bordo molto più ristrette.

2° gr. [1833-43, AGASS., op. cit., p. 156 (*ex p.*), T. 25, fig. 6, 7, 8 *caet. fig. excl.*) = *Ptychodus marginalis* AG.]. Si distinguono dallo *Ptychodus Belluccii* per avere: pieghe coronali diverse per numero e lunghezza; regione anteriore del bordo assai più larga; granulazioni del bordo stesso più grossolane.

3° gr. [1833-43, *Ptychodus polygyrus* var. *marginalis* ex p. AGASS., op. cit., p. 156 (*ex p.*), T. 25, fig. 4 (*caet. fig. excl.*), = *Ptychodus* n. f.]. Questa fig. presenta alcune analogie con gli esemplari tipici del mio *Ptychodus Belluccii*, sia per il numero e la lunghezza delle pieghe coronali, sia per lo aspetto della gra-

nulazione del suo bordo. In essa peraltro le regioni laterali del bordo sono molto più ristrette e le pieghe coronali molto più regolari ed uguali in lunghezza.

4° gr. [1833-43, *Ptychodus polygyrus an sulcatus* ex p. AGASS., op. cit., p. 156 (*ex p.*), T. 25 *b*, fig. 21 = *Ptychodus* n. f.]. Si distingue assai bene dagli altri gruppi e dal mio *Ptychodus Belluccii* per avere una forma subquadrata con bordo ristrettissimo, nonchè le pieghe coronali più numerose e stipate.

N. **4257**. Esemplare raccolto dallo scalpellino Pennicchi di Perugia nella Cava del Porello presso Sigillo, versante occidentale del Monte Cucco, in prov. dell'Umbria. (In detta cava affiorano, oltre la Scaglia rosata, parecchi strati del sottostante " Calcare rosato ".

Calamitopsis f. — Sono descritti dal VON DEM MARK, per la Creta di Haldem in Westfalia (Campaniano), alcuni tronchi di Equisetacee che per le loro affinità colle *Calamites* vennero da questo autore distinte col nome di *Calamitopsis*. A questo genere va riferito (1) un esemplare della Collezione BELLUCCI;

N. **3333**. Raccolto ad Isola, presso Macerata, in prov. omonima. (V. fig. 8 *a*, *b* della Tav.).

Si ànno adunque, nel materiale da me studiato, le seguenti 9 forme:

* *Stenonia tuberculata* (DEFR.) (2).
Offaster globulosus P. DE LOR.
Stegaster subtrigonatus (CAT.).
* " cfr. *subtrigonatus* (CAT.).
* " cfr. *planus* (d'ORB.).
Scagliaster italicus (AG.).
* " (?) f. ind.
* *Ptychodus Belluccii* n. f.
* *Calamitopsis*

(1) Ringrazio vivamente i proff. BASSANI e SORDELLI, nonchè l'ottimo amico Dott. DE ALESSANDRI per avermi fornito preziose informazioni relative alla determinazione generica e specifica di questo fossile.

(2) Sono segnate con asterisco le forme che oggi, da me, per la prima volta, vengono citate per la Scaglia rosata dell'Appennino centrale.

la maggior parte delle quali risulta essere peculiare e caratteristica della Scaglia rosata Veneto-appenninica. Fanno eccezione: la *Stenonia tubercolata* (DEFR.) e lo *Ptychodus Belluccii* n. f.

La *Stenonia tuberculata* fa parte dei fossili di Mancha Real che MUNIER CHALMAS, seguendo i dati paleontologici che gli venivano forniti dai lavori di VERNEUIL, di NICKLÈS e di SEUNES riferiva, nel 1891 [Tithon., Crét. et Tert. du Vicent. p. 11], al Daniano; ma io veramente non saprei se questo autore comprendeva allora nel Daniano anche la " Craie touffeau de Mäestricht ", ovvero invece se, come in seguito appare in altro suo lavoro [MUN. CH. et DE LAPP., 1893, B. S. g. Fr., 3. s., vol. XXI, p. 469] fosse stato fin da allora d'opinione che tal deposito si dovesse ascrivere piuttosto alla parte superiore dell'Aturiano (= Senoniano sup.).

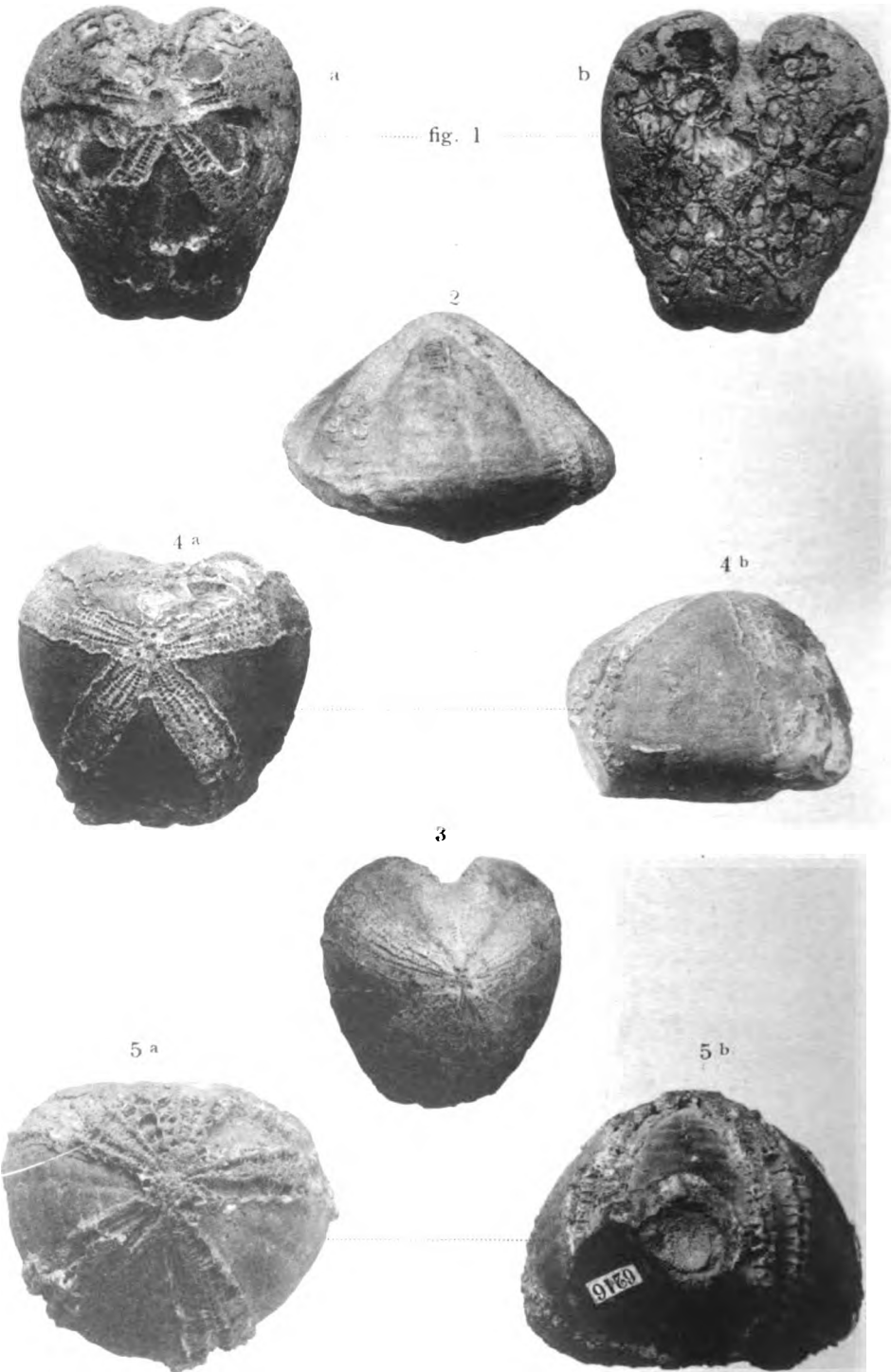
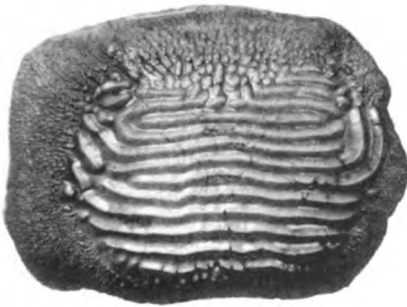
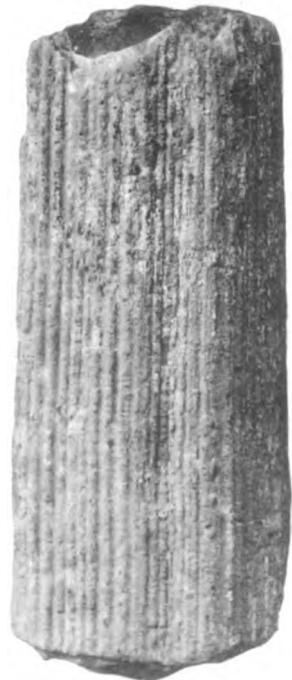
Lo *Ptychodus Belluccii* (= *Ptychodus latissimus*, non AG., in PRIEM) fu riscontrato nella " Craie phosphatée des environs de Péronne " che il PRIEM ritiene non potersi considerare più recente della " Craie phosph. de Ciply " (1). Infatti, non si conoscono peranco dei denti di *Ptychodus* riferibili a formazioni più recenti del Campaniano (parte inferiore dell'Aturiano). In ogni caso io non potrei dire se l'esemplare di *Ptychodus Belluccii* da me descritto sia stato raccolto al medesimo livello degli altri fossili di cui è fatta parola nella nota presente, o piuttosto nella formazione, più antica, del cosidetto " Calcare rosato ". Non mi vengono forniti, dagli appunti gentilmente favoritimi dal professore BELLUCCI, relativi alla località d'onde proviene detto esemplare, dati sufficienti per risolvere questo dubbio.

Quanto agli altri esemplari, egli è per me cosa certa che essi provengono tutti dallo stesso limitato orizzonte (spessore: 30 a 100 m.). Lo desumo dal fatto che i loro nuclei e modelli interni sono costituiti dalla medesima selce rossa piromaca che si vede, in noduli e straterelli abbondare interstratificata alla " Scaglia rosata ", mentre il " Calcare rosato " che alla Scaglia immediatamente sottostà e che per molti caratteri potrebbe con essa venir confuso, non presenta detta piromaca.

Molto importante mi sembra il fatto che l'esemplare di *Ca-*

---

(1) Vedi CORNET et BRIART, " Bull. Soc. géol. Fr. ", serie 3ª, vol. II, 1873-74, pag. 546.

a
b
fig. 1
2
4 a
4 b
3
5 a
5 b
9170

6 a
6 c
6 b
7 a
7 b
8 a
8 b

lamitopsis presenti anch'esso il nucleo silicizzato, considerando che in Westfalia i fossili di questo genere si raccolsero nei terreni del Campaniano assieme ad altri fossili caratteristici di questo periodo.

In ogni caso, non potrò dire con questo ben dimostrata la età precisa della Scaglia rosata senoniana dell'Appennino centrale. Io pertanto mi lusingo di poter dimostrare fra poco che buona parte di questa formazione devesi riferire al Campaniano e considerare perciò sincrona alla parte inferiore, con Ammoniti e *Belemnitella mucronata*, del piano di Brenno in Lombardia (1), quando avrò mandato a termine lo esame particolareggiato di altre collezioni private in cui si conservano preziosi fossili della formazione suddetta.

Escludo, in ogni caso, fin da ora che la Scaglia senoniana dell'Appennino centrale e conseguentemente quella sincrona ed omotipica della Prealpe veneta, si possano riferire, sia pure in parte, al Daniano, mentre ricordo che, da noi, al di sopra della Scaglia rosata riposa la " Scaglia cinerea „ che pure essa presenta numerosi fossili senoniani.

(1) Vedi De Alessandri, 1898, *Foss. cret. lomb.*, pag. 174. — Mariani, 1898, *Amm. del senon. lomb.*, Milano.

Torino, R. Museo geologico, 27 maggio 1899.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1. — *Scagliaster italicus* (Ag.).
Fig. 2. — *Stegaster subtrigonatus* (Cat.).
Fig. 3. " "
Fig. 4. — *Stegaster* cfr. *subtrigonatus* (Cat.).
Fig. 5. — *Stegaster* cfr. *planus* (d'Orb.).
Fig. 6. — *Scagliaster* (?) f. ind.
Fig. 7. — *Ptychodus Bellucii* n. f.
Fig. 8. — *Calamitopsis* f. (La sezione di questo fossile si presenta schiacciata e compressa).

NB. Tutte le figure si presentano in grandezza naturale. Gli originali si conservano a Perugia nella interessantissima collezione privata del prof. comm. Giuseppe Bellucci. Le fotografie vennero eseguite dal sig. Ernesto Forma di Torino.

Ricerche intorno alla struttura dell'apparato circolatorio degli Oligocheti.

I. *L'apparato valvolare nel vaso dorsale degli Enchitreidi.*

Nota di LUIGI COGNETTI.

(Con una tavola).

La presenza di valvole nell'apparato circolatorio degli Oligocheti inferiori non era finora un fatto del tutto accertato. Chi se ne occupò ultimamente fu il Beddard che nella sua splendida " *Monograph of the order of Oligochaeta*, 1895 ", parlando di esse nella parte anatomica, dice che in tutti gli Oligocheti le valvole sono limitate al vaso dorsale ed ai cuori pulsanti. Aggiunge poi che " they do not appear to occur in the lower Oligochaeta ", eccezion fatta per *Phreoryctes*, e a meno che i corpi cardiaci (*Herzkörper*) degli Enchitreidi non si debbano considerare derivati per fusione di una serie di valvole come accade nei Vertebrati. Infine conclude dicendo che pei terricoli (*earthworms*) le valvole " are very general, probably universal ", e che nel vaso dorsale si trovano ai punti in cui questo attraversa i dissepimenti (1).

Ora io esaminando per trasparenza l'*Anachaeta Camerani* testè da me descritta (2) fui sorpreso dalla presenza di certi organi che si muovevano nel lume dei cuori pulsanti ogni volta che essi si contraevano e si distendevano, ed osservando attentamente buon numero di individui, potei accertarmi trattarsi di veri e proprii apparati valvolari. D'altra parte mi chiesi: come mai un cuore pulsante può compiere la sua funzione di spingere innanzi il sangue se non è aiutato in ciò da un organo che impedisca il riflusso del sangue stesso? La domanda mi parve giusta, e mi posi quindi a ricercare se anche altre specie pre-

---

(1) Cfr. Op. cit., pag. 66.

(2) " Boll. Mus. Zool. e Anat. Comp. di Torino ", 1899, N. 354.

sentavano apparati consimili. Nè m'ingannai, chè anche in altre tre specie, già note, ritrovai delle valvole nel vaso dorsale.

Descriverò ora l'apparato valvolare quale si osserva in rapporto coi cuori o rigonfiamenti pulsanti del vaso dorsale nell'*Anachaeta Camerani.* I cuori in questa specie sono tre, situati al 7°, 6° e 5° segmento; le valvole sono formate da una cellula a contenuto granuloso, giallognolo, sospesa nel lume di ciascuno di essi e collegata alle loro pareti mediante filamenti protoplasmatici. L'apparato, quando le pareti dei rigonfiamenti sono tese, si presenta nell'insieme come una stella a più raggi che non occupa precisamente il centro del rigonfiamento, ma è situata rimpetto, un po' al di sopra dell'apertura posteriore del rigonfiamento stesso (Fig. 1, *v*). Anche qui, come appare dalla figura, le valvole si trovano presso a poco ai punti in cui il vaso dorsale attraversa i dissepimenti; inoltre, come il BEDDARD ritiene le valvole degli Oligocheti terricoli quali proliferazioni della membrana che riveste internamente il vaso dorsale, lo stesso reputo si possa dire per le valvole da me osservate negli Enchitreidi.

Vediamo ora il loro modo di funzionare.

Allorchè il primo cuore (quello del 7° segmento) si contrae, il corpo della valvola in esso contenuta è spinto ad otturarne l'apertura posteriore che si è fatta anche più piccola per contrazione della parete; il sangue allora penetrerà nel secondo cuore (quello del 6° segmento).

La valvola di questo vien spinta nella cavità e vi è anche attratta e mantenuta ferma pel distendersi delle pareti che tendono così i filamenti cui è attaccato il corpo della valvola. Lo stesso avverrà nel terzo cuore quando si contrae il secondo.

La contrazione ed il successivo inturgidirsi dei rigonfiamenti non si compiono troppo rapidi, specialmente se l'animale è rimasto compresso per qualche tempo tra i vetrini, cosicchè si può scorgere facilmente il moto ritmico delle valvole.

Il sangue espulso dall'ultimo cuore è spinto ancora innanzi per contrazione delle fibre muscolari longitudinali e circolari del vaso dorsale. Un'ultima valvola impedisce il riflusso del liquido sanguigno nel terzo cuore pulsante.

Altre specie in cui ho potuto accertare apparati valvolari consimili sono: *Fridericia bichaeta* Nusb. *subsp. tenuis* Mich., *Enchytraeus Buchholzii* Buch. e *Fridericia Ratzelii* Eis. In esse le

valvole sono nelle regioni in cui il vaso dorsale attraversa i dissepimenti. Il corpo della valvola può essere formato da una o da due cellule distinte, pochi filamenti lo collegano alle pareti del vaso, il movimento è uguale a quello descritto per l'*Anachaeta Camerani*.

Naturalmente questo è lo schema generale sia del sistema valvolare che del suo modo di funzionare. Ad impedire il riflusso del sangue concorre il raggrinzarsi longitudinalmente e trasversalmente della parete del vaso dorsale.

* * *

In certe specie poi detta funzione è particolarmente disimpegnata da un numero più o meno grande di cellule a contenuto granuloso, che mediante brevi peduncoli filamentosi sono sospese a qualunque punto della parete interna del vaso dorsale, ma non agli intersegmenti. Queste nella sistole di un tratto pulsante di vaso dorsale si contrappongono tra di loro e si contrappongono alla parete, sicchè il lume del vaso è completamente otturato. La loro funzione è cioè consimile a quella ascritta dal MICHAELSEN agli *Herzkörper* dei Mesenchitrei, Sterculi ed altri Anellidi (1).

L'ufficio valvolare di coteste cellule potei osservare bene per trasparenza nella *Fridericia bichaeta* Nusb. *subsp. tenuis* Mich. dove esse sono numerose e di color giallo-bruno (Fig. 12, *c. v.*). Quando il tratto di vaso dorsale compreso in un dato segmento si contrae, la sua valvola posteriore impedisce il riflusso del sangue, ma prima che essa sia a perfetto contatto colle pareti del vaso, una piccola quantità di liquido riescirà a sfuggire all'indietro. Questo facendo pressione contro le cellule sporgenti nella cavità del tratto precedente di vaso dorsale (che è ancora in stadio di sistole) imprimerà loro un leggero spostamento dall'avanti all'indietro, per quanto lo concedono i brevi filamenti cui sono sospese. L'affluire del sangue durante la diastole le spingerà invece dall'indietro all'avanti.

(1) W. MICHAELSEN, *Beiträge zur Kenntniss der deutschen Enchytraeiden-Fauna*, " Archiv für mikroskop. Anatomie ", Band XXXI, pag. 485-486.

Di tali cellule sporgenti nel lume del vaso dorsale ed aventi funzione valvolare notai la presenza anche in *Henlea leptodera* Vejd., ove sono evidenti specialmente nei primi tratti del vaso dorsale (ai segmenti 8°, 7°, 6°), piccole, a contenuto finamente granuloso bianco-grigiastro. Inoltre in *Fridericia Perrieri* Vejd. (Fig. 13, *c. v.*), *F. Ratzelii* Eis., *F. bulbosa Rosa* e *F. Rosae* Cogn.: in queste sono più o meno allungate in senso antero-posteriore, mediocri, a contenuto granuloso giallo-bruno. Mancano nell'*Anachaeta Camerani*.

Coteste cellule valvolari non differiscono molto per la loro struttura dalle valvole propriamente dette descritte precedentemente.

* * *

Le cellule di cui testè ho parlato non erano prima d'ora sconosciute, anzi sono già state descritte negli Enchitreidi, e in modo assai particolareggiato, ma non si aveva un concetto chiaro del loro ufficio fisiologico. Primo ad avvedersene fu il Michaelsen, che in un suo lavoro ne diede il disegno senza però parlarne nel testo (1). Dopo di lui il Dr. Hermann Ude, mentre afferma di non aver mai trovato globuli sanguigni flottanti liberamente nel sangue degli Enchitreidi, aggiunge di aver trovato, facendo delle sezioni, " besonders in den herzartigen Anschwel-
" lungen, häufig eine grössere Menge von Kernen. Dieselben
" liegen jedoch nicht frei in der Blutflüssigkeit, sondern hängen
" mit der Gefässwand zusammen (2).

Nel gennaio 1895 il Prof. Józef Nusbaum pubblicava una nota " *Zur Anatomie und Systematik der Enchytraeiden* „ (3) a principio della quale combatte l'idea dell' Ude dicendo: " Ich kann
" diese Beobachtung insofern vervollständigen, als ich fand, dass
" es keine " Kerne „ sind, die mit der Wand des Rückengefässes
" zusammenhängen, sondern kernhaltige Zellen mit gutentwi-

(1) W. Michaelsen, *Enchytraeiden-Studien*, in " Arch. für mikroskop. Anatomie „, Bd. XXX, Taf. XXI, fig. 1 *c*, 3 *b*.

(2) H. Ude, *Würmer der Provinz Hannover* I, " Jahresb. der Naturhist. Gesell. „, Hannover, 1892, pag. 70.

(3) " Biologischer Centralblatt „, Band XV, N. 1.

" ckeltem Plasma und mit feinen hie und da sich verzweigenden
" Ausläufern „.

Descrive poi minutamente esse cellule:

" Bei einigen Fridericien (z. B. bei *Fridericia Ratzelii*) fand
" ich im Plasma einiger dieser Zellen viele gelblich-braunliche
" Pigmentkörnchen eingebettet, die zuweilen so dicht angehäuft
" sind, dass sie den Zellkern fast gänzlich verdecken. Ein Teil
" der genannten Zellen liegt sehr dicht der inneren Fläche der
" Gefässwand an, ein anderer dagegen mehr oder weniger weit
" von der letzteren entfernt, wiewohl immer mit dem Endothel
" des Gefässes mittels feiner Ausläufer verbunden. Hie und da
" bilden die Ausläufer dieser Blutzellen eine Art sehr feinen
" Netzes, mit welchem die Zellen zusammenhängen. Ich habe
" das z. B. beobachtet im Hinterteile des Rückengefässes bei
" *Fridericia Ratzelii* Eisen „.

Questa chiara e precisa descrizione corrisponde a quanto io vidi anche nella *Fridericia bichaeta* Nusb. *subsp. tenuis* Mich., in cui è più facile l'osservazione per trasparenza data la minor mole degli individui, e in altre Fridericie.

Quanto alla funzione di queste cellule, chè il Nusbaum le studiò anche per trasparenza in individui vivi (ad es. *Fridericia oligosetosa* Nusb.), l'A. dice soltanto che " in Folge des Stromes
" der Flüssigkeit ausgiebige, peitschenförmige passive Bewe-
" gungen nach vorwärts und nach rückwärts ausführen) „.

Infine così conclude: " Es scheint mir sehr wahrscheinlich,
" dass die *genannten Zellen als Homologa der wahren Blutkörper-*
" *chen* anzusehen sind, von welchen sie sich nur dadurch un-
" terscheiden, dass sie mit der Gefässwand in lockerer Weise
" zusammenhängen und nur teilweise beweglich sind „. E accennando ai corpi cardiaci di alcuni Enchitreidi (ad es. *Mesenchytraeus*) gli pare verosimile che abbiano lo stesso valore morfologico delle suddescritte *Blutzellen*.

Poco tempo dopo l'Ude in un altro suo lavoro ritornava sulla questione sostenendo le idee primitivamente esposte (1):
" Dagegen scheint es mir sicher, dass sie (cioè le cellule spor-
" genti nel lume del vaso dorsale) nichts Anders als weit in das

(1) H. Ude, *Beiträge zur Kenntniss der Enchytraeiden und Lumbriciden*, in " Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie „, Bd. LXI, 1 Heft, pag. 116.

" Lumen hervorspringende Endothelzellen sind ", e in appoggio a ciò cita il fatto che dette cellule assumono col carmino la stessa colorazione assunta dalle cellule endoteliali propriamente dette. Nota inoltre che si possono vedere tutti gli stadii di passaggio tra queste e quelle.

Ultimamente poi, nell'aprile 1897, il Prof. NUSBAUM assieme al Dr. JAN RAKOWSKI volle ancora ribattere pubblicando un lavoro assai diligente sull'anatomia del vaso dorsale e dei corpi cardiaci (1); in esso combatte di nuovo l'opinione dell' UDE, e dice che in seguito a nuove ricerche si convinse assieme al suo collaboratore che " die Zellen im Innern des Rückengefässes ganz " spezielle, vom Endothel unabhängige Bildungen darstellen und " *dass sie eben dem Herzkörper homolog sind* ".

Io non esito, come già dissi, ad accordarmi coll' UDE sull'origine di queste cellule che pendono dalla parete interna nel lume del vaso dorsale; quanto alla loro omologia coi corpi cardiaci vedrò di occuparmene, le ritengo invece omologhe alle valvole suddescritte.

* * *

Da questo mio lavoro credo si possano trarre le seguenti conclusioni:

1° Anche in altri Oligocheti inferiori (oltre che in *Phreoryctes*) abbiamo esempio di un vero apparato valvolare al vaso dorsale costituito da cellule collocate in corrispondenza dei singoli intersegmenti.

2° Le cellule che da qualunque punto della parete sporgono nel lume del vaso dorsale (*Blutzellen* o *Drüsenzellen* di Nusbaum) rappresentano pure una forma (meno differenziata) di apparato valvolare.

(1) JÓZEF NUSBAUM und JAN RAKOWSKI, *Ein Beitrag zur näheren Kenntniss der Anatomie des Rückengefässes und des sog. Herzkörper bei den Enchytraeiden*, " Biologischer Centralblatt ", Bd. XVII, N. 7.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1-11. ANACHAETA CAMERANI *Cogn.*

Fig. 1. — Sezione ottica longitudinale attraverso ai cuori pulsanti ed all'esofago: *clg*, cellule cloragoghe — *c. v.*, ciglia vibratili — *f. m. c.*, fibre muscolari circolari — *oe*, esofago — *v. d.*, vaso dorsale — *v*, valvole.

Fig. 2. — Cervello.

Fig. 3. — Nefridio; *dsp*, dissepimento.

Fig. 4. — Sezione trasversale nella regione del clitello: *c. g.*, catena gangliare ventrale — *gh.*, cellule ghiandolari epidermiche — *int.*, intestino — *u*, uovo — *v. v.*, vaso ventrale.

Fig. 5. — Spermateca.

Fig. 6. — Spermateca con canale rigonfio.

Fig. 7. — Vaso deferente.

Fig. 8. — Anomalia in un vaso deferente.

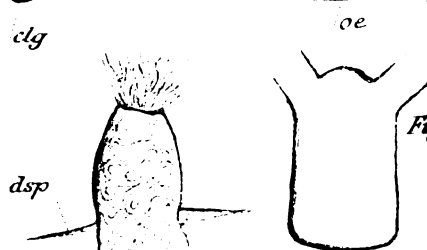
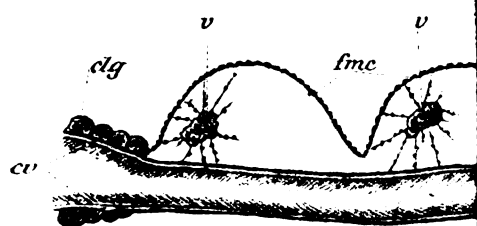
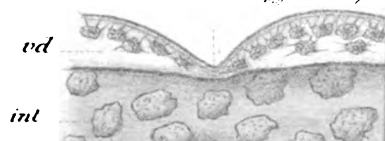
Fig. 9. — Linfociti come si osservano nella cavità celomica: *a, b*, visti di prospetto — *c*, visti di profilo.

Fig. 10. — Gli stessi dopo fissazione in anidride osmica: *a*, visti di prospetto — *b*, visti di profilo.

Fig. 11. — Altra forma di linfociti come si osservano nella cavità celomica.

Fig. 12. — Vaso dorsale ed intestino di *Fridericia bichaeta* Nusb. *subsp. tenuis* Mich.

Fig. 13. — Id. id. di *Fridericia Perrieri* Vejd.: *clg*, cellule cloragoghe — *c. v.*, cellule valvolari — *dsp*, dissepimenti — *int.*, intestino — *v. d.*, vaso dorsale.

Nelle Figg. 1, 12, 13 le freccie indicano il decorso del sangue nel vaso dorsale.

35

o-
i-
a-
in
ti
ai
io

ie
m
le
ai
ti
o-

li
lo
re
;e
ie
o-
ie

r.
"
es

Ricerche intorno alla digestione nei Cigliati mediante il rosso-neutro (Neutralroth);

Nota del Dott. SEBASTIANO COSTAMAGNA.

(Con una tavola).

I buoni risultati ottenuti in questi ultimi anni da Prowazek (1) e da Przesmycki (2) sulla colorazione in vita di animali unicellulari col rosso-neutro (3) m'indussero ad intraprendere sullo stesso argomento alcune ricerche e sottoporre ad un esame più minuto i fenomeni già messi in evidenza dai predetti osservatori e in modo particolare quelli attinenti alle funzioni di nutrizione e digestione, intorno ai quali molti punti restano da chiarire.

A materiale delle mie ricerche ho scelto tra i Cigliati alcune specie fra le più voluminose e le più comuni: *Paramaecium* (*bursaria*, *P. aurelia*) e *Stylonichia mytilus*, ciò a fine di poterle con maggiore comodità maneggiare ed osservare. Gli individui sottoposti alle mie quotidiane esperienze venivano poi separati in speciali culture su porta-oggetti con cavità o in vetri da orologio e conservati in camera umida.

Ad evitare ogni possibile ed eventuale danno agli animali è necessario che la soluzione di rosso-neutro sia a tal grado diluita da potersi a mala pena scorgere la presenza del colore disciolto; d'altra parte è così grande la sua potenza colorante e la sua affinità per speciali sostanze, che una soluzione anche allungatissima può dare in un tempo abbastanza breve la colorazione dei diversi elementi. A tale scopo sciolgo a saturazione

(1) Prowazek S., *Vitalfärbungen mit Neutralroth an Protozoen*, " Zeitschr. f. wiss. Zool. ", Bd. LXIII, 1897, p. 187-194; " Zeitschr. f. wiss. Mikrosk. ", Bd. XIV, 1897, pag. 471.

(2) Przesmycki A. M., *Ueber die intra-vitale Färbung des Kerns und des Protoplasmas*, in " Biol. Centralbl. ", Bd. 17, pag. 321-335, 353-364.

(3) (*Neutralroth rectif. nach Ehrlich*).

il rosso-neutro in acqua distillata, filtro il liquido intensamente colorato e ne porto una goccia in 200 cc. d'acqua pura. Io mi valgo di soluzioni così titolate nei soli casi in cui gli animaletti devono restare a lungo entro di esse (tre o quattro giorni); per osservazioni dirò così momentanee, ne adopro altre un poco più concentrate (3, 4 goccie di soluz. satura in 100 cc. di acqua). In maggior quantità il rosso-neutro diventa tossico, la colorazione compare bensì più presto, ma gli animali muoiono poco dopo.

È indispensabile poi che le soluzioni siano sempre di fresco preparate e precisamente al solo momento del bisogno. Anche quelle del giorno precedente non si possono più usare poichè si scolorano prontamente in seguito ad alterazioni subìte dalla sostanza disciolta.

Già Przesmycki, esperimentando la colorazione del nucleo in alcuni Cigliati parassiti, aveva potuto osservare che la soluzione fisiologica (cloruro di sodio 0,75 %) adoperata quale solvente del rosso-neutro, esercitava una certa influenza sulla durata in vita di quegli individui che presentavano il nucleo colorato; e in vero anche i risultati da me ottenuti in seguito, coll'impiego di soluzioni indifferenti, furono ben diversi da quelli avuti prima coll'acqua pura; gli animali, messi a vivere entro di esse, conservavano molto più a lungo il loro stato normale, quantunque la colorazione ritardasse alquanto a comparire. In tal modo io ho potuto scorgere più da vicino l'andamento del processo di digestione in alcuni Cigliati mantenuti in vita per parecchi giorni, ed osservare, in un interessante caso di colorazione del nucleo nello *Stylonichia mytilus*, le varie fasi di divisione del nucleo stesso (1).

(1) Tale colorazione del nucleo nello *Stylonichia mytilus*, riscontrata proprio a caso, era limitata a quei soli individui della cultura che si trovavano in via di divisione e non apparve in essi che due giorni dopo l'aggiunta della sostanza colorante (in soluzione fisiologica). Il nucleo colorato diffusamente in violetto pallido si mostrava omogeneo nella sua struttura e spiccava a contorni abbastanza netti sul protoplasma incoloro; gli animali si conservarono normali per altri cinque giorni, durante i quali molti di essi giunsero a completa divisione; trasportati in acqua fresca avveniva molto presto la decolorazione. A conferma di questo fatto importante io riferisco la seguente nota riportata da Przesmycki nel suo lavoro: " Bis jetzt sind mir nur 2 Angaben über die Kernfärbung mit Neutralroth

Una tra le varie proprietà del rosso-neutro è quella di precipitare a contatto di sostanze alcaline e cambiar colorazione in presenza di sostanze acide. Se ad una soluzione acquosa di rosso-neutro si aggiungono alcune goccie di potassa caustica, il liquido si scolora prontamente mentre si forma in fondo al vaso un precipitato giallastro; se invece si tratta la stessa soluzione con un acido qualunque (acido cloridrico, ad esempio), la tinta propria rosso arancio passa subito al rosso violetto. Ciò io ritengo come fatto abbastanza importante, poichè ci dà ragione del cambiamento di colorazione del rosso-neutro quand'esso viene a contatto con taluni speciali elementi insiti nel plasma degli animali in questione.

In seguito a numerose esperienze ho dovuto convincermi che non tutte le specie di Cigliati appartenenti ad una medesima cultura si comportano in modo identico rispetto alla sostanza colorante; la colorazione non veniva da esse assunta nello stesso tempo, e ciò non soltanto in individui di specie differenti, ma anche in quelli di una medesima specie; inoltre alcune molto più a lungo si conservavano normali, altre invece morivano più presto. Non sarebbe quindi fuor di luogo il supporre che, oltre alla maggiore o minore permeabilità della membrana cellulare, variabile senza dubbio da specie a specie, oltre alla maggiore o minore potenza di reazione dell'organismo, il quale cerca di opporsi all'entrata di sostanze inutili alla sua vita e spesso anche nocive, debbano intervenire altre cause individuali sconosciute le quali tendano a far variare di tempo in tempo le condizioni fisiologiche dei diversi individui, in modo da renderli più o meno resistenti alla lotta contro l'agente irritante.

Per ciò che riguarda poi la differenza che intercede fra l'acqua pura e la soluzione fisiologica, relativamente alla durata in vita degli animali e alla comparsa più o meno rapida della colorazione, sono possibili (anche secondo Przesmycki) due interpretazioni:

a) Si può supporre che la palese influenza tossica dell'acqua

---

" bekannt. Durch Dr. I. Ejsmond aus Warschau wurde mir freundlichst mit-
" geteilt, dass von Hernn Sosnowski in dem zootomischen Institut zu War-
" schau ein Fall der Kernfärbung bei Stylonichia mytilus beobactet war,
" während das Tier sich noch normal bewegte ".

pura venga arrestata dalla soluzione fisiologica, che l'organismo in tali condizioni diventi capace di opporre una maggiore resistenza all'entrata della sostanza irritante, e che quindi la colorazione dei singoli elementi ritardi a comparire e gli animali vivano più a lungo.

b) Si può supporre che la natura chimica del rosso-neutro venga alterata a contatto della soluzione fisiologica e che tale sostanza colorante, non più identica alla prima, sia accolta dall'animale in modo diverso.

* * *

Ciò premesso, se ad una cultura di Parameci, apparecchiata con speciali norme (1) su di un porta-oggetti, s'aggiunge una goccia di soluzione colorante di rosso-neutro diluita nel modo sopra indicato, dopo qualche tempo (20 minuti circa) incomincia ad apparire nella parte più esterna del vacuolo di nutrizione da poco staccato una tenue zona liquida colorata in rosa pallido, la quale, man mano che la colorazione aumenta d'intensità, si fa a contorni sempre più netti; anche il suo spessore cresce rapidamente a misura che la soluzione colorante si diffonde nell'interno del vacuolo. Osservata a forte ingrandimento, tale zona appare omogenea, chiara, trasparente, e in realtà non risulta costituita che da semplice acqua introdotta dall'animale stesso cogli alimenti; quest'acqua forma tra il bolo alimentare ed il plasma circostante un sottile strato attraverso al quale avverranno in seguito quegli scambi osmotici che servono alla digestione.

Più tardi la colorazione compare verso il centro del vacuolo

(1) Il *Paramaecium aurelia* e lo *Stylonichia mytilus* per la loro proprietà di formare grandi vacuoli di nutrizione, furono tra i Cigliati le due specie che mi offersero più vasto campo a particolari osservazioni sul fenomeno della digestione. Gli individui sottoposti alle mie ricerche venivano dapprima tenuti per un certo tempo in acqua pura e fresca allo scopo di depurare il loro corpo da tutte quelle sostanze di nutrizione e d'escrezione le quali sarebbero state di ostacolo e difficoltà nel processo delle esperienze. Poco prima della colorazione veniva loro somministrato il cibo consistente in minutissime particelle (bacteri, frammenti di alghe) e ciò per ottenere una maggior regolarità nella forma dei vacuoli di nutrizione.

sul contenuto nutritivo (1); la soluzione colorante, la quale si è diffusa più o meno rapidamente attraverso la membrana cellulare o si è introdotta nell'interno dell'animale per il faringe, ha incontrato nelle particelle alimentari degli elementi inerti, incapaci di reagire, e vi si fissa; tali particelle ancora ben distinte e lassamente riunite fra di loro, in breve da una tinta rosea passano al rosso arancio proprio del rosso-neutro. Che il bolo alimentare sia circondato da un semplice strato d'acqua risulta chiaramente quando lo si osserva nel periodo di formazione. Il processo facile a seguirsi mediante la colorazione col rosso-neutro fu da Prowazek molto ben descritto nel modo seguente: " Das " Wasser, in den Bakterien und andere Protophyten stets in " Menge fortgeführt werden, gelangt bei der ziemlich lebhaften " Bewegung der undulirenden Membran an der Dorsalseite des " Schlundes gegen das das Schlundende begrenzende Entoplasma, " mit dem es aber keine Mischung eingeht und sich der Art " unter dem Druck des immer nachströmenden Wassers am " Schlundende zu einem Tropfen formt, der alsdann langsam " bis zu einer bestimmten Grösse heranwächst; in diesem wer- " den die Nahrungstheilchen, falls sie klein sind, von den innen " entstehenden Strömungen herumgewirbelt..... ". Osservando attentamente il vacuolo nell' istante in cui avviene il distacco, si può scorgere che esso si allunga e trascina dietro di sè una coda appuntita, pigliando abbastanza bene la forma d'una lacrima batavica; però non appena entrato nell'endoplasma si raccorcia e si foggia a sfera. Questo modo di comportarsi del vacuolo ci spiega come alla sua separazione prenda parte importante la contrattilità del plasma circumambiente e quella delle pareti del faringe. Avvenuto il distacco, subito nuova acqua penetra al fondo del faringe, dando luogo alla formazione di un secondo vacuolo, di un terzo e così di seguito.

È degno di nota che la grandezza loro è proporzionale alla forza e rapidità con cui si muovono le ciglia del peristoma e del

(1) È notevole il fatto che i vacuoli formati quasi esclusivamente da bacteri, a cagione della grande potenza di reazione che hanno tali organismi contro la sostanza colorante (rosso-neutro) si mantengono incolori per un tempo assai lungo e la colorazione non compare in essi che al principio della digestione.

faringe; gl'individui che in seguito all'azione tossica della sostanza colorante apparivano malati, non formavano più che piccoli vacuoli e quasi unicamente costituiti da acqua; ciò era dovuto al rallentamento delle ciglia.

Il nutrimento in tal guisa introdotto nel corpo dell'animale è trasportato per l'endoplasma dalla corrente di ciclosi: in questo giro vizioso avviene appunto la digestione.

Ma i vacuoli di nutrizione già sparsi nel corpo cellulare, in seguito a colorazione col rosso-neutro, non si presentano tutti costituiti in modo identico; quando incomincia in essi il processo di digestione intervengono subito delle differenze relative alla grandezza, al colore ed alla struttura. La zona acquosa ed il bolo alimentare diminuiscono di volume, le particelle solide dapprima sparse qua e là si riuniscono e si concentrano verso la parte mediana, la colorazione si fa anche più oscura e si accumula specialmente sul contenuto nutritivo; per queste cause i contorni del bolo e della zona liquida diventano sempre meglio delimitati e spiccano sul restante del protoplasma incoloro. Un fatto abbastanza importante è questo, che la colorazione rosso arancio, comune ai vacuoli giovani, a poco a poco passa al rosso violetto; il processo lento e graduale, ben visibile in molti casi, incomincia ai bordi della zona liquida, indi s'avanza verso il centro sulle particelle solide; tale reazione ci avverte che la digestione è incominciata. Il liquido del vacuolo non era prima che semplice acqua, ma alcuni scambî osmotici col liquido del protoplasma trasformarono quest'acqua in un succo acido destinato a digerire le particelle incluse (Delage (1)); esse sono in realtà sotto l'azione di questo succo digestivo anzitutto sfigurate, poscia lentamente disciolte, e ridotte ad un ammasso fecale; le sostanze nutritive disciolte ed atte ad essere assimilate, passano nel citoplasma colla maggior parte del liquido del vacuolo. Che realmente avvenga attorno al bolo alimentare una secrezione acida per opera del protoplasma è oggidì ammesso da tutti i fisiologi: la palese reazione del rosso-neutro, caratteristica di questi soli vacuoli, lo conferma in modo speciale, e in verità

(1) Delage Y.-Hérouard E., *Traité de Zoologie concrète*. Tome I. *La cellule et les Protozoaires*. Paris, 1896.

non mi fu possibile riscontrarla in altro punto del corpo cellulare e in altro tempo che durante la digestione.

Oltre al colore ed alla grandezza, questi vacuoli si comportano anche diversamente per ciò che riguarda la loro intima struttura quando vengano osservati a forte ingrandimento (1). La zona liquida omogenea e trasparente nei vacuoli appena formati, si presenta invece in questi ultimi cosparsa di finissimi granuli rosso scuri, rifrangenti, talvolta sferici e di grandezza quasi sempre uniforme; siffatte granulazioni, numerose a digestione avanzata, a poco a poco si portano dalla periferia del contenuto nutritivo (dal quale pare si distacchino) al limite esterno del vacuolo disponendosi tutto all'intorno in modo più o meno regolare. Quasi con certezza si può affermare che tali elementi intensamente colorati siano quegli stessi riscontrati dal Prowazek in alcuni Cigliati, ora sparsi nell'endoplasma, ora più o meno riuniti in forma di zona intorno ai vacuoli di nutrizione.

Parecchie volte e per varie ore di seguito ho assistito all'andamento del processo di digestione e sempre ebbi occasione di constatare che i granuli testè descritti si formano unicamente in seno ai vacuoli e solo in seguito ne escono fuori per diffondersi colle sostanze disciolte nell'endoplasma. Infatti, a cagione de' successivi movimenti di rotazione de' vacuoli trasportati dalla corrente interna, essi sono lentamente scossi e travolti, a poco a poco per la scomparsa della zona liquida che li teneva riuniti, si mescolano coll'endoplasma insieme alle altre sostanze d'assimilazione.

In tal guisa il bolo alimentare è ridotto ad un ammasso informe colorato intensamente in rosso violetto costituito soltanto da resti non digeriti e destinati ad essere espulsi.

Per la dissoluzione dei resti nutritivi si formano nel vacuolo di nutrizione altri granuli più grandi, sferici, rifrangenti, rosso scuri a piccolo ingrandimento, rosso chiari a forte ingrandimento ma molto meno numerosi; tali elementi, menzionati pure da Prowazek, non sono altro che goccioline di grasso analoghe forse

(1) Imm. omog. $^1/_{15}$, Semi-apoc. F. Koristka, ocul. 8 comp.

a quelle messe in evidenza da Brandt (1) col bruno di Bismark e da Certes (2) colla cianina in taluni Protozoi.

Poco dopo la digestione, i piccoli granuli sono quasi uniformemente distribuiti nel corpo cellulare e insieme all'endoplasma già partecipano alla corrente di ciclosi; in tali condizioni si mostrano dotati di vivaci movimenti molecolari browniani. Con attento esame si può scorgere che essi tendono generalmente a riunirsi in gruppi di quattro o cinque elementi e talvolta si dispongono attorno ad un granulo maggiore (granulo di grasso) al quale s'avvicinano e poi da esso si scostano con movimento oscillatorio abbastanza rapido.

Della natura e della funzione di queste minute granulazioni ben poco si conosce. Prowazek, il quale pel primo riuscì a metterle in evidenza nel *Paramaecium aurelia*, le ritenne dapprincipio come particelle di sostanza colorante precipitata (poichè il rosso-neutro precipita a contatto di sostanze alcaline); ma in seguito, avendo egli osservato che il loro numero varia a seconda della maggiore o minore abbondanza di nutrimento, credette bene di ritenerli come aventi un rapporto colla digestione e diede loro il significato di speciali elementi apportatori di fermento.

Infatti gl' individui tenuti a lungo nell'acqua fresca, priva di sostanze nutritive, e in seguito colorati con rosso-neutro, non racchiudono che un numero scarsissimo di tali granuli; in quelli invece ben nutriti sono così numerosi, da far credere (quando l'animale viene osservato a piccolo ingrandimento), che si tratti di una colorazione diffusa nell' endoplasma. Avuto riguardo quindi alla loro origine nell' interno del vacuolo in via di digestione e al loro numero variabile, in rapporto alla quantità della sostanza ingerita, non sarebbe improbabile, a mio avviso, ritenerli quali prodotti speciali (liquidi o solidi) della digestione, destinati ad essere assimilati. La presenza di simili granuli fu anche da me riscontrata in organismi più semplici, che non formano veri vacuoli di nutrizione (*Flagellati Rizopodi*); nelle Amebe ben nutrite compaiono qualche volta in grande quantità, il loro numero però

(1) Brandt, " Biologisches Centralblatt ,, Bd. I, 1881-1882, pag. 203.

(2) Certes, *Sur un procédé de coloration des infusoires et des éléments anatomiques, pendant la vie* (" Zool. Anz. ,, Bd. IV, 1881, pag. 209).

è sempre in rapporto diretto coi granuli solidi d'escrezione non colorabili col rosso-neutro.

Alcune ore dopo la digestione, avviene un altro fatto importante, menzionato e ben descritto da Prowazek: alla superficie esterna della membrana cellulare compaiono a poco a poco delle goccioline jaline colorate in rosso, disposte generalmente in striscie più o meno regolari, secondo le linee d'impianto delle ciglia. Tali goccioline, considerate quali prodotti liquidi d'escrezione, furono da me riscontrate non solo in molti Cigliati ma anche in alcuni flagellati, e credo di non cadere in errore facendo notare che deve esistere una certa relazione fra queste ed i sopradescritti granuli dell'endoplasma colorabili col rosso-neutro. In realtà i granuli, sparsi dapprima uniformemente, dopo un certo tempo si portano negli strati più superficiali dell'endoplasma e tendono in special modo ad accumularsi alle due estremità del corpo dell'animale e nella regione del faringe, ove lentamente scompaiono mentre aumenta la produzione delle goccioline esterne. Un tal fatto si può osservare anche in quegli individui ben nutriti, che in seguito a colorazione rosso-neutro furono portati in acqua pura e fresca; la comparsa delle goccioline alla superficie del corpo avviene ugualmente, quantunque la loro colorazione non sia così intensa.

A cagione di alcune difficoltà tecniche non ho potuto osservare se i granuli interni, giunti contro l'ectoplasma, passino al di fuori senza subire alcuna modificazione, o se in corrispondenza di questo punto succedano degli speciali fenomeni chimici mercè i quali essi vengano disciolti, oppure soltanto spogliati della sostanza colorante, la quale cogli altri liquidi d'escrezione si diffonda attraverso l'ectoplasma e compaia all'esterno in forma di goccioline. Senza dubbio attraverso alcuni punti della membrana cellulare devono effettuarsi degli speciali processi di diffusione, l'organismo deve eliminare colle altre sostanze liquide d'escrezione anche il colore che fu introdotto coll'alimento, e ciò è tanto vero che lasciando gli animali colorati in acqua pura, essi si scolorano abbastanza presto restando per un tempo assai lungo apparentemente normali.

Dal complesso di queste esperienze risulta:

1° Che i granuli colorabili col *rosso-neutro* e messi in evi-

denza da Prowazek nell'endoplasma di alcuni Cigliati, si originano nell' interno del vacuolo di nutrizione nel periodo in cui s'inizia e si compie il fenomeno della digestione.

2° Che i granuli regolarmente sparsi nel corpo cellulare e colorabili col rosso-neutro, si portano a poco a poco negli strati più superficiali dell'endoplasma, dove forse passano a costituire in qualche modo le goccioline esterne di escrezione.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. A. — *Paramaecium aurelia* durante la digestione (colorato in vita col rosso neutro): 1, vacuolo in formazione; 2, vacuolo appena formato; 3, vacuolo in digestione; 4, residui fecali; *n*, nucleo; *cr*, vescicola contrattile.

Fig. B. — *Paramaecium aurelia* dopo la digestione ripieno di granuli: *g*, goccioline d'escrezione.

Fig. 1. — Vacuolo di nutrizione appena formato contenente bacteri e piccoli frammenti di alghe.

Fig. 2. — Il medesimo poco dopo il distacco e diffusamente colorato in rosa: *b*, sua zona liquida.

Fig. 3. — Vacuolo di nutrizione al principio della digestione. Le particelle alimentari ancora ben distinte appaiono intensamente colorate in rosso-arancio.

Fig. 4. — Vacuolo di nutrizione a digestione avanzata, colorato in rosso-violetto intenso; la zona liquida (*d*) è cosparsa di finissime granulazioni rosso-scure.

Fig. 5. — Pallottola fecale circondata da granuli.

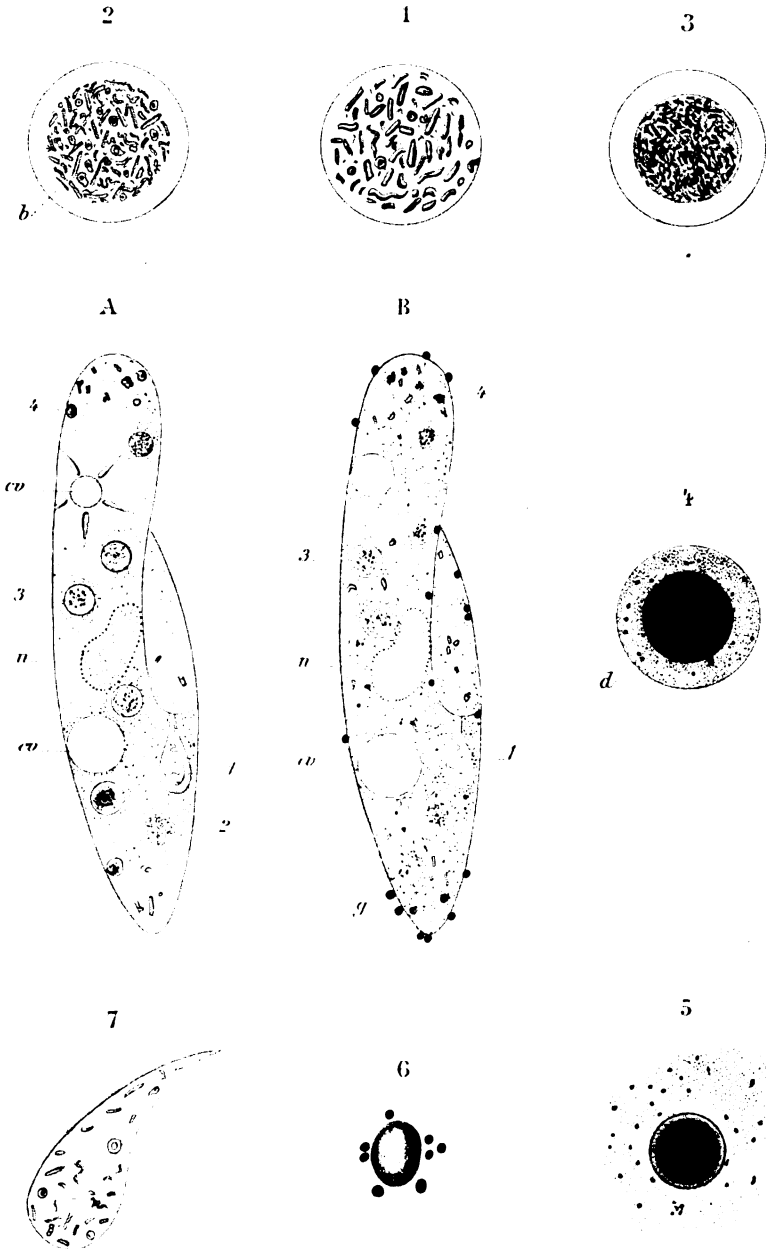
Fig. 6. — Granulo di grasso voluminoso, circondato da granuli più piccoli.

Fig. 7. — Forma del vacuolo di nutrizione nell'istante del distacco (1).

---

(1) Le figure sono semi-schematiche.

S. Costamagna dis.

Lit. Salussolia - Torino

Di una nuova specie del genere Plectanocotyle;

Nota di FRANCESCO SAVERIO MONTICELLI.

(Con una tavola).

Diesing fondò nel 1850 il gen. *Plectanocotyle* per un trematode delle branchie del *Labrax mucronatus* di America, che egli chiamò *Pl. elliptica* (1). La frase diagnostica del genere, come della specie, data dal Diesing, si limita alla illustrazione delle esterne fattezze del verme, del quale più tardi egli ha data una figura dell'aspetto generale, accompagnata da quella dell'apparecchio scheletrico delle (sei) ventose posteriori (2). Nulla, perciò, si conosce della interna organizzazione della specie, ed anche la descrizione esterna è incompleta, come si rileva dalla frase e dalla figura del Diesing, che mostrano, inoltre, evidentemente come l'individuo da lui esaminato fosse in istato di accentuata contrazione. Ciò che fa pensare che la forma normale del corpo possa essere alquanto diversa, più allungata, cioè, e meno larga ed il disco meglio distinto dal corpo, di quanto Diesing ha descritto e disegnato. Questa forma non è stata più ritrovata finora; ciò non pertanto, perchè il genere è ben caratterizzato e distinto dagli altri della famiglia dei *Polystomidae*, per la presenza di sole sei ventose disposte in una sola serie sul margine del disco, esso è stato mantenuto e conservato dal Taschenberg (3), da me (4), dal Braun (5) e dal Saint-Remy (6). — Ora io credo di poter riconoscere una nuova

(1) Diesing C. M., *Systema Helminthum*. Vol. I, pag. 240.

(2) Id., *Vierzhen Arten von Bdellinden*, in: " Denk. k. Akad. Wien. ", Bd. 14, 1888, pag. 69, Taf. 1, fig. 4-9.

(3) Taschenberg O., *Zur Systematik der Monogenetischen Trematoden*, in: " Zeit. f. gesamm. Naturw. ", Halle, 52 Bd., pag. 232-265.

(4) Monticelli Fr. Sav., *Saggio di una morfologia dei Trematodi*. Napoli, 1888, pag. 100.

(5) Braun Max, *Trematoda*, in: " Bronn's Klass. u. Ord. ecc. ", pag. 537.

(6) Saint-Remy G., *Synopsis des Trématodes monogénèses*, in: " Rev. Biol. Nord France ", Tom. IV, 1891-92, pag. 46 (estratto).

specie di questo genere in un trematode, che mi fu gentilmente donato a Vienna, nel 1888, dal D[r] Lorenz, raccolto, in tre esemplari, a Rovigno, nel 1882 sulle branchie di una *Trigla* sp. E ciò per il numero e disposizione degli organi di adesione, la loro forma e quella dell'armatura chitinosa di questi, che, stando alla descrizione e figura del Diesing, è fatta sullo stesso tipo; ritenendo che quelle differenze di aspetto e di forma generale, che sembrano a prima giunta non permettere il riferimento di questa forma in esame al genere *Plectanocotyle,* siano da attribuirsi allo stato di contrazione dell'esemplare del Diesing, ed alla conseguente incompleta descrizione che si ha di esso. Ciò che, pertanto, non è possibile di controllare, perchè il tipo originale del Diesing, come cortesemente mi comunica il Dott. E. v. Marenzeller, non esiste nelle collezioni del Museo di Vienna.

Cosicchè non mi è stato possibile istituire dei confronti fra questa specie in esame e quella tipica del Diesing. Descrivo ora la nuova specie, che, naturalmente, dedico al D[r] Lorenz e chiamerò, quindi, *Plectanocotyle Lorenzii.* Ho tenuto inedita lungo tempo questa forma, nella speranza, finora rimasta delusa, di ritrovarla; e poichè ora, nel rivedere la mia collezione mi è capitata fra mano, mi sono deciso a pubblicarla. Perchè, per quanto sulla organizzazione di questa forma mi è riuscito di ricavare dagli esemplari esaminati, la descrizione che ne do, varrà a portare un primo contributo alla conoscenza del genere *Plectanocotyle,* che viene ad essere, in tal guisa, messo in miglior luce, più conosciuto e meglio caratterizzato di quello che lo era finora.

La nuova specie si distingue facilmente dalla *Pl. elliptica,* tenute presenti le considerazioni innanzi fatte, oltre che per lo aspetto generale, più specialmente per il modo di comportarsi, alquanto diverso, dell'apparecchio scheletrico delle ventose, per quanto dello stesso tipo che in *Pl. elliptica;* e per un'appendice fornita di uncini, che sporge dal mezzo del margine del disco fra le due serie di ventose, che non è ricordata dal Diesing; ma, che, per altro, data la contrazione del suo esemplare, potrebbe essergli sfuggita.

Dei tre esemplari avuti (in una preparazione *in toto*) della n. sp., uno misurava mill. 2,60, un altro mill. 2, il terzo mill. 1,50 (1): non tutti erano nello stesso stato di estensione, ma tutti presentavano lo stesso aspetto, che ho rappresentato nella fig. 1, ricavata dal più grande dei tre individui. Nel suo insieme il *P. Lorenzii* ricorda alquanto gli *Exacotyle:* la forma del corpo è slanciata, triangolare, molto allungata: anteriormente molto ristretta, terminata a punta ottusa, si slarga gradatamente andando verso l'estremo posteriore, dove poi bruscamente si dilata assai più, a ventaglio, per costituire il disco (Haftscheibe, Plateau fixateur), che normalmente disteso, come dal lato destro dell'osservatore mostrano le fig. 1, 4 (a sinistra è invece contratto), ha il margine posteriore curvato a semicerchio; cosicchè tutto il disco piglia l'aspetto grossolano del taglio di una scure. Nel mezzo del margine posteriore del disco sporge, come una linguetta, dal fondo di una insenatura di questo, un'appendice, o lembo rettangolare ad angoli liberi smussati e poco prominente oltre il margine del disco stesso, che presenta dalla sua faccia ventrale due coppie di uncini chitinosi (fig. 1, 4), disposti come io li ho ritratti nella fig. 10 e di diversa forma: quelli di un paio (interni) sono esili, sottili, bacillari, ricurvi all'apice e subpuntuti; quelli dell'altro (esterni) sono, invece, più grossi, della forma che ricorda molto quelli del rostello di tenie, ma più slanciati e falciformi ed a punta assai esile e ricurva (fig. 10). Questi uncini più grossi sembrano variare, nella forma, da un esemplare all'altro; difatti, nella fig. 9, ho disegnati quelli di un altro individuo, che sono alquanto diversi da quelli ora descritti (fig. 9). Nell'estremo anteriore, dietro l'orificio boccale, si trovano le due piccole ventose anteriori, che sono collocate immediatamente innanzi a quella piccola strozzatura circolare della estremità anteriore del corpo, che questa, come una piccola ed indistinta capocchia, distingue dal resto (fig. 4). Sul disco si trovano sei organi di adesione (ventose) disposti secondo la curva del margine posteriore di esso, in una sola serie: sono divisi in due gruppi, di tre ciascuno, dalla insenatura mediana del margine del disco ora ricordata dalla

(1) Conservando il più grande (preparato in toto), ho sezionati gli altri due esemplari, per quanto lo hanno permesso le condizioni di questi da lungo tempo chiusi in balsamo.

quale sporge il lembo posteriore, e collocati ai due lati di questa (fig. 1 e 4). Gli organi di adesione, visti come si presentano all'osservazione, hanno forma subtrapezoidale, sacciforme e l'aspetto caratteristico rappresentato nelle fig. 1, 4, 8, 12: essi sono disposti in ciascun gruppo con l'asse maggiore parallelo al margine posteriore del disco e con la parte ristretta rivolta verso l'insenatura mediana del disco l'uno dietro l'altro, in fila, e, naturalmente, quelli di un gruppo in senso inverso di quelli dell'altro. Queste ventose, che sporgono dalla faccia ventrale del disco, dove sono allogate, sono bivalvi ed hanno una caratteristica armatura, o scheletro chitinoide, che ben si può riconoscere nelle fig. 8 e 12, ritratto dalle due facce da preparati *in toto*, con la scorta delle serie di sezioni. Questo scheletro, che ricorda molto quello di *Anthocotyle*, secondo Cerfontaine (1), e di alcuni Microcotilidi, secondo Goto (2) [*Microcotyle sebastes* — *M. caudata* — *Axine triangularis* —], è composto: *a)* di un pezzo centrale impari che, a forma di pinza ed a braccia diversamente lunghe e di forma e robustezza diverse, abbraccia l'organo di adesione secondo il suo asse maggiore dalle due facce, o valve, inferiore (ventrale) e superiore (dorsale); il ramo più lungo della pinza, terminato caratteristicamente a clava e scavato di una cavità centrale, si adagia nella faccia dorsale; l'altro più breve ed esile, terminato a capocchia di spillo, si estende nella faccia ventrale; *b)* di quattro pezzi laterali pari, disposti lungo i margini laterali dell'organo di adesione, due per lato; e di questi uno nella parete inferiore (ventrale), l'altro nella superiore (dorsale): i pezzi laterali della parete ventrale sul fondo della ventosa si continuano ripiegandosi su questo, nella parete dorsale, sulla quale si estendono obliquamente per un certo tratto slargandosi a spatola dalla loro parte interna, mentre dalla parte esterna, verso il margine della ventosa, si prolungano in un ombone, che fa da capo articolare per i due pezzi laterali della parete superiore (dorsale) della ventosa (fig. 8, 12; 5, 6).

L'ectoderma esterno è abbastanza spesso (fig. 3), come si

(1) Cerfontaine P., *Le Genre Anthocotyle*, in: " Bull. Acad. R. de Belgique ", (5), T. 29, N. 4, pag. 510-527, 1895, con tav.

(2) Goto S., *Studies on ectoparasitic trematodes of Japan*, in: " Journ. of Coll. of Science ecc. ", Tokyo, 1894.

rileva dalle sezioni trasversali, e la tunica muscolare, a questo addossata, è bene sviluppata in tutti i tre sistemi, che la compongono, ma specialmente in quello delle fibre longitudinali. Caratteristica è la disposizione dei fasci delle fibre muscolari, che decorrono nel disco, e vanno alle ventose posteriori, e servono al giuoco di queste e del disco, che le accoglie: meglio di una descrizione varrà a farla intendere la fig. 1, sulla quale è stata riportata questa disposizione da uno schizzo preso a maggiore ingrandimento da altro individuo. Disposizione muscolare questa, che, pertanto, salvo varianti dovute al numero ed alla disposizione delle ventose sul disco, trova riscontro in quanto si osserva in altri Polistomidi.

Nell'estremo anteriore del corpo, come mostrano le fig. 1 e 4, e nei rapporti da queste indicati, si apre la bocca con un largo orificio ovale, a margini ispessiti, ventosiforme, che conduce in un ampio prefaringe, il quale si prolunga fin oltre il livello del margine posteriore delle ventose anteriori e si continua in un piccolo bulbo faringeo di forma ovoide. A questo tiene dietro un corto esofago esile, che si slarga al suo estremo posteriore per formare l'arco dell'intestino, il quale, come d'ordinario, si prolunga per tutta la lunghezza del corpo in due esili braccia intestinali varicose, che, come ho potuto ricavare dai preparati *in toto* e dalle sezioni, danno, dai due lati, dei ciechi, brevi e dentritici, ma relativamente larghi, che si comportano nel modo che ho riassunto nella fig. 4. Le braccia intestinali raggiungono l'estremo posteriore del corpo, arrestandosi dove comincia a differenziarsi da questo il disco, ed insinuandosi, alle volte, coi loro fondi ciechi anche in questo.

L'insieme della disposizione degli organi genitali ed i loro rapporti reciproci, come quello degli sbocchi esterni, può ricavarsi facilmente dalle fig. 1, 3, 4, 7. I testicoli, piccoli ed ovoidali, occupano la metà posteriore del corpo e si estendono, in questa, fino a raggiungere il disco: sono disposti in due serie parallele e vanno impiccolendosi verso l'estremo delle serie (fig. 1, 4).

Dagli efferenti dei singoli testicoli si origina, anteriormente alla prima coppia, il deferente, che subito si slarga in un condotto, che si rivolge alquanto verso sinistra, e risale, spingendosi verso il dorso, e passando dietro l'ovario e l'utero, nella parte anteriore del corpo, fino a raggiungere l'altezza dell'orificio dell'utero

(fig. 3, 7). E qui dapprima si restringe, poi si slarga e, facendo una larga ansa ad otto (ricettacolo spermatico?), va a sboccare, restringendosi (dotto ejaculatore), alla base del così detto pene chitinoso (cirro). Questo, breve e della forma rappresentata nella fig. 3, è disposto obliquamente nel corpo dal dorso al ventre e si spinge in una sorta di piccola papilla sporgente (pene) dentro una insenatura dell'ectoderma (atrio genitale) (fig. 3). Questo si apre all'esterno con un piccolo orifizio ventrale, spinto un poco a sinistra della linea mediana, alquanto dietro il livello dell'arco intestinale, come mostrano le figure 1, 3, 4. Nella fig. 3 questo rapporto di posizione non si scorge chiaro, perchè l'esemplare, essendo alquanto contratto, il foro genitale sembra quasi all'altezza dell'arco intestinale.

Dalla base ristretta del pene chitinoso si scorgono dipartirsi diretti innanzi e divaricati a V due brevi cordoncini, che presto svaniscono: questi cordoni possono interpetrarsi come fascetti muscolari, destinati a permettere la protrusione del pene chitinoso. Intorno alla porzione anteriore del pene chitinoso e dorsalmente a questo si scorge un organo della caratteristica forma disegnata nella fig. 3 (vedi pure fig. 1 e 4); ma in che rapporti esso si trovi colla porzione terminale dell'apparecchio genitale maschile, non ho potuto ben precisare. E, del resto, devo dichiarare che ho disegnato e descritto ciò che ho visto su questa parte dell'apparecchio; ma, a vero dire, dalle preparazioni e dalle sezioni non mi è riuscito formarmi un completo concetto del modo come questa si comporta, sì che io non intendo dare per definitivi i fatti osservati, richiedendo essi ancora nuovi studi per essere completamente chiariti.

L'ovario si trova innanzi ai testicoli: è tubolare, rigonfio e ravvolto su sè stesso ed emerge subito alla osservazione, perchè occupa tutto quasi l'ambito compreso fra le braccia intestinali della regione del corpo, dove è allogato (fig. 1 e 4). Il tubo ovarico comincia ventralmente a destra, a forma di capocchia rigonfia e si volge verso sinistra slargandosi gradatamente per l'ingrandirsi graduale delle uova, poi risale in avanti, si ripiega verso destra e si rivolge in basso verso il dorso, sempre più slargandosi. E qui fa un'ansa, ravvolgendosi a spira su sè stesso, e, diminuendo di calibro, risale anteriormente, con un largo gomito, continuandosi, così, nell'ovidotto (fig. 7). Questo, di piccolo

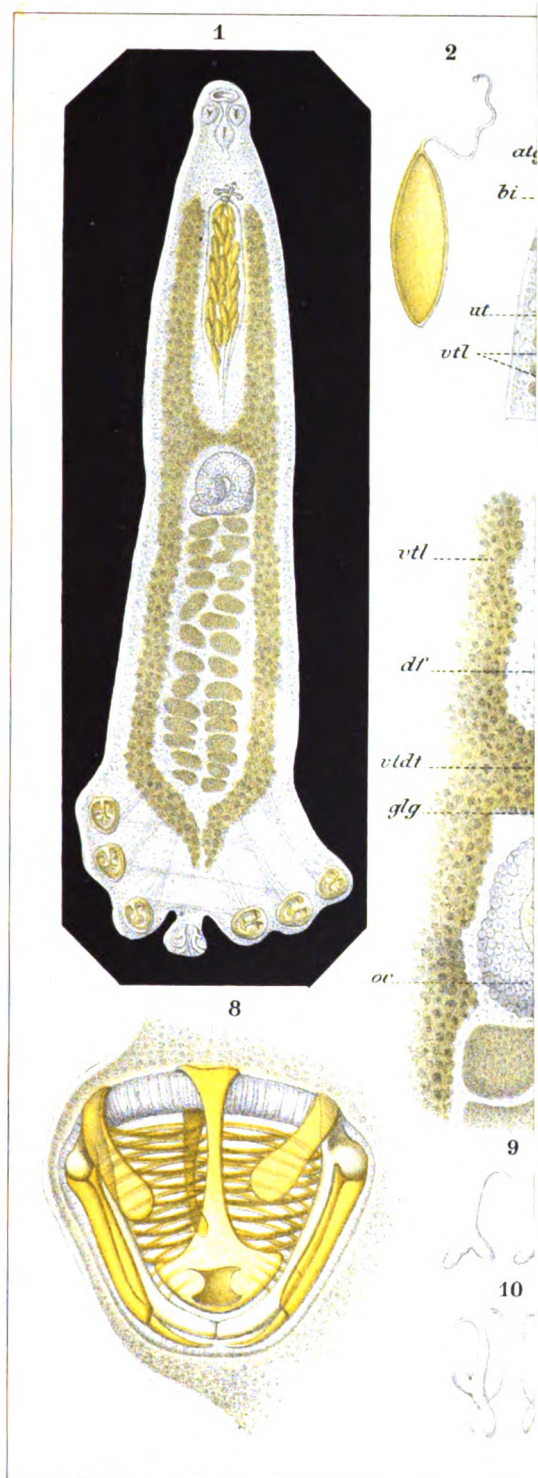
calibro si rivolge dalla destra del corpo, dove s'inizia dall'ovario, verso la linea mediana, e dopo breve decorso si slarga per differenziarsi nell'ootipo di forma tra l'ovoide ed il piriforme, come mi è riuscito di riconoscerlo, circondato, alla sua base e per un certo tratto della sua porzione iniziale, dalle glandole del guscio (fig. 4, 7). L'ootipo va restringendosi anteriormente gradatamente e si inizia così, da questo, l'utero, che si dispone nella linea mediana del corpo; e che, dapprima ristretto, si slarga presto ad imbuto e decorre così slargato, a somiglianza di un calice, nella parte anteriore del corpo, occupando il mezzo dello spessore di questo, fino all'altezza dove anteriormente si arrestano i vitellogeni (fig. 1, 3, 4, 7). Qui le pareti vanno bruscamente restringendosi per terminarsi nell'apertura uterina, che appena si scorge all'esterno, ed è collocata ventralmente dietro quella maschile ed a livello ed in corrispondenza di quell'organo problematico, annesso alla porzione terminale dell'apparato maschile, innanzi ricordato, che dapprima ho creduto, erroneamente, circondasse i margini dell'apertura dell'utero (fig. 1, 3, 4). La forma caratteristica di questo è determinata dalle uova, che in esso si raccolgono e che ne dilatano le pareti. Queste uova sono relativamente numerose e sono addossate le une alle altre (fig. 1, 3, 4): esse sono ovali ed hanno la forma ritratta nella fig. 2 e sono provviste di un breve filamento unipolare chiaro, trasparente, mentre il colorito delle uova è giallo paglierino. Quelle che occupano la parte anteriore dell'utero sono più intensamente colorate (fig. 3), ed hanno il guscio più resistente; quelle ultime, che si trovano in fondo all'utero, sono più chiare, più trasparenti, ed attraverso il guscio si scorge bene la cellula uovo circondata da quelle vitelline grosse, distinte e non molto numerose, che conservano ancora inalterata la struttura tipica, che si osserva in quelle che costituiscono i vitellogeni e si vedono nel condotto vitellino impari (fig. 11). I vitellogeni sono numerosi e fitti e formano due larghe zone laterali, che si estendono, parallelamente, per tutta quasi la lunghezza del corpo: cominciano esse anteriormente, alquanto lontano dall'estremo anteriore, e raggiungono il disco, nel quale si insinuano; e qui le due zone, rasentando gli ultimi testicoli, tendono a convergere fra loro prolungandosi nel disco lungo il mezzo di questo (fig. 1, 3, 7).

Innanzi l'ovario dalle due zone laterali partono due larghi

vitellodotti trasversali, che, dirigendosi dorsalmente, si fondono insieme per formare una sorta di ricettacolo vitellino, dal quale, alquanto verso destra, nasce un vitellodotto impari (fig. 1, 4, 7). Questo discende posteriormente ed obliquamente dal dorso al ventre e descrivendo un'ansa decorre verso l'ovidotto, nel quale sbocca subdorsalmente poco dopo l'origine di questo dall'ovario. In prossimità dello sbocco del vitellodotto impari e dietro questo ho veduto originarsi dall'ovidotto e sboccare in esso un altro condottolino, che non mi è riuscito di poter seguire (fig. 7, *). Rappresenti esso la vagina, o sia l'inizio del così detto canale genito-intestinale — che non avrei potuto accompagnare fino al suo sbocco nell'intestino — questo non saprei dire; nè certo oso di pronunziarmi in proposito. Le sezioni non mi hanno permesso di mettere in chiaro questo punto della organizzazione dei genitali femminili, ma da certi fatti osservati sarei, con ogni riserva, indotto a pensare che potesse essere la vagina, la quale sboccherebbe dorsalmente dopo avere formato un piccolo ricettacolo seminale. Se le cose stanno così, come, con tutti i riguardi dovuti ad insufficienza di osservazione ora espongo, dimostreranno ricerche ulteriori su materiale fresco — che finora, come ho detto, non ho potuto procurarmi — o per lo meno, meglio adatto per le sezioni. Il quale permetterà pure di chiarire quanto rimane ancora dubbio circa la porzione terminale dell'apparecchio genitale maschile, come ho innanzi detto, e di fare uno studio più completo degli altri apparati organici e della fine struttura di questi. Della quale ora non mi sono occupato, anche perchè ciò non era strettamente necessario per il riconoscimento della specie.

Dallo studio fatto delle caratteristiche esterne e della interna organizzazione del genere *Plectanocotyle* (nella specie qui descritta) parmi, pertanto, di poter ricavare che esso, ora che è meglio noto, mostri una somma di caratteri proprii, che, comparati con quelli delle altre forme della sottofamiglia degli *Octocotylinae (Polystomidae)*, alla quale finora è stato ascritto, fanno pensare come esso genere *Plectanocotyle*, non sia proprio al suo posto in questo gruppo. Allo smembramento del quale in più sottofamiglie, come ha già tentato il Cerfontaine (sottofamiglia *Diclidophorinae*), si dovrà, come io penso, conseguentemente addivenire. E quindi, tenuto debito conto di tutte le caratteristiche e del numero delle ventose, che sono sei, queste

FR. SAV. MONTICELLI - Di una nuova specie del g

Fr. Sav. Monticelli e G. Soli dis.

darebbero ragione ad una proposta, alla quale ora accenno solamente, e con riserva; di poter creare, cioè, per il genere *Plectanocotyle*, una distinta sottofamiglia dei *Polystomidae,* alle altre equivalente, quella degli *Exacotylinae.*

Modena. Giugno del 1899.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Lettere comuni a tutte le figure:

apf, apertura genitale femminile — *apm*, apertura genitale maschile — *atg*, atrio genitale — *b*, bocca — *bi*, braccia intestinali — *de*, dotto ejaculatore — *df*, dotto deferente — *e*, esofago — *f*, faringe — *g*, guscio dell'uovo — *glg*, glandole del guscio — *mr*, muscoli radiali delle ventose — *oot*, ootipo — *ov*, ovario — *ovd*, ovidotto — *pc*, pene chitinoso (cirro) — *pf*, prefaringe — *rs*, ricettacolo spermatico — *rv*, ricettacolo vitellino — *t*, testicoli — *ut*, utero — *va*, ventose anteriori — *vtdi*, vitellodotto impari — *vtdt*, vitellodotti trasversali — *vtl*, vitellogeni.

Tutte le figure sono state eseguite con la camera chiara Dumaige; sistema Zeiss, lunghezza del tubo mill. 160, piano di disegno all'altezza del tavolino del microscopio.

Fig. 1. — *Plectanocotyle Lorenzii*. Figura d'insieme dell'aspetto generale (dal ventre) × 44 v. circa.

Fig. 2. — Un uovo uterino × 264 v. circa.

Fig. 3. — Porzione della parte anteriore del corpo che mostra lo sbocco dell'utero e dell'apparecchio genitale maschile (dal ventre) × 200 v. circa.

Fig. 4. — Figura d'insieme di tutta l'organizzazione della specie, ricavata così dai preparati *in toto* come dalle sezioni: i vitellogeni non sono rappresentati per non complicare maggiormente la figura (dal ventre) × 44 v. circa.

Fig. 5. — Sezione tangenziale alle pareti di una ventosa × 790 v. circa.

Fig. 6. — Sezione trasversa di una ventosa × 790 v. circa.

Fig. 7. — Figura d'insieme dell'apparecchio genitale femminile; da preparato in toto, completato dalle serie di sezioni (dal dorso) × 132 v. circa.

Fig. 8. — Figura d'insieme dell'armatura chitinosa delle ventose, vista dalla faccia dorsale (superiore) × 396 v. circa.

Fig. 9. — Aspetto diverso che presentavano gli uncini maggiori del lembo in uno degli esemplari × 222 v. circa.

Fig. 10. — Uncini del lembo appendicolare del disco × 222 v. circa.

Fig. 11. — Un uovo uterino dei più giovani e trasparenti × 1050 v. circa.

Fig. 12. — Figura d'insieme dell'armatura chitinosa delle ventose, vista dalla faccia ventrale (inferiore) × 396 v. circa.

Sulle equazioni della elasticità in coordinate curvilinee;

Nota di ORAZIO TEDONE a Milano.

1. — Supponiamo che il mezzo elastico, di cui vogliamo occuparci, si trovi immerso in una varietà *euclidea* a due dimensioni e che questa varietà sia riferita ad un sistema di coordinate curvilinee ortogonali q_1 e q_2 qualunque. Se indichiamo con:

$$ds^2 = Q_1^2 dq_1^2 + Q_2^2 dq_2^2 \tag{1}$$

il quadrato del suo elemento lineare, con κ_1, κ_2 le componenti dello spostamento di un punto del mezzo elastico secondo le linee coordinate q_1 e q_2 e con:

$$\theta = \frac{1}{\nabla}\left(\frac{\partial Q_2 \kappa_1}{\partial q_1} + \frac{\partial Q_1 \kappa_2}{\partial q_2}\right), \quad \bar{\omega} = \frac{1}{\nabla}\left(\frac{\partial Q_1 \kappa_1}{\partial q_2} - \frac{\partial Q_2 \kappa_2}{\partial q_1}\right), \ \nabla = Q_1 Q_2 \tag{2}$$

la dilatazione e il doppio della rotazione elementare, nel caso di un mezzo isotropo ed omogeneo e nella ipotesi che facciamo per semplicità, che le forze esterne di massa sieno nulle, le equazioni del moto elastico, com'è ben noto, si scrivono:

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial^2 \kappa_1}{\partial t^2} &= \frac{b^2}{Q_1}\frac{\partial \theta}{\partial q_1} + \frac{a^2}{Q_2}\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial q_2} \\ \frac{\partial^2 \kappa_2}{\partial t^2} &= \frac{b^2}{Q_2}\frac{\partial \theta}{\partial q_2} - \frac{a^2}{Q_1}\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial q_1}, \end{aligned}\right. \tag{3}$$

dove b^2 ed a^2 sono due costanti.

In questa nota vogliamo mostrare brevemente che la integrazione delle equazioni (3) che, nel caso di coordinate cartesiane, è stata raggiunta la prima volta dal prof. Volterra (*),

(*) Vedi p. es.: *Sulle vibrazioni dei corpi elastici*, " Rend. dell'Acc. dei Lincei ", vol. I, ser. 5ª.

può raggiungersi anche lasciando alle coordinate q_1 e q_2 la massima generalità, senza che perciò i calcoli diventino più complicati.

2. — Se indichiamo con κ'_1, κ'_2 un sistema di funzioni regolari come κ_1 e κ_2, moltiplichiamo la prima delle equazioni (3) per κ'_1, la seconda per κ'_2 e sommiamo, troviamo subito:

$$
\begin{aligned}
0 &= \kappa'_1\left(\frac{\partial^2\kappa_1}{\partial t^2} - \frac{b^2}{Q_1}\frac{\partial\theta}{\partial q_1} - \frac{a^2}{Q_2}\frac{\partial\hat{\omega}}{\partial q_2}\right) + \kappa'_2\left(\frac{\partial^2\kappa_2}{\partial t^2} - \frac{b^2}{Q_2}\frac{\partial\theta}{\partial q_2} + \frac{a^2}{Q_1}\frac{\partial\hat{\omega}}{\partial q_1}\right) = \\
&= \frac{\partial}{\partial t}\left(\kappa'_1\frac{\partial\kappa_1}{\partial t}\right) - \frac{b^2}{\nabla}\frac{\partial}{\partial q_1}(\theta Q_2\kappa'_1) - \frac{a^2}{\nabla}\frac{\partial}{\partial q_2}(\hat{\omega} Q_1\kappa'_1) + \\
&+ \frac{\partial}{\partial t}\left(\kappa'_2\frac{\partial\kappa_2}{\partial t}\right) - \frac{b^2}{\nabla}\frac{\partial}{\partial q_2}(\theta Q_1\kappa'_2) + \frac{a^2}{\nabla}\frac{\partial}{\partial q_1}(\hat{\omega} Q_2\kappa'_2) - \\
&- \frac{\partial\kappa'_1}{\partial t}\frac{\partial\kappa_1}{\partial t} - \frac{\partial\kappa'_2}{\partial t}\frac{\partial\kappa_2}{\partial t} - b^2\theta\theta' - a^2\hat{\omega}\hat{\omega}'
\end{aligned}
$$

in cui θ' e $\hat{\omega}'$ indicano le espressioni analoghe a θ e a $\hat{\omega}$ costruite con le funzioni κ'_1 e κ'_2. Se κ'_1 e κ'_2 soddisfano, come κ_1 e κ_2 alle equazioni (3), possiamo nella equazione precedente scambiare κ_1 e κ_2 con κ'_1 e κ'_2. Sottraendo allora una dall'altra le due equazioni risultanti si ottiene:

$$
\begin{aligned}
(4)\qquad & \frac{\partial}{\partial t}\left(\kappa'_1\frac{\partial\kappa_1}{\partial t}\right) - \frac{b^2}{\nabla}\frac{\partial}{\partial q_1}(\theta Q_2\kappa'_1) - \frac{a^2}{\nabla}\frac{\partial}{\partial q_2}(\hat{\omega} Q_1\kappa'_1) + \\
&+ \frac{\partial}{\partial t}\left(\kappa'_2\frac{\partial\kappa_2}{\partial t}\right) - \frac{b^2}{\nabla}\frac{\partial}{\partial q_2}(\theta Q_1\kappa'_2) + \frac{a^2}{\nabla}\frac{\partial}{\partial q_1}(\hat{\omega} Q_2\kappa'_2) = \\
&= \frac{\partial}{\partial t}\left(\kappa_1\frac{\partial\kappa'_1}{\partial t}\right) - \frac{b^2}{\nabla}\frac{\partial}{\partial q_1}(\theta' Q_2\kappa_1) - \frac{a^2}{\nabla}\frac{\partial}{\partial q_2}(\hat{\omega}' Q_1\kappa_1) + \\
&+ \frac{\partial}{\partial t}\left(\kappa_2\frac{\partial\kappa'_2}{\partial t}\right) - \frac{b^2}{\nabla}\frac{\partial}{\partial q_2}(\theta' Q_1\kappa_2) + \frac{a^2}{\nabla}\frac{\partial}{\partial q_1}(\hat{\omega}' Q_1\kappa_2).
\end{aligned}
$$

Consideriamo ora la varietà a tre dimensioni pure euclidea di cui il quadrato dell'elemento lineare è dato da:

$$ds^2 = Q_1^2 dq_1^2 + Q_2^2 dq_2^2 + dt^2$$

in cui è immersa la nostra varietà a due dimensioni. Chiamiamo S una porzione finita di questa varietà in cui κ_1, κ_2, κ'_1, κ'_2

sieno regolari, con σ la superficie che limita questo campo e con n la direzione della normale a σ diretta verso l'interno di S. Moltiplichiamo quindi l'equazione (4) per l'elemento $dS = \nabla dq_1 dq_2 dt$ di volume di S ed integriamo a tutto il campo S.

Ponendo:

$$(5) \quad \begin{cases} U = \frac{\partial \kappa_1}{\partial t} \cos(nt) - b^2 \theta \cos(nq_1) - a^2 \tilde{\omega} \cos(nq_2) \\ V = \frac{\partial \kappa_2}{\partial t} \cos(nt) - b^2 \theta \cos(nq_2) + a^2 \tilde{\omega} \cos(nq_1) \end{cases}$$

si trova allora subito la formola:

$$(6) \qquad \int_\sigma (\kappa'_1 U + \kappa'_2 V - \kappa_1 U' - \kappa_2 V') d\sigma = 0.$$

3. — Osserviamo ora che se una funzione $\psi(t, q_1, q_2)$ soddisfa all'equazione:

$$(7) \qquad \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{1}{\nabla} \left[\frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{Q_2}{Q_1} \frac{\partial \psi}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{Q_1}{Q_2} \frac{\partial \psi}{\partial q_2} \right) \right]$$

si hanno in

$$(8) \qquad \kappa'_1 = \frac{1}{Q_1} \frac{\partial \psi(bt, q_1, q_2)}{\partial q_1}, \quad \kappa'_2 = \frac{1}{Q_2} \frac{\partial \psi(bt, q_1, q_2)}{\partial q_2}$$

$$(8') \qquad \kappa''_1 = \frac{1}{Q_2} \frac{\partial \psi(at, q_1, q_2)}{\partial q_2}, \quad \kappa''_2 = -\frac{1}{Q_1} \frac{\partial \psi(at, q_1, q_2)}{\partial q_1}$$

due sistemi di integrali particolari delle equazioni (3). Con un opportuno cambiamento di variabili l'equazione (7) si può ridurre alla forma:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}$$

e, sotto questa forma, si verifica subito che la funzione:

$$(9) \quad \psi = (t' - t) \left[\frac{\sqrt{(t'-t)^2 - r^2}}{t'-t} + \log\left(\frac{t'-t}{r} - \sqrt{\left(\frac{t'-t}{r}\right)^2 - 1} \right) \right],$$

$$r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$$

in cui t', x', y' sono costanti arbitrarie e che è reale per $\frac{t'-t}{r} \geq 1$, espressa per mezzo di t, q_1, q_2, soddisfa alla nostra equazione (7). È con questa funzione speciale (9) che intendiamo di costruire i due sistemi di integrali (8) e (8') ponendo in essa $b(t'-t)$ invece di $t'-t$ per costruire il primo sistema ed $a(t'-t)$ invece di $t'-t$ per costruire il secondo.

4. — Applichiamo ora la formola (6) dapprima ad un campo S_b limitato dal cono di rotazione $b(t'-t)=r$ il cui vertice è nel punto $(t', x', y') \equiv (t', q'_1, q'_2)$, e da una porzione di superficie σ_b tale che in ogni punto di σ_b sia $t' > t$, $b(t'-t) \geq r$ e nella ipotesi che per κ'_1, κ'_2 si adoperi il sistema di integrali (8) delle nostre equazioni. Poichè però questi integrali in S_b diventano infiniti in tutti i punti della retta $r=0$ che cadono in esso, così escluderemo da S_b quella parte di S_b che è compresa nel cilindro di rotazione $r=\epsilon$, ϵ essendo una quantità che faremo tendere a zero, e chiameremo S'_b e σ'_b ciò che resta di S_b e σ_b dopo questa esclusione, con τ la porzione della superficie cilindrica $r=\epsilon$ che, insieme a σ'_b e al cono $b(t'-t)=r$, limita S'_b.

Si ha intanto:

$$
(10)\quad \left\{
\begin{aligned}
&\kappa'_1 = \frac{1}{Q_1}\frac{\partial r}{\partial q_1}\frac{\sqrt{b^2(t'-t)^2-r^2}}{r}, \qquad \kappa'_2 = \frac{1}{Q_2}\frac{\partial r}{\partial q_2}\frac{\sqrt{b^2(t'-t)^2-r^2}}{r} \\
&\theta' = \frac{-1}{\sqrt{b^2(t'-t)^2-r^2}}, \qquad \bar{\omega}' = 0 \\
&U' = \frac{b^2}{r\sqrt{b^2(t'-t)^2-r^2}}\left(-\frac{t'-t}{Q_1}\frac{\partial r}{\partial q_1}\cos(nt) + r\cos(nq_1)\right), \\
&V' = \frac{b^2}{r\sqrt{b^2(t'-t)^2-r^2}}\left(-\frac{t'-t}{Q_2}\frac{\partial r}{\partial q_2}\cos(nt) + r\cos(nq_2)\right).
\end{aligned}
\right.
$$

Sul cono $b(t'-t)=r$ è $\kappa'_1 = \kappa'_2 = 0$. Inoltre i coseni di direzioni della normale devono essere tali che per ogni sistema di valori di δt, δq_1, δq_2 soddisfacenti all'equazione:

$$
b\,\delta t + \frac{\partial r}{\partial q_1}\delta q_1 + \frac{\partial r}{\partial q_2}\delta q_2 = 0
$$

sia soddisfatta anche l'altra:

$$\partial t \cos(nt) + Q_1 \partial q_1 \cos(nq_1) + Q_2 \partial q_2 \cos(nq_2) = 0$$

per cui

$$\cos(nt) = kb, \quad \cos(nq_1) = \frac{k}{Q_1}\frac{\partial r}{\partial q_1}, \quad \cos(nq_2) = \frac{k}{Q_2}\frac{\partial r}{\partial q_2}$$

dove $\frac{1}{k^2} = \Delta r + b^2 = 1 + b^2$. Dunque:

$$\cos(nt) = \frac{-b}{\sqrt{1+b^2}},$$

$$\cos(nq_1) = -\frac{1}{Q_1}\frac{\partial r}{\partial q_1}\frac{1}{\sqrt{1+b^2}}, \quad \cos(nq_2) = -\frac{1}{Q_2}\frac{\partial r}{\partial q_2}\frac{1}{\sqrt{1+b^2}}.$$

Ne viene dunque che, sul cono $b(t'-t) = r$, si ha:

$$U' = \frac{b^2}{r\sqrt{b^2(t'-t)^2 - r^2}\sqrt{1+b^2}}\frac{1}{Q_1}\frac{\partial r}{\partial q_1}[b(t'-t) - r] =$$

$$= \frac{b^2}{r\sqrt{1+b^2}}\frac{1}{Q_1}\frac{\partial r}{\partial q_1}\frac{\sqrt{b(t'-t)-r}}{\sqrt{b(t'-t)+r}} = 0, \quad V' = 0.$$

Sulla superficie τ di equazione $r = \epsilon$ è poi:

$$\cos(nt) = 0, \qquad \cos(nr) = +1,$$

$$\cos(nq_1) = \cos(rq_1) = \frac{1}{Q_1}\frac{\partial r}{\partial q_1}, \qquad \cos(nq_2) = \cos(rq_2) = \frac{1}{Q_2}\frac{\partial r}{\partial q_2}$$

per cui

$$(11) \quad \begin{cases} \kappa'_1 = \dfrac{\sqrt{b^2(t'-t)^2 - \epsilon^2}}{\epsilon}\cos(rq_1), & \kappa'_2 = \dfrac{\sqrt{b^2(t'-t)^2 - \epsilon^2}}{\epsilon}\cos(rq_2) \\ U' = \dfrac{b^2}{\sqrt{b^2(t'-t)^2 - \epsilon^2}}\cos(rq_1), & V' = \dfrac{b^2}{\sqrt{b^2(t'-t)^2 - \epsilon^2}}\cos(rq_2) \end{cases}$$

e similmente

$$(12) \qquad \begin{aligned} U &= -b^2\theta\cos(rq_1) - a^2\bar{\omega}\cos(rq_2), \\ V &= -b^2\theta\cos(rq_2) + a^2\bar{\omega}\cos(rq_1). \end{aligned}$$

In conseguenza di questi risultati l'equazione (6) si potrà scrivere:

$$\int_{\sigma_b}(\kappa'_1 U + \kappa'_2 V - \kappa_1 U' - \kappa_2 V')\, d\sigma =$$

$$= b^2 \int_\tau \theta \frac{\sqrt{b^2(t'-t)^2-\epsilon^2}}{\epsilon}\, d\tau + b^2 \int_\tau \frac{d\tau}{\sqrt{b^2(t'-t)^2-\epsilon^2}} (\kappa_1 \cos(rq_1) + \kappa_2 \cos(rq_2))$$

e questa formola, chiamando t_0 il valore di t corrispondente all'intersezione della superficie σ con la retta $r = 0$, ci dà subito:

$$(13)\quad 2\pi b^2 \int_{t_0}^{t'} (t'-t)\,\theta(t, q'_1, q'_2)\, dt = \int_{\sigma_b} \frac{\sqrt{b^2(t'-t)^2-r^2}}{br} \left(\frac{U}{Q_1}\frac{\partial r}{\partial q_1} + \frac{V}{Q_2}\frac{\partial r}{\partial q_2} \right) d\sigma$$
$$- \int_{\sigma_b} \frac{b}{r\sqrt{b^2(t'-t)^2-r^2}} \left\{ \kappa_1 \left(-\frac{t'-t}{Q_1}\frac{\partial r}{\partial q_1} \cos(nt) + r\cos(nq_1) \right) + \right.$$
$$\left. + \kappa_2 \left(-\frac{t'-t}{Q_2}\frac{\partial r}{\partial q_2} \cos(nt) + r\cos(nq_2) \right) \right\} d\sigma.$$

5. — Allo stesso modo, applicando l'equazione (6) al campo S_a limitato dal cono $a(t'-t) = r$ e dalla superficie σ_a che può essere una porzione di una superficie generale σ di cui σ_b è un'altra porzione, nell'ipotesi che per κ'_1, κ'_2 si adoperi il sistema di integrali (8′) delle nostre equazioni, si troverebbe con eguale facilità la formola:

$$(14)\quad 2\pi a^2 \int_{t_0}^{t'} (t'-t)\,\hat{\omega}(t, q'_1, q'_2)\, dt = \int_{\sigma_a} \frac{\sqrt{a^2(t'-t)^2-r^2}}{ar} \left(\frac{U}{Q_2}\frac{\partial r}{\partial q_2} - \frac{V}{Q_1}\frac{\partial r}{\partial q_1} \right) d\sigma$$
$$- \int_{\sigma_a} \frac{a}{r\sqrt{a^2(t'-t)^2-r^2}} \left\{ \kappa_1 \left(-\frac{t'-t}{Q_2}\frac{\partial r}{\partial q_2} \cos(nt) + r\cos(nq_2) \right) - \right.$$
$$\left. - \kappa_2 \left(-\frac{t'-t}{Q_1}\frac{\partial r}{\partial q_1} \cos(nt) + r\cos(nq_1) \right) \right\}.$$

6. — Indichiamo ora con T e P le espressioni di:

$$b^2 \int_{t_0}^{t'} (t'-t)\,\theta(t, q'_1, q'_2)\, dt \quad \text{e di} \quad a^2 \int_{t_0}^{t'} (t'-t)\,\hat{\omega}(t, q'_1, q'_2)\, dt$$

dedotte dalle (13) e (14) ed osserviamo che:

$$\frac{b^2}{Q_1}\frac{\partial}{\partial q'_1}\int_{t_0}^{t'}(t'-t)\,\theta(t,q'_1,q'_2)\,dt=\int_{t_0}^{t'}(t'-t)\,\frac{b^2}{Q_1}\frac{\partial\theta(t,q'_1,q'_2)}{\partial q'_1}\,dt+$$
$$+(t'-t_0)\,b^2\theta_0\frac{\cos(n_0q_1)}{\cos(n_0t)}$$

$$\frac{a^2}{Q_2}\frac{\partial}{\partial q'_2}\int_{t_0}^{t'}(t'-t)\,\hat{\omega}(t,q'_1,q'_2)\,dt=\int_{t_0}^{t'}(t'-t)\,\frac{a^2}{Q_2}\frac{\partial\hat{\omega}(t,q'_1,q'_2)}{\partial q'_2}\,dt+$$
$$+(t'-t)\,a^2\hat{\omega}_0\frac{\cos(n_0q_2)}{\cos(n_0t)}$$

. . . .

nelle quali formole Q_1 e Q_2 bisogna considerarle come funzioni di q'_1, q'_2 invece che di q_1 e di q_2, θ_0 e $\hat{\omega}_0$ stanno invece di $\theta(t_0, q'_1, q'_2)$, $\hat{\omega}(t_0, q'_1, q'_2)$ ed n_0 indica la normale nel punto (t_0, q'_1, q'_2). Dalle relazioni precedenti si deduce subito:

$$\frac{1}{Q_1}\frac{\partial T}{\partial q'_1}+\frac{1}{Q_2}\frac{\partial P}{\partial q'_2}-\frac{(t'-t_0)}{\cos(n_0t)}\Big[b^2\theta_0\cos(n_0q_1)+a^2\hat{\omega}_0\cos(n_0q_2)\Big]=$$
$$=\int_{t_0}^{t'}(t'-t)\,\frac{\partial^2\kappa_1(t,q'_1,q'_2)}{\partial t^2}\,dt=-(t'-t_0)\left(\frac{\partial\kappa_1}{\partial t}\right)_0+\kappa_1(t',q'_1,q'_2)-\kappa_1(t_0,q'_1,q'_2)$$

donde

$$\kappa_1(t',q'_1,q'_2)=\kappa_1(t_0,q'_1,q'_2)+\tag{15}$$
$$+\frac{(t'-t_0)}{\cos(n_0t)}\left[\left(\frac{\partial\kappa_1}{\partial t}\right)_0\cos(n_0t)-b^2\theta_0\cos(n_0q_1)-a^2\hat{\omega}_0\cos(n_0q_2)\right]+$$
$$+\frac{1}{Q_1}\frac{\partial T}{\partial q'_1}+\frac{1}{Q_2}\frac{\partial P}{\partial q'_2}.$$

Analogamente si troverebbe

$$\kappa_2(t',q'_1,q'_2)=\kappa_2(t_0,q'_1,q'_2)+\tag{15'}$$
$$+\frac{(t'-t_0)}{\cos(n_0t)}\left[\left(\frac{\partial\kappa_2}{\partial t}\right)_0\cos(n_0t)-b^2\theta_0\cos(n_0q_2)+a^2\hat{\omega}_0\cos(n_0q_1)\right]+$$
$$+\frac{1}{Q_2}\frac{\partial T}{\partial q_2}-\frac{1}{Q_1}\frac{\partial P}{\partial q_1}.$$

Queste sono le formole che volevamo stabilire e che sono la immediata generalizzazione delle formole date dal prof. Volterra nella nota citata. Ci asteniamo di estendere queste considerazioni ad altre formole relative sempre alle equazioni (3), proponendoci invece di estendere le nostre considerazioni in un altro lavoro alle equazioni della elasticità in uno spazio a tre dimensioni il che ci pare, per le applicazioni, degno di considerazione.

7. — Come un esempio daremo invece le espressioni di T e P quando si adoperano coordinate polari ρ e φ. In questo caso si può porre $\rho = q_1$, $\varphi = q_2$; $Q_1 = 1$, $Q_2 = \rho$;

$$r = \sqrt{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho'\cos(\varphi - \varphi')},$$

$$\frac{\partial r}{\partial \rho} = \frac{\rho - \rho'\cos(\varphi - \varphi')}{r}, \qquad \frac{\partial r}{\partial \varphi} = \frac{\rho\rho'\operatorname{sen}(\varphi - \varphi')}{r}$$

quindi:

$$2\pi T = \int_{\sigma_b} \frac{\sqrt{b^2(t'-t)^2 - r^2}}{br^2} [U(\rho - \rho'\cos(\varphi - \varphi')) + V\rho'\operatorname{sen}(\varphi - \varphi')] d\sigma -$$

$$- \int_{\sigma_b} \frac{b^2}{r^2\sqrt{b^2(t'-t)^2 - r^2}} \{ \kappa_1[-(t'-t)(\rho - \rho'\cos(\varphi - \varphi'))\cos(nt) + r^2\cos(nq_1)] +$$

$$+ \kappa_2[-(t'-t)\rho'\operatorname{sen}(\varphi - \varphi')\cos(nt) + r^2\cos(nq_2)] \} d\sigma$$

$$2\pi P = \int_{\sigma_a} \frac{\sqrt{a^2(t'-t)^2 - r^2}}{ar^2} [U\rho'\operatorname{sen}(\varphi - \varphi') - V(\rho - \rho'\cos(\varphi - \varphi'))] d\sigma -$$

$$- \int_{\sigma_a} \frac{a}{r^2\sqrt{a^2(t'-t)^2 - r^2}} \{ \kappa_1[-(t'-t)\rho'\operatorname{sen}(\varphi - \varphi')\cos(nt) + r^2\cos(nq_2)] -$$

$$- \kappa_2[-(t'-t)(\rho - \rho'\cos(\varphi - \varphi'))\cos(nt) + r^2\cos(nq_1)] \} d\sigma.$$

Una vantaggiosa disposizione sperimentale per lo studio degli spettri di diffrazione dei reticoli concavi;

Nota del Dott. G. B. RIZZO.

(Con una tavola).

I reticoli concavi del Rowland, per la loro semplicità e per il grande potere dispersivo, sono ora molto diffusi e costituiscono uno dei mezzi più delicati per lo studio degli spettri luminosi. Il Rowland stesso ne diede una teoria matematica completa (1), e l'Ames (2) fece conoscere una disposizione sperimentale molto acconcia, mediante la quale l'esame degli spettri ottenuti riesce assai facile. La disposizione dell'Ames è ancora generalmente adottata da tutti gli sperimentatori (3); e siccome nell'adoperare il reticolo concavo dell'Istituto fisico di questa Università mi venne fatto di studiare un'altra disposizione un po' diversa, la quale, almeno per certi scopi, presenta un notevole vantaggio sulla prima, la descrivo brevemente in questa nota.

Sia M l'apice di un reticolo concavo di raggio $CM = R$ e avente il centro di curvatura in C (Fig. 1): se A è un punto luminoso di coordinate r e i, rispetto al polo M e all'asse MC, i raggi diffratti dal reticolo formano infinite immagini di A; e in una direzione qualunque MB, la quale faccia con l'asse l'angolo θ, l'immagine si forma in un punto B, la cui distanza ρ da M è determinata dalla nota relazione:

$$[I] \qquad \rho = \frac{R\, r \cos^2\theta}{r(\cos i + \cos\theta) - R\cos^2 i}\,.$$

E in quel punto vi sarà un massimo nell'intensità luminosa, se è soddisfatta la condizione:

$$[II] \qquad e(\operatorname{sen} i + \operatorname{sen}\theta) = N\lambda,$$

(1) H. A. Rowland, " Phil. Mag. ", serie 5ª, t. XVI, pag. 197, 1893; t. XXXV, pag. 397, 1893.

(2) J. S. Ames, " Phil. Mag. ", ser. 5ª, t. XXVII, pag. 369, 1889.

(3) W. E. Adeney, J. Carson, " Phil. Mag. ", s. 5ª, t. XLVI, pag. 223, 1898.

dove e rappresenta la larghezza di un tratto brillante con una delle scalfiture adiacenti, λ la lunghezza d'onda del raggio luminoso ed N un numero intero 1, 2, 3, ... corrispondente all'ordine dello spettro.

Se poi si fa in modo che

$$[a] \qquad r = \mathrm{R} \cos i,$$

allora la formola [I] diventa

$$[b] \qquad \rho = \mathrm{R} \cos \theta;$$

cioè, se si pone l'origine dei raggi luminosi sopra la circonferenza che ha per diametro CM, l'immagine, in una direzione qualunque θ, viene a formarsi sopra la medesima circonferenza (1).

Qualora si consideri in particolar modo l'immagine che si forma nella direzione dell'asse MC, per cui $\theta = 0$, allora si ha evidentemente

$$[b'] \qquad \rho = \mathrm{R}$$

ossia l'immagine si forma precisamente all'estremità C del diametro.

Inoltre in questo caso la lunghezza d'onda della radiazione, per cui si ha un massimo di intensità in C, è determinata dalla formola:

$$[c] \qquad \lambda = \frac{e}{\mathrm{N}} \operatorname{sen} i,$$

cioè la lunghezza d'onda è direttamente proporzionale alla lunghezza AC; e la variazione $\Delta\lambda$ corrispondente ad un *piccolo* angolo di diffrazione θ si ha dalla formola:

$$[a] \qquad \Delta\lambda = \frac{e}{\mathrm{N}} \theta.$$

(1) Il Rydberg (" Phil. Mag. ", ser. 5a, t. XXXV, pag. 190, 1893) ha segnalato alcuni difetti di simmetria che si presentano in certi reticoli del Rowland, ove le immagini focali non stanno precisamente sopra questa circonferenza; ma codesti difetti sono molto rari e sono dovuti probabilmente ad una variazione periodica nella distanza delle linee del reticolo.

Da queste considerazioni si deducono le norme pratiche per il collocamento di un reticolo concavo di diffrazione. Lo si dispone ad una delle estremità di un'asta rigida avente la lunghezza R (Fig. 2ª), con le sue linee verticali, e in guisa che il centro di curvatura del reticolo coincida con l'estremità opposta dell'asta, ove si colloca un oculare, oppure una lastra fotografica, piegata con la sua lunghezza secondo la circonferenza di raggio $OC = \frac{1}{2} MC$.

Nelle differenti posizioni del punto C si formano le diverse immagini con le lunghezze d'onda progressivamente crescenti; oppure sulle lastre sensibili si formano delle immagini spettrali, che si possono calcolare senza difficoltà. Questa è la disposizione adottata dal Rowland stesso e, credo, da tutti coloro che hanno poi adoperato i reticoli concavi di diffrazione.

Ora l'esperienza mi ha dimostrato, come le immagini spettrali, che si formano in C, o sulle lastre fotografiche ivi collocate, non sono in generale molto luminose e poi sono sempre molto basse, ove non si abbia un'intensa sorgente di luce, colla quale si possa illuminare fortemente tutta la fenditura, che sta in A. Ma per ogni valore dell'angolo i, cioè per ogni posizione dell'asse CM e quindi del reticolo, oltre all'immagine che si forma nel punto C, la quale si può chiamare immagine *normale,* se ne forma un'altra, pur nello stesso ordine di spettri, sulla circonferenza di diametro CM, e precisamente in quel punto, per cui si ha:

$$[e] \qquad \operatorname{sen} \theta = - 2 \operatorname{sen} i.$$

E a parità delle altre condizioni quest'altra immagine è più luminosa e più alta della prima.

La disposizione sperimentale opportuna per ottenere questi altri spettri è anche molto facile: basta attaccare a snodo nel punto medio O dell'asta MC un'altra asta della lunghezza $OC' = \frac{1}{2} MC$, la quale si possa muovere anch'essa in un piano orizzontale, e poi si colloca in C' un oculare o una lastra fotografica convenientemente incurvata sulla circonferenza di diametro CM, perchè vi si formino le immagini spettrali. Con questo mezzo ho ottenuto delle fotografie di ùna intensità e di una precisione veramente singolari.

Le due prove, che riporto nella tavola unita, furono fatte simultaneamente, l'una nella posizione C (posizione normale) e l'altra nella posizione C', che si può chiamare *interna*, per esprimere che si trova compresa fra i due cateti, sui quali si muove l'asse del reticolo. Queste prove rappresentano un tratto dello spettro del ferro, intorno alla riga 4325 Å, e furono ottenute nello spettro del 1° ordine (1).

La fenditura era illuminata dalle scintille d'induzione, che scoccavano fra due punte di ferro tenute alla distanza di circa 0,3 cm.; il rocchetto poteva dare una scintilla semplice di 20 cm. ed era attivato da una corrente di 6 *ampère* con 10 *volta*. Nel circuito indotto era inserita una grossa bottiglia di Leida, e l'azione durò 90 secondi.

L'esame di questi due spettri mostra subito che l'intensità di quello interno è di gran lunga superiore; e inoltre, sebbene entrambi appartengano al medesimo ordine, tuttavia hanno una dispersione disuguale, essendo questa maggiore nello spettro interno. La teoria del reticolo, mentre serve di guida al calcolo dei risultati, spiega anche la ragione di questa differenza di dispersione.

Consideriamo due spettri del primo ordine, l'uno normale e l'altro interno, e supponiamo che tanto nel primo come nel secondo l'oculare o il centro della lastra sensibile corrisponda alla medesima linea, come appunto è il caso nostro.

Per lo spettro normale si ha:

$$\lambda = e \operatorname{sen} i$$

e

$$\Delta\lambda = e\,\Delta\theta \,.\, \cos\theta$$

dove, se θ è piccolo, $\cos\theta$ sarà prossimo all'unità.

Invece per lo spettro interno, si avrà ancora

$$\Delta\lambda = e\,\Delta\theta \,.\, \cos\theta ,$$

ma dovendo essere $\operatorname{sen}\theta = -2 \operatorname{sen} i$, $\cos\theta$ è molto minore dell'unità; laonde, per la stessa variazione di λ, dovrà essere mag-

(1) Il reticolo concavo dell'Istituto fisico della R. Università di Torino ha la curvatura di 3 m., 14438 linee per pollice e fu costruito dal Breashear colla prima macchina del Rowland.

giore la variazione di θ, cioè sarà in generale più grande la dispersione, come è appunto dimostrato dall'esperienza.

Perciò si può conchiudere che nella nuova disposizione sperimentale per lo studio degli spettri dei reticoli concavi, oltre ad avere una maggiore intensità di luce e delle linee molto più lunghe, si ha eziandio una dispersione alquanto maggiore (1).

E non riesce più difficile il calcolo delle lunghezze d'onda di tutte le linee che si possono fissare sopra una lastra fotografica, nella posizione di cui parlo, quando, oltre alle costanti dello strumento, si conosca la lunghezza d'onda λ di una linea che si sceglie come termine di riferimento. Infatti se, per maggior semplicità, si fa coincidere questa linea coll'estremità del raggio OC′, mentre la linea medesima, nell'altro spettro dello stesso ordine, coincide col punto C, l'angolo di incidenza sarà dato dalla relazione:

$$\operatorname{sen} i = \frac{N}{e} \lambda ;$$

e l'angolo di diffrazione θ, come sappiamo, sarà dato da:

$$\operatorname{sen} \theta = -2 \operatorname{sen} i .$$

Volendo pertanto determinare la lunghezza d'onda λ' di un'altra linea qualsiasi, la quale, sulla lastra, si trovi alla distanza s da quella prima considerata, basta osservare che per questa l'angolo di diffrazione sarà:

$$\theta' = \theta \pm \frac{1}{2} \frac{s}{OC'} ,$$

e quindi la lunghezza d'onda λ' sarà data dalla formola:

$$\lambda' = \frac{e}{N} (\operatorname{sen} i + \operatorname{sen} \theta') .$$

(1) Può sorgere il dubbio che la grande differenza osservata fra gli spettri normali e quelli interni, provenga dal fatto ben noto che i reticoli di diffrazione sono ordinariamente più luminosi da un lato che non dall'altro; ma avendo io provato a invertire il reticolo, ho trovato che la differenza, nelle linee generali, rimane sempre. Quindi non saprei attribuire ad altro la grande intensità e l'altezza delle linee brillanti negli spettri interni, se non al fatto che questi si formano assai più vicino al mezzo su cui la luce si diffrange.

G.B. RIZZO - Una vantaggiosa disposizione sperimentale per lo studio degli spettri di diffrazione nei reticoli concavi.

Atti R. Accad. delle Sc. di Torino - Vol. XXXIV

Fig. 1

G M G' ρ θ i B R C r A

Fig. 2

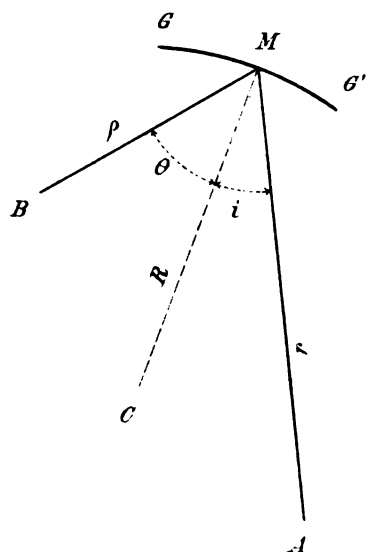
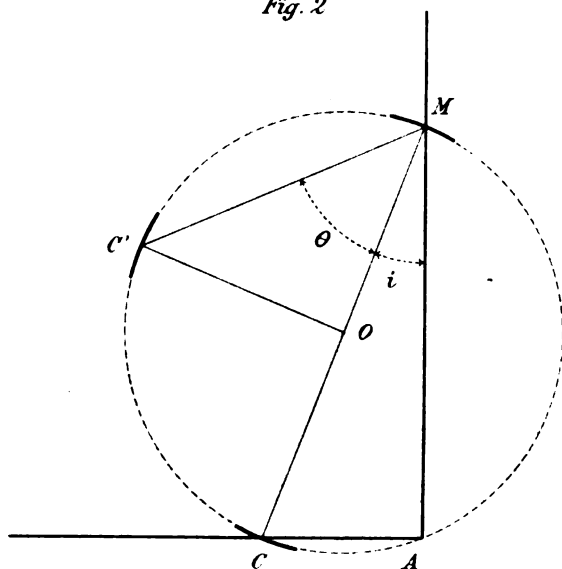
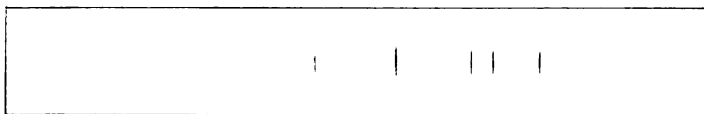
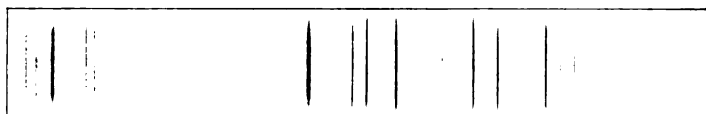
M C' θ i O C A

Spettri di 1.° ordine del Ferro intorno a λ = 4325

Immagine normale

Mi è caro di esprimere qui la mia profonda gratitudine per il signor prof. Andrea Naccari, non solo perchè mi diede il modo di sperimentare con quello squisito strumento che è il reticolo del suo Istituto, ma anche per la costante benevolenza, colla quale mi ha aiutato nel mio studio.

Due stazioni con misure assolute degli Elementi del Magnetismo terrestre in Canavese, nell'anno 1898.

Nota di EMILIO ODDONE.

I.

Nel Canavese si hanno pochissime misure assolute dei tre elementi del magnetismo terrestre, ed io conosco solo quelle del prof. Ciro Chistoni ad Ivrea e Lanzo (¹), che a vero dire si trovano già presso i confini, sui fiumi la Dora Baltea e la Stura.

Si capisce che gli osservatori evitavano volentieri quel Nord Ovest dell'Alta Italia, classico per le roccie serpentinose e di conseguenza infido alle misure magnetiche, ma non sembrandomi giustificata tanta interruzione nel corso delle linee isomagnetiche, pratico del sito, fermai l'attenzione dove il suolo mi sembrò meno affetto da anomalie e fui lieto quando potei trovare nella condiscendenza del prof. A. Naccari e negli apparecchi che ebbe la rara cortesia di affidarmi, la possibilità di eseguirvi qualche determinazione.

Queste misure assolute formano l'oggetto della Nota presente.

II. — Le misure di declinazione.

La prima stazione fu Feletto Canavese, nel prato grande della Cascina Carella, un sito nel centro della pianura canavesana, lungi per più di 200 metri dall'abitato, dalle ferrate, e dalle condutture elettriche, con sottosuolo argillo-marnoso spesso quattro metri, stato mai rimaneggiato. Più profondo trovansi al-

---

(¹) Ciro Chistoni, *Misure assolute di magnetismo terrestre fatte in Italia.* “Ann. della Meteor. italiana„. Dal 1881 in poi.

luvioni quaternarie antiche con scarsità di pietre verdi. La terra strofinata con forte calamita (una di quelle dell' Inclinometro) non accennò alla presenza del ferro, blocchi di terra avvicinati al magnetometro non lo disturbarono.

Nullameno non volendo trascurare nessuna delle minuziose cure necessarie, per accertarmi se operavo su d'un terreno neutro o magnetico, esplorai la località, percorrendo con una bussola a cannocchiale una linea contenuta in un piano verticale costante parallelo all'asse ottico del cannocchiale. L'esistenza o meno di variazioni dell'azimut magnetico sulla linea percorsa, dovevano fornire prova dello stato magnetico o neutro del terreno. La bussola era una buona azimutale a tre viti, livella ed eccellente cannocchiale posto in posizione centrica sopra la bussola e mobile in un piano verticale. L'ago era lungo 16 cm. e munito di indici sottilissimi di vetro nero, che si riflettevano sopra lo specchio sul quale era incisa la graduazione circolare. L'istrumento si teneva a 30 cm. da terra. Qua e là spiccando oggetti terrestri lontani, atti a fornire buone mire, se ne scelse una nello spigolo di un camino di casa a 400 m. circa. Ecco le osservazioni:

4 Giugno 1898.

				Ore
Stazione *b*, la centrale:				
ago Nord	208° 48′	208° 43′	208° 42′	13ʰ 55ᵐ
ago Sud	29° 9′	29° 14′	29° 10′	
Stazione *a*, 50 m. a Nord di *b*:				
ago Nord	208° 35′	208° 35′	208° 37′	14ʰ 5ᵐ
ago Sud	28° 59′	29° 2′	29° 2′	
Stazione *c*, a 40 m. a Sud di *b*:				
ago Nord	208° 37′	208° 38′	209° 39′	14ʰ 20ᵐ
ago Sud	29° 4′	29° 3′	29° 3′	
Stazione *b*:				
ago Nord	208° 42′	208° 42′	208° 41′	14ʰ 35ᵐ
ago Sud	29° 4′	29° 4′	29° 4′	
Stazione *c*:				
ago Nord	208° 38′	208° 38′	208° 39′	15ʰ 0ᵐ
ago Sud	29° 2′	29° 3′	29° 4′	
Stazione *a*:				
ago Nord	208° 37′	208° 33′	208° 33′	15ʰ 10ᵐ
ago Sud	28° 57′	28° 58′	28° 58′	
Stazione *b*:				
ago Nord	208° 40′	208° 42′	208° 41′	15ʰ 25ᵐ
ago Sud	29° 5′	29° 9′	29° 9′	

Ruoto il cannocchiale e scelgo per seconda mira la freccia di un campanile a 250 m. ad ovest:

ago Nord	209° 12′	209° 12′	209° 22′	$15^h\ 40^m$
ago Sud	29° 46′	29° 47′	29° 47′	

Stazione *d*, 40 m. a Nord-Est di *b*:

ago Nord	209° 10′	209° 12′	» »	$15^h\ 50^m$
ago Sud	29° 46′	29° 46′	» »	

Stazione *b*:

ago Nord	209° 12′	209° 10′	» »	$16^h\ 0^m$
ago Sud	29° 43′	29° 40′	» »	

Raggruppando queste osservazioni così da eliminare l'influenza della variazione giornaliera della declinazione e riducendo gli azimut della seconda mira alla prima, avremo:

Ore	$14^h\ 15^m$	$14^h\ 30^m$	$15^h\ 0^m$	$15^h\ 55^m$	Medie
Stazione *a*	208° 48′	208° 47′	208° 46′	» »	208° 47′
Stazione *b*	208° 55′	208° 53′	208° 54′	» »	208° 54′
Stazione *c*	208° 56′	208° 53′	208° 51′	» »	208° 53′
Stazione *d*	» »	» »	» »	208° 54′	208° 54′

L'ispezione dell'ultima colonna palesa una sola anomalia nella stazione *a*, la più vicina al caseggiato, non lungi una diroccata macera.

Evitando questa stazione e situandomi in *b*, la tabellina dimostra che si era in un terreno per sè non magnetico, almeno dentro il minuto primo. È questa l'esattezza che debbono avere le nostre misure e spingere oltre l'approssimazione sarebbe illusorio.

La direzione del Meridiano Astronomico.

Messo a posto il magnetometro sul suo sostegno e rettificato, bastò togliere la cassettina di legno che sostiene l'ago magnetico e lo ripara dall'aria per ridurre lo strumento ad un comune teodolite eccentrico, atto alla determinazione del Meridiano Astronomico.

Il presente schema riporta le letture fatte per avere ripetutamente tanto l'altezza e l'azimut dell'astro ad un dato istante, quanto gli elementi per le correzioni istrumentali:

La mira è al finestrino d'un camino di casa a 350 m. circa a Sud.

Mira		Altezza	Azimut
		271° 3′	143° 13′ 40″
		91° 3′	323° 11′ 40″

Punto al lembo fuggente del sole e sul cronometro afferro l'istante ch'esso lembo lascia il filo orizzontale del reticolo:

Sole	Ore		
	$6^h 2^m 52^s$ del Cron.tro	305° 11′	233° 9′ 20″
	$8^h 20^m$ t. m. E. C.	125° 10′	53° 10′ 0″

Inverto il cannocchiale per poter correggere l'imperfetta orizzontalità del suo asse:

Sole	$6^h 8^m 15^s$ del Cron.tro	53° 49′	52° 11′ 20″
	$8^h 25^m$ t. m. E. C.	233° 50′	232° 11′ 0″
Mira		88° 54′	323° 12′ 20″
		268° 54′	143° 13′ 40″

Ruoto l'alidada di 180° e di 90° il cannocchiale per poter ottenere esatto il principio di numerazione del circolo verticale:

Mira		271° 3′	143° 12′ 20″
		91° 3′	323° 12′ 20″
Sole	Ore		
	$6^h 20^m 40^s$ del Cron. °	308° 17′	229° 45′ 40″
	$8^h 37^m$ t. m. E. C.	128° 16′	49° 46′ 40″

Inverto il cannocchiale sui perni ancora per ragioni d'orizzontalità:

Sole	Ore	Altezza	Azimut
	$6^h 24^m 39^s$ del Cron.tro	230° 59′	229° 1′ 40″
	$8^h 40^m$ t. m. E. C.	50° 59′	49° 3′ 20″
		88° 55′	323° 14′ 0″
		268° 55′	143° 13′ 40″.

Spogliando queste cifre trovo che la media puntata alla mira, delle due fatte con cerchio a destra e a sinistra, assegna al principio della numerazione verticale il valore 269° 58′,7. La

prima altezza del bordo inferiore del sole è 305° 10',5 — 15',8 aggiungo per considerare il centro del sole anzichè il bordo — 0'1 aggiungo per la parallasse — 1',3 tolgo per la rifrazione propria a quelle condizioni d'altezza di sole e di pressione e di temperatura dell'aria. Risulta un'altezza di sole h eguale a 35° 26',4. Nel triangolo di posizione che dobbiamo risolvere uno dei lati è il complemento di quest'altezza, quantità detta distanza zenitale e che nel nostro caso vale $c = 54° 33',6$. Altro lato è la colatitudine la quale nel nostro caso dalle carte dell'Istituto Geografico Militare al 25,000 ricavo eguale a $90° - 45° 17',3 = = 44° 42',7 = b$. Infine il terzo lato è la distanza polare dell'astro da ottenersi come il complemento della declinazione del sole e da ricercarsi nelle effemeridi. Sfogliando la *Connaissance des temps 1898* trovo in data 5 giugno che la declinazione del sole a mezzodì vero Parigi è 22° 35' 4",2 con una variazione oraria di + 16",24 e poichè Feletto è a $0^h,36$ ad Est di Parigi, la declinazione del sole a mezzodì vero Feletto verrà:

$$22° 35' 4'',2 - 0^h,36 \times 16''24 = 22° 34' 58'',4.$$

Ancora, l'osservazione essendosi fatta alle $8^h 20^m$ t. m. E. C. $= 8^h 20^m$ più l'equazione del tempo addì 5 giugno meno la differenza in tempo fra le longitudini del Meridiano Etneo e del Meridiano di Feletto $= 8^h 20^m + 2^m - 29^m = 7^h 53^m$ cioè $4^h,1$ prima del mezzogiorno tempo vero, risulta una declinazione del sole a Feletto all'ora d'osservazione di:

$$22° 34' 58'',4 - 4^h,1 \times 16''24 = 22° 33',9 = a.$$

Noti i tre lati a, b, c del triangolo sferico di posizione calcolai l'angolo A prospicente alla distanza polare, cioè l'angolo che il verticale del sole fa col meridiano astronomico.

Senza richiamare formole trigonometriche note, scrivo subito che venne:

$$A = 272° 51',0.$$

La lettura azimutale sul cerchio col cannocchiale puntato al sole era in quell'istante 233° 9',7 onde varrà l'equazione:

Posizione del Sud sul circolo

$$= 272° 51',0 - (360° - 233° 9',7) = 146° 0',7.$$

E poichè le ripetute puntate alla mira diedero una lettura media di 143° 12',7 vuol dire che l'azimut della mira è di 2° 48',0 verso ovest. Le stesse operazioni, ripetute per le altre tre determinazioni dell'altezza del sole, dànno origine alla seguente tabella:

Ora t. m. E. C.	Lettura al circolo verticale	Altezza vera del sole	Declinazione sole	Puntata al sole	Azimut assoluto del sole	Posizione del sud sul circolo	Puntata alla mira	Azimut della mira
8h,3	305° 10',5	35° 26',4	22° 33',9	233° 9',7	272° 51',0	146° 0',7	143° 12',7	2° 48',0
8h,4	233° 49',5	36° 23',8	" "	232° 11',2	273° 50',8	146° 2',0	143° 13',0	2° 49',0
8h,6	308° 16',5	38° 32',5	" "	229° 46',2	276° 9',4	145° 55',6	143° 12',3	2° 43',8
8h,7	230° 59',0	39° 14',4	" "	229° 2',5	276° 56',2	145° 58',7	143° 13',8	2° 44',9

Il valore medio dell'azimut della mira è eguale a 2° 46',3 ed esso fornisce la direzione del Meridiano astronomico.

La direzione dell'ago.

A questo punto fissai sul teodolite la cassettina col tubo per la sospensione del magnete e ne rettificai le viti, fintantochè il filo di sospensione prolungato passò pel centro del cerchio orizzontale. Bastava un sol filo di seta per reggere l'ago che è pur lungo 9 cm. e del diametro di uno. Ma nel suo interno è cavo, limitato come s'è detto da una parte da una lente biconvessa a foco lungo quanto l'ago e dall'altra, appunto nel foco, un vetro con su fotografate due scale micrometriche poste in croce.

Per togliere la torsione al filo sostituii alla calamita una asta d'ottone dello stesso peso e quando fu ridotta, la torsione, ad essere minore di 180° girai il sostegno del filo di tanto che l'asta d'ottone assumesse una posizione d'equilibrio come la calamita. Col cannocchiale disposto orizzontale nella direzione dell'ago, l'orientazione si fa dentro ai cinque gradi ed allora poco effetto può esercitare la torsione residua. Le deviazioni essendo infatti proporzionali alle forze di torsione, poichè sperimentai

che 360° di torsione davano una deviazione di 2′, una torsione di 5° darà una deviazione:

$$\gamma = \frac{5^\circ}{360^\circ} 2' = 0',03$$

quantità evanescente nelle mie misure.

Rimesso il magnete, lo fermai facilmente mediante l'uso di una annessa forchetta e di un magnetino secondario e non incontrai difficoltà nel manovrare l'alidada così da portare senza incertezza il filo del reticolo del cannocchiale in coincidenza colla divisione centrale micrometrica dell'ago. In queste condizioni i nonii davano in prima approssimazione la direzione del meridiano magnetico. La rotazione dell'ago nella sua staffa per 180° e la ripetizione delle misure in queste condizioni mi porsero altre due letture che, in media colle prime, dànno la corretta direzione del meridiano magnetico.

Nota la direzione del meridiano astronomico sul circolo orizzontale, grazie all'azimut della mira, non restò che a far la differenza delle due direzioni per ricavare la declinazione magnetica.

Le puntate all'ago ed alla mira furono per sicurezza ripetute ed il seguente specchietto ne raccoglie i valori:

1898. Giugno 5.

Ora t. m. E. C.	Puntata alla mira	Azimut della mira	Puntata al magnete		Declinazione magnetica occidentale
			diretto	invertito	
$9^h,5$	143° 11′,7 143° 11′,7	2° 46′,3	158° 16′,0 158° 16′,0	158° 29′,0 158° 28′,7	12° 24′,3
$10^h,0$	143° 11′,7 143° 12′,3	idem	158° 16′,7 158° 16′,7	158° 29′,3 158° 29′,0	12° 24′,4
$10^h,5$	143° 18′,3 143° 17′,7	idem	158° 18′,3 158° 17′,7	158° 29′,3 158° 29′,0	12° 25′,1
$11^h,0$	143° 18′,3 143° 17′,7	idem	158° 21′,7 158° 22′,0	158° 31′,0 158° 31′,3	12° 28′,0

Valor medio della declinazione magnetica:

$$12^\circ\, 25',4_5 \quad W \pm 0',9.$$

Per giustificare l'approssimazione del risultato ricorro al triangolo di posizione, questa volta colla formola:

$$\cos a = \cos b \cos c + \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \cos A$$

che scrivo

$$\cos a = \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen} h + \cos\varphi \cos h \cos A \qquad (1)$$

siccome

$$b = 90° - \varphi \qquad e \qquad c = 90° - h.$$

Le condizioni d'esattezza di A ottengo differenziando la (1) rispetto alle variabili parziali h e φ, le uniche su cui commettansi errori. Avremo:

$$\partial A = \frac{\operatorname{sen}\varphi \cos h - \cos\varphi \operatorname{sen} h \cos A}{\cos h \cos\varphi \operatorname{sen} A}\,\partial h$$

$$\partial A = \frac{\operatorname{sen} h \cos\varphi - \cos h \operatorname{sen}\varphi \cos A}{\cos h \cos\varphi \operatorname{sen} A}\,\partial\varphi.$$

Avendo osservato il sole pressochè nel primo verticale dove $A = 90°$, desse si riducono a

$$\partial A = \operatorname{tg}\varphi\,\partial h \qquad e \qquad \partial A = \operatorname{tg} h\,\partial\varphi.$$

La latitudine del luogo d'osservazione essendo 45° circa e l'altezza massima del sole osservata di 39° avremo:

$$\partial A = \partial h \qquad e \qquad \partial A = 0{,}8\,\partial\varphi.$$

Ora l'errore ∂h affettante l'altezza del sole dipende pressochè esclusivamente dal cerchio verticale e poichè il nonio dà il solo primo, ogni singola osservazione è affetta da quest'errore di un primo, senonchè la media delle quattro osservazioni riduce quest'errore.

L'errore $\partial\varphi$, della latitudine del luogo presa dalle carte dell'Istituto Geografico Militare al 25,000, non supera i 0',3 errore che su A si riduce a 0',24. A parte la compensazione degli errori, ecco egualmente giustificata l'esattezza della mia misura al minuto primo, il limite d'esattezza che consente il terreno.

A rigore la determinazione può essere affetta dall'influenza dell'imperfetto parallelismo delle faccie del vetrino alla finestra della scatola che chiude il magnete. Quest'influenza io non ho potuto determinare, giacchè il vetro era fissato alla scatola. Parrebbe che se lo Schneider così lo dispose, egli fosse sicuro della lavorazione del suo cristallo. In massima sarebbe però bene che i costruttori facessero tutte le parti verificabili e in questo caso si sostituisse un vetro mobile.

Seconda Stazione.

La seconda stazione fu Rivarolo Canavese, più vicino alle Alpi in un prato della regione Livesa sulla riva destra del fiume Orco a più di 300 m. dall'abitato, dalle ferrate e dalle condutture elettriche. Il sottosuolo è quaternario antico. La terra strofinata colla calamita dell'Inclinometro non accusa il ferro e nessuna azione esercitano sul magnetometro i blocchi di terra avvicinati. Tuttavia col procedimento prima descritto operando in tre punti *a b c*, distanti 50 m. *a* da *b*, e 25 m. *a* da *c*, colla bussola a terra, potei mettere in chiaro che il terreno non è scevro da anomalie e precisamente:

se alla posizione *a* corrisponde un azimut di 335° 26′,8
" *b* a Sud-Ovest ne corrisponde uno di 335° 38′,6
" *c* a Nord-Est un altro di 335° 42′,2.

In tali condizioni l'importanza di precisare la stazione non è più secondaria e noi oltre le coordinate geografiche aggiungeremo che la stazione è a metà tra la ripa dell'Orco e la strada della Consolata a 15 m. a sud della via campestre per Visignano. L'ago del magnetometro era inoltre alto da terra m. 1,50 e dove si fece stazione lasciammo per segno di riconoscimento tre robusti pijuoli di legno conficcati in terra, colla testa sporgente solo pochi centimetri dal suolo.

La mira era la freccia del campanile di S. Giacomo lontano mezzo chilometro verso mezzogiorno.

Il metodo fu lo stesso di cui fu dato esteso resoconto nella stazione prima.

La seguente tabella contiene i risultati relativi all'azimut della mira:

1898. Giugno 7, mattina.

Ora t. m. E. C.	Lettura al circolo verticale	Altezza vera del sole	Declinazione sole	Puntata al sole	Azimut assoluto del sole	Posizione del sud sul circolo	Puntata alla mira	Azimut della mira
6h,7	251° 26′,5	18° 45,5	22° 45′,8	256° 15′,0	153° 13′,0	49° 28′,0	64° 55′,5	15° 27′,5
7h,1	291° 51′,0	22° 6′,6	22° 45′,9	259° 27′,0	150° 0′,0	49° 27′,0	64° 54′,3	15° 27′,3
7h,2	246° 31′,0	23° 41′,6	22° 45′,9	260° 57′,6	145° 58′,3	46° 55′,9	62° 23′,2	15° 27′,3

Valor medio dell'azimut della mira: 15° 27′,4.

L'astro osservato era il lembo fuggente del sole. Il principio della numerazione del circolo verticale eguale a 89° 58′,9.

I valori relativi alle puntate alla mira ed al magnete sono ordinati in questa seconda tabella che fornisce anche i valori definitivi della declinazione a Rivarolo:

1898. Giugno 7.

Ora t. m. E. C.	Puntata alla mira	Azimut della mira	Puntata al magnete		Declinazione magnetica occidentale
			diretto	invertito	
$9^h,3$	61° 57′,7	15° 27′,4	58° 66′,0	58° 56′,3	12° 32′,2_5
	61° 57′,7		58° 66′,0	„ 55′,3	
$10^h,0$	61° 57′,7	idem	58° 68′,0	„ 55′,3	12° 31′,0_5
	61° 58′,0		58° 67′,3	„ 55′,0	
$10^h,5$	61° 57′,7		58° 69′,1	„ 56′,3	12° 32′,2
	61° 57′,7	idem	58° 69′,0	„ 55′,7	
$11^h,0$	61° 58′,0		58° 69′,7	„ 57′,9	12° 38′.3
	61° 57′,7		58° 69′,3	„ 57′,7	
$11^h,5$	61° 58′,0		59° 15′,3	59° 3′,0	12° 38′.9
	61° 57′,3	idem	59° 16′,0	„ 2′,3	

Valor medio della declinazione magnetica:

$$12° 33',5 \quad W \pm 1',0.$$

Potrebbe sembrare illusoria quest'approssimazione in questo caso dove il terreno non è libero da anomalie magnetiche. Ma in primo luogo è duopo ricordare che scopo di queste misure non è sempre la costruzione della carta magnetica del territorio e che anche uno studio della variazione degli elementi magnetici col tempo in un sito magnetico può essere interessante argomento di fisica terrestre. Ed in secondo luogo ricordare che anche per questi terreni ad una certa altezza si possono ottenere misure paragonabili. Così riportando lo strumento circa allo stesso sito, dopo parecchi giorni io ottenni valori concordanti tra loro fin nei limiti dell'approssimazione data. Questa ripetizione fu fatta il 18 giugno sera, circa dieci giorni dopo e che si fosse circa nelle condizioni di prima rispetto alla stazione, lo prova il valore dell'azimut della mira ritornato identico al valore del 7 giugno.

1898. 18 Giugno, sera.

Astro osservato: lembo fuggente del sole.
Principio di numerazione del circolo verticale $90°,1',2_5$.

Ora t. m. E. C.	Lettura al circolo verticale	Altezza vera del sole	Declinazione sole	Puntata al sole	Azimut assoluto del sole	Posizione del sud sul circolo	Puntata alla mira	Azimut della mira
$17^h,8$	61°24',5	$28°19',2_5$	23°25',6	95°34',6	269°42',2	5°16',8	20°44',2	15°27',4

Gli altri prodotti dell'osservazione e del calcolo sono i seguenti:

1898. Giugno 18.

Ora t. m. E. C.	Puntata alla mira	Azimut della mira	Puntata al magnete		Declinazione magnetica occidentale
			diretto	invertito	
$10^h,1$	20° 53',1	15° 27',4	18° 1',0	17° 56',0	12° 33',0
	" "		" 1',0	" 56',7	
$10^h,5$	" "		" 4',0	" 51',0	12° 33',0
	" "	idem	" 4',0	" 51',3	
$10^h,7$	" "		" 2',0	" 51',0	12° 31',0
	" "		" 2',7	" 51',0	
$16^h,0$	" 53',5		" 2',0	" 52',3	12° 31',7
	" 53',0	idem	" 2',7	" 52',7	

Valor medio della declinazione magnetica: $12° 32',2$ W $\pm 1',0$ come il giorno 7 Giugno.

Nella parte Nord della Provincia di Torino nelle vicinanze del meridiano su cui abbiamo sperimentato, il prof. Chistoni [1] fece delle determinazioni magnetiche a Lucento (Torino), Lanzo, Ivrea ed Aosta. I valori rispettivi figurano nella pregevole carta magnetica d'Italia del Prof. P. Tacchini [2], ove si vede

---

(1) Ciro Chistoni, loc. cit.
(2) P. Tacchini, " Ann. del R. Ufficio Centrale di Meteor. e Geod. ", vol. XIV, parte I.

che l' isogona media per le nostre stazioni, sebbene passi a Lucento e lasci Aosta ad occidente, si svolge così tortuosamente da lasciare Ivrea ad occidente ed a oriente Lanzo, le quali città sono invece rispettivamente ad oriente ed occidente del meridiano medio delle nostre stazioni. Il fatto d'avere, le nuove stazioni, una declinazione intermedia tra quelle invertite di Lanzo ed Ivrea, località su roccia in posto d'ossatura dioritica e serpentinosa, porta a conchiudere che le stazioni di Rivarolo e Feletto non comportano alcuna significante anomalia magnetica e se ne può raccomandare l' impiego dei valori nella costruzione delle carte magnetiche generali.

III. — Le misure d'inclinazione.

L'inclinometro adoperato mi fu ancora cortesemente imprestato dal prof. Naccari di Torino. È uno strumento del Dover costruito a Kew sotto la direzione del Whipple ed è munito di due aghi calamitati. Feci stazione nelle stesse località dove avevo determinata la declinazione. Prima stazione fu dunque Feletto (Torino) ed era il pomeriggio del 5 giugno.

Collocato il piano di rotazione dell'ago (n° 1), nel meridiano magnetico col cerchio diviso ad oriente, si misurò l'inclinazione puntando i microscopi alle due punte dell'ago e ciò tanto quando la faccia incisa dell'ago era rivolta verso il circolo (magnete diretto), come quando era volta dalla parte contraria (magnete rovesciato), e le misure si ripeterono dopo aver rovesciato la polarità dell'ago.

La media delle 32 letture all'ago n° 1 diede:

$$61^\circ\, 36',2$$

quelle delle 32 letture all'ago n° 2 diede:

$$61^\circ\, 37',9$$

quindi un valor medio dell'inclinazione di:

$$61^\circ\, 37',1 \pm 1'.$$

Nella seconda stazione in Rivarolo Canavese, regione Livesa, il pomeriggio del 6 giugno 1898 si ebbe quale media delle 32 letture all'ago n° 1 il valore 61° 36',3 e per media di quelle all'ago n° 2 il valore 61° 42',3; quindi un valore medio di:

$$61^\circ\,39',3 \pm 3'.$$

Nelle vicinanze del parallelo dove, in Provincia di Torino, abbiamo sperimentato, furono fatte misure d'inclinazione dal prof. Chistoni ad Ivrea ed a Lanzo [1] e dal prof. Battelli a Valperga [2]. I loro valori corretti per le variazioni secolari sono al presente 62° 19' — 62° 3' — 62° 13' e differenziano di mezzo grado circa dai miei, la cui media è 61° 38'. La differenza per quanto forte non può apparire nuova a chi conosce le anomalie magnetiche del Piemonte; soltanto, le mie misure offrono il vantaggio d'essere state fatte su terreni le cui irregolarità magnetiche sono traccie, dinnanzi alle anomalie sospettabili nei terreni dioritici e serpentinosi di Ivrea, Lanzo e Valperga. Inoltre il valore 61° 38', secondo me spettante a Rivarolo e Feletto, rientra nell'Isoclina del locale parallelo geografico; parallelo che passa vicino a Novara, Quarto Oggiaro (Milano), Chiaravalle, Brescia, Vicenza, luoghi tutti che nel 1898, 6 avevano per inclinazione i valori 61° 44', 61° 46', 61° 41', 61° 35', 61° 28'.

Conseguenza di queste osservazioni è una correzione sopra a Torino dell'andamento delle linee di eguale inclinazione nelle più recenti carte magnetiche d'Italia, siano esse carte generali, o siano carte speciali della regione.

Secondo noi, l'isocline che si vedono nelle carte d'adesso correre sotto Lanzo ed Ivrea, devono rialzarsi in un pronunciato gomito e quell'isoclina che, ad es. nel 1892, 0 aveva il valore di 62°,0 deve correre a nord di Rivarolo e Feletto e non a sud come ora.

La cosa è conseguenza non solo dell'osservazione, ma pure della teoria del *magnetismo di monte.* Infatti si capisce come per effetto del magnetismo sud di monte, quando si è vicini a montagne magnetiche come ad Ivrea ed a Lanzo, l'inclinazione del-

---

[1] Ciro Chistoni, *Misure assolute ecc.*, loc. cit.

[2] " Annali della Meteor. ital. ", parte III, 1889, pag. 41.

l'ago sia superiore alla normale. Tali valori dell'inclinazione, in siti non influenzati, apparterrebbero a latitudini più alte, onde da Ivrea e Lanzo un rialzo delle isocline verso le nostre stazioni di Rivarolo e Feletto.

IV. — Le misure di intensità.

Le misure dell'intensità si eseguirono collo stesso magnetometro Schneider che aveva servito alle misure di declinazione. Il metodo essendo quello di Gauss modificato dal Lamont, mi valsi della formola:

$$H^2 = \frac{2\pi^2 K(1+2at)[1+a(t-\tau)]\left(1+\frac{p}{R^2_0}\right)}{T^2 R^3_0 \operatorname{sen}\varphi\theta(1+3\beta\tau)[1+Hh(1+\operatorname{sen}\varphi)]} \text{ cm}^{-1} \text{ gr. sec}^{-2} \qquad (2)$$

più avanti avendosi occasione di specificare il significato di caduna lettera.

In essa entrano le seguenti quattro costanti: il *coefficiente di temperatura* a del magnete, il suo *coefficiente d'induzione* h, il suo *momento d'inerzia* k ed il *coefficiente magnetometrico* p; le quali quantità ho voluto rideterminare sebbene la determinazione fosse già stata fatta da altri. Per ragioni di spazio mi accontenterò di citare i risultati:

Pel *coefficiente di temperatura* io trovai:

$$a = 0{,}000270 \pm 0.000003.$$

Pel *coefficiente d'induzione* trovai $h = 0{,}0055$ con forte divergenza da serie a serie, la qualcosa prova un errore nella verticalità del sopporto e dà grande peso al suggerimento del Dr Palazzo [1] di ripetere le esperienze col corsoio diretto ed invertito.

Pel *momento d'inerzia* trovai qualche diversità dal valore noto. Ma ho il dubbio di aver operato con un sovraccarico diverso da quello cui nel 1889 il Dr V. Monti diede le costanti delle quali mi valsi nel calcolo. Gli apparati non essendo più in Italia, impossibilitato alla verifica, tenni il valore

---

[1] *Misure assolute degli elementi del magnetismo terrestre,* " Ann. Ufficio Centr. Meteor. e Geod. ", vol. XVI, parte I, 1894, pag. 30.

$k = 230,52 \pm 0,09$ dato negli " Annali della Meteorologia italiana ", Parte III, 1889.

Pel *coefficiente magnetometrico* trovai in media:

$$p = 24,25 \pm 0,33$$

in concordanza col valore ottenuto dal prof. Battelli nel 1888-89 (1) eguale a $p = 24,4 \pm 0,18$ ed anche prossimo al valore teorico (2) ottenuto per mezzo della formola:

$$p = 2L^2\left(1 - \frac{3}{2}\lambda^2\right) = 23,1$$

essendo L la semilunghezza magnetica del magnete deviatore, e λ il rapporto delle lunghezze magnetiche dei due magneti.

L'approssimazione nostra è buona, siccome per la (2) verrebbe:

$$dp = 2R_0^2 \frac{dH}{H}$$

e per R_0 eguale al valore minore 30 cm., $dp = \pm 0,7$.

Possiamo adesso passare alle variabili, cioè alla *durata di oscillazione*, al *coefficiente di torsione*, ed alle *deviazioni*.

Della durata di oscillazione. — Ho grossolanamente misurato che in 20^s circa, una linea di riferimento del magnete oscillante passava cinque volte davanti al filo del reticolo. Ciò mi facilitò il compito di segnare i tempi di passaggio di cinque in cinque oscillazioni per un grande numero di oscillazioni, nel caso mio 195 ed avere per differenza delle righe affacciate corrispondenti a 0-100, 5-105, 10-110, ... 95-195, 20 durate di 100 oscillazioni caduna, da cui ricavare la durata di una oscillazione sola.

Tale durata comporta due correzioni:

1ª La durata è data in secondi cronometrici, che noi dobbiamo trasformare esattamente in secondi di t. m. Il nostro

(1) A. Battelli, *Misure assolute degli elementi del magnetismo terrestre nella Svizzera*, 1888-89, " Ann. della Meteor. ital. ", parte III, 1889.

(2) Mascart, *Sur la détermination du champ magnétique terrestre*, " Ann. du Bureau centr. météor. de France ", 1890, Mémoires, p. B. 115.

cronometro era un Winnerl buono, ma simile a molti cronometri, nei viaggi prende un andamento anormale e determinazioni assolute del tempo o confronti con osservatori debbano essere fatti ad intervalli di pochi giorni. Le correzioni, determinai caduna volta, valendomi delle altezze di sole tratte in occasione delle mie misure di declinazione.

In media il cronometro accelerava di $4^s,4$ in 24 ore, onde la durata T d'oscillazione espressa in secondi di t. m. sarà:

$$T' = T - \frac{4,4\,T}{86.400}.$$

2ª Questa correzione devesi all'influenza dell'ampiezza dell'arco di oscillazione. Riducendo la durata a quel che si avrebbe se l'arco d'oscillazione del magnete fosse infinitesimo bisogna da T togliere la quantità:

$$-\frac{w^2}{16}\,\text{sen}^2\,1^\circ \times T'$$

dove w è la media tra i semiarchi d'oscillazione letti al principio ed alla fine di ogni determinazione.

Osservando che l'angolo di cui sono solito a spostare il magnete dalla posizione di riposo per farlo entrare in oscillazione, è al massimo di un grado e $T' = 4^s,2$ l'espressione suscritta assume un valore minore di $0^s,00008$ e quindi tanto al disotto del limite $dT = -T\frac{dH}{H} = \pm 0,0019$ da essere assolutamente trascurabile.

Senza entrare in ulteriori particolari dirò che a Feletto Canavese alla cascina Carella, addì 5 giugno 1898, alla temperatura di $24^\circ,6$ la media durata di un'oscillazione fu di $4^s,1103$ già corretta di $-0^s,0002$ per l'accelerazione del cronometro.

Così a Rivarolo Canavese, regione Livesa, il 7 giugno 1898 [1], alla temperatura media di $33^\circ,7$ la media durata di un'oscillazione corretta fu di $4^s,1035$.

---

[1] Il 10 Giugno, a Rivarolo, essendosi assoggettato l'ago a ripetute variazioni termiche, tra 0° e 40°, per la determinazione del coefficiente di temperatura, diminuì il momento magnetico donde una maggior durata, che addì 18 Giugno, alla temperatura media di $31^\circ,4$ era salita a $4^s,1394$.

L'esattezza del metodo è squisita, poichè anche ammesso che in ogni singola determinazione sfugga all'orecchio il $0^s,2$ i 20.000 passaggi, riducono l'errore a $0^s,0001$.

Del coefficiente di torsione. — L'espressione di θ nella formola (2) di pag. 16 è la seguente:

$$\theta = (1 + 0,0000463\, \Delta)$$

essendo Δ l'effetto prodotto sulla posizione dell'ago girando il tamburo superiore della sospensione per 360°. Di essa si fece l'osservazione ogni qualvolta si determinò la durata d'oscillazione, ricavandone il valore successivamente in un senso e nel senso inverso. Eccoli questi valori:

Data	Letture sul circolo per una torsione di		Δ
	+ 360°	— 360°	
5 Giugno 1898	338° 29′ 0″	338° 25′ 20″	1′,8
7 " "	59° 40′ 40″	59° 36′ 20″	2′,1
" " "	56° 10′ 0″	56° 6′ 20″	1′,8
18 " "	17° 44′ 40″	17° 41′ 0″	1′,8

Media 1′,9.

L'approssimazione richiesta in questa variabile è quanto mai grossolana:

$$d\Delta = -\frac{2}{0,0000463}\ \frac{dH}{H} = \pm 17'.$$

Delle deviazioni. — Ho badato di avviluppare l'asta metrica in una treccia di cotone e vi ho compreso dentro il termometro, cosicchè, la temperatura, oltrechè accostarsi maggiormente a quella dell'asta metrica, rimaneva pressochè costante nelle due deviazioni. È un piccolo artificio che portò nei calcoli una discreta semplificazione. Le seguenti cifre sono la media deviazione ottenuta da quelle col magnete deviatore ad est con polo nord ad est, ad ovest con polo nord ad est, ad est con polo nord ad ovest ed infine ad ovest con polo nord ad ovest.

A Feletto Canavese, il mattino del 5 giugno, si ebbe

$\varphi_1 = 12° 39',2_5$ alla distanza di 30 cm. e $\varphi_2 = 5° 15',1$ alla distanza di 40 cm. la temperatura essendo nei due casi eguale a $23°,9_5$.

A Rivarolo Canavese, addì 7 giugno, si ebbe $\varphi_1 = 12° 35',6_5$ e $\varphi_2 = 5° 13',0$ alla temperatura comune $\tau = 29°,9$.

E ancora a Rivarolo, addì 18 giugno, con momento magnetico mutato, si ebbe rispettivamente $\varphi_1 = 12° 19',7_5$ e $\varphi_2 = 5° 9',0$ alla temperatura comune di $28°,4$.

Quale è l'errore probabile di queste letture, quale l'influenza nel valore dell'intensità orizzontale? Differenziando la (2) in φ, astrazion fatta dal φ che entra nel termine con h, viene:

$$d\varphi = -2 \text{ tg. } \varphi \frac{dH}{H} = -2 \times \text{arco il quale}$$

è uguale al

$$\text{raggio} \times \text{tg. } \varphi \frac{dH}{H} = -2 \times 3437,7 \text{ tg. } \varphi \frac{dH}{H}$$

ossia per la distanza:

$$R_1 = 30 \text{ cm. } (\varphi = 13°) \qquad d\varphi = \pm 0',6$$

e

$$R_2 = 40 \text{ cm. } (\varphi = \ \ 5°) \qquad d\varphi = \pm 0',2_5$$

Poniamo mente da una parte che il cerchio orizzontale non concede più $\pm 0',3$ e dall'altra che, seppur le singole osservazioni non possono da sole arrivare all'esattezza di $0',25$ richiesta nella deviazione alla distanza di 40 cm., le osservazioni a tale distanza sono per altro otto, onde è probabile che gli errori accidentali si compensino e che noi arriviamo all'approssimazione domandata.

Ma questo valore di φ è ancora influenzato da altre cause d'errore che è indispensabile considerare:

1ª Le successive disposizioni ad est ed ovest ed i successivi invertimenti richiedono tempo, durante il quale varia la declinazione. In risposta a quest'obbiezione faccio presente che tale causa d'errore non è sensibile nel caso nostro dove le operazioni furono fatte quando la declinazione cangiava nel medesimo senso e dove fu badato di tenere nelle manipolazioni quell'ordine che ne compensa le variazioni.

2ª Il piano verticale determinato dall'asse magnetico dell'ago può non passare per il punto di mezzo fra i tratti corrispondenti dell'asta metrica a destra e sinistra. Questo errore ho calcolato e ne risultò una correzione trascurabile in confronto dell'errore $\pm 0',3$ che affetta le singole letture e tanto più trascurabile inquantochè è compensata parzialmente da un' altra piccola correzione, questa volta positiva, dovuta al fatto che la proiezione verticale del centro magnetico dell'ago in generale non è mai esattamente sull'asse di figura dell'asta metrica; ma cade ad una distanza di alcuni mm. Basti dire che le correzioni erano di pochi decimi di primo e ancora di segno contrario.

In conclusione posso credere che le approssimazioni consentibili nelle quantità misurate, non portino singolarmente su H errore superiore ad un'unità della quarta cifra decimale.

Resta ad accennare che nella formola (2), β, cioè il coefficiente di dilatazione lineare dell'ottone di cui è composta l'asta, valeva 0,000018, H intensità magnetica approssimata, era eguale a $0,214 \pm 0,002$, e R_1 R_2 distanze di 30 cm. e 40 cm. sull'asta, valevano, quando corretti, rispettivamente $30^{cm},0025$ e $40^{cm},0012$ $\pm 0^{cm},0001$.

Esaurita la considerazione dei singoli valori che entrano nella formola (2) la loro sostituzione ci procura i seguenti valori conclusionali dell'intensità orizzontale:

5 Giugno 1898 — Feletto Canavese

Valori di H:

$0,2165_4$	$0,2163_1$
$0,2162_7$	$0,2160_3$

Valor medio $0,2162_9$.

7 Giugno 1898 — Rivarolo Canavese

Valori di H:

$0,2167_8$	$0,2168_1$
$0,2171_4$	$0,2171_8$

Valor medio $0,2169_8$.

18 Giugno 1898 — Ancora Rivarolo Canavese

$0,2172_1$	$0,2171_7$
$0,2165_8$	$0,2165_7$

Valor medio $0,2168_8$

che combinato col precedente dà: $0,2168_5$. L'azione totale degli errori si compendia in un errore probabile eguale alla radice quadrata della somma dei quadrati degli errori singoli, quindi eguale a $\pm 0,0003$.

Ottenuti nei vari siti i valori dell'intensità orizzontale H sono passato da essa al valore della intensità totale I dividendo la prima per il coseno dell'inclinazione J e da questa alla componente verticale moltiplicando I per sin J.

I valori dell'inclinazione J furono tratti da questo stesso lavoro a pag. 14 e 15 e ne venne per Feletto un'intensità verticale eguale a $0,4003_3$ ed un'intensità totale eguale a 0,4550 e per Rivarolo una intensità verticale di $0,4019_7$ ed un'intensità totale di $0,4567_4$.

Misure d'intensità in Canavese, nelle vicinanze del parallelo dove abbiamo fatto stazione furono eseguite ad Ivrea ed a Lanzo, dal prof. Chistoni nel 1887, 4 [1]. I valori dell'intensità orizzontale d'allora, corretti per le variazioni secolari e per le piccole differenze di latitudine, attribuirebbero all'isodinamica per le nostre stazioni il valore 0,214 secondo Ivrea e 0,216 secondo Lanzo. Il valore da noi trovato è in media $0,216_6$ il che è quanto dire che il valore di Lanzo s'avvicina ai nostri ma se ne scosta quello d'Ivrea. Da qual parte vi è anomalia?

Sta il fatto che il valore nostro sperimentale $0,216_6$ è garantito dalla concordanza delle due stazioni vicine, inoltre dal fatto che nelle stazioni normali poste su circa lo stesso parallelo come Novara, Quarto Oggiaro (Milano), Chiaravalle, Brescia, si hanno rispettivamente i seguenti valori 0,216 0,216 0,216 0,216 i quali coincidono pressochè coi nostri e non con quelli di Ivrea. Ma non abbiamo oltre bisogno di cercare relazioni colle due stazioni di Ivrea e Lanzo di cui abbiamo già veduto anormali i due primi elementi magnetici; ed allora rimane che in Canavese, quelle misure dove i tre elementi magnetici più sembrano normali e come tali possono essere impiegati nella costruzione delle carte magnetiche d'indole generale, appartengono al presente alle nostre stazioni.

---

(1) Loc. cit., pag. 23.

I risultati della Nota stanno raccolti nella seguente tabellina che dà i tre elementi magnetici per caduna stazione:

Luogo e Coordinate geografiche Meridiano Roma (Monte Mario)	Data	Declinazione	Inclinazione	Intensità magnetica (C. G. S.)		
				orizzontale	verticale	totale
Feletto { 45°17′18″ Lat. boreale, 4°42′33″ Long. ovest	1898.6	12°25′,5	61°37′,1	0.2162_9	0.4003_3	0.4550_1
Rivarolo { 45°20′18″ Lat. boreale, 4°43′54″ Long. ovest		12°32′,8	61°39′,3	0.2168_5	0.4019_7	0.4567_4

L'approssimazione è di circa 1′ per la declinazione, 2′ per l'inclinazione, e 3 unità della quarta decimale per l'intensità.

Rimane a dire che nei giorni di osservazione non avvennero nè diagrammi sismici, nè burrasche magnetiche; almeno i sismografi a Pavia non registrarono moti anomali, ed i variometri dell'Osservatorio Magnetico di Kew, consultati in mancanza d'un osservatorio magnetico italiano, non registrarono perturbazioni.

R. Osservatorio Geofisico di Pavia.
Gennaio 1899.

Intorno alla resistenza ed alla carica residua dei dielettrici liquidi a varie temperature;

Nota del Socio ANDREA NACCARI.

1. — Le prime esperienze furono dirette ad esaminare se nella misura della resistenza dei dielettrici si riscontrassero certe anomalie che erano state osservate da altri sperimentatori (1). Il Koller (2) trovò delle variazioni grandissime della resistenza dell'etere di petrolio e d'altri liquidi al variare della forza elettromotrice della pila che forniva la corrente. La resistenza specifica dell'etere di petrolio diventò in alcune delle sue esperienze quattro volte maggiore quando il numero delle coppie passò da uno ad otto. Per ciò mi parve opportuno verificare se avvenisse un tal fenomeno anche nelle condizioni in cui volevo eseguire le mie esperienze.

Le sostanze, su cui sperimentavo, venivano collocate in bacinelle cilindriche di 17 cm. di diametro all'incirca. Un disco di rame nichelato di tal grossezza che non lo si potesse facilmente flettere o sformare, veniva posto sul fondo. Tre pezzetti di vetro di egual altezza stavano applicati con *sindeticon* al disco da una parte e dall'altra. Esso s'appoggiava sui tre pezzetti applicati alla faccia inferiore e un secondo disco eguale al primo veniva appoggiato ai tre pezzetti applicati alla faccia superiore del primo. La bacinella era isolata dal tavolo mediante tre pezzi di ceralacca.

Come resistenza comparabile con quella dei dielettrici e tale che molto probabilmente, se le anomalie, che volevo studiare nei dielettrici, esistevano, essa non avesse a presentarle, scelsi

(1) Un brevissimo sunto di queste prime esperienze fu letto al Congresso della Società di Fisica nel 1898 e pubblicato nel " Nuovo Cimento ".

(2) " Sitzungsberichte der Wien k. Akad. der Wiss. ", XCVIII (1889).

quella di nove cannelli capillari pieni di una soluzione diluita di solfato di zinco.

Gli elettrodi erano di zinco ed erano immersi in bicchierini, nei quali s'immergevano pure gli estremi della serie dei cannelli. Esaminai ripetutamente se nelle condizioni dell'esperienze vi fosse indizio di polarizzazione e non ne trovai, come del resto era probabile, vista l'estrema tenuità delle correnti che attraversavano i cannelli. Queste, anche col massimo numero di coppie, non potevano arrivare all'intensità di un milionesimo di Ampère.

Per confrontare le resistenze grandissime, su cui operava, mi parve opportuno procedere così. Applicavo al disco superiore della bacinella, che conteneva il dielettrico, il polo positivo di una pila, l'altro polo della quale era a terra. Il disco inferiore era congiunto ad una estremità della serie dei cannelli, mentre l'altra era a terra.

Col mezzo di un elettrometro di Edelmann si determinava il rapporto fra i potenziali dei due dischi. Se rispettivamente questi potenziali sono V_1 e V_2, il rapporto

$$\frac{V_1-V_2}{V_2}$$

è eguale a quello che esiste fra la resistenza del dielettrico e quella dei cannelli.

La pila era composta di coppie Leclanché preparate da poco tempo, che erano tutte eguali presso a poco l'una all'altra rispetto alla forza elettromotrice. Ecco i risultati ottenuti quando la bacinella conteneva benzolo.

Con r viene indicata la resistenza del dielettrico, con R quella dei cannelli.

N° delle coppie	$r:R$	N° delle coppie	$r:R$
4	1,90	10	2,11
5	1,84	12	2,24
6	2,06	14	2,20
7	2,09	16	2,22
8	2,13	18	2,20
9	2,15		

Benchè queste esperienze indichino che la resistenza del dielettrico, supposta costante quella dei cannelli, cresce al crescere della forza elettromotrice, pure il fenomeno ha così poca intensità da non avere analogia con quello segnalato dal Koller, nel quale la resistenza del benzolo variava in ragione di 3 a 5 quando il numero delle coppie variava da 4 ad 8.

Usando poi anch'io l'etere di petrolio trovai:

N° delle coppie	$r:R$
9	14
10	13,7
13	14,2
16	13,0

Altre esperienze consimili feci con due specie di petrolio che dirò *A* e *B*.

Petrolio *A*.

N° delle coppie	$r:R$
7	0,45
10	0,46
16	0,45

Petrolio *B*.

N° delle coppie	$r:R$	N° delle coppie	$r:R$
8	5,24	14	5,30
9	5,06	16	5,15
10	5,19	18	5,30
12	5,20		

Per verificare il metodo disposi l'una in seguito all'altra nel circuito, dal quale erano stati tolti i cannelli, due bacinelle con petrolio. In queste le coppie di dischi avevano distanza diversa e propriamente in quella, la cui resistenza indicherò con r_2, la distanza dei dischi dedotta dall'altezza dei pezzetti di vetro interposti era quasi esattamente un terzo della distanza dei dischi dell'altra bacinella, la cui resistenza indicherò con r_1.

Nei confronti successivi tra le resistenze delle due bacinelle, feci in modo d'avere alternamente il rapporto $r_1 : r_2$ e l'inverso $r_2 : r_1$.

Ottenni in questo modo i valori seguenti:

$r_1 : r_2$	$r_2 : r_1$
2,84	1 : 2,84
3,00	1 : 2,73
2,83	1 : 2,83
	1 : 2,87

Con petrolio d'altra specie:

2,84 1 : 2,75.

Con un terzo saggio di petrolio ebbi:

2,78 1 : 2,90

2,85 1 : 2,93.

Da quest'esperienze si può arguire che il metodo e l'apparecchio servissero bene a dare il valore del rapporto tra due grandi resistenze. Anche ponendo i cannelli in luogo della seconda bacinella, ebbi risultati consimili. L'esperienze stesse ora descritte fanno credere che nelle condizioni da me scelte non si verificasse un'altra anomalia riscontrata da alcuni sperimentatori, la quale consiste in ciò, che a parità dell'altre condizioni il rapporto tra la resistenza e la grossezza dello strato dielettrico non si manterrebbe costante al variare della grossezza.

Il fatto che il rapporto delle resistenze delle due bacinelle

concorda col valore che almeno per approssimazione verrebbe dato dalle distanze dei dischi e risulta lo stesso anche con petrolii di diversa qualità, induce veramente a ritenere che quell'anomalia non esista, almeno nelle condizioni delle mie esperienze.

2. — L'esperienze che seguono, riguardano l'influenza della temperatura sulla conducibilità di alcuni liquidi dielettrici.

Ho seguito lo stesso metodo testè descritto. Il liquido da studiarsi stava in una bacinella di vetro, la quale era contenuta in un recipiente metallico, che conteneva petrolio. Questo petrolio era stato separato mediante distillazione dalla parte che bolliva a temperatura inferiore a 300°. La bacinella s'appoggiava su tubi di vetro disposti sul fondo del recipiente metallico e il petrolio arrivava fino a pochi millimetri del suo orlo. Il recipiente metallico era sostenuto da un treppiedi di ferro, ma i piedi di questo stavano entro bicchierini di vetro pieni di paraffina e questi s'appoggiavano sopra una lastra di vetro verniciata con cera lacca e più strati di carta paraffinata. Così si poteva ritenere che il recipiente fosse bene isolato e di fatti l'isolamento si verificò poi perfetto.

Nella bacinella stavano i dischi di rame nichelato, che facevano l'ufficio di elettrodi. I dischi erano separati come prima da tre pezzetti di vetro della grossezza di $2^{mm},7$. Perchè la loro posizione si mantenesse immutata durante un'esperienza, si sovrapponeva al disco superiore un bicchierino di vetro pieno di pallini di piombo, caricato inoltre con un grosso pezzo di piombo.

Il disco superiore si poneva in comunicazione col polo positivo della pila, l'inferiore con un pozzetto di mercurio, bene isolato. Questo pozzetto era a sua volta congiunto col disco superiore di un'altra coppia di dischi posta in altra bacinella destinata a rimanere a temperatura costante. Il disco inferiore di questa coppia era a terra. In questa bacinella si metteva un dielettrico liquido opportuno, cercando che la resistenza delle due bacinelle, l'una delle quali veniva riscaldata e l'altra rimaneva a temperatura costante, non fossero troppo differenti. Qualche volta, occorrendo una grande resistenza di confronto adoperai il piccolo condensatore che fa parte dell'apparecchio del Nernst per la determinazione della costante dielettrica dei liquidi. In

questo la superficie degli elettrodi è piccola e se ne può variare la distanza. L'elettrometro era sempre quello dell'Edelmann, cui era applicata una pila secca. Una Leclanché vi produceva una deviazione di 14 divisioni all'incirca.

Adoperai quasi sempre per produrre la corrente che doveva attraversare i dielettrici, una pila di cinque coppie Leclanché. Il polo positivo della pila era congiunto col disco superiore della bacinella che si doveva riscaldare, l'inferiore era congiunto col pozzetto di mercurio sopra menzionato e questo col disco superiore della bacinella, che si manteneva a temperatura costante, mentre il disco inferiore di questa era a terra.

Parecchie delle sostanze, che adoperai in queste esperienze son tali che la loro essenza chimica non è bene determinata e per lo più sono da considerarsi come miscugli di sostanze diverse in proporzioni ignote. Per ciò non ne determinai la conducibilità assoluta specifica. Nè sempre potei determinare con sufficiente precisione il rapporto tra le resistenze specifiche delle varie sostanze studiate in causa delle grandi differenze esistenti fra l'una e l'altra e della mutabilità delle resistenze stesse. Per ciò piuttosto che dare dei numeri molto incerti indico soltanto l'ordine in cui vanno disposte le sostanze in ragione della loro conducibilità crescente: l'ordine è questo:

Olio di vaselina;
Paraffina liquida (a 60°);
Etere di petrolio;
Petrolio comune fatto evaporare e poi raffreddato a 100°;
Petrolio comune;
Benzol;
Toluol;
Xilol;
Petrolio distillato sopra 350°;
Essenza di trementina.

I. *Paraffina liquida.*

La conducibilità della paraffina liquida cresce rapidamente al crescere della temperatura dal punto di fusione fino a 100° circa. Se poi si lascia raffreddare, la diminuzione della conducibilità avviene in modo continuo anche al di sotto del punto di solidificazione che per la paraffina da me usata era 54°. La con-

ducibilità va decrescendo fino a 36° e poi fino a 23° si mantiene presso a poco costante.

Eseguii le esperienze riscaldando la paraffina fino a 75°, poi lasciandola lentamente raffreddare e osservando l'elettrometro di tratto in tratto. Il bulbo del termometro stava accanto ai dischi e in modo da essere interamente coperto dalla paraffina, ma evidentemente non si può ammettere che mentre la paraffina si raffreddava, il termometro indicasse esattamente la temperatura dello strato posto fra i due dischi. L'errore però non doveva essere molto grande, vista la lentezza del raffreddamento. Non ho fatto alcuna corrrezione per la variazione della distanza dei dischi dovuta alla variazione di temperatura e ciò perchè il grado di precisione di queste esperienze non era tale da esigere quella correzione.

Alcune esperienze furono anche fatte a temperatura costante avendo cura di togliere la fiamma che serviva a scaldare la paraffina, nel momento della lettura dell'elettrometro, perchè la fiamma, benchè la lampada fosse isolata, non scemasse l' isolamento della bacinella riscaldata.

Ecco i risultati di tre esperienze fatte a temperatura costante. Indico con t la temperatura, con c la conducibilità del dielettrico, posta eguale ad uno la sua conducibilità alla temperatura più bassa.

t	c
34,4	1,0
58,3	23,3
75,8	107,1.

Seguono i risultati di alcune esperienze con temperatura decrescente. I valori della conducibilità sono riferiti a quello osservato alla temperatura di 35°. Ciascun numero è la media di due o tre osservazioni fatte a piccoli intervalli di tempo.

t	c
73,4	64,0
68,5	41,3
63,4	32,8
59,5	25,2
57,0	22,9
56,0	21,4

Dopo un'ora durante la quale la temperatura rimase quasi costante, ebbi questi altri valori:

t	*c*	*t*	*c*
58,8	22,4	48,4	9,5
55,1	19,5	46,2	6,2
53,5	17,1	44,6	4,7
52,5	15,8	43,5	3,6
51,1	13,1	41,6	2,1
50,1	11,2	35,0	1,0

Conviene avvertire che riscaldando successivamente la stessa paraffina, il fenomeno non presenta sempre lo stesso andamento.

Ciò che si può affermare come costante, per quanto risulta dalle mie esperienze, è la continuità della variazione della conducibilità da una temperatura notevolmente superiore a quella di solidificazione sino a 34° gradi. Anche nell'esperienze fatte riscaldando lentamente, si osservò lo stesso fatto. Non vi è dunque alcuna variazione repentina della conducibilità in corrispondenza del punto di fusione, nè vi è una sensibile variazione della relazione fra la conducibilità e la temperatura. Ho pure accertato il fatto che da 34° a 23° piccole variazioni avvengono nella conducibilità specifica. A temperatura più bassa, la grande resistenza specifica rende difficili le determinazioni ed esige delle disposizioni speciali.

Ho esaminato nella paraffina liquida il fenomeno del residuo. Esso si presenta presso a poco con la stessa intensità nell'intervallo di temperatura compreso tra 34° e 60°, ma poi va diminuendo fino a ridursi quasi nullo a 110°.

II. *Olio di vaselina.*

Confrontai la conducibilità a varie temperature dell'olio di vaselina contenuto nella solita bacinella con quella d'altro olio di vaselina, mantenuto a temperatura costante.

Ecco una serie di esperienze che mostra la variazione delle conducibilità dell'olio di vaselina al variare della temperatura.

L'esperienze furono fatte con temperatura discendente arrestando di tratto in tratto la diminuzione della temperatura con l'applicare una fiamma e osservando sempre quando la fiamma era spenta per evitare ogni azione perturbatrice. I valori della conducibilità sono riferiti a quello spettante alla temperatura di 20°,3.

t	*c*	*t*	*c*
72,2	13,50	45,4	3,15
69,4	11,60	40,1	2,15
59,5	6,58	33,4	1,44
54,9	5,01	31,3	1,27
51,9	4,05	28,8	1,15
49,6	3,72	20,3	1,00
47,4	3,26		

Costruendo questi valori si ottiene una curva, da cui si deduce lo specchietto seguente:

t	*c*
20	1,00
30	1,18
40	2,15
50	3,75
60	6,80
70	12,08

La variazione della conducibilità appare molto più lenta che non per la paraffina liquida. Il fenomeno del residuo apparve con notevole intensità nell'olio di vaselina. Ecco alcune esperienze relative a questo fenomeno fatte con 20 coppie. Con *t* indico la temperatura, con *r* il numero delle divisioni della scala dell'elettrometro che corrispondevano alla carica residua.

t	*r*	*t*	*r*
23,8	37	68	16
60	24,4	60	21
93	7	44	24
98	4,5	35	29
73	14,0	24	31

III. *Petrolio comune.*

L'esperienze fatte con petrolio del commercio e con temperatura lentamente discendente diedero i risultati seguenti:

t	*c*	*t*	*c*
73,5	5,4	46,9	2,8
71,3	5,0	41,4	2,3
66,5	4,7	36,8	2,0
62,5	4,1	34,7	1,8
58,5	4,0	32,3	1,7
57,5	3,6	26,6	1,3
54,1	3,4	22,5	1,0

La costruzione grafica dà:

t	*c*	*t*	*c*
22,5	1,00	60	4,00
30	1,40	70	5,04
40	2,08	75	5,78
50	3,05		

Il residuo era appena di 4 parti a 20° con 20 coppie.

IV. *Petrolio distillato sopra 350°.*

La conducibilità di questo petrolio, ch'era stato distillato molto tempo prima e non era stato ottenuto dallo stesso petrolio del commercio, cui si riferiscono l'esperienze prima descritte, era molto maggiore di quella di quest'ultimo petrolio. Invece la variazione prodotta dal riscaldamento fu presso a poco la stessa.

t	*c*	*t*	*c*
97,7	9,50	63,5	4,25
93,0	8,53	61,2	3,95
83,5	6,90	52,8	3,00
75,2	5,90	44,8	2,40
67,0	4,55	22,1	1,00

La costruzione grafica diede:

t	c	t	c
22,1	1,00	60	3,67
30	1,22	70	4,95
40	1,80	80	6,17
50	2,62	90	8,02

Altre serie d'esperienze fatte poco dopo diedero risultanti concordanti. Il fenomeno della carica residua non fu grande per questa sostanza: a 20° s'ebbe 8 divisioni della scala con 17 coppie, a 60° appena 2.

V. *Altro petrolio distillato sopra 350°.*

Questo saggio di petrolio era diverso dal precedente e la sua conducibilità specifica alla temperatura ordinaria era un po' maggiore di quella dell'altro.

t	c	t	c
97,7	12,80	58,6	4,50
91,5	10,90	53,0	3,60
86,2	9,10	45,9	3,00
80,4	8,10	41,6	2,54
78.0	7,80	36,0	2,06
71,6	6,50	22,0	1,00
66,4	5,90		

La costruzione grafica dà:

t	c	t	c
22	1,00	70	6,20
30	1,28	80	7,90
20	2,24	90	9,00
50	3,60	95	11,6
60	4,40		

Il residuo a 22° arrivava appena a 5 divisioni con 20 coppie.

VI. *Petrolio comune già riscaldato per qualche tempo a 100° per farlo evaporare.*

L'esperienze sulle variazioni della conducibilità per la temperatura diedero risultati consimili a quelli ottenuti con gli altri petroli e per ciò non ne parlo. Anche raddoppiata la grossezza dello strato, osservai che il fenomeno aveva lo stesso andamento. La conducibilità diminuì facendo evaporare il petrolio a 100°.

Riferisco qualche esperienza fatta sulle cariche residue.

Residuo con	5	coppie	a 21°	8	parti
"	" 20	"	21°	35	"
			40°	26	"
			53°	22	"
			82°	6,3	"
			88°	3	"

Durante il raffreddamento feci determinazioni di residuo e trovai sempre valori alquanto minori di quelli prima ottenuti alla stessa temperatura.

Tolto il disco superiore e poi rimessolo, trovai la stessa conducibilità, ma valori notevolmente diversi del residuo.

Con distanza dei dischi pressochè doppia non ottenni effetti maggiori.

Con altro petrolio comune riscaldato lungamente a 100° per farlo evaporare trovai le seguenti cariche residue:

a 23°	22
" 47°	11
" 70°	4,5
" 100°	2,0,

poi, durante il raffreddamento,

" 62°	8,8
" 53°	11,0
" 40°	15
" 35°	18
" 23°	25.

Movendo il disco e agitando, poi rimettendo il tutto come prima, ebbi gli stessi risultati.

VII. *Etere di petrolio.*

L'etere di petrolio fu riscaldato fino a 54°.

t	c	t	c
54	2,93	40,4	1,56
51,9	2,85	33,1	1,28
47	2,26	22,0	1,00

La carica residua con 20 coppie diede a 20° 11 parti all'incirca.

VIII. *Xilol.*

t	c	t	c
70,6	4,17	56,7	2,73
68,6	3,83	50,4	2,53
66,1	3,67	44,6	2,23
63,6	3,43	38,6	1,83
61,6	3,13	34,3	1,60
59,6	3,03	22,0	1,00

Il residuo con questa sostanza era appena di 10 parti con 20 coppie.

IX. *Toluol.*

t	c	t	c
57,2	3,2	43,5	2,2
54,0	3,0	37,3	1,7
50,1	2,7	21,8	1,0

Piccolo residuo.

X. *Benzol.*

t	c	t	c
61,0	3,1	39,5	1,6
56,9	2,7	34,7	1,4
53,0	2,4	30,1	1,3
48,5	2,3	25,2	1,0
43,7	2,1		

Piccolo residuo.

XI. *Essenza di trementina.*

La conducibilità specifica di questa sostanza è molto diversa da saggio a saggio. Essa si altera col riscaldamento e coll'evaporazione. Per lo più la conducibilità di questa sostanza è maggiore di quella di tutti gli altri dielettrici sopra indicati.

Ecco alcune esperienze fatte dopo aver riscaldato fino a 65°
e lasciando lentamente raffreddare.

t	*c*	*t*	*c*
62,1	1,84	36,6	1,11
55,8	1,67	30,8	1,04
47,0	1,57	27,0	1,00
41,4	1,31		

Piccolo residuo.

Da queste esperienze si può concludere che in tutti i dielettrici liquidi esaminati, l'aumento di temperatura porta un notevole aumento di conducibilità. Questo aumento però è dello stesso ordine di grandezza del fenomeno consimile, che si osserva nei liquidi conduttori. Le variazioni più considerevoli si osservano nei liquidi più resistenti.

Quanto al residuo esso si presenta specialmente nei dielettrici più resistenti, mentre è piccolo nei meno resistenti. Mescolando tra loro i varii dielettrici, esaminai se il residuo si facesse maggiore, ma non osservai ciò in nessun caso. Al crescere della temperatura il fenomeno del residuo diminuisce rapidamente, ma dall'insieme delle mie esperienze mi pare di poter asserire che la causa di tale diminuzione non sta tutta nell'aumento di conducibilità.

È noto che il Maxwell dimostrò che un corpo perfettamente omogeneo non può presentare il fenomeno del residuo. Egli non escluse però che una sostanza perfettamente pura possa avere una certa eterogeneità che dia origine al fenomeno. Le sostanze da me adoperate non erano certamente pure o omogenee, tuttavia la condizione dell' impurità ed eterogeneità non parve quella che più d'ogni altro determinasse il residuo e a questo proposito van ricordate l'esperienze del Muraoka, secondo le quali una soluzione di una sostanza in un'altra non dà, almeno in certi casi, alcun residuo, vale a dire non sembra avere quel grado o quelle specie di eterogeneità che secondo il Maxwell determinano il fenomeno. Le cause di questo fenomeno non sono ancora ben chiare, quantunque v'abbia portato molta luce la teoria, che ne diede il Maxwell e che fu verificata in più casi.

Dell'influenza delle condizioni meteoriche sulla mortalità nella città di Torino;

Nota del Socio ANDREA NACCARI.

(Con una tavola).

L'influenza delle condizioni meteoriche sulla mortalità si esercita insieme con quella di altre cause e i fenomeni sono così complicati, che è estremamente difficile la ricerca delle leggi, che li governano. Gli studi su questo argomento non sono molto numerosi, benchè l'esaminare quali sieno le condizioni che favoriscono lo sviluppo delle singole malattie sia cosa importante e forse atta a recare qualche pratica utilità. Spesso in simili ricerche si costruiscono le curve della mortalità e della temperatura o d'altro elemento meteorico riferendole ai tempi presi sull'asse delle ascisse. Dal confronto degli andamenti delle due curve si deduce se esista qualche influenza delle condizioni meteoriche. Questo metodo è poco opportuno perchè in esso non si fa nulla per eliminare l'influenza delle variazioni accidentali. le quali possono coprire e nascondere l'influenza delle condizioni meteoriche.

Volendo fare uno studio di tal genere per la città di Torino, mi parve opportuno procedere diversamente. Scelto un periodo corrispondente a un certo numero d'anni, calcolai per ogni mese la mortalità ridotta a 100000 abitanti, sommai i numeri spettanti a ciascuno dei mesi dell'anno e li divisi per il numero degli anni. Ebbi così dodici medie mensili, i cui valori per effetto di compensazione dovevano essere almeno in parte depurati dalle variazioni accidentali.

Fra le varie condizioni meteoriche la temperatura è certo la più efficace. L'umidità relativa varia con la temperatura, è minima in luglio, massima in dicembre e gennaio: il contrario avviene dell'umidità assoluta. Riesce dunque difficile il separare gli effetti dell'umidità da quelli della temperatura e solo un gran numero di casi speciali, nei quali le due cause agissero in modo diverso dall'ordinario, potrebbe servire a ciò.

Per fare una costruzione grafica la quale mostrasse la relazione fra la mortalità e la temperatura dei varii mesi dell'anno io calcolai le temperature medie mensili del periodo 1874-1885 valendomi dei bollettini meteorologici dell'Osservatorio di Torino.

Ottenni così i seguenti numeri:

0,34	3,45	7,58	11,73	15,97	19,98
23,04	22,24	17,89	12,04	5,86	1,52

Costruii questi valori come ascisse ed alla prima ascissa, che è quella del gennaio, feci corrispondere l'ordinata che rappresenta la mortalità media del gennaio nello stesso periodo e così di seguito, e congiunsi con una linea i punti ottenuti in quel modo seguendo l'ordine dei mesi.

Questa linea (fig. 1) mostra l'andamento ciclico della mortalità nel corso di un anno. In essa un millimetro sull'asse delle ascisse corrisponde a 0°,4.

Le medie mensili della mortalità generale nel periodo anzidetto ridotte a ciò che si avrebbe avuto con la popolazione di 100000 abitanti e se ogni mese fosse di 30 giorni, sono le seguenti:

276	281	276	257	238	234
230	200	180	192	215	250.

Le ordinate vennero costruite sottraendo 180 da questi numeri e poi prendendo un millimetro a rappresentare due unità. La figura fa vedere come ad una medesima temperatura corrispondano in generale due ordinate molto diverse, l'una nel periodo ascendente della temperatura, l'altra nel discendente. La prima ordinata è sempre maggiore.

Il massimo della mortalità cade nei primi tre mesi dell'anno. V'è poi una diminuzione notevole dal marzo al maggio, indi una sosta che si verifica dal maggio al luglio. La mortalità scende poi rapidissimamente e v' ha un minimo nel settembre; con l'ottobre la curva si rialza un poco e sale poi rapidamente quando la media temperatura passa da 12° a 0° circa.

Applicando lo stesso metodo al periodo 1886-98 ebbi la figura 2.

Le medie mensili per questo periodo sono per la temperatura.

—0,31	2,14	7,33	11,91	15,85	20,69
22.84	21,95	18,73	11,69	6,46	1,43.

Le medie mensili della mortalità sono:

247	221	219	203	174	169
172	145	133	139	152	187.

Considerai separatamente i due periodi per vedere se le due figure cicliche avessero somiglianza. Infatti la somiglianza sussiste, benchè si notino alcune diversità. La principale tra queste sta in ciò che nel secondo periodo, la figura presenta una punta in gennaio e il massimo della mortalità avviene appunto in quel mese, mentre nell'altro periodo il massimo cade in febbraio. Ciò va attribuito alla epidemia d'influenza che nel gennaio del 1890 e in quello del 1892 fecero salire straordinariamente la mortalità.

La fig. 3 spetta a tutto il periodo 1874-1898 ed è costruita con le stesse norme.

Le medie mensili della temperatura sono:

0,00	2,67	7,47	11,83	15,90	20,35
22,92	22,05	18,32	11,86	6,16	1,48.

Le medie mensili della mortalità sono:

260	247	247	229	205	201
200	171	156	164	182	218.

Il fatto che ad una data temperatura corrispondono in generale due valori molto diversi della mortalità si può interpretare in due modi, o ammettendo che la mortalità non dipenda dai valori assoluti della temperatura, ma da altra causa che varii in modo affatto diverso da quelli, o ammettendo che le basse temperature esercitino un'azione nociva, che si prolunga con una specie d'isteresi.

Prendendo ad esaminare la prima ipotesi si potrebbe sospettare che la mortalità dipendesse, anzichè dai valori assoluti della temperatura, dalle variazioni rapide di questa. Tale opinione fu sostenuta da parecchi e da taluni ammessa come cosa provata. Per ciò io calcolai per Torino e per il periodo 1874-1898 la variabilità interdiurna dei singoli mesi come fu definita dall'Hann, vale a dire la media delle differenze fra le temperature medie dei giorni successivi di ciascun mese. In questo modo trovai per i dodici mesi i numeri seguenti:

I.	1°,32	VII.	1,29
II.	1,31	VIII.	1,10
III.	1,36	IX.	1,05
IV.	1,48	X.	1,02
V.	1,60	XI.	1,16
VI.	1,50	XII.	1,36.

Rispetto a questi numeri è da notare ch'essi rappresentano la variabilità interdiurna effettiva e non quella che si otterrebbe col togliere dalla media differenza tra le temperature di due giorni successivi di un dato mese quel tanto, di cui la temperatura avrebbe variato per l'andamento regolare delle stagioni. Questa correzione è opportuna negli studi climatologici, ma quando si vuole esaminare l'influenza della variabilità interdiurna, conviene considerare la variazione effettiva.

Dai valori della variabilità interdiurna che ho riferiti non risulta confermata l'ipotesi che la mortalità dipenda in modo diretto da quella causa. Si ha un minimo di variabilità in febbraio ed uno molto più basso in ottobre. Ora al primo minimo non corrisponde alcun minimo della mortalità e il minimo della mortalità, che avviene in settembre, precede il secondo minimo della variabilità. Il massimo della variabilità interdiurna cade nel maggio, e nulla di somigliante si palesa nell'andamento della mortalità.

Ciò non toglie che un'influenza di questa condizione meteorica possa esercitarsi, ma la causa più efficace e diretta deve cercarsi altrove.

Miglior conferma nei fatti trova l'ipotesi che le temperature basse e specialmente le estreme esercitino un'azione nociva, la quale in parte si manifesta subito, in parte si prolunga logorando a poco a poco gli organismi, o favorendo lo sviluppo di microbii, che possono moltiplicarsi e diffondersi per lungo tempo. La diminuzione della mortalità che avviene rapidamente dal marzo al giugno viene arrestata nel luglio e nell'agosto dalle malattie intestinali, le quali però hanno effetto immediato, sicchè subito dopo la mortalità decresce rapidissimamente.

Naturalmente i fenomeni sono estremamente complicati e più cause operano contemporaneamente.

Nel corso dei 25 anni presi in esame la mortalità scemò in Torino notevolmente. La tabella seguente dà le medie annuali della mortalità ridotta a 100000 abitanti ed anche le medie triennali perchè meglio apparisca l'andamento discendente. Ho aggiunto i numeri spettanti agli ultimi anni, benchè la popolazione presente di Torino possa dirsi ignota, visto che secondo le statistiche municipali si verificherebbe da quattro anni il fatto incredibile, che la popolazione di Torino fosse sempre uguale a 344203 abitanti.

1874	2923	
1875	3094	2973
1876	2902	
1877	2994	
1878	3077	2971
1879	2842	
1880	2919	
1881	2858	2843
1882	2752	
1883	2830	
1884	2737	2683
1885	2483	
1886	2407	
1887	2645	2485
1888	2402	
1889	2371	
1890	2309	2312
1891	2256	
1892	2302	
1893	2111	2152
1894	2042	
1895	2080	
1896	1905	1895
1897	1700	
1898	1960	

Mortalità per malattie dell'apparato respiratorio nel periodo 1874-1883. — Ho applicato lo stesso metodo usato per la mortalità generale alla mortalità spettante ad alcune malattie.

Per il periodo 1874-1883 e per le malattie dell'apparato respiratorio le medie mensili ridotte al solito modo sono:

77,4	76,1	76,7	69,1	47,7	37,8
31,5	25,6	24,2	31,7	47,9	62,3.

La fig. 4 rappresenta il medio ciclo relativo a questa mortalità. L'andamento è simile a quello della mortalità totale dello

stesso periodo; ma il massimo è in gennaio; manca poi o è meno sensibile la sosta del giugno e del luglio, che si osserva nella mortalità totale perchè questa è prodotta in gran parte dalle malattie dell'apparato digerente.

Pneumonite e bronchite acute nel periodo 1884-1895. — Le medie mensili di questa mortalità sono:

73	60	52	41	28	22
14	10	10	14	21	39.

La fig. 5 mostra l'andamento di questa mortalità in funzione della temperatura. L'epidemie d'influenza avvenute in questo periodo alzarono la mortalità del gennaio a paragone di quelle dei due mesi successivi.

Influenza della media temperatura del mese di gennaio nel periodo 1874-1883 sulla mortalità per malattie dell'apparato respiratorio nel mese stesso. — La tabella seguente contiene le medie temperature del gennaio nel periodo 1874-1883 poste di fronte alle corrispondenti mortalità per malattie dell'apparato respiratorio:

1874	0,0	81	1879	1,3	65
1875	1,2	80	1880	—3,6	120
1876	—1,0	74	1881	—2,7	91
1877	3,8	53	1882	2,0	78
1878	0,6	100	1883	1,3	60.

La fig. 6 è stata costruita prendendo le temperature come ascisse e le mortalità come ordinate. Un centimetro rappresenta un grado; quanto alle ordinate si è sottratto 40 dai numeri dati qui sopra e si è preso un millimetro a rappresentare due unità.

La linea spezzata indica il vero andamento della mortalità in funzione della temperatura, la linea punteggiata venne condotta in modo da dare continuità al fenomeno e rappresenta il modo, in cui nel detto periodo la media mortalità del gennaio si mostrò dipendente dalla media temperatura del mese stesso. Dalla figura appare che la mortalità decresce notevolmente al crescere della temperatura.

Nel secondo periodo un simile studio è reso incerto dall'epidemie d'influenza, una delle quali cadde nel gennaio del 1890, che fu mite, e un'altra nel gennaio del 1892 che non fu molto rigido.

Difterite. — In tutto il periodo 1874-1898 le medie mensili della mortalità calcolate nel solito modo furono le seguenti:

7,3	8,2	8,6	6,2	5,2	4,9
3,8	2,8	2,3	3,4	4,9	7,5.

Se ne deduce il ciclo annuale della mortalità rappresentato dalla fig. 7.

L'andamento è simile a quello della mortalità generale, ma è da notarsi che sulle ordinate un centimetro rappresenta 2 unità, mentre nelle altre figure cicliche ne rappresentava 20.

Febbre tifoide. — Periodo 1874-1883. Medie mensili:

9,3	11,7	12,3	10,9	9,4	10,5
11,4	11,0	9,8	10,6	9,5	8,4.

Periodo 1884-1895:

3,0	3,4	3,3	2,7	3,2	3,4
2,9	4,0	4,3	4,6	4,2	3,7.

Se si costruiscono per questi due periodi le figure cicliche in funzione della temperatura, queste non mostrano alcuna somiglianza, eccetto che per l'uno e per l'altro periodo si ha un massimo in ottobre. Non pare dunque che la temperatura eserciti un'influenza diretta sulla mortalità per questa malattia. Forse il numero d'anni preso in esame è troppo piccolo.

Notevole è l'andamento decrescente delle medie annuali della mortalità per questa malattia entro il periodo 1874-1895.

Malattie dell'apparato digerente. — Periodo 1874-1883. Medie mensili:

34,1	35,3	35,4	35,1	38,3	45,3
56,9	52,2	41,2	34,8	33,3	33,9.

La fig. 8 mostra come la porzione della linea ciclica, che corrisponde al periodo ascendente della temperatura quasi si confonda col tratto discendente. Si può dedurne che l'influenza della temperatura si esercita senza ritardo. Il massimo è in luglio; il minimo in novembre.

Enterite. — Periodo 1884-95. Medie mensili:

14,7	14,2	13,2	15,0	15,2	23,2
31,5	28,3	21,3	17,1	12,2	11,3.

La fig. 9 rappresenta l'andamento di questi valori rispetto alle medie temperature mensili. Benchè questa figura e la precedente non spettino esattamente alla stessa classe di malattie, perchè la classe della prima è molto più estesa, pure esse mostrano molta somiglianza nell'andamento.

Tubercolosi polmonare. — Periodo 1884-1898. Medie mensili:

20,1	19,8	21,2	23,4	20,1	18,7
19,6	18,3	18,2	18,1	17,4	18,7.

Questi numeri mostrano che la mortalità per tubercolosi subisce poche variazioni nel corso dell'anno. Apparirebbe un massimo in aprile, un minimo in novembre, ma occorrerebbe un maggior numero d'anni per stabilirlo.

I numeri seguenti dànno la mortalità annuale per tubercolosi polmonare per 100000 abitanti in questo periodo:

199,0	227,9	225,0	209,4	234,1	228,5
259,5	303,0	275,0	217,1	208,2	247,0
	232,2	217,6	227,4.		

Le medie triennali sono:

217,3 224,0 279,2 224,1 225,7

e non permettono di asserire che vi sia aumento o diminuzione.

Probabilmente l'influenza aumentò in modo eccezionale questa mortalità negli anni 1890 e 1892. Confrontando questi numeri

con quelli dati dalle statistiche municipali dal periodo 1858-1874 appare una tendenza a diminuzione piuttosto che ad aumento.

Il modo di rappresentazione grafica usato in questo scritto mi pare opportuno per mostrare come sulle varie malattie influiscano diversamente le condizioni meteoriche e anche per fare dei confronti fra i modi in cui queste influenze si esercitano in luoghi e tempi diversi. Pochi di tali confronti ho potuto fare non essendo facile avere i dati statistici d'altre città che abbraccino un periodo d'anni abbastanza lungo. Ne riferirò due soltanto.

La fig. 10 rappresenta la relazione tra la mortalità e la temperatura in Torino per il periodo 1769-1791. I dati relativi alla mortalità furono desunti dalla Tavola XIV dell'importante memoria del conte Prospero Balbo intitolata: *Ordre de la mortalité dans les différentes saisons* (" Mém. de l'Acad. des Sciences de Turin ", V, 1790-91, p. 358). Per le medie mensili delle temperature ho prese quelle normali date dal D[r] G. B. Rizzo nella sua memoria: *Il clima di Torino.*

Si vede come la figura differisca notevolmente da quelle spettanti ai tempi più recenti. Pare che allora le più basse temperature esercitassero un'azione fortissima e immediata che non si verifica oggidì. Inoltre le più alte temperature producevano allora un aumento di mortalità che ora non avviene e l'azione loro si prolungava per qualche tempo, mentre ora appare immediata.

Nella fig. 11 ho segnato il ciclo relativo alla mortalità generale media di 33 anni (1858-1890) della città di Würzburg. I dati meteorici e statistici sono desunti dalla memoria del D[r] Julius Roeder pubblicata negli atti della " Società fisico-medica di Würzburg " del 1896. Se la si confronta con la fig. 3 si vede ch'essa è grandemente diversa da quella.

Forse estendendo questi confronti si potrebbe riuscire a spiegare almeno in parte le differenze che si riscontrano nei cicli spettanti a luoghi e tempi diversi.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

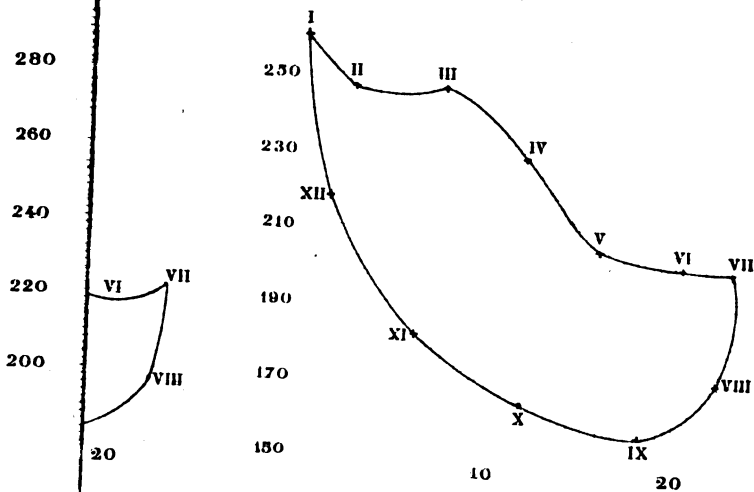
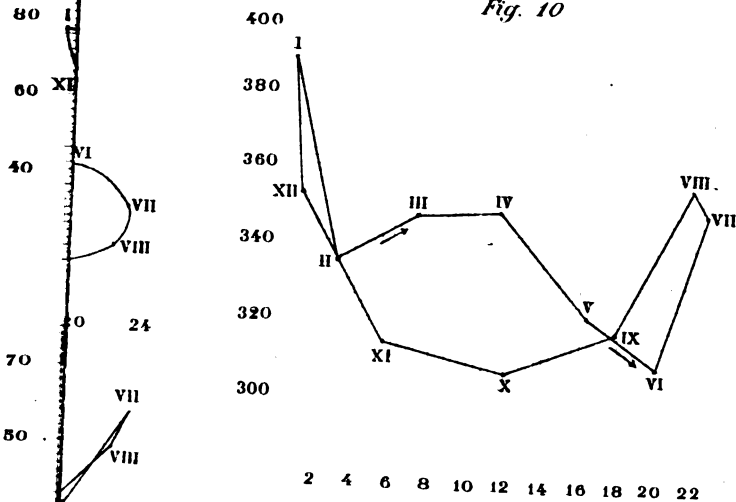
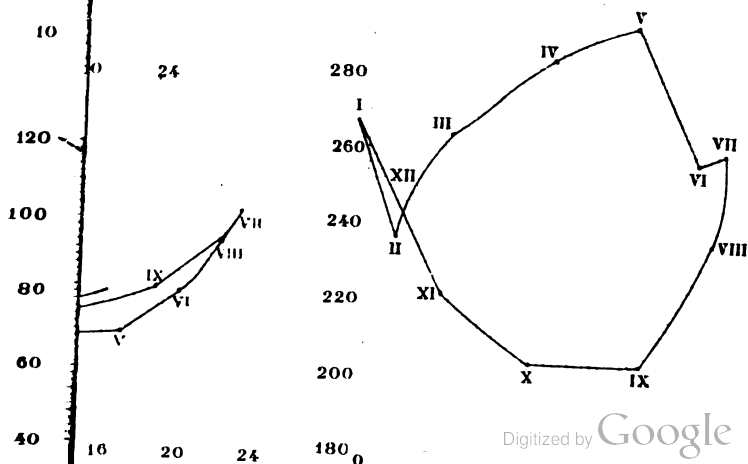



Fig. 3
Fig. 10
Fig. 11

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 25 Giugno 1899.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Bollati di Saint-Pierre, Ferrero, Pezzi, Cognetti de Martiis, Graf, Cipolla, Renier e Pizzi.

Il Socio Ferrero, ff. di Segretario, comunica le condoglianze pervenute all'Accademia da Socii nazionali non residenti e corrispondenti, da Autorità, da Società e da Istituti scientifici per la morte del Socio Cesare Nani.

Legge quindi le lettere, con cui il Senatore Antonio Fogazzaro, i professori Vittorio Rossi ed Angelo Solerti ringraziano l'Accademia per i premii Gautieri a loro conferiti.

Presenta la raccolta delle opere del Senatore Fogazzaro, di cui questi fa omaggio all'Accademia; il vol. VIII dei *Lavori preparatorii del Codice civile del Regno d'Italia* (Roma, 1899), inviato da S. E. il Ministro di Grazia e Giustizia e dei Culti; il discorso *Sul bilancio d'assestamento 1898-99,* pronunziato al Senato del Regno dal Socio S. E. Paolo Boselli, Ministro del Tesoro; l'*Inventario del Regio Archivio di Stato in Siena,* parte I (Siena, 1899), mandato dal Direttore di questo Archivio per in-

carico di S. E. il Ministro dell'Interno; il 1° fascicolo del *Bulletin mensuel du Comité international pour la célébration du centenaire du Marengo* (Roma, 1899), un opuscolo del sig. J. Beyssac, *Les ducs de Savoie chanoines d'honneur de l'Église de Lyon* (Lyon, 1899).

Il Presidente a nome dell'autore prof. Vincenzo Lilla, offre due opuscoli intitolati: *Medesimezze nelle dottrine più fondamentali di G. B. Vico e L. Russo* (Napoli, 1899), *La dottrina della mente sovrana del mondo di Tommaso Russo* (Napoli, 1898), e brevemente ne discorre.

Il Socio Peyron offre un opuscolo dell'avv. Giacomo Carretto: *Una infezione morale fra piccoli delinquenti* (Roma, 1898), ed il Socio Cipolla un opuscolo del Prof. Carlo Giambelli: *Il " Licini Forum " e gli " Orumbovii " (Orobii)* (Milano, 1897), dei quali gli autori fanno omaggio all'Accademia.

Il Socio ff. di Segretario annunzia che, a tenore dell'invito fatto prima di levare l'adunanza precedente, furono inviate alla Segreteria accademica per la stampa negli *Atti* le note indicate a pag. 839 e seg.

Il Direttore della Classe Claretta legge una sua nota intitolata: *L'uffiziatura di Gregorio VII alla Corte di Savoia nel secolo XVIII.*

Il Socio Cipolla legge una nota del Prof. Adolfo Bassi col titolo: *Un processo di spionaggio nel 1792 a Torino.*

Entrambe queste note sono pubblicate negli *Atti*.

La Classe approva per la stampa nei volumi delle *Memorie* due lavori del Socio Ferrero, l'uno intitolato: *Nuove iscrizioni ed osservazioni intorno all'ordinamento delle armate dell'impero romano,* e l'altro: *Indici generali delle iscrizioni classiarie.*

Nel primo l'autore raccoglie circa un centinaio di iscrizioni (fra cui parecchi documenti su papiro provenienti dall' Egitto), venute alla luce dopo la stampa del suo lavoro: *Iscrizioni e ricerche nuove intorno all'ordinamento delle armate dell'impero romano,* inserito, nel 1884, nel volume XXXVI della serie II delle *Memorie* accademiche. Sono esposte le notizie, che si possono

trarre dai nuovi testi; sono discusse alcune recenti opinioni intorno a certi punti dell'ordinamento della marineria militare imperiale e ripresi in esame alcuni argomenti già trattati dall'autore.

Nel secondo lavoro sono dati, col sussidio dei titoli epigrafici, gli elenchi de' nomi delle armate, delle navi, delle regioni, che fornirono uomini alla marineria dell'impero, degli ufficii classiarii, ecc. È pure compilato un elenco diviso per armate e ciascuna per gradi, di tutte le persone che fecero parte di esse nell'età imperiale e di cui si ha memoria dagli scrittori e dalle epigrafi: per i comandanti è riportato il corso degli ufficii, quando questo in tutto od in parte è conosciuto.

Il Socio Pizzi, condeputato col Socio Peyron ad esaminare il lavoro manoscritto del prof. Carlo Alfonso Nallino, presentato per l'inserzione nelle *Memorie* accademiche, ed intitolato: *Catalogo dei manoscritti arabi, persiani, turchi e siriaci della R. Accademia delle Scienze e della Biblioteca Nazionale di Torino,* legge una relazione intorno a questo lavoro, conchiudente per l'ammessione di esso alla lettura. La Classe approva tale conclusione, ed udita la lettura del lavoro, ne vota la stampa.

LETTURE

L'uffiziatura di Gregorio VII alla Corte di Savoia nel secolo XVIII;

Notizia storica di GAUDENZIO CLARETTA.

In qualunque età, e sotto qualsivoglia forma di reggimento, a coloro che non sono vincolati a fazioni, può tornare sempre di soddisfazione, ove se ne presenti l'occasione, d' intrattenersi di tali che sul limitare della loro vita furono in grado di pronunziare, al pari del celebre Ildebrando, poi Gregorio VII, queste memorabili parole, epilogo per lui di tutta la sua vita: *dilexi iustitiam et odivi iniquitatem: propterea morior in exilio.* E veramente a simili norme informossi Gregorio VII, morto in volontario esiglio a Salerno il 25 maggio dell'anno 1085. Trattandosi di personaggio storico di primo ordine, non sarà stimato inopportuno di rendere noti alcuni particolari (messimi in mano dal mero caso) che si annettono alla sua memoria, e che possono provare, come anche dopo sette secoli incirca dalla sua morte, l'orgoglio dinastico e lo spirito di parte si fossero collegati per fare sfregio alle sue geste.

Le gravi e note controversie avute da lui con Enrico IV furono poi causa che molti erronei giudizî siano stati pronunziati contro Gregorio VII, anche perchè da molti si volle confondere quell'età colla nostra: ma ragione di giustizia esige che si rammenti almeno, come le azioni, i costumi del secolo duodecimo non vogliano essere giudicati alla stregua delle idee moderne. Peggio poi è che molti ne discorsero senza spogliarsi dei pregiudizî, dei rancori e delle passioni che pur troppo li fecero deviare dal retto senso.

Ma, per non ridire cose notorie, basterà a guisa di epilogo riferire quel che Giovanni Voigt, professore prima ad Halle nella Sassonia poi a Kunisberg, lasciò di lui nell'*Hildebrand und sein*

Zeitalter. ... " È impossibile di lodare Gregorio oltre misura, poichè egli ha gettato da per tutto le fondamenta di una gloria perenne. Ma importa universalmente che si renda giustizia a colui, al quale essa è dovuta, che non si scagli la pietra contro un uomo innocente, che si veneri un genio il quale riformò il suo secolo con tanta forza e generosità di intendimento. Chi sente il rimorso di aver calunniato Gregorio si ritratti sinceramente dinnanzi alla propria coscienza „. E così pure Enrico Leo, storico protestante di Radelfstadt, volle ravvisare in Gregorio colui ... " che uscito da una classe priva di ogni politica ingerenza, appoggiato solo alla forza del suo genio e della sua volontà seppe rialzare dall'abbiezione un'istituzione svilita (la Chiesa) e darle un'esplicazione non prima conosciuta... „. Nè potrà così facilmente confutarsi questo ragionamento come applicato a colui, che conscio del secolo di ferro nel quale viveva, secolo succeduto all'altro, dal Baronio definito di piombo, tentò di farsi riformatore di una società, piena di scandali, di rozzezze di. ogni specie, di nefandità non comuni. La Chiesa stessa, come or or fu detto, era a sua volta afflitta ed angustiata: ed andava vigorosamente decadendo, poichè gli stessi suoi ministri, dimentichi del proprio dovere, si dimostravano nequitosi, simoniaci e concubinari. D'altro canto, il sistema feudale degenerato aveva rotto quasi ogni legame della società civile; principi senza potere, signori senza dipendenza, il resto, schiavitù e violenza: ecco il bel quadro di quell'età ferrigna. Insomma non si trattava che di due grandi resultanze che si sarebbero ottenute, vincendo o l'uno o l'altro dei due contendenti. Vincendo Enrico, tirannello, fedifrago, rotto ad ogni vizio sia nella vita pubblica che nella privata, la società si sarebbe perduta; vincendo invece Ildebrando, questa doveva riabilitarsi, mercè la grande sua opera di riforma generale. E cominciando a venir a quanto di questa memoria più da vicino riguarda il breve argomento, sebben qui non si tratti al certo di difendere la memoria di Gregorio VII, le cui geste furono messe in buona luce dal suo coevo S. Anselmo da Baggio, vescovo di Lucca, dall'illustre S. Pier Damiano, anche coetaneo suo, che chiamollo *sanctissimi ac purissimi consilii virum,* Vittore III, e suo successore, ed anche al pari d'Ildebrando benedettino, lo proclamò *verbis simul et exemplis illustrem*. E se ancor non basta è pur noto quanto ne disse il primo

Napoleone. *Se io non fossi Napoleone vorrei essere Gregorio VII.* Ma basti di questo. Anastasio IV cominciò sessant'anni dopo la morte di Gregorio VII a far dipingere la sua effigie nell'oratorio di S. Niccolò, edificato da Callisto II nel patriarcato lateranense. E fu ivi dipinto col titolo di santo e col diadema attorno al capo, segno di santità e di culto ecclesiastico. Una cronica compilata d'ordine di Enrico Savelli, cameriere apostolico, poi papa nel 1226 col nome di Onorio III, faceva attestazione della prosecuzione del culto di S. Gregorio VII e dei prodigi avvenuti a sua intercessione. Il suo corpo, che giaceva in un'urna sepolcrale della cattedrale di Salerno, veniva disumato nel 1574 a cura del cardinale Marcantonio Marsilio Colonna, vescovo di quella città. Ma la canonizzazione seguì soltanto nel 1584 per opera di Gregorio XIII che fece iscrivere il nome di lui nel martirologio romano: *Salerni: depositio beati Gregorii papae VII qui Alexandro II succedens ecclesiasticam libertatem a superbia principum suo tempore vindicavit et viriliter pontificia auctoritate defendit.*

Fu questa una di quelle canonizzazioni che in Curia chiamansi *equipollenti* perchè seguite senza preliminare processo, e distinte dalle altre denominate *formali*, e che hanno luogo allorquando il sommo pontefice dichiara il culto pubblico verso un personaggio, già in possesso degli onori resigli dalla pietà dei fedeli; e così dopo un processo preliminare. Il che è necessario premettere a confutazione di quanti ebbero ad asserire, che Gregorio VII era stato innalzato dalla Chiesa agli onori degli altari, leggermente e senza veruna canonizzazione.

Sisto V, successore di Gregorio XIII fece qualche innovazione alla formola consacrata dal suo predecessore nel martirologio, e scelse questa locuzione rimasta nell'edizione di Benedetto XIV: *Salerni: depositio beati Gregorii papae septimi ecclesiasticae libertatis propugnatoris ac defensoris accerrimi.*

Iscritto così Gregorio VII nel martirologio, il Capitolo Salernitano ricevette autorità di celebrare solennemente quell'uffizio che sul principio non venne recitato che secondo il rito comune dei confessori pontefici. Ma nel 1609 ad intercessione dello stesso Capitolo e dell'arcivescovo Giovanni Beltramino, Paolo V colla costituzione che comincia *Domini nostri Jesu Christi* . . . concedette un uffizio proprio, le cui lezioni si trovano in gran parte in quelle che furono pubblicate nel 1728 da Benedetto XIII,

come diremo. Alessandro VIII poi estese l'uffizio Gregoriano nelle basiliche di Roma, senza però iscriverlo nel breviario della Chiesa Romana. Il qual breviario, a compimento della notizia, conviene notare, essere desso il libro in cui sono registrate le ore canoniche in un con tutto l'uffizio divino che devesi recitare giornalmente; e fu così denominato perchè abbraccia le lezioni più brevi della sacra scrittura e delle omelie dei padri, distribuite giorno per giorno secondo la ragione dei tempi e delle feste, in un libro comodo a quelli che devono farne uso (1). Aggiungeremo ancora che il breviario subì varie riforme in alcune età, e così, sotto i papi

---

(1) A proposito di breviarii, piacemi di far qui conoscere un documento, di cui non ebbe contezza il Vernazza nel suo così denominato elenco dei tipografi, ecc. Il documento al quale accenno è del 3 luglio 1613; ed eccone il sommario. In Torino nello studio del notaro Francesco Loyra, e nel giorno indicato, seguiva la convenzione che or accenneremo tra Giovanni Pascal canonico della cattedrale d'Aosta e Vico Benedetto curato della parrocchiale di Rema (forse Rhêmes) in quella diocesi, quali procuratori del Capitolo e del clero della diocesi Augustana, e Gian Vincenzo Cavalleri fu Francesco causidico (particolare pure ignoto al Vernazza) librario tipografo in Torino. Le parti adunque convenivano di stampare i missali e i breviarii all'uso della cattedrale e diocesi di Aosta ai seguenti patti: 1° che i messali dovessero essere ... di buona carta et delli caratteri della stampa di Aldo come si è data la mostra e più bello se sarà possibile; 2° che dovessero stamparsi con mettere le figure e caratteri grossi alli principii delle messe et evangelii et altrove come si vede nelli missali romani stampati in Lione, et per conto delle figure si metteranno le lettere di miniatura al principio delle messe et evangelii, et in molti luoghi si metteranno gli evangelisti, et al principio dove cominciano le messe se li metterà un crucifisso grande come anche al principio delle messe proprie delli santi et anco al principio del comune di santi et al principio del *canon missae*; 3° le rubriche saranno in caratteri rossi belli; 4° li responsori, versiculi, offertori et postcommunii, in caratteri differenti più piccoli, ma belli ed intelligibili: 5° li prefazii ed altre cose notate nelli missali all'uso della cattedrale di Aosta saranno stampate in canto piano come sono in detti missali; 6° il sacro canone sarà stampato in caratteri assai più grossi con la figura del crocifisso morto; 7° li missali saranno da tre quinterni incirca; 8° se ne stamperanno 500 per ducati 400 di moneta di Piemonte ... „. Seguono norme che regolano la modalità del pagamento.

In quanto ai breviarii, essi dovranno " ... venire stampati in ottavo, in numero di cinquecento coi caratteri del Garamone, colle rubriche, versicoli e responsorii in carattere rosso ... „. E così le iniziali dovevano essere in caratteri grossi figurati.

Minutari del notaro Francesco Loyra.

Gelasio I, Gregorio I e sotto Gregorio VII stesso, che vuolsi avesse voluto sottomettere la liturgia gotica o mezzarabica in Ispagna alla romana. Ma, come fu detto testè, Benedetto XIII, nell'intento altresì di porre un argine al gallicanismo invadente che minacciava la purezza della fede cattolica nel reame di Francia, con Breve del 25 settembre 1728 ordinò la festa di Gregorio VII nel missale e nel breviario, estendendola alla Chiesa universale.

Ecco intanto la leggenda di Gregorio VII nel breviario romano, che conviene aver innanzi per meglio comprendere quanto è argomento di questa dissertazione.

Nella lezione IV leggesi: *Gregorius papa septimus, antea Hildebrandus, Soanae in Etruria natus, doctrina, sanctitate, omnique virtutum genere, cum primis nobilis mirifice universam Dei illustravit ecclesiam etc.* Fin qui tutto camminava piano: ma ecco le parole della V e della VI lezione ritenute pungenti, e non ammesse da alcuni Governi.

Nella quinta lezione, dopo essersi ricordato che Gregorio... *nullus pontificum fuisse tradatur, qui maiores pro ecclesia Dei labores, molestiasque pertulerit, aut qui pro eius libertate acrius pugnaverit*, si leggeva, essersi Gregorio dimostrato... *contra Henrici imperatoris impios conatus fortis, per omnia athleta impavidus permansit, seque pro muro domui Israel ponere non timuit ac eumdem Henricum in profundum malorum prolapsum, fidelium communione regnoque privavit, atque subditos populos fide ei data liberavit.*

Nella lezione VI infine era scritto che... *cum ab iniqui Henrici exercitu Roma gravi obsidione premeretur, excitatum ab hostibus incendium signo crucis extinxit.* Forse, se la verità dei fatti si fosse palliata con epiteti meno scottanti, la novità sarebbe passata inosservata. Invece, tanto nella Francia quanto nell'Austria, s' innalzò una favilla che ebbe a destare un incendio, il quale non fu così presto spento.

Dovendo limitarmi a ciò che risguarda la parte ch'ebbe in questi poco lieti accidenti, per quanto attinenti a mera liturgia, la Corte Sabauda; e premesso di essere in grado di arare un terreno vergine, non ancora stato sin qui (per quanto mi sembra) dissodato, noterò, che le prime memorie della parte avutavi da essa si riferiscono al mese di maggio dell'indicato anno 1729.

Il giorno 25 di quel mese pertanto, la zelante cancelleria del primo Re di Sardegna, Vittorio Amedeo II, informava tosto il commendatore Roberto Solaro, balio dell'Ordine di Malta e de' marchesi di Breglio ambasciatore a Vienna, che ... *le pape d'à présent* (sic) *a ordonné à tous les religieux tant séculiers que réguliers de joindre à leurs heures l'office du feu pape Grégoire VII où il y a dans la seconde leçon du dit imprimé comme vous y verrez la clause suivante: ac eumdem Henricum in profundum malorum prolapsum fidelium communione regnoque privavit; ce qui a été imprimé à Turin sans qu'on en aye préalablement averti S. M.; et comme elle croit que pareille obligation aura aussi été envoyée aux religieux de l'empire, S. M. m'a ordonné de vous dire, monsieur, que vous prenniez la peine de vous informer bien secrètement si semblable imprimé y a paru avec la susdite clause, ou si le ministère ou les magistrats ont fait quelque réflexion là-dessus, et de quelle manière on y aura pourvu, afin que vous puissiez envoyer ici au Roi une relation bien exacte à ce sujet, ce qui en attendant j'ai l'honneur d'être respectueusement.*

Monsieur — *Turin ce 25 mai 1729*

Votre très humble et très obéissant serviteur Lanfranchi (1).

Il Lanfranchi scriveva ancora altra volta al Solaro, cioè il 28 maggio, ma questa lettera non ci venne alle mani: abbiamo peraltro quella del commendatore Solaro del tredici giugno, in cui, rispondendo ad amendue quelle del segretario, lo informava che l'arcivescovo di Vienna aveva da qualche tempo innanzi ricevuto da Roma ordine di fare stampare un foglio uguale a quello della diocesi di Torino, relativo all'ufficiatura di Gregorio VII, tanto pel missale quanto pel breviario.

Timoneggiava in quel momento la gran nave dell' impero d'Allemagna, cioè del sacro romano impero, quel Carlo VI che il poeta cesareo Metastasio proclamò il Tito del secolo. Mite sì, fautore delle lettere e delle arti se vuoi, ma nato ed educato non per comandare, poichè di natura inerte, puntiglioso, dato a frivolezze, alla caccia, alla musica e via dicendo. E tant'è che nel fatto in questione, come vedremo, non fu nemmeno l'impe-

(1) *Archivio di Stato. Vienna, Lettere Ministri.*

ratore il più sollecito a vendicare l'umiliazione di Canossa. Venuta la cosa a sua conoscenza, Carlo VI non lasciò di far gravi rimostranze a quell'arcivescovo, obbligandolo senz' altro a ritirare dai librai tutte le stampe che ancor ne rimanevano, come ritenute *injurieuses à l'empereur* (1).

Se questa lettera, per quanto non senza importanza, non ci rivela altre particolarità di momento, vi supplisce altra, scritta il ventidue giugno dallo stesso commendatore di Breglio al cavaliere Lanfranchi. Si toglie da questa che l'imperatore stesso, come abbiamo notato testè, non era peranco venuto a conoscenza di quel fatto, che si voleva ritenere come delittuoso. E chi ebbe ad avvisarnelo fu un cortigiano di terzo o quart'ordine che teneva alla corte imperiale gli uffizi di archiatro e di bibliotecario, cioè il bolognese cav. Pio Nicola Garelli. Che se l'arcivescovo di Vienna, per quanto residente presso la Corte, seppe in quell'avvenimento mantenere una certa indipendenza, senza sindacare l'operato del Sommo Pontefice; non così fu dei

---

(1) ... J'accuse la reception de deux lettres dont vous m'avez honoré en date du 25 et 28 du mois passé. La dernière n'exige aucune réponse, et je n'ai rien de particulier à mander aujourd'hui à S. M. par votre bureau. A la première était joint l'imprimé, que regarde l'addiction que la Cour de Rome vient de faire aux heures de tous le prêtres réguliers et autres. L'archevêque de Vienne reçut il y a quelque temps des ordres de la Cour de Rome la dessus, et fit imprimer ici une feuille entièrement conforme à celle qui a été imprimée à Turin et il fut ordonné par le dit archevêque que cette leçon serait dite par les religieuses dans le diurne. L'archevêque ayant ordonné dans le directoire de cette année intitulé: *Directorium Romanum Viennense seu ordo missas celebrandi et horas canonicas recitandi iuxta ritum missalis et breviarii romani ac proprii Viennensis* et on indiqua pour le 25 de mai le jour qu'on doit fêter Gregoire VII, et on marqua dans le directoire que les prêtres devaient acheter la leçon en question chez l'imprimeur du même directoire qui l'avait dans une feuille à part. Comme on n'est pas fort attentif ici d'obvier à ces sortes d'inconvéniens, l'ordre de l'archevêque a été exécuté, et longtemps après la Cour en ayant eu connaissance plutôt par azard qu'autrement, on fit une bonne reprimande à l'archevêque, et on l'obligea de retirer tous les imprimés qui restaient; et j'apprends qu'on a écrit à Rome là dessus. Cette cour voulut assoupir l'affaire et abolir cette addiction au diurne, injurieux à l'Empereur.

Voilà monsieur ce que je puis vous mander par cet ordinaire, et je vous fournirai dans la suite tous les autres éclaircissements afin que vous puissiez être pleinement informé...

Archivio di Stato. Vienna. Lettere ministri.

vescovi suffraganei. Infatti costoro senz'altro seguivano i sentimenti imperiali, non accettavano l'uffiziatura imposta da Roma (1). E forse Vienna, per quanto più colpita, dopo le ordinazioni trasmesse, si sarebbe attenuta alla manifestazione data. Ma dacchè il parlamento di Francia aveva reagito con certa veemenza, com'è noto, i cancellieri dei varii stati dell'Impero, proibirono ai tipografi e ai librai di mettere in commercio l'addizione incriminata, colla minaccia di gravi pene in caso di trasgressione. A questo punto il nunzio stesso di Roma, scorgendo che la piaga pareva minacciasse divenir cancrenosa, rallentò d'ogni ardore, e lasciò correre la faccenda.

In mezzo a questi dibattiti, ed assiepato dagli stati maggiori contrari a quell'innovazione, Vittorio Amedeo II con molta prudenza scelse la via di mezzo, cioè di non accettare la novità, ma di rifiutarvisi con temperanza. Forse in quel momento non pensò tampoco (essendo a presumere che almeno non l'ignorasse) che Enrico IV era stato marito poco fedele di una sua avola, sebben di età molto e poi molto remota, voglio dire di Berta, figlia di Oddone di Savoia e della leggendaria Adelaide di Susa, e che per aver motivo di ripudiarla aveva immaginato

---

(1) Così scriveva il commendatore Solaro il 22 giugno al cav. Lanfranchi: ... " Je vous écris la présente uniquement pour vous confirmer tout ce que je vous ai mandé par ma dernière du 13 de ce mois à l'égard de ce qui s'est passé ici sur l'addition que la Cour de Rome vient de faire aux heures des prêtres reguliers et autres, vous ajoutant seulement monsieur pour plus grand éclaircissement que ce fut monsieur le chevalier Garelli médecin de l'empereur qui donnat avis à S. M. I. de tout ce qui s'était passé à cet égard à l'inseu de la Cour. Les evêques suffragans de l'archevêque de Vienne n'ont point voulu exécuter les ordres que l'archevêque leur envoyait à cet égard, ni permettere qu'on imprimat cette addition, ce que l'empereur approuva comme de raison. La dite addition sera entièrement supprimée et dans le diurne de l'année prochaine il ne sera plus question, ni de la leçon ni de la fête du pape Grégoire VII que les jésuites malgré leur dévouement à la Cour de Rome ont jugé à propos de passer en silence cette année ici. Les représentations du nonce à cet égard ont été d'abord et fort faibles, et fort modestes. On lui répondit seulement qu'on en écriroit à Rome, et l'affaire dont il n'est plus question a été assoupie sans que la Cour de Rome qui a veu qu'elle était insoutenable aye fait jusqu'à présent d'ultérieures démarches... ".

Luogo citato. *Vienna. Lettere ministri.*

quello sconcio e vergognoso intrigo noto a tutti. Del resto la politica fa dimenticare simili, e ben maggiori accidenti.

Se impertanto non conveniva al nostro principe d'urtare, nè coll'Austria nè colla Francia, aveva esso altresì tutto l'interesse a non disgustare Roma, colla quale eransi agitate gravi differenze; protrattesi per il lungo periodo di quasi trent'anni, ed altre erano ancora in corso di negoziazione. E come si sa, la soluzione loro doveva riuscire a rendere più sicuro il comando, ed a contribuire a sollevare le nostre popolazioni da molte ed opprimenti angustie. Il pondo maggiore di tutte quelle controversie era stato sostenuto dal marchese d'Ormea, ai cui accorgimenti e spedienti, e nei quali egli era maestro, è dovuto quel successo. Nel 1729 poi essendo ministro ordinario a Roma il conte Giuseppe Ignazio Armano di Gros, il marchese d'Ormea ebbe altra missione grave, tutto che in apparenza fosse solamente di porgere grazie a Benedetto XIII della giustizia resa alla prerogativa pretesa della nomina di un cardinal di corona (1). Infatti si trattava di negoziazioni relative a vescovati di Sardegna, all'abbazia di S. Benigno, alle nuove costituzioni dell'Università degli studii, e sovratutto a fare scomparire dall'animo del papa i dubbi e i sospetti insinuatigli dagli avversari relativamente all'esecuzione dei concordati ed al vicariato pontificio in riguardo dei feudi ecclesiastici del Piemonte. Il marchese d'Ormea era giunto a Roma ai primi del settembre, ed il 10 già scriveva al Re ... " Ho ritrovato la persona di S. S.[tà] con una presenza di spirito sempre uguale ed una memoria felicissima, avendomi rammentato il luogo e tempo di diversi discorsi tenuti negli anni passati alla medesima con una puntualità indicibile; però la sua sanità corporale non mi pare più la stessa; anzi ho riconosciuto in lui una notabile declinazione " (2).

Il due ottobre, Vittorio Amedeo facevagli scrivere dal commendatore Andrea Tommaso Platzaert, primo ufficiale della segreteria di stato, che prima di prendere una decisione relativa alle divergenze per quell' uffiziatura richiedeva il suo parere, trattandosi di tale ... " che come ben informato dell'effetto che

(1) Carutti, *Storia del regno di V. A. II*, pag. 459.
(2) *Archivio di Stato. Roma. Lettere ministri.*

hanno prodotto le risoluzioni dei parlamenti e vescovi di Francia, della Corte di Vienna e del Collaterale di Napoli e di quello che può ancora produrre l'impegno di S. S.[tà] è in stato di dare a S. M. una più accertata regola per uscire da questo impegno ... „ (1). Era la politica migliore che intendeva seguire Vittorio Amedeo, il quale cercava di cogliere il frutto dell'opera altrui, e tenersi il più che possibile in uno stato neutrale, senza nè secondar troppo, ned urtare colle potenze, dirò così, belligeranti, e tanto meno con Benedetto XIII, che non convenivagli di alienarsi.

Alla lettera poi del segretario di cui sovra, Vittorio Amedeo stesso aggiungeva questa sua speciale commendatizia ... " Abbiamo incaricato il segretario Platzaert di comunicarvi i nostri sensi nel concernente la lezione ordinata nell' ufficio di Gregorio VII, in ordine alla quale veniamo di ricevere un nuovo mandamento emanato dal vescovo di Mompellieri, e gradiremo che stiate ben attento su tutte le disposizioni che si daranno in questo proposito tanto in Germania che nel regno di Napoli e negli altri stati per farcene intesi, come pure delle provvidenze che fossero per uscire da codesta Corte, e delle conseguenze che ne potrebbero derivare quando insistesse a volerne sostenere l'impegno ... „ (2).

Ma a Roma, sia che scorgendosi la bufera sollevatasi in parecchie Corti di Europa, si fosse presa la decisione di cedere dal primitivo ardore, sia che, declinando la salute del Papa, non si manifestasse pel momento ulteriore impegno, già il ventidue ottobre si poteva sapere dal marchese d'Ormea, non esservi premura, nè timore di doversene troppo preoccupare. ... " Rispondo al segretario Platzaert „ ... così scriveva il d'Ormea, ... " in proposito di quanto mi ha scritto per ordine di V. M. sull'uffizio di Gregorio VII e solo qui mi rimane ad aggiungere che può V. M. esser certa di tutte le intenzioni mie e del conte di Gros per osservare i progressi ed il termine di quest'affare, del quale peraltro presentemente non si parla, a causa che è chiusa l'anticamera del papa, e sono sospesi tutti gli altri congressi per la villeggiatura „ (3).

(1) Documento N. I.

(2) *Archivio di Stato. Roma. Lettere ministri.*

(3) Ib. l. c.

Con tutto questo la cancelleria sarda non lasciava punto di vegliare. Sin dal 14 ottobre il segretario di Stato aveva scritto al conte Giuseppe Bartolomeo Richelmi, primo presidente del Senato di Nizza, d'invigilare, se in quel contado fosse per caso comparso un foglio di stampa concernente l'uffiziatura di Gregorio VII. Quel magistrato aveva ordine d'indagare chi l'avesse introdotto, chi ingiuntane l'osservanza: se per avventura si fosse ristampato in quel contado, e con quale autorizzazione.

Così pure veniva scritto al conte Gian Francesco Cauda di Caselette, riformatore dell'Università, d'invigilare, trattandosi di affare molto delicato (1).

Ma colla temperanza propria de' nostri principi, coll'ossequio ch'eglino trovavano così facile nelle popolazioni e nell'autorità ecclesiastica, non si aveva guari mestieri di ricorrere a mezzi rigidi ed ostili. Ce lo prova la lettera del cinque novembre della più volte citata segreteria al conte, primo presidente Riccardi, in cui lo si avvisava che l'arcivescovo di Torino, Monsignor Francesco dei conti Gattinara di Gravellona, già Vescovo di Alessandria, ossequente aveva annuito al desiderio di Vittorio Amedeo II, e provvisto a che l'uffiziatura di Gregorio VII si avesse a fare nella sua diocesi col rito *de communi*.

Quest'accondiscendenza del presule torinese giovava assai al Re, che tosto faceva sentire al Riccardi di mettersi in accordo con quell'arcivescovo, e dar gli ordini necessari alla tipografia, affinchè nel Calendario diocesano si avesse a fare la pretesa annotazione. Eravi peraltro succeduto un lievo contrasto: l'avvocato fiscale generale presso il Senato di Casale, Francesco Giacinto Perno aveva tollerato la stampa di quella commemorazione speciale. Il perchè, ingiungevasi al presidente Riccardi di ordinare al conte Giulio Cesare Lascaris del Castellar, presidente capo del Senato di Monferrato, di ritirare tutti gli esemplari di quell'ufficio e decreti, che vi fossero nelle tipografie di Casale (2).

Della piena annuenza poi dell'arcivescovo di Torino, ai voleri sovrani, ci dà altresì notizia l'altra lettera del nove stesso

(1) Ib. Corrispondenza della segreteria di Stato.
(2) Documento N. 11.

mese di novembre, scritta al marchese d'Ormea ove leggesi: ... " È pure terminato l'altro... (memoriale) che concerne il calendario osia ordinario del clero rispetto all'ufficio di S. Gregorio VII, essendosi questo monsignore appagato, anzi avendo egli stesso proposto a S. M. di esprimere che l'uffizio e tutto il resto sia *de communi confessoris pontificis:* et in questa conformità si è dato ordine agli stampatori per tutti gli atti ordinarii del clero secolare e regolare dello Stato ... " (1).

Rimane ancora ad accennare ad Asti: ed il 21 dicembre veniva scritto al prefetto di quella città, conte Corte: " Essendo stato supposto che il stampatore Tuchais di codesta città (2) abbia stampato nell' anno ora scorso un decreto emanato dalla Congregazione de' riti, che porta l'ufficio di S. Gregorio VII papa; S. M. comanda che V. S. ill.ª chiami a sè il medesimo stampatore e ritiri da esso tutti gli esemplari che ancora rimangono invenduti, avvertendo bene che vi siano tutti, eziandio quelli che avrà potuto consegnare ad altri venditori, e poi li faccia tenere per farne l'uso da S. M. comandato.

" Vuole pure S. M. che V. S. ill.ª ritiri dal medesimo stampatore, e mi trasmetta l'originale della licenza da esso ottenuta per l'accennata impressione, imponendogli nello stesso tempo un rigorosissimo segreto su questa determinazione sotto pena della disgrazia di S. M.! ... " (3).

Che se al di qua dell'alpi eransi presi provvedimenti con tal qual energia, rimaneva ancora a determinarsi la via a seguire per le province liguri e per le altre situate al di la delle alpi. Ancor qui conviene fare una distinzione: per le terre che costituivano il così detto principato d'Oneglia nella diocesi di Albenga, si volle avere maggior riguardo. L'indole degli abitanti, laboriosi ed industri, più insensibili ai favori vanitosi ed a temere i fulmini del Giove sdegnato, men pieghevoli dei piemontesi, usi a non ribellarsi così facilmente al volere supremo, e sopportare con umile rassegnazione pesi e balzelli, dei quali furono sempre gravati, in rimunerazione della loro pieghevolezza, in proporzione maggiore degli altri soggetti, faceva sì che

(1) *A. di Stato.* Corrispondenza della segreteria di Stato.

(2) Tucais de' Giangrandi Antonio Maria.

(3) *A. di Stato.* L. c.

si avessero certi riguardi ad innovare od introdurre regolamenti o sistemi, che si potesse presumere tornassero di aggravio. E sebbene nel caso in discorso non si trattasse di cosa ch'avesse a recar nocumento di sorta, nondimeno il primo dicembre veniva scritto al conte e primo presidente Richelmi ... " La qui involta di S. M. mi dà occasione di rispondere al capo di quella di V. E. 21 del caduto che concerne l'introduzione dalle parti di Genova nel principato d'Oneglia, diocesi d'Albenga, del noto decreto per l'uffizio di S. Gregorio VII; e su questo particolare mi comanda S. M. di dire a V. E. che *conviene per ora chiudere gli occhi* senza fare alcun passo, nè dimostrare per altro che se ne abbia notizia ... " (1).

In quanto alla Savoia, con essa, come proveremo forse a suo tempo col mezzo di documenti, conveniva usare molta vigilanza, pel suo contatto colla Francia, ove serpeggiavano principii, e venivano insegnate dottrine non accettate dal nostro governo. In essa però, al pari che nella Val d'Aosta, vigevano gli usi gallicani, non erano state accettate l'Inquisizione, neppure la nota bolla *in coena domini*, e non integralmente le costituzioni dello stesso Concilio di Trento. Il quattordici dicembre pertanto veniva dato al conte di S. Giorgio, primo presidente del Senato di Savoia, quest'avviso: ... " *S. M. a agréé les diligences que vous avez faites, et continuez à faire pour être informé si la légende du pape Grégoire VII s'introduit en Savoye, et particulièrement, d'avoir retiré celle que monsieur l'intendant de Tarantaise a trouvé dans le bréviaire appartenant à un clerc de Moutiers, et qui lui a été envoyé d'ici* ".

Se si fossero nell'archivio conservati tutti gli annessi al carteggio diplomatico, forse qualche maggior notizia di quanto era seguito a Vienna, avrebbe potuto pervenire sino a noi. Il venti dicembre ancora, il commendatore Solaro trasmetteva al segretario De Caroli informazioni e ragguagli in proposito, avuti dal cardinale di Sinzendorf, il prelato più anziano della Corte imperiale, e che aveva la conoscenza più profonda di quanto risguardava le materie ecclesiastiche, studio al quale non guari si dedicavano i vescovi e i capitoli d'Allemagna, i quali ... *or-*

(1) Ib., luogo citato.

donnent ordinairement tout ce que la Cour de Rome veut, se contentant de trouver après cela de la complaisance auprès du Pape pour leurs intérêts temporels . . . „ (1).

Ma nel pontificato di Benedetto XIII fu presto questo tumulto delle corti sedato. E il marchese d'Ormea, che in quei giorni aveva pure consegnato al papa il noto omaggio di un prezioso calice d'oro, in un con un paliotto ed una pianeta di rarissimo lavoro, già il 19 dell' antecedente novembre aveva scritto al segretario Platzaert: . . . " Ho pure anche a particolare soddisfazione che siasi praticato l'accennato ripiego in proposito all'uffiziatura di S. Clemente VII (sic). E questo è l'ultimo cenno che si riscontri nel carteggio diplomatico.

Come è noto, Benedetto XIII se ne moriva il successivo ventun febbraio: e il d'Ormea così ne scriveva direttamente a Vittorio Amedeo II. . . . " Colla mia umilissima del 19 del cadente ebbi l'onore di avvisare V. M. del cattivo stato di sanità in cui il papa si ritrovava e mi riserbai di meglio cerziorarne la M. V. con un corriere espresso nel caso che le nuove fossero peggiorate; tutto il resto della giornata sino a ieri alle 21 la S.ta S. la passò assai felicemente essendo affatto cessata la febbre, verso le 22 ore poi di ieri fu sovrapresa da un nuovo attacco, ma questo fu sì leggiero, che questa mane alle 19 già ne era SS. libera, e li medici lo battezzarono per una terzana semplice senza quasi ombra di pericolo. Si sono però affatto ingannati, mentre ritornato un nuovo attacco più gagliardo dei primi, a quest'ora che sono le ventitrè è cresciuto a tal segno il suo male che se n'è spirato . . . „ (2).

E così ebbe fine, regnando Vittorio Amedeo III, la sorta contesa: ed il governo, rigido se vuoi, ma retto, ne usciva, sborsando la somma di lire cinquecento novanta, che venivano consegnate all'abate Carlo Francesco Badia (3), il quale aveva ritirato da tutte le officine librarie tutti i missali e breviarii nei quali era comparsa la citata temuta leggenda Gregoriana. Quindi non

---

(1) *Archivio di Stato. Vienna. Lettere ministri.*

(2) *A. di Stato. Roma. Lettere ministri.*

(3) Forse fratello di Giuseppe Antonio, nato ad Ancona, professore di medicina pratica all'Università. L'abate Carlo Francesco era preside delle arti nel Magistrato della Riforma, ed abate commendatario della Novalesa.

succedevano tra noi, nè gli scandali ne gli sdegni manifestatisi in Francia e nell'Austria, specialmente sotto Giuseppe II.

Una rimembranza ragionata di questo fatto, e coll'indicazione del vero motivo della guerra dichiarata all'uffiziatura di Gregorio VII si ha ancora in una importante lettera scritta il 28 marzo 1731 dal governo al vescovo di Ginevra, Michele Gabriele de Roussillon di Bernex, al quale venivano fatte rimostranze per la pubblicazione della bolla del giubileo dell'anno, senza averne ottenuto l'*exequatur*. Ebbene, fra le ragioni che si allegavano dal governo in sostegno dei suoi principii, vi era anche questa, così espressa: ... " *Nous jugeons encore à propos de vous faire ressouvenir d'un exemple arrivé il n'y a pas longtemps qui a fait trop de bruit dans le monde pour que vous m'en ayez pas été instruit de la simple légende d'un saint qui établissait des principes les quels sapayent la souveraineté des princes ce qui les obligea à la faire supprimer* „ (1).

Basterà aggiungere ancora al sin qui detto, che l'uffiziatura di Gregorio VII celebrossi nelle chiese del regno d'Italia sino al 1810, in cui una lettera circolare del ministro dei culti Felice Bigot de Préameneu del febbraio di quell'anno ingiunse ai vescovi di calcar le orme tenute al proposito dalla chiesa gallicana. Ed in quanto a noi, converrà ancora avvertire in qual modo siasi in proposito regolato il nostro arcivescovo di quei dì, monsignor Giacinto della Torre, pio, dotto, benefico, conciliante al punto, da riscuotere il biasimo di coloro che forse non comprendevano abbastanza, come col mezzo della rigidezza forse si compromettevano ancor più gli interessi che conveniva a lui di tutelare. Il chiaro P. Guéranger (2) asserisce di aver avuto in mano la lettera autografa colla quale l'arcivescovo di Torino monsignor Giacinto della Torre spediva al ministro il decreto *le mandement qu'il s' est fait un devoir de donner pour interdire l'uffitiature de Grégoire VII*, e dove esso dichiarava che *la copie est affichée dans toutes les sacristies des églises de son diocèse.* Al qual proposito il canonico Chiuso, che potè consultare i documenti del tempo, scrive che veramente monsignor Della Torre piegossi a quel decreto relativo alla soppressione

(1) *Archivio di Stato.* Corrispondenza della segreteria ecc.

(2) *Institutions liturgiques*, t. I, pag. 281.

dell'uffiziatura di Gregorio VII, compensandone l'atto colla sostituzione di altre uffiziature. E poi si fa a soggiungere: ... “ Nel dar questa disposizione studiavasi egli di temperare la disconvenienza degli ordini imperiali, con dire che il decreto apostolico sull'uffiziatura di quel santo non era mai stata accettata in Francia. Meglio però sarebbe stato lasciar apparire di esservi costretto, che giustificarsi con ragioni che tendono a menomare la piena libertà che deve godere la Sede apostolica anche nelle materie liturgiche „ (1).

I principii della separazione della Chiesa dallo Stato non possono più, per non peccar di contraddizione, opporsi alla leggenda di Gregorio VII che da mezzo secolo in qua ricomparve nei breviarii delle diocesi piemontesi, e voglio supporre anche di altre molte dei varii stati, che obbediscono alla Chiesa di Roma.

E così ha termine questa breve notizia storica, che servirà almeno ad aggiungere una linea alla storia del regno di quel nostro principe, che, se risoluto ed assoluto nei suoi voleri, si merita sempre la nostra gratitudine per aver saputo efficacemente adoprarsi a prò della rigenerazione politica ed amministrativa della monarchia.

DOCUMENTI.

I.

Lettera del Commendatore Andrea Tommaso Platzaert segretario della Cancelleria dell'Interno al Marchese Ferrero d'Ormea ambasciatore straordinario a Roma.

Torino 12 ottobre 1729

A. di Stato — Roma — Lettere ministri.

Già resta ella informata che anche qui è comparso nella primavera di quest'anno il foglio in stampa contenente l'ufficio di papa Gregorio VII

(1) *La chiesa in Piemonte,* ecc., t. II, pag. 269.

ristampatosi in questa città con licenza data inavvertentemente da questo sig. avvocato generale. S. M. non ha finora voluto prendere su ciò alcuna risoluzione attendendo ciò che si sarebbe fatto dalle altre potenze e molto meno intende di prendere alcuna risoluzione strepitosa mentre dura l'impegno di Sua Santità contro quella dimostrata in specie dalla Francia.

Intanto essendosi presentato da alcuni Vescovi e da diversi corpi regolari il manoscritto dell'ordinario che suole stamparsi in ogni anno per servire di regola alla recitazione dei divini ufficii per aversi la permissione della stampa, alcuni presumendo che la dilazione provenghi dall'essersi inscritto di ufficio hanno proposto di sopprimerne la menzione e di ristabilirvi l'uffizio del santo che prima vi era; et altri vorrebbero che vi si ordinasse bensì l'ufficio di detto papa, ma solo *de communi*, con che resterebbero soppresse le leggende che sono la pietra dello scandalo. S. M. non ha stimato di abbracciare peranco alcuna di queste proposizioni sino avuto il sentimento di V. S[a] ill[a] la quale come ben informata dell'effetto che hanno prodotto le risoluzioni de' parlamenti e vescovi della Francia, della Corte di Vienna e de' collaterali di Napoli, e di quello che può ancora produrre l'impegno di S. Santità è in stato di dare a S. M. una più accertata regola per uscire da questo impiccio.

Intanto S. M. stimarebbe che senza muovere cosa alcuna si dovesse stare alla mira di quanto riuscirà di spuntare alle altre potenze, lasciando a queste la briga di contenderla con cotesta Corte, e vinto che sia il punto, o almeno transatto avere il piacere di coglierne il frutto senz'avere dato motivo a S. Santità di prendersela anche contro di noi.

Ove poi il sentimento di V. S. ill[a] fosse in ciò uniforme a quello di S. M. e che si prevedesse che quest'affare non fosse per terminarsi fra breve, bisognerebbe ch'ella si compiacesse di suggerire ciò che dovrà farsi a riguardo della stampa degli ordinarii annuali che come sopra sono in via, mentre la dilazione della dimandata licenza potrebbe dar luogo a qualche vescovo ed alli altri regolari di scriverne costà con qualche caricatura.

II.

Lettera della Segreteria di Stato al primo presidente Conte Riccardi.

Torino 5 novembre 1729

l. c. Carteggio della Segreteria di Stato.

S. M. nel rimettermi la qui giunta minuta di Calendario ossia ordinario per il Clero della diocesi di Torino, mi ha comandato di dire

per parte sua a V. E. di avere osservato che sotto li cinque giugno dove si parla dell'ufficio di S. Gregorio VII il medesimo si fa relativo al decreto delli 15 settembre 1728 onde indubitatamente gli ecclesiastici che hanno già questo decreto dell'ufficio e sono quasi tutti, tireranno di longo, servendosi in tutto del medesimo. E siccome l'intelligenza con monsignor arcivescovo si è di recitarlo *de communi* sia perciò opportuno che senza far minima menzione dell'accennato decreto si prescriva di fare *omnia de communi confessoris pontificis;* et in questa conformità l'E. V. dia d'intelligenza con detto monsignore i suoi ordini, non solo allo stampatore del medesimo per detto Calendario., ma anco agli altri che devono stampare gli altri calendari de' rimanenti vescovi e de' regolari, accennando a questi ove sia di bisogno l'esempio di monsignor arcivescovo, e dando le medesime disposizioni nelle provincie ai deputati dall'E. V. per revisori della stampa.

Devo soggiungere che il medesimo officio portato dal controdescritto decreto è stato stampato in Casale nell'anno ora scorso, con permissione di quell'avvocato fiscale generale Perno, onde sarà bene che V. E. si compiaccia di scrivere per l'ordinario di questa sera al signor presidente Conte Lascaris di fare colà quel che si è fatto qui a diligenza del signor conte delle Gravere, cioè di ritirare gli esemplari di questo decreto et ufficio, che si ritrovano apresso li stampatori, riferendomi io in risposta alla lettera scrittami dal suddetto signor presidente su questo particolare a quanto da V. E. le verrà significato, dovendo io qui soggiungere che questo decreto non è comparso in Savoia, e che gli esemplari che se ne hanno nel contado di Nizza vi sono stati trasmessi da questa Città.

Un processo di spionaggio nel 1792 a Torino;

Nota del Prof. ADOLFO BASSI.

Nella notte dal 5 al 6 ottobre 1792, all'una e mezzo circa, nell'alto silenzio di Torino addormentata, un gruppo di più persone, uscite dal Palazzo di Città, si dirigeva sollecitamente verso Piazza Castello. Svoltarono in contrada S. Morizio (1), poi di qui, al primo sbocco, in contrada dei Guardinfanti (l'odierna via Barbaroux), quindi picchiarono al portone che si offrì subito sulla loro diritta. Per una oscura scaletta giunsero al secondo piano, guidati dalla luce saltellante dei loro " occhi di bue ": uscirono sul balcone che, come corridoio di disimpegno, girava tutt'attorno al ripiano e arrivati ad un uscio remoto, dopo essersi consultati a vicenda con un breve bisbiglio, bussarono discretamente dapprima, poi sempre più forte, sinchè una donna col viso pien di sonno e di paura venne ad aprire tremando.

I visitatori importuni, addetti al Vicariato (specie di questura del tempo) erano l'assessore vicario avv. Menzo, l'aiutante del Regio Governo Soffietti e quattro ordinanze. Appena aperto l'uscio, una guardia si slanciò su un uomo coricato per impedirgli ogni movimento, un'altra sorvegliò la donna, e allora cominciò l'interrogatorio e la perquisizione. Chieste loro " le generali ", l'uomo si dette per Francesco Antonio Minuti di Vercelli, maestro di lingua italiana e francese; la donna (che parlava francese) per Jeanne Renaldi di Pontaillier nella Franca Contea, vedova d'un orologiaio, priva di mezzi e (come insinua la relazione al Vicariato) amica del Minuti, con cui potevasi indurre dormisse poco prima, insieme alla sua bambina Felicita, di 7 anni. — Si fanno condurre al crottone da due guardie la donna e la fan-

(1) L'attuale via XX settembre. Si noti che, per quanto è possibile, in questo lavoro è mantenuta la terminologia del tempo.

ciulla, quindi si procede ad una perquisizione delle carte indosso al Minuti, e nella stanza. Si trova fra il resto una stampa intitolata: " Un ébauche du plan pour empêcher les désordres et " les troubles dans l'état à présenter au Roi de Sardaigne, " e altri (*scritti*) che potrebbero forse, per quanto si è potuto su- " perficialmente osservare, avere la qualità di scritti cattivi „ (1). Formati varî pacchi di queste carte, si legano, si sigillano e si ripongono in un sacco. Nel frattempo il Minuti, che aveva tentato di reagire durante la partenza delle due donne le quali avean riempita di strida la casa, sotto l'incubo di una sventura irreparabile s'era di poi rassegnato e quasi abbrutito eseguiva macchinalmente ciò che gli imponevano. In tal modo si vestì, mentre gli altri mettevano sossopra un baule ove trovavasi il suo meschino corredo, cosicchè dal verbale risulta che " da d° Minuti " ritenevasi un vestito cencioso di color bigio, ed un abito di " gala in seta di color rosso con distinta broderia in argento. " Lo che abbia dato luogo a formare vie maggiori sospetti sulla " di lui persona „ (f. 64). Un'ultima ispezione ci fa sapere quale fosse tutto il suo avere in denaro e in oggetti preziosi: " Ungari " effettivi n. 46; Luigi d'oro n. 1; Zecchini di Venezia n. 2; Ru- " sconi (2) n. 10; Sovrane n. 50; Doppie di Savoia da L. 27 ca- " duna n. 46; Un anello apparentemente di diamante „ (f. 65): ossia, oltre al gioiello, una somma di circa quattromila lire nostre (3). Infine chiusa e sigillata la porta, le guardie rifecero la strada insieme col prigioniero e al Palazzo di Città lo assicurarono in cella.

***

Tale in riassunto la relazione dell'arresto, in cui chi sia un po' abituato allo stile poliziesco del tempo, subodora una delu-

(1) Archivio Civico Torinese, Atti sommari, vol. II (1792), Vicariato N. 441, al foglio 64. Per non moltiplicare inutilmente le note, le altre citazioni testuali sono seguite dal numero del foglio, che si referirà (se non v'è altra indicazione) a questo registro del Vicariato.

(2) Correggi: Rusponi.

(3) Il valore approssimato di tal somma in moneta moderna è: Ungari per L. 534,98, Luigi per L. 23,55, Zecchini per L. 23,90, Rusponi per L. 360,40, Sovrane per L. 1740,50, Doppie di Savoia per L. 1308,70. In tutto L. 3992,03.

sione da parte della autorità, costretta ad insinuare che le carte del Minuti " potevano forse... aver la qualità di scritti cattivi „ (f. 64), che gli abiti ricchi suoi danno nuovo appiglio ai sospetti: ad ogni modo, anche quando tutto ciò non attecchisca, si può sospettare il Minuti reo d'immoralità. Si argomenta da tali insinuazioni, mascheranti un disinganno, che la denuncia del Minuti dovesse avere una gravità particolare e basterà gettarvi su uno sguardo per convincersene: " Minuti Francesco, abita " vicino all'Acquavitaro passato l'oberge della Bonne Femme, " Porta grande, a canto alla quale vi è il d° Acquavitaro, e " dall'altro Canto, vi è uno stagninaro; il d° Minuti tiene una " Camera in fondo del poggiolo al secondo piano; vicino alla " d^a^ Camera, vi abitano pure degli Uffiziali Francesi: si ha notizia che il d° Minuti è stato lungo tempo in Francia, e sia " famigliare di d^i^ Uffiziali Francesi: il d° continuamente scrive " all'Assemblea Nazionale colla quale ha un particolare commercio; quello che ha dato tali notizie è un certo Ollivero. " — (*Firmato:*) Menzo Ass^ro^ Vicario „ (foglio 66).

Così il povero Minuti il giorno 6 fu condotto alle Carceri senatorie, e due giorni dopo fu esaminato quel " certo Ollivero „ per ordine dell'assessore del vicariato, avv. Baldassare Menzo. — Il teste, che si qualifica per il notaio Carlo Ollivero fu Giorgio, nato a Pinerolo, di 35 anni, avverte che non esercisce il notariato, ma che è solo scritturale nello studio dell'avv. Devecchi: dichiara infine di possedere beni di fortuna per L. 4000 e più. Interrogato se e come conobbe il Minuti, risponde di averlo visto per la prima volta circa otto mesi prima nello studio dell'avv. Viale, ove era venuto per farsi stendere una supplica a Sua Maestà per ottenere (capisca chi può!) " una delegazione " in capo del Sig^r^ Intendente di Vercelli per la trattativa amichevole tra esso ed il S^r^ Not° Salomone, segretario della giurisdizione di d^a^ Città, in dipendenza delle pretese che intendeva " di esperire contro del medesimo, per il fatto delle Segretarie " delle cause Civili, minime delle cause Criminali. „ (1). L'Olli-

(1) Dall'interrogatorio del Minuti (a fogl. 146) si capisce che esso pretendeva i due posti di segretario delle cause civili e di segretario delle comunali in Vercelli, che diceva spettargli e statigli usurpati dal notaio Salomone.

vero scrisse la supplica: fu presentata e respinta: allora il Minuti lo pregò di stenderne un'altra al Senato: così ebbero occasione di vedersi e parlarsi soventi, sino al giorno dell'arresto.

Qui comincia la denuncia, veramente terribile. Praticando il Minuti, gli fu presto sospetto: teneva (egli dice) una condotta " poco regolare, giudicando ciò dai discorsi liberi, poco Cattolici, " e niente affetti al presente Governo, mentre disse a me da " solo a solo nella sua Camera, che era costretto a farsi vedere " in conversazione assembleista, piuttosto che realista ,, cosicchè, per non compromettersi, si frenava quanto più poteva. Più volte, giungendo egli in casa del Minuti, questi, sorpreso a scrivere, tralasciava " e copriva gli suoi scritti, dimostrando con " ciò timore che io gli vedessi; essendomi maggiormente con- " fermato nella cattiva idea, che avevo concepito del medesimo " per non averlo mai veduto a portarsi in Chiesa ,; quasi ogni festa infatti si dava ammalato per tralasciare la Santa Messa; mangiava carne al venerdì e al sabato, scusandosi col dire che l'aria di Torino era per lui insalubre: " aggiungendo a tutto " questo la pratica scandalosa che da quattro mesi circa a questa " parte teneva con una donna francese che secolui coabitava, " assieme ad una ragazza della medesima, e con scandalo di " essa ,. Le persone che trattano col Minuti sono il Vigna guardarme di Porta Palazzo, con cui spesso passeggia, ed un ufficiale francese che è suo vicino di stanza. Il 28 settembre scorso, andato a trovare il Minuti, sorprese i tre riuniti: parlavano dell'invasione de' Francesi in Savoia e, usciti insieme (eccetto l'ufficiale), l'Ollivero li accompagnò sino alla chiesa di S. Francesco, ove egli entrò, lasciando soli il Vigna e il Minuti.

Temendo forse di caricar troppo la dose, qui l'Ollivero si modera nella sua denuncia: e l'assessore vicario, abboccando all'amo, torna indietro sul detto e gli chiede di spiegarsi meglio su' discorsi irreligiosi dell'accusato. Ed egli racconta come una volta il Minuti gli abbia detto che " gli eretici non avevano " poveri, perchè fra di loro non si ammetteva il Purgatorio, e " che invece di spendere il denaro in messe, ne facevano limo- " sine; e mi disse altresì che quattro erano i nemici del genere " umano, fra i quali nominò i Medici ed i Eretici religiosi, non " ricordandomi degli altri, dicendomi pure che di ciò diffusamente " ne aveva trattato nella sua filosofia morale, di cui disse esserne

" stato lungo tempo professore nel Collegio di Bassano, Stato " Veneto ".

Se si fosse provato tutto ciò che asseriva l'Ollivero, il povero Minuti non avrebbe certo passato de' bei momenti. Pure premeva al delatore farlo comparire come spia francese. In quei giorni di panico generale in Torino si vedevano Assembleisti d'ogni parte e a confermare tali fantasie contribuivano le satire che si diffondevano nel popolo. Il 12 maggio 1792 era uscita una pastorale del cardinale Costa, arcivescovo di Torino, sulle vicende del tempo, e bentosto le era pullulata al fianco una satira frizzante che correva per le mani di tutti, suscitando scandalo, risa, indignazione (f. 72). Il 22 ottobre, giorno dell'ingresso de' Francesi in Savoia, erasi trovato sull'uscio della Consolata (il popolarissimo Santuario torinese) " un invito al Popolo " per pregare in ringraziamento il Supremo per il felice ingresso " delle armi francesi nella Savoia " (f. 73). L'Ollivero approfitta di tutto questo; assicura che il Minuti approva l'Eguaglianza proclamata in Francia: che l'incaricò di procurargli copia della satira-pastorale: che informatolo dell' " Invito al Popolo " aggiunse i Francesi mantenere quello che promettevano: che non potendo affermare se corrispondesse coll'Assemblea, pure lo credeva spia da' suoi discorsi e dall'avergli detto che a mezzo ottobre i Francesi entrerebbero in Torino, la qual cosa sarebbe stata facile, poichè " molta gente sollevata in questa città " avrebbe uccise le Guardie delle Porte, ed in tal modo procu- " rato l'entrata de' nemici, mentre esso era certo che i Fran- " cesi qui in Torino avessero le sue speciali corrispondenze " (foglio 73).

Richiesto infine se sapesse donde il Minuti traesse i suoi mezzi di sussistenza in Torino, l'Ollivero risponde che lo trovò spesso sprovvisto di denaro e che se n'era fatti prestare " da " una Signora di lui amica, che non nominò, e dallo stesso " Vigna ": aver spesso portati oggetti ed argenterie al monte di Pietà; esser disoccupato e lavorar solo " alla sua filosofia mo- " rale, che stava componendo ".

Le accuse dell'Ollivero, specialmente le ultime, erano gravi e sarebbero state fatali se egli avesse potuto addurre testimoni: ma ad ogni richiesta su di ciò egli è costretto a rispondere che nelle circostanze capitali per l'accusa si trovò sempre solo col Minuti.

* * *

Il Governo fu subito informato di tutto, e diede prova di una moderazione veramente esemplare, se la si confronta cogli eccessi che succedevano contemporaneamente oltr'alpe. Si scrisse per mezzo del ministro veneto al Podestà e Governatore di Bassano, Ludovico di Soranzo, il 16 ottobre, mentre già dall' 8 si era sollecitato il Prefetto di Vercelli, Tommaso Inverardi, per avere informazioni sul Minuti. Contemporaneamente si fece, a' 12 d'ottobre, una nuova e diligente perquisizione in casa del detenuto, e si credette opportuno trasferire al vicariato un baule di cui ecco il contenuto sospetto, che amo riportare non solo per l'intelligenza del processo, ma anche per l'interesse che à nella storia del costume:

" 1° Una tabacchiera d'argento quadra, entro cui si ritrovavano tre mezzi scudi da L. 3 ciascuno, due monete, ossiano medaglie d'argento forestiere, un Anello con verga di matteria gialla apparentemente d'oro, ed alcune pietre apparentemente diamanti, un paia orecchini, un bottone da Camiccia di pietre, una verga di matteria apparentemente d'argento, e due monete di rame forestiere.

" 2° Una croce con pietre bleu, e bianche incassate in materia bianca con due pendini ed un anello di Tombacco con quatordeci giri di granate falze.

" 3° Un paia boccole grandi di forma bislonga apparentemente d'argento con gambe d'acciajo, tre bottoni da Camiccia con pietre incassate in matteria bianca, un paja fibbie da zavattiere d'acciaio, ed un piccolo temperino.

" Si sono questi effetti involti in carta bianca, e questo sigillato come avanti.

" 4° Un paja Camiccie da uomo guernite di mussolina di tela lino, ed una mantellina.

" 5° Tre paja Calzetti, due di bombacce, ed un pajo di lino.

" 6° Un mantelletto a Capuccio di garza nero guernito di pizzo, una servietta di lino, quatro fassoletti bianchi da naso, quatro crovattini, una mantellina di Cottonina guernita di pizzo molto ordinario.

" 7° Un fassoletto cremisi da donna, con un altro di fiorettone.

" 8° Una tovaglia longa di rasi due circa, larga rasi uno, e mezzo, di cottonina guernita di pizzo.

" 9° Due serviete, una delle quali già compresa nel precedente Verbale, Due paja mudande di tela di rista.

" All'abito di gala in detto verbale descritto resta unita una camisetta di listone in Argento brodata.

" 10° Due paia Calzoni cioè un paia di moelle color cremisi ed altro paia Drapsoi colla fodera di tela bianca ordinaria.

" 11° Diversi libri, la maggior parte francesi, con alcuni scritti non influenti a delitto. "

* * *

Ma torniamo al Minuti e alla sua triste iliade.

Poco dopo la deposizione tanto dannosa dell' Ollivero, un caso fortuito veniva a peggiorare la condizione del Minuti in modo gravissimo. Un tale Vincenzo Pelizzo, soldato nel Reggimento Guardie, un giovanotto su' 22 anni, tutto fuoco, soprannominato da' compagni La volonté, che aveva preso parte all'arresto del Minuti (di cui si parlava per ogni luogo come di un giacobino arrabbiato, arrivato poco tempo prima da Parigi, con chissà quali progetti tenebrosi pel capo e che spediva messaggi su messaggi all'assemblea e all'esercito delle Alpi) dandosi l'aria di saperne più degli altri, destò la curiosità de' colleghi. Ne furono informati i superiori, il Vicario: a farla breve, il 17 ottobre fu chiamato dinanzi al Menzo e fece una deposizione che, colla parola del gergo ora in uso, chiameremo schiacciante. La notte dell'arresto egli ravvisò nel Minuti un tale con cui circa otto giorni prima (il 28 o 29 settembre) aveva avuta una strana avventura. Egli adunque verso le tre di Francia (ore 15 nostre) discorreva sotto i portici di Piazza delle erbe, detti della vôlta rossa (1), con una rivenditrice d'erbaggi, quando vide al di là della dora (il piccolo ruscello che costeggiava allora quasi tutte le vie di Torino e vi serviva da canale di scolo delle acque pio-

(1) Sono i portici di via Palazzo di città.

vane, incaricandosi contemporaneamente della molto problematica pulizia urbana) un uomo che colla mano lo chiamava. Avvicinatosi a lui, andarono a bere insieme, scambiandosi offerte di boccali di vino, e cortesie, quantunque si vedessero per la prima volta. Vanno all'osteria della Croce bianca (sotto i portici del Palazzo di città, ne' locali sopra cui il Cottolengo iniziò di poi la sua grande opera) e ritiratisi in una stanza bevono il boccale offerto, poi lo sconosciuto esce in strane proposte. Gli chiede se possa portarsi nella Cittadella. Il Pelizzo risponde di sì, poichè vi à uno zio sergente delle guardie della compagnia di riserva. E l'altro riprende, se voglia andare a verificare se vi sia nella Cittadella una strada sotterranea che conduce sino alla chiesa della Crocetta " e nel ciò dire „ narra il Pelizzo " cavò dalle scarsele de' calzoni una maglia di color rosso piena, " come osservai dall'esterno, di monete d'oro e d'argento (!!) e " mi esibì detti denari e maglia qualora Io avessi scoperto tale " strada che principia dal rondò in cui evvi una cisterna circon- " data da alcuni travetti „. Il soldato s'offende: badi con chi parla, chè egli è fedele al suo sovrano. E lo sconosciuto, imperterrito, osserva che è indifferente avere a padrone l'uno o l'altro, se si deve servire: vada con lui al Ghetto degli Ebrei (1), ove lo vestirà a nuovo e " con proprietà „: andranno in seguito insieme a Cuneo e ad Alessandria a rilevar le piante di quei forti (di cui crede pratico il Pelizzo) per comunicarle a' Francesi: sarà poi splendidamente ricompensato. Il soldato non può più trattenersi: col pretesto di uscire un momento dice al compare di attenderlo, va inutilmente in cerca d'un altro compagno per arrestare la spia e ritornato all'osteria non trova più alcuno. Due o tre giorni dopo, essendo di guardia al Regio Padiglione, ravvisa lo sconosciuto che passa per via della Zecca insieme ad un signore con cui parla francese: ma, essendo notte, al lume del lanternone non è certo dell' identità e non osa farlo arrestare. La notte dell'arresto ravvisa sicuramente il Minuti ed ora, a deposizione fatta, gli pare di essersi alleggerita la coscienza.

(1) Trovavasi ne' pressi di piazza Carlina e gran parte degli ebrei vi esercitavano la mercatura.

* * *

Dopo tutto quel poco che abbiamo udito sul conto del Minuti, è naturale che ci venga la curiosità di conoscerlo un po' da vicino, e di vedere come sia fatto un birbante matricolato di tale specie.

Il vercellese Pietro Giovanni Minuti teneva nella sua patria una modesta bottega da pasta (1). La famiglia era numerosa, gli affari magri e per giunta il signor Pietro non sapeva regolare l'andamento domestico. Tra i figli Francesco (nato nel 1743) dava di sè maggiori speranze: d'ingegno svegliato, artista per istinto più che per educazione, suonava mirabilmente ogni specie di strumento a corda. Giunto su' 27 anni, avendo vergogna di essere ancora a carico della famiglia i cui affari prendevano una piega sempre peggiore, nel 1770 lasciò improvvisamente la patria per avventurarsi con un misto di apprensione, di entusiasmo, di audacia, attraverso la Francia. Quivi (egli racconta) " andai gi-" rando per le Città e Luoghi principali ... componendo e ven-" dendo la mia Musica, e con tal mezzo provvedere alla mia " sussistenza, e medesimamente ad apprendere la lingua Fran-" cese da cui speravo di poterne col tempo trarre profitto ". Così per quattro anni viaggia in ogni senso la Francia, spingendosi anche nella vicina Svizzera (ove apprende quelle notizie sugli eretici che, travisate, udimmo esposte dall'Ollivero), povero menestrello del secolo XVIII, in parrucca e tricorno, che conscio della precarietà della propria esistenza, cerca di procacciarsi un mezzo di sussistenza meno incerto. E appena s'è reso padrone della lingua francese, viene in Italia: passati alcuni giorni a casa per riabbracciare i suoi cari e per far loro parte di qualche risparmio, li lascia tosto e si reca nello Stato Pontificio, a Fossombrone presso Urbino, ove si stabilisce per tre anni, vivendo col dar lezioni di francese e continuando ad occuparsi di musica. Ed a un tratto pare che una fortuna, ben modesta però, gli sorrida: è chiamato alla vicina Osimo, in provincia d'Ancona, a far

---

(1) Queste notizie sono racimolate sulle varie deposizioni e specialmente sulle informazioni da Vercelli e da Bassano e sulle deposizioni del Minuti, tutte contenute negli Atti Sommari, vol. II, Vicariato N. 441.

da maestro di francese nel collegio di quella città. Così scorrono pacificamente altri tre anni. Ma fra il 1781 e il 1782 gli giunse improvvisa una lettera da casa, in cui gli si annunziava la morte del padre, avvenuta da qualche tempo. Lasciata ogni cosa in disparte, coll'angoscia nell'anima, venne a Vercelli per dar sesto a' suoi affari: ma si può difficilmente immaginare la sua sorpresa quando giunto in paese seppe che la madre era passata a seconde nozze e che la sua famiglia era dispersa! In Vercelli, ove nulla lo lega, non ci si può più vedere, ed abituato ad una vita errante ed avventurosa, sbrigate le sue faccende, s'affretta a riporsi in viaggio per la Lombardia ed il Veneto, sinchè „ avendovi (egli dice) ritrovate le sue convenienze „ va a stabilirsi a Bassano per una decina d'anni, benchè non di continuo; troviamo anzi che nel 1787 e nel 1788 lasciò il paese senza che si sappia ove sia andato. Durante tutto il tempo che rimase a Bassano condusse vita tranquilla, benchè si mostrasse un po' suscettibile: nella casa di un tal Lorenzoni, presso cui abitava, e fuori, mostrò all'occasione idee proprie di cui era geloso, ma non curò farne pompa: cosicchè era tenuto da' più come un originale d'ingegno, innocuo e simpatico. Per vivere, ogni anno apriva delle sottoscrizioni per avere allievi regolari da istruire specialmente in lingua francese: non ne ebbe mai meno di sei, tra cui due nobili conti, come un Zemondini e un Roberti, e qualche gentile allieva, come una signora Negri, tutti disposti a dar di lui le migliori informazioni e a colmarlo di buone parole. Lo stipendio era quindi piccolo, cioè in ragione inversa delle buone parole: uno zecchino (1) mensile a testa dagli allievi annuali. Vi si aggiungeva qualche piccola retribuzione dagli allievi non abbonati, cosicchè il nostro Minuti malgrado tutto poteva vivere tranquillamente e fare qualche risparmio, tanto più che essendo morta in quel frattempo anche la madre, raccapezzò alcunchè sulla sua dote.

Nel novembre 1791 per sua mala ventura lasciò Bassano per tornare a Vercelli, ove cominciò la sua lite col notaio Salomone, segretario della giudicatura di Vercelli, alla cui carica egli credeva aver diritto per non so quali motivi. Nel dicembre

(1) Lo zecchino di Venezia valeva in moneta piemontese $9^l,19^s,0^d$, in moneta nostra L. 11,75.

dello stesso anno giunse a Torino, cercando di far valere le sue ragioni contro il Salomone e di procacciarsi qualche lezione nel frattempo.

* * *

Mentre procedevano le pratiche giudiziali e diplomatiche per avere le informazioni sul Minuti, si cercava raccorre dati in Torino. Dopo la deposizione dell'Ollivero l'8 ottobre, fu udita la Renaldi, serva del Minuti, il 10; ma con il diluvio di parole, sotto cui opprimeva gli ascoltatori, essa li disorientava e li disponeva alla diffidenza. Le testimonianze di un certo Prospero Deogues, di Tours in Turenna, udite l'11 ottobre, furono una delusione. I giudici temettero di essere su una via falsa, non trovandosi testimoni, favorevoli o no all'accusato. Per ciò cambiarono metodo e la notte del 15 ottobre alcune ordinanze del Regio Governo, coll'aiutante Soffietti a capo, fecero una perquisizione a Porta Palazzo, in casa del guardarme Vigna, stato indicato dall'Ollivero come un compagno del Minuti; ma dopo un accurato esame, posto sossopra tutto l'alloggio ed atterrito il povero Vigna, che vedeva già perduto il suo impiego di fiducia e macchiato il suo onore, se ne partirono senza aver trovato alcuna carta o stampa che potesse ritenersi delittuosa. Il 17 ottobre giunse finalmente da Vercelli questo biglietto laconico (foglio 89):

Ill^{mo} Sig^{r}, Sig^{r} P$_{ron}$ Col$_{mo}$,

Francesco Antonio Minuti fu Pietro Gioanni di questa città absentatosi da anni sedeci circa, per avere il di lui padre consunto il piccolo fondo di Pastinajo con cui viveva, non vi tornò che due o tre volte, senzachè abbia mai dato mottivo di doglianza, nè di sospetto della di lui condotta, pendente la di lui dimora. È cosa notoria che andò vagando, suonando la chittarra e Chittarrino, ed insegnando la lingua Italiana in qualche luogo della Francia. Che è quanto ho l'onore di riscontrare V. S. Ill$_{ma}$ nell'esecuzione de' pregiatissimi di lei comandi, datimi col di lei foglio dell'otto stante, che mi rinnova quello di restituirmi con predistinto rispetto. Di V. S. Ill$_{ma}$

Vercelli 13 ottobre 1792 — div$_{mo}$ ed obbl$_{mo}$ servit$_{e}$
Inverardi Pref$_{o}$

Il 18 ottobre si cita Giuseppe Rorè, valet a piedi di S. M. e affittacamere del Minuti, su cui dà buone informazioni, benchè assai vaghe: lo conobbe nel luglio precedente, lo vide condur vita ritirata e praticare un gesuita ed un capitano, francesi, suoi vicini di stanza, partiti da Torino in fine di settembre. — Con tutto ciò non restava infirmata una delle accuse mosse al prigioniero. — Finalmente il 19 ottobre si ode una deposizione importantissima che rialza le sorti del Minuti, benchè non si riferisca a lui direttamente.

Il soldato Pelizzo che aveva lanciato l'accusa di spia contro l'inquisito, prima ancora di farne parola al vicariato, ne aveva parlato nella camerata in mezzo a' compagni, fra' quali trovavasi il sergente della sua compagnia Giovan Maria Andrito. Costui l'aveva incitato a far deposizione del fatto, ma, dinanzi al vicario a sua volta, richiesto che ne pensi, risponde recisamente: " Per dirci la verità non posi gran credenza, e niuna impres- " sione mi fece, per conoscere i soldati, che raccontano varie " vajanti (1), e da loro studiate ed ideate; tanto più per es- " sere il sud° Pelisso assai giovine, molto chiarlone e solito a " dir ciò che gli viene per il capo. „ Ed aggiunse tosto: " Io lo " riconosco per un Giovine dabbene, attento al suo servizio, ma " molto, come si dice babiliardo (2), motivo per cui noi, sol- " dati vechi (l'Andrito aveva 42 anni) non diamo molto ascolto " a diversi discorsi che vanno facendo simili soldati giovini. „ (foglio 95).

Giunto a questo punto il piano d'accusa era disorientato: l'Ollivero era già stato udito e cominciavasi a dubitare di lui: delle persone che conoscevano il Minuti, tolta la Renaldi già esaminata ed in prigione colla figlia settenne, esclusi il Deogues ed il Rorè che nulla avevano detto di essenziale, rimanevano il guardarme Vigna, l'ufficiale e il prete francesi. Questi due erano partiti: il Vigna non avrebbe parlato in ogni casò, vi fosse stato o no complotto: d'altra parte la perquisizione in casa sua non aveva data prova alcuna di reità. Cosicchè dopo il 19 ottobre la giustizia dorme in attesa di notizie.

---

(1) Parola del gergo militare d'allora, per *vanterie*, *fanfaronate*, derivata forse dal francese *vaillantise*.

(2) *babillard*, chiacchierone.

Il povero Minuti frattanto ammalò ed il giorno 13 novembre (1) fu condotto all'ospedale delle carceri senatorie, infermo sia pel rigore del clima, sia sopratutto per la prostrazione morale in cui si trovava, arrestato da oltre un mese, senza sapere il perchè, senza poter pensare con alcuna speranza ad un prossimo rilascio ..... Nell'ospedale, mescolato a' volgari detenuti, privo di denaro e di abiti, intristìsce sempre più. Lo incoraggiano allora a fare una richiesta al vicario Conte d'Agliè, affinchè gli conceda rifornirsi di ciò che gli fu sequestrato: gli si rimettano L. 24, due camicie, un corpetto ed altri oggetti indispensabili di vestiario.

Il vicario, considerando che quanto gli si chiede non costituisce " corpo di delitto ", ai 20 dà il permesso. Si apre il baule e gli si rimettono " due paia mutande di tela bianca, due paia " calzetti di cotone bianchi, due fassoletti di tela bianca, uno di " tela di filosella a quadretti, ed altro fassoletto di seta damascato detto di Vigevano, due camicie, una delle quali sguarnita " delle maniche, e finalmente una camisetta di panno color oliva ": quindi si richiude e sigilla il baule, steso apposito verbale (f. 139).

A questa concessione aveva contribuito una lettera giunta da Bassano il 16 novembre, all'indirizzo di Giuseppe Giacomazzi, ministro residente della Serenissima a Torino, che l'aveva trasmessa alla segreteria degli affari esteri, da cui era passata al vicariato. La lettera è curiosa e merita esser riferita per intero:

Illmo Sig. Sigr Colmo,

Le premure di codesto Governo espresse nell'accetto foglio di Vra Sigria Illma, 16 corte furono da me incontrate con quella sollecitudine, ed esattezza che ben si convengono ai rapporti di una Corte amica, ed ai riguardi della Pubca di Lei Figura, onde possa corrispondere all'avanzatele pressanti richieste di cotesto Ministero. Commessi li più scrupolosi esami sul carattere, metodi di vita e costumi dell'indicatami persona di Francesco Antonio Minuti, mi preggio di porgergliene in succinto il risultato. — Esso Minuti in due tempi dimorò in questa città. — Nel primo incontro si trattenne per circa tre anni, esercitandosi in figura di Maestro della Lingua Italiana e Francese. — Nel secondo, dopo essersi

(1) Loc. cit., fogl. 138. Vedi pure registro *Vicariato 28* (manca la numerazione de' fogli).

allontanato per due anni, soggiornò esercitandosi egualmente per trenta mesi all' incirca, essendo partito saranno undici mesi. — Nel primo, e nel secondo incontro per il corpo di tempo tutto, che in questa Città fece dimora, condusse egli una vita tranquilla, si dimostrò d'onesti costumi, e di carattere alquanto suscettibile, ma piuttosto amico delle proprie opinioni, venendo pure indicato come Uomo di qualche talento, nè mi comparisce che dati abbia motivi di Pubci reclami, o private doglianze. — Abitò in casa dell' indicato Lorenzoni, istruì con profitto li accennati Co: Zemondini, Co: Roberti; il sigr Baggio e Madama Negri nella Lingua Francese, e varj altri ancora. — Tale è il veridico ingenuo risultato sull'estese indaggini d'essa Figura, non restandomi che la compiacenza d'aver incontrate le di Lei ricerche, e di protestarmene in pari momento con verace estimazione

Bassano 31 8bre 1792 Di V. S. Illma Devmo Obbmo Sa
Ludovico di Soranzo Podà e Capo

A questo punto del processo l'avv. Menzo, assessore vicario, propende per dar ragione al Minuti, ed in una specie di conclusionale (foglio 138) osserva che i riscontri su di lui gli sono favorevoli; che la deposizione del Pelizzo non è credibile; che il resto dell'accusa appoggia su discorsi tenuti da solo a solo fra l'Ollivero e il Minuti; che soprattutto nelle perquisizioni fatte sia in casa dell'accusato, che in quella del suo amico Vigna non si trovò alcuna carta influente a delitto. Crede perciò di “ non farsi luogo a procedimento „: invia quindi tutte le carte all'ufficio dell' illustrissimo Avvocato Fiscale.

Non rimaneva più che ad esaminare il Minuti, e tosto “ se- “ condo l'avviso dato dal custode di qte Carceri senatorie, essen- “ dosi riavuto in parte dalla malattia di cui era travagliato e “ potendosi interrogarlo senza pregiudizio di essa „ (f. 141), egli è chiamato. Senza uniformarci all' interrogatorio opprimente e lungo cui viene sottoposto l'accusato ne' giorni 21 e 24 novembre 1792, cerchiamo di ricostruirci qual fosse stato il suo tenor di vita durante la sua dimora in Torino.

* * *

Giuntovi nel dicembre 1791, pieno di rovello contro il Salomone di Vercelli, sua prima cura fu di rivolgersi direttamente

al re per ottenere giustizia; quindi si indirizzò all'avvocato Viale, ed in questa occasione conobbe l'Ollivero, che gli stese la supplica. Così trascorsero varî giorni di ansie continue pel misero artista: triste ed inquieto passava le lunghe ore in casa, in una meschina pigione a pochi passi da S. Tommaso, senza scambiar parola con nessuno, distraendosi solo col suonare la chitarra e il mandolino, o collo scrivere sulla morale, per cui pare avesse un debole tutto suo.

Qui cominciò a visitarlo l'Ollivero, che privo affatto di lavoro, sperava poterlo sfruttare in qualche modo e nelle loro conversazioni l'artista ignaro era, anzichè confortato, rigettato continuamente in un mare di dubbî. Nel gennaio cambiò abitazione e andò in una cameruccia a pigione in contrada S. Maria, nell'isolato del Monte di Pietà (che diede poi nome alla via), all'ultimo piano, in una pensione attigua all'albergo dell'Angelo (1). Quivi conobbe un emigrato, un ex-gesuita, l'abate Gaspare Ruffard di Chambéry, suo vicino di stanza, e attratto dalla compagnia gradevole, dal facile parlare e dalla bonomia dignitosa di costui, legò un'amicizia che gli fu di grande sollievo per tutto il tempo in cui durò: tanto più che a' mali morali che lo tormentano s'aggiunse presto un'indisposizione, un malessere continui, portati dal clima cui non s'assuefaceva e che lo costringevano spesso a star coricato, febbricitante e triste, intere giornate. In quel tempo gli giunse la notizia che la sua supplica era respinta: ferito ed eccitato da questo scacco, deciso a non darsi per vinto, pregò l'Ollivero di scrivergli una nuova supplica indirizzata questa volta al R. Senato di Torino, misto di Corte d'appello e di Corte di cassazione moderne. Così le relazioni con l'Ollivero si fecero più frequenti, se non più intime: il Minuti ebbe a scrivere e riscrivere a Vercelli per aver carte importanti e, tutto assorto ne' casi suoi, non faceva che parlarne al compiacente abate. Per molte sere circa l'ora della distribuzione del corriere si recavano insieme alla Posta delle lettere, che trovavasi nel primo vicolo a destra di via Po (2), e qui, sia che i due avessero anticipato per l'impazienza, sia che i corrieri ritardassero troppo, erano assai

---

(1) Vedi deposizioni Ollivero, Rinaldi, Minuti.

(2) Press'a poco ne'locali oggidì occupati dal Caffè Romano.

spesso costretti a passeggiare sotto i portici o a riparare in qualche bottega.

Il passeggio non sorrideva loro troppo per più ragioni. Il freddo era intenso, la via scomoda. Il selciato de' portici allora era malconnesso all'estremo, cosicchè i forestieri si lamentavano assai di quell'inconveniente, che li costringeva a procedere preoccupati, l'occhio a terra, a rischio di inciampare e ruzzolare ad ogni istante se avessero cercato alzare gli occhi e guardarsi all'intorno. Peggio ancora d'inverno: ogni sconnessura del terreno diveniva la conca di un piccolo lago di ghiaccio: il nevischio o il fango dovunque: ad ogni crocevia, da superare un ponticello che copriva i rigagnoli delle vie, il più delle volte ostruito e contornato da uno specchio di ghiaccio... Insomma era meglio rifugiarsi in un caffè, o in un'osteria, o in qualche bottega, ove al placido tepore de' caminetti o de' caldani si chiacchierava sulle novità del giorno: e su di ciò s'aveva tanto filo da torcere! I due amici adunque si recavano soventi nella bottega da chincagliere di un tal Prospero Deogues (1) di Tours, posta sotto i portici della fiera. Quivi si passava un'oretta in gradevoli ciancie: se non v'era da fare in negozio, il Deogues, che era amico del Buffard, s'univa ad essi e si parlava in francese; e forse quella era la maggiore attrattiva pel Deogues e pel Buffard, che così avevano un'illusione della patria lontana, che pareva ancor più lontana attraverso le notizie meravigliose che da essa giungevano continuamente (2). Ed il Minuti si compiaceva di raccontare aneddoti su' suoi viaggi che dilettavano la compagnia: qualche volta anche lasciandosi trascinare dal suo pensiero fisso parlava del suo processo e non s'arrestava tanto facilmente, se vediamo dalle deposizioni che il Deogues, il quale non ricordava il nome del Minuti, nonchè essergli amico, parla con tanta conoscenza di tale lite.

---

(1) Dimorava costui da 15 anni in Torino ed era sui 45 anni: possedeva un piccolo patrimonio di poco più di L. 4000 come appare dalla sua deposizione al fog. 77.

(2) Il Deogues, interrogato, dice che non si parlava mai di Francia: ciò è falso di certo: ma la piccola bugia del Deogues la si comprende facilmente. Non sapendo il motivo per cui fu chiamato al vicariato, teme di implicarsi in un processo di spionaggio, in cui si cerchi di coinvolgere lui francese, e si difende con questa ingenua parata.

Un più attento uditore de' casi suoi il Minuti l'aveva ritrovato in un tale Vigna, guardarme di Porta Palazzo, da lui incontrato a caso in una sua passeggiata su' bastioni della città che stendevansi allora da quel lato. Fu ben lieto di riconoscerlo: era costui un vercellese, figlio di un antico affittavolo di casa Minuti, e a parte quindi di molti casi del nostro Francesco. Col Vigna costui s'effondeva assai più volentieri che con gli altri: gli pareva ritrovare in lui un lembo della famiglia perduta, provava nelle sue risposte calme e limitate il conforto e la speranza che d'altra parte gli sfuggivano: e quando i suoi pensieri lo tenevano assorto e non scambiava parola, il buon Vigna lo accompagnava, le mani dietro la schiena, a passo misurato e in un devoto e compiacente silenzio nelle passeggiate solitarie sui bastioni, o lungo le allee della cittadella, o fuori porta. Quella compagnia divenne presto un bisogno scambievole: coll'avanzarsi della primavera, ogni giorno, di tacito accordo, si trovavano insieme: di solito il Vigna, finite le sue ore di guardia a Porta Palazzo (1), verso le quattro del dopopranzo giungeva all'albergo dell'Angelo: e si usciva. Se il Vigna ritardava, o aveva avvertito che la sua guardia si sarebbe protratta, il Minuti si recava alla Porta, e seduti su una panca posta fra le due arcate del passaggio, chiacchieravano aspettando che s'esaurisse l'orario. — Nel giugno 1792 entrò nella vita del Minuti un altro personaggio che gli fu causa involontaria di molti mali. Una sera trovavasi nella bottega del Deogues quando vi giunse una donna su' quarant'anni, di statura alta e proporzionata; sotto la doppia lista de' capelli castani che le scendevano sulla fronte e sulle tempie, un viso macilente animato da due occhi vivi, che lo rendevano gradevole, malgrado il collo un po' grosso in cui terminava: vestiva poveramente ma pulita: una cuffia rosa con un nastro azzurro in capo, un giubbetto scuro e semplice, una sottana di cotone bianca, che lasciava vedere un po' di calze e le scarpe

(1) Era una delle quattro porte per cui potevasi entrare in Torino, cinta per ogni lato da fortissime mura. Porta Palazzo e le mura trovavansi a breve distanza dai portici dell'odierna piazza Emanuel Filiberto, chè la città a quel tempo, specialmente da quel lato, non aveva preso lo sviluppo che à oggi. Oltre le mura eravi il sobborgo del Pallone, cui facevano capo lo stradone di Milano a dritta, a sinistra quello della Veneria.

di *votornè* (1). Provò subito un misto di simpatia e di compassione per lei e quando l'udì parlare, fu preso a quel dire spigliato, irruente, prettamente francese al quale colei s'abbandonava con vera compiacenza. Pel Minuti, seduzione nessuna: non ve n'era motivo: i quarantanove anni suonati per parte sua, e l'età, la miseria, l'aspetto di lei tolgono ogni dubbio in proposito. Costei, che seppe poi essere la Rinaldi (2), appiccò discorso colla signora Deogues. Col marito non osava parlare, chè l'inverno precedente questi le aveva fatta una scenata in bottega piena d'avventori; l'aveva messa alla porta dandole della " linguacciuta, maldicente, testa vuota ", che col suo chiacchierìo importuno disturbava tutti: una vera gazza. Ora veniva assai di rado, con qualche pretesto, e si rivolgeva alla padrona: il Deogues fingeva non darle ascolto (e ci teneva a dichiararlo), ma all'occasione sapeva sempre dare il succo di tutti i pettegolezzi tenuti (foglio 78). Quella sera fra le due donne s'impegnò una discussione sul giuoco del Seminario (così chiamavasi allora il giuoco del lotto) e la Rinaldi venne tosto a dire come le sarebbe giunto a proposito un terno: sarebbe col guadagno andata in Savoia a intentar lite a un tal avvocato Rinetti di Lanbourg, che, a suo dire, l'aveva derubata di L. 664 all'epoca del suo arrivo a Torino, quattro anni prima. Il Minuti si interessò a' particolari del racconto, promise di parlarne al suo procuratore Ollivero per vedere se nulla potevasi tentare, e la donna riconoscente gli raccontò tutta la sua odissea: vissuta oltre vent'anni a Carouge con suo marito, alla morte di costui rimasta sola con una bambina di tre anni, aveva realizzato in denaro tutto il suo, circa mille lire, e venuta a Torino era stata subito derubata. Un tal Barberis, suo affittacamere, le aveva cedute due stanze presso Porta Nuova, sopra l'osteria di Superga, nel 1791, al prezzo di L. 130 all'anno; ma dopo sei mesi, non essendo pagato, l'aveva licenziata, ritenendosi varie polizze di pegno della donna. Per vivere essa cominciò coll'impegnare varî oggetti, poi fu costretta a venderli; infine, esaurito tutto, viveva d'elemosine.

---

(1) Probabilmente è il francese *veau tourné*, pelle rovesciata.

(2) Eccone i connotati: Jeanne Claudine Laigner, veuve Lorenzo Renaldi, feu Dionis, di Pontalier (Pontaillier) da 4 anni a Torino, prima 20 anni a Carouge. Anni 40.

Forse il Minuti trovò punti di contatto fra la sua sventura e quella della disgraziata: ad ogni modo le propose della stessa sera di ritirarla come sua governante, ed essa accettò.

Cominciò allora pe' tre (chè eravi pure la bambina Felicita, allora sui 7 anni) una vita serena e tranquilla. La Renaldi giungeva ogni mattino da casa sua (una stanza al quarto piano affittata in società con un tal Dosio, vicino all'osteria della Volpe) e si poneva alle faccende di casa. Rigovernata la stanza, sedevasi dalla finestra ad agucchiare intorno a camicie, calzette, abiti; il Minuti ricopiava musica per commissione, o scriveva, o suonava, o leggeva; la bambina si divertiva silenziosamente con ogni cianfrusaglia. Al dopo pranzo, il Vigna, l'abate Buffard, l'Ollivero; poi la cena; e a sera la donna se ne partiva. Alla fine di giugno una novità: scadendo il fitto delle stanze, l'abate Buffard propose mutar casa, e andarono all'albergo dell'Angelo, presso l'opera pia S. Paolo, in camere al secondo piano, al prezzo relativamente modico di L. 11 al mese. Agli amici soliti s'aggiunse il capitano Carbuggia, un francese esile ed alto, dalla faccia nera e sparuta, dalla divisa verde co' paramani gialli, che gli dava l'aspetto di una gigantesca cavalletta (fogli 93 e 72). — Ma una mattina le abitudini prese furono interrotte: il Minuti non potè alzarsi e rimase un mese a letto, durante la canicola d'agosto, curato con zelo e riconoscenza dalla Renaldi. Quando l'ammalato s'aggravava, la donna fermavasi parte della notte al suo capezzale, sonnecchiando su una sedia, mentre la bambina, ancor vestita, dormiva placidamente su una sponda del letto ove dolorava l'infermo. Così poco alla volta anche ciò parve naturale e, poichè il Minuti era spesso malaticcio, si ripetè il caso che la donna e la bambina passassero la notte nella sua stanza: così nella notte dell'arresto.

La Renaldi aveva i suoi capricci: non poteva ad esempio soffrire l'Ollivero e aveva stuzzicato più volte il padrone affinchè mutasse procuratore. Il Minuti sorrideva canzonandola, ma restava un po' scosso: vedendo il contegno del notaio per la sua casa, sempre intento a guardare di sott'occhio qua e là, cominciò inconsciamente a diffidare: e poichè costui entrava in camera sempre all'improvviso, senza annunziarsi e senza far rumore (l'accesso era dalla finestra, che dava su un lungo balcone, e quasi sempre aperta pel caldo), il Minuti, sorpreso nel suo la-

voro, ricopriva i fogli su cui scriveva, per non far vedere che era costretto all'umile lavoro di copista di musica, oppure per una specie di pudore artistico di non esporre il frutto delle sue elucubrazioni filosofiche che gli erano dolce sollievo nelle miserie presenti. — Un giorno l'Ollivero entrò in uno strano argomento: chiese un prestito al suo cliente, di cui conosceva le misere condizioni. D'allora in poi spesseggiarono le domande e, naturalmente, anche i rifiuti (f. 77): poi ad un tratto l'Ollivero non ne parlò più, e invece quand'erano soli sfoggiò opinioni liberali, gli portò regolarmente le ultime notizie di Francia, gli profferse di procurargli una copia della satira fatta sulla pastorale del cardinale Costa, lo interrogò sui calvinisti della Svizzera, gli chiese se conosceva le ultime teorie filosofiche di Francia: e non si moderava nel suo discorso susurrato e monotono se non quando, sollevando lo sguardo, vedevasi fisso in viso l'occhio stupito del Minuti, o quando un riso a scatti, un po' canzonatorio, non scoteva tutta la grassa persona del suo uditore.

Alla fine di settembre, nuovo cambiamento di abitudini. Il buon abate Buffard partì per Roma, dopo affettuosi saluti e la promessa di farsi presto vivo: contemporaneamente anche il capitano Carbuggia abbandonò Torino. L'Ollivero rimase padrone del campo: la sua vendetta pe' rifiuti ricevuti gli parve matura. Di qui la sua denunzia, l'arresto, il processo.

* * *

È naturale che infine l'innocenza del Minuti apparisse evidente. Le accuse di irreligione furono smentite dalla Renaldi, la quale, senza che ne fosse richiesta e per ciò appunto più validamente mostrò il Minuti “ buon cattolico, divoto e frequente a' doveri di buon cristiano ” (f. 76); i discorsi sui Bernesi si riconobbero travisati; le notizie sulle satire della pastorale e della Consolata spudoratamente false; i discorsi politici e filosofici (almeno co' sentimenti attribuitigli) un'invenzione; il racconto del Pelizzo dovuto a sbaglio o a fantasia: nessuna traccia di corrispondenza politica clandestina o no (1). — Degli oggetti sequestrati nulla di com-

(1) Tutte le attestazioni concordano nel mostrare l'accusato avverso ai francesi in ogni conversazione.

promettente. Il contrasto fra il vestito del Minuti " cencioso e " di color rosso (detto volgarmente Pompador (1)) con distinta " broderia in argento „ (f. 64) e " con fodera di seta bianca „ (f. 147) fu facilmente spiegato. Il Minuti l'aveva comperato a Bassano da un Lucchese al prezzo modico di sei zecchini, e contava rivenderlo per guadagnarvi qualcosa (fi 147 77): che non sia fatto per lui lo si prova subito coll'ordinargli di indossarlo. " Si è riconosciuto non fatto a lui dosso, e assolutamente inca- " pace di esser da lui portato, stante la strettezza del medesimo „ scriveva nel suo italiano più fiorito il segretario del Vicariato nel verbale del 29 novembre 1792.

Il denaro ritrovatogli è il frutto de' suoi risparmi in Romagna e nel Veneto, ed è legittimo: non rimane quindi che da ordinare il rilascio del detenuto. Finalmente, il 3 dicembre, il Senato sentenzia (f. 153):

" Nella causa del fisco del Vicariato
" contro
" Francesco Antonio Minuti ditenuto nelle carceri senatorie. Il Senato, " udita la relazione degli atti, e delle conclusioni del Regio Fisco ha " dichiarato, e dichiara non farsi luogo a contestazione in odio del " sud° ditenuto Francesco Antō Minuti, e doversi però rilasciare, come " manda il medesimo rilasciarsi dalle carceri nelle quali si ritrova senza " costo di spesa alcuna, previa però sottomissione da passarsi di non " più frequentare la vedova Maria Claudina Rinaldi, sotto pena arbi- " traria a questo Magto in caso di contravenzione, e manda restituirsi " al medesimo il bavule con tutti gli effetti, e denari entrostanti esistenti " presso l'Ufficio del Vicariato. Torino li 3 decembre 1792. = Casella " di Selve. = Bertolotti di Voto.
" Dal Ragre C. G. Agnisetta. „ (2).

Lo stesso giorno 3 il Minuti è condotto innanzi all'assessore vicario Menzo, che " senza costo di spesa „, dopo aver dissigillato e restituito i pacchi e il baule sequestrati, lo rilascia, fatta

(1) Per *Pompadour*. Le parole fra parentesi trovansi al foglio 147.

(2) Il conte Giambattista Casella di Selve era senatore e apparteneva alla sezione criminale del Senato: Giambattista Bertolotti era sostituito dell'avvocato fiscale generale, conte Antonio Francesetti d'Hautecourt: il notaio Giovan Marco Agnisetta era il segretario criminale del Senato.

la debita sottomissione (1). Così dopo cinquantanove giorni d'arresto arbitrario, il Minuti ritornò alla sua stanza presso l'albergo della Bonne Femme, vicino al Monte di Pietà, in via S. Maria. L'indomani inviò il suo affittacamere, Giuseppe Rorè, a ritirare i suoi oggetti (2). Che ne sia stato poi di lui non so, ma credo che facilmente abbandonasse al più presto Torino a lui così funesta, per riprendere la sua vita errabonda, conservando un amaro e incancellabile ricordo della sua avventura.

Di un'altra infelice dobbiamo ancora accennare, la Renaldi, che aveva passati due mesi in carcere insieme alla sua bambina. Triste ingresso nella vita per quest'ultima, che a sette anni trovavasi in una prigione, fra una bordaglia di donne di mala vita che continuamente si rinnovavano e portavano il lezzo de' loro vizî accanto a quel povero fiore nascente!...

Unico refugio le braccia materne, fra cui s'addormentava ogni sera dopo lunghe crisi di pianto, anelando alla campagna, alla libertà, e odiando quella giustizia umana che non comprendeva e che la condannava così mostruosamente senza riconoscerle colpa alcuna... Giunse tardissima una irrisoria riparazione. Il giorno dopo il rilascio del Minuti innocente il Vicario si ricorda delle due donne, almeno altrettanto innocenti.

" Essendosi con ordinanza senatoria del giorno di jeri di-
" chiarato non farsi luogo a contestazione in odio del detenuto
" Franc. Minuti ... e siccome venne sotto li 6 ora scorso ott.
" arrestata nelle camere del med° la Gioanna Clodina Renaldi,
" così di partecipazione dell' Ill^{mo} S^{r} Conte Brozolo Vicario, si è
" creduto doversi pure la medema rilasciare mediante sottomis-
" sione di vivere onestamente... „ (Così sotto il 4 dicembre 1792 a pag. 257 nel Registro sottomisioni de' detenuti 1788-1794, Vicariato 227, Arch. Civ. Torinese). Infatti nello stesso giorno vennero liberate, come risulta dal reg. Detenuti, Vicariato 285:
" 4 dic. 1792 Rilasciate la Renaldi Giovanna con sottomissione
" e la Felicita senza. „

---

(1) Foglio 152. Anche a foglio 153, in margine alla sentenza del Vicariato: " Il ditenuto Franc.o Ant.o Minuti ha passata la sottomissione pre-
" scritta dall'ordinanza Senatoria del g.no d'oggi. Torino li 3 X.bre 1792.
" Savio Sost.o Seg.ro Crim.le „.

(2) F. 153. In margine alla stessa sentenza: " a' 4 X.bre 1792. Rimesso
" il Bavule del Minuti al Giuseppe Rorè, valet a piedi di S. M. da cui sub-
" afitta una Camera „.

E l'Ollivero? Di questa figura odiosa forse non sarebbe difficile seguire le traccie. Azzeccagarbugli sbagliato, lo vediamo nel giro di pochi mesi cambiare a tre riprese di studio: prima preso l'avv. Viale, poi con l'avv. Devecchi, infine presso il causidico colleggiato Michel Antonio Valzania. Suo padre, anch'esso colleggiato, non sa che farsene: gli altri, presi alquanto al suo fare mellifluo ed insinuante, restano presto disingannati alla prova, quando ne sperimentano l'ignoranza, l'ipocrisia, l'ozio. Privo d'ogni dignità, va lemosinando un pane che è incapace a guadagnarsi, e dinanzi a un rifiuto si ritorce come un serpe. La calunnia e l'infamia sono le sue armi: smascherato, se ne va impunito e tranquillo, meditando nuove frodi e preparando forse un cambiamento di fedi (se pur ne à) che lo riporti a galla in un vicino sconvolgimento.

Fra gli inetti malcontenti della sua specie troveremo molti fautori di novità, i quali senza alcuna coscienza delle opinioni che abbracciano, non vedono in esse che un mezzo per fare fortuna. Così ogni causa, anche se giusta e buona, à sempre seguaci di tal fatta che ne guastano un aspetto.

Da tutto il processo da noi riassunto, per l'indole dell'accusa capitale, appare evidente la moderazione del Governo piemontese, in un periodo criticissimo per le condizioni dello Stato, ne' giorni appunto in cui due belle provincie erano rubate quasi senza colpo ferire e i nemici s'affacciavano minacciosi alle Alpi. Dalla procedura si vede il più vivo desiderio di far luce, d'essere imparziali, di agire rapidamente. Il metodo d'indagine razionale sente gli influssi delle nuove idee: interrogazioni degli accusati e de' testi, perquisizioni, informazioni nello Stato e dal di fuori per assodare ciò che risulta dagli interrogatori. E noi sappiamo come in quel frattempo procedeva la giustizia nel paese della libertà, dell'eguaglianza, della fraternità!

Ma così doveva essere nelle terre sabaude: i vincoli tra lo Stato e il Principe, attraverso alle prove, alle lotte, a' traviamenti di vent'anni, dovevano afforzarsi, e far partire dal Piemonte le prime scintille d'una vera fratellanza e d'una gloriosa indipendenza.

Relazione intorno al lavoro del Dott. Prof. Carlo Alfonso Nallino: *Catalogo dei Mss. arabi, persiani, turchi, siriaci, della Biblioteca Nazionale e della R. Accademia delle Scienze,* presentato per l'inserzione nelle *Memorie.*

Chiarissimi Colleghi;

Il tesoro di manoscritti arabi, persiani e turchi, che si conserva in gran parte inesplorato nelle Biblioteche pubbliche italiane, è ricchissimo e di grandissima utilità per la storia. Se non è possibile, per le gravi difficoltà inerenti all'impresa, il poterne fare, per il momento, un'edizione, il comporne almeno il catalogo è e sarà sempre opera proficua e lodevolissima per conoscerne il contenuto. Vi sono, è vero, antichi cataloghi sparsi qua e là per le nostre biblioteche, che, a rigore, non si potrebbero nemmeno chiamar tali appagandosi per lo più il compilatore della comune e ovvia designazione di " manoscritto orientale " e nulla più, senza curarsi nè della lingua, nè della materia, nè della nazione a cui esso appartiene. Cotesto nota assai opportunamente il Prof. Dr C. A. Nallino nella sua breve Prefazione ai due Cataloghi, che formano il soggetto della presente relazione, e ciò fu inteso dal Governo italiano, quando, per consiglio dell'illustre Michele Amari, imprendeva la pubblicazione dei Cataloghi dei Mss. orientali di tutte le Biblioteche italiane. Quell'uomo, tanto dotto e tanto bene informato dei bisogni degli studi storici, aveva pur compreso quanto e qual sussidio potrebbe venire ad essi quando la ricca suppellettile fosse conosciuta dagli studiosi, egli che luminosamente aveva dimostrato ciò con l'esempio nella dottissima opera sui *Mussulmani di Sicilia.* Ma la bella e utile pubblicazione intrapresa dal Governo andò sempre e va lentissima, e sono passati, crediamo, più che venticinque anni dal principio, mentre assai piccola parte ne è finora venuta alla luce.

Il Prof. Nallino, quand'era alunno di questa R. Università, aveva già intrapreso la compilazione di questi due cataloghi e sperava di poter vederli pubblicati nella Collezione governativa; ma poichè essa, se non è arrenata, da gran tempo non fa un passo avanti, così sarà utile e decoroso per gli studi e opera degna il procurarne la pubblicazione.

Il Nallino, in questo suo lavoro, si è attenuto al metodo strettamente scientifico del compor cataloghi. Distinti e divisi acconciamente in arabi, persiani, turchi e siriaci i codici delle due Biblioteche (i siriaci, e sono pochi, appartengono alla sola Biblioteca dell'Accademia), divisili per materie (biblica, coranica, tradizionale, storica e geografica, poetica, scientifica), ne imprende, con la scorta di molte cognizioni e di libri autorevoli, l'esame. Perciò, oltre la descrizione che diremo esterna, di ciascun codice, vi aggiunge egli un ampio corredo di notizie bibliografiche, storiche intorno all'opera, alle edizioni se ve ne sono, e rimanda a quegli scritti che ne hanno trattato. Nè egli si è appagato di ciò; ma, dove il caso occorreva, ha analizzato lungamente e minutamente il contenuto molteplice e vario di alcune opere che, al modo orientale, sogliono spesso comprendere varia e multiforme materia. Veggasi, per esempio, la descrizione del Codice arabo 23 a pag. 12 e quella del Codice arabo 24 a pag. 15 del Catalogo della Nazionale.

Poichè il lavoro del Nallino è stato da lui incominciato una decina d'anni fa e finito prima ch'egli lasciasse l'Università di Torino, così, nel lungo indugio della pubblicazione, esso, nei seguenti anni, è stato anche molto migliorato e corretto col sopravvenire di più recenti pubblicazioni, stategli di assai valido aiuto. Del resto, ogni opera antica o recente, che poteva recargli lume, fu acconciamente consultata da lui, dalla *Bibliotheca arabico-hispana Escurialensis* del 1760 alla *Geschichte der Arabischen Litteratur*, ancora in corso di stampa in quest'anno 1899, del Brockelmann, dal *Catalogo dei Mss. orientali della Naniana* di Padova pubblicato dall'Assemani nel 1792 al *Catalogue des Mss. arabes* della Biblioteca di Parigi, dato fuori dallo Slane nel 1895. Questi libri di assai riposta erudizione, non si trovano comunemente nelle Biblioteche d'Italia, e non parliamo di altri assai più rari, come il Catalogo dei Mss. arabi della Biblioteca del Cairo pubblicato nel 1891 dal Khedivè d'Egitto col titolo:

Fihrist al-kutub al 'arabiyyah al-maḥfûzah fî 'l-kutubkhânah al-khidiviyyah, raro e costosissimo. Il Nallino, non badando a spese, non risparmiando fatiche, ha potuto procacciarsi tutti questi sussidi e valersene assai utilmente.

Ogni compilazione di cataloghi di Mss., massime se di Mss. in lingue poco coltivate e poco conosciute, suol sempre portar con sè qualche bella scoperta. Cotesto è pure avvenuto per questi Cataloghi del Nallino, per il quale si è potuto sapere che, per esempio, la Biblioteca Nazionale possedeva dimenticati, nascosti sotto il titolo troppo comune e generico di *Mss. orientali*, alcuni poemi persiani rarissimi, altri mistici, altri romanzeschi, altri lirico-mistici, come quelli di Khâgiu Kirmâni, di Selmân Sâveghi, di Senâi, importanti non solo in sè, ma anche per le relazioni che hanno con la poesia nostra medievale. Il poema, infatti, di Khâgiu Kirmâni, *Humây e Humâyûn*, cioè *Felice e Felicita,* è uno dei prototipi orientali del romanzo occidentale di Fiore e Biancafiore, e il poema mistico di Senâi, del principio del XII secolo, è una di quelle più antiche enciclopedie poetiche filosofiche e scientifiche, alle quali s'informarono poi tante altre, orientali e occidentali, come si può vedere dalle citazioni che ne fanno i nostri stessi enciclopedisti coi nomi di Al-Razi, Agazel (cioè Al-Ghazâli), Al-Farabi, Alfragano (cioè Al-Ferghâni).

Per l'importanza adunque della sostanza, pur tacendo di tante rettificazioni e correzioni che il Nallino ha potuto fare alle vecchie compilazioni dei cataloghi delle due Biblioteche, e di qualche altra novità da lui trovata, e per la diligenza accuratissima spiegata da lui in questo lavoro, i sottoscritti Commissari hanno l'onore di proporre alla Classe di Scienze morali, storiche e filologiche di questa R. Accademia, che i due *Cataloghi dei Manoscritti arabi, persiani, turchi, siriaci*, che si conservano nella Nazionale e nella Biblioteca della R. Accademia delle Scienze di Torino, compilati da esso D^r^ Prof. C. A. Nallino, siano ammessi alla lettura della Classe.

B. PEYRON,
I. PIZZI, *relatore.*

L'Accademico ff. di Segretario
ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 19 Giugno al 13 Novembre 1898.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio;
quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

** **Abhandlungen** der k. Preussischen geologischen Landesanstalt. N. F., Heft 27. Berlin, 1897; 8°.
* **Abhandlungen** der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse. N. F. Bd. I, Nro 7. Berlin, 1898; 4°.
* **Abhandlungen** herausg. von der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft. Bd. XXIV, Heft 2. Frankfurt a. M., 1898; 4°.
* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften, Bd. XXIV, N. 4. Leipzig, 1898; 8°.
* **Abhandlungen** der k. k. Geologischen Reichsanstalt. Bd. XVII, Heft 4. Wien, 1897.
* **Acta** Societatis scientiarum Fennicae. T. XXII, XXIII. Helsingforsiae, 1897; 4°.
American Association for the Advancement of Sciences Fiftieth Anniversary. Preliminary Announcement of the Boston Meeting to be held August 22d to 27th, 1898. Boston, 1898; 8°.
* **Analele** Academiei Romane. Ser. II, T. XVIII, 1895-96. Memoriile Sectiunii scientifice. Bucuresci, 1897; 4°.
* **Analele** Institutului Meteorologic al României. Tomul XII, Anul 1896. Bucuresci, 1898; 4°.
* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega V-VI, t. XLV; I-II. t. XLVI. Buenos Aires, 1898; 8°.
* **Anales** del Museo Nacional de Montevideo, t. III, fasc. 9. 1898; 4°.
* **Annales** de l'Observatoire Royal de Bruxelles. Nouvelle série. Annales Météorol., t. III et IV. Annales Astron., t. VII. Bruxelles, 1895-96, 3 vol.; 4°.
* **Annales** de l'Université de Lyon. Fasc. XXXV. Paris, 1898; 8°.
* **Annales** de la Faculté des sciences de Marseille. T. VIII, fasc. 5-10. Paris, 1898; 4°.

* **Annales** des Mines. 9me série, t. XIII, livr. 5e-6e; XIV, livr. 7e, 8e. Paris, 1898; 8°.
* **Annales** de l'Observatoire Physique Central. Année 1896. Ie et IIe partie. St-Pétersbourg, 1897; 4°.
* **Annales** de la Faculté des sciences de Toulouse, t. XII, fasc. 3me et 4me, année 1898. Paris; 4°.
* **Annali** della Facoltà di Medicina dell'Università di Perugia e Memorie dell'Accademia medico-chirurgica di Perugia. Vol. X, fasc. 1°. Perugia, 1898; 8°.
* **Annuaire** de l'Observatoire Royal de Belgique, 1896, 1897; 8°.
* **Annuario** della Regia Stazione Enologica Sperimentale d'Asti, 1895-96-97. Asti, 1898, 1 vol.; 8°.
* **Annuario** del Circolo Matematico di Palermo. 1898; 8°.
* **Annuario** della R. Scuola superiore d'Agricoltura in Portici. 1897-98; 8°.
* **Anuario** hidrográfico del Rio de la Plata para el año 1891 por C. A. Arocena. Montevideo, 1898; 8° (*dal Governo dell'Uruguay*).
* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles, publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem. Sér. II, t. II, 1e livr. Harlem, 1898; 8°.
* **Archives** du Musée Teyler, série II, vol. V, 4e partie; VI, 1e partie. Haarlem, 1898; 8°.
* **Atti** dell'Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania. An. LXXV, 1898; ser. 4a, vol. XI. Catania, 1898; 4°.
* **Atti** della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze, 4a serie, vol. XX, disp. 3a, 4a; XXI, disp. 1a, 2a, 1897-98; 8°.
* **Atti** della Società Italiana di scienze naturali, vol. XXXVII, fasc. 3°. Milano, 1898; 8°.
* **Atti** della R. Accademia medico-chirurgica di Napoli. Anno LII; N. S., n. 1-2. Napoli, 1898; 8°.
* **Atti** della Società toscana di scienze naturali residente in Pisa. Processi verbali, vol. XII, 23 gennaio-1° maggio 1898; 8°.
* **Atti** dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Anno LI, sess. 1a-7a. Roma, 1898; 4°.
* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Mathem.-Phys. Classe. 1898, I-IV. Leipzig, 1898; 8°.

** **Bibliotheca mathematica**; Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausg. von G. Eneström, 1896. Stockholm.

* **Bihang** till Kongl. Svenska- Vetenskaps- Akademiens Handlingar. Bd. 23. Afdelning I-IV. Stockholm, 1898; 8°.
* **Boletin** del Istituto Geológico de México. N. 10. México, 1898; 4°.
* **Bollettino** delle sedute dell'Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania; fasc. L (1897); LIII-LIV (1898); 8°.
* **Bollettino** del R. Comitato Geolog. d'Italia. Anno 1898, n. 1, 2. Roma; 8°.
* **Bollettino** del Club Alpino Italiano pel 1898. Vol. XXXI. N. 63, 64. Torino, 1898; 8°.

* **Buletinul** Observaţiunilor Meteorologice din România. An. VI, 1897. Bucureşci, 1898; 4°.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXVIII, No. 5; XXXII, No. 6-8. Cambridge, Mass., 1898; 8°.

* **Bulletin** of the Scientific Laboratories of Denison University. Vol. IX, part II. Granville, Ohio, 1897; 8°.

* **Bulletin** de la Société Physico-Mathématique de Kasan. 2me série, t. VII, n. 2-4; t. VIII, n. 1. 1897-98; 8°.

* **Bulletin** de la Société impériale des Naturalistes de Moscou. Ann. 1897, n. 2. Moscou, 1897; 8°.

* **Bulletin** de la Société des Sciences naturelles de l'Ouest de la France. T. VII, 4e trimestre 1897, 1r trim. 1898. Nantes; 8°.

Bulletin of the Agricultural Experiment Station of Nebraska. Vol. X, n. 50-54. Lincoln Nebraska, 1897-98; 8° (*dall'Univ. di Nebraska*).

Bulletin de la Société Philomatique de Paris. 8e série, t. IX, n. 3 et 4; 1896-1897; 8°.

* **Bulletin** de la Société géologique de France. 3e série, t. XXV, 1897, n. 7-8; XXVI, 1898, n. 1. Paris; 8°.

* **Bulletin** du Muséum d'histoire naturelle. Année 1897, n. 7-8; 1898, n. 1-3. Paris; 8°.

* **Bulletin** de la Société zoologique de France pour l'année 1897. T. XXII. Paris; 8°.

* **Bullettino** della Società veneto-trentina di scienze naturali. T. VI, n. 3. Padova; 1898.

* **Catalogo** della Biblioteca dell'Ufficio Geologico del R. Corpo delle Miniere. 2° Supplemento (1896-97). Roma, 1898; 8°.

* **Catalogo** generale della biblioteca della Società degli Ingegneri e degli Architetti di Torino. Suppl. N. 1. Torino, 1898; 8°.

* **Comune di Torino.** Ufficio d'Igiene. Relazione per l'anno 1895. Torino, 1898; 4°.

Comunicaciones del Museo Nacional de Buenos Aires. Tomo I, n. 1. Buenos Aires, 1898, 8° (*dal Direttore del Museo Dr. Prof.* C. Berg).

* **Denkschriften** der medicinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Jena; vol. VII, 1° Lief.; VIII, 4° Lief. Jena, 1897-98; 4°.

* **Denkschriften** der k. Akademie der Wissenschaften. Mathem.-natur.-wissenschaftliche Classe. Bd. 64. Wien, 1897; 4°.

* **Field Columbian** Museum. Anthropological Series, vol. II, No. 2; Botanical Series, vol. I, No. 4; Zoological Series, vol. I, No. 9-10. Chicago, U. S. A., 1898; 8°.

* **Földtani** Közlöny havi Folyóirat kiadja a Magyarhoni Földtani Társulat. Vol. XXVIII, n. 5-6. Budapest, 1898; 8°.

** **Fortschritte** der Physik im Jahre 1897, Bd. LIII. 1 Abt. Braunschweig, 1898; 8°.

* **General Report** on the work carried on by the Geological Survey of India for the period from ist January 1897 to the ist April 1898. Calcutta, 1898; 8°.

* **Giornale** della R. Accademia di Medicina. A. LXI, n. 5-8. Torino, 1898; 8°.

Instruments pour les sciences, Physique, Acoustique, Électricité, Optique, Météorologie. Paris, 1898; 8° (*dono della: Société des Lunetières*).

* **Istituto** (R.) Botanico di Palermo: Contribuzioni alla Biologia vegetale edite da ANTONIO BORZI. Vol. II, fasc. 1, 2. Palermo, 1897-98; 8°.

** **Jahrbuch** über die Fortschritte der Mathematik. Bd. XXVII, Heft 1, 2. Berlin, 1898; 8°.

* **Jahrbuch** der k. k. geologischen Reichsanstalt zu Wien. Jahr. 1897. XLVII, 3 u. 4 Heft; XLVIII, 1 Heft. Wien, 1898; 8°.

* **Jahresbericht** der Kgl. Ung. geologischen Anstalt für 1896. Budapest, 1898; 8°.

* **Jahreshefte** des Vereins für vaterländische Naturkunde in Württemberg. 54 Jahrgang. Stuttgart, 1898; 8°.

* **Jenaische** Zeitschrift für Naturwissenschaft herausg. von der medizinisch-naturw. Gesellschaft zu Jena. N. F. Bd. XXV, Heft I-II. Jena, 1898; 8°.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXVI, Part II, Natural Science, n. 4. Calcutta, 1898; 8°.

* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1898, part 4-5. London, 1898; 8°.

* **Journal** of Linnean Society. Botany, vol. XXXIII, n. 229-233; Zoology, vol. XXVI, n. 168-171. London, 1897-98; 8°.

* **Journal** de l'École Polytechnique: II^e série, deuxième et troisième cahier. Paris, 1897; 4°.

* **Journal** and **Proceedings** of the R. Society of New South Wales. Vol. XXXI, 1897. Sydney, 1898; 8°.

* **Katalog** der Reptilien-Sammlung im Museum der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft in Frankfurt am Main. II Theil (Schlangen). Von Dr. O. Boettger, Frankfurt a. M., 1898.

* **Katalog** der Bibliothek der k. Leopoldinisch-Carolinischen Deutschen Akad. der Naturforscher. Bd. II, 5. Halle, 1897; 8°.

* **Katalog** der Bibliothek des Eidgenössischen Polytechnikums in Zurich. Sechste Auflage. Zurich, 1896; 8°.

* **Leopoldina.** Amtliches Organ der k. Leopoldino-Carolinischen Deutschen Akad. der Naturforscher. XXXIII Heft, 1897. Halle; 4°.

* **List** of the Members of the Royal Irish Academy, 1898. Dublin; 8°.

* **List** of Linnean Society of London, 1897-98. London, 1897; 8°.

* **List** of the Fellows and honorary, foreign, and corresponding Members and Medallist of the Zoological Society of London. London, 1898; 8°.

* **Mémoires** de la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux. 5^e série, t. III, 1^r cahier et Observations pluviométriques et thermométriques faites dans le département de la Gironde, juin 1896-mai 1897. Bordeaux, 1898; 8°.

* **Mémoires** de la Société zoologique de France pour l'année 1897. Tome X. Paris; 8°.

* **Memoirs** of the Boston Society of Natural history. Vol. V, n. 3. Boston, 1898; 4°.

* **Memoirs** of Geological Survey of India. Palaeontologica Indica, Ser. XV, vol. I, Part 4; vol. II, Part 1. Ser. XVI, vol. I, Part 2, 3. Calcutta, 1897; 4°.

* **Memoirs** of the Geological Survey of India. Vol. XXVII, Part 2. Calcutta, 1897; 8°.

* **Memorias** y Revista de la Sociedad Científica " Antonio Alzate ". T. XI (1897-98), N. 1 y 8. Mexico, 1898; 8°.

* **Memorie** di matematica e di fisica della Società italiana delle Scienze. Serie 3ª, t. XI. Roma, 1898; 4°.

* **Memorie** della Pontificia Accad. dei Nuovi Lincei. Vol. XIII, XIV. Roma, 1897-98; 4°.

* **Memorie** e **Note** del Corpo insegnante del R. Museo Industriale italiano pubblicate in occasione dell'Esposizione Generale Italiana in Torino del 1898; 8°.

* **Missouri** Botanical Garden. Ninth annual Report. St. Louis, Mo., 1898; 8°.

* **Mittheilungen** aus der Zoologischen Station zu Neapel. 13 Bd., 1-3 Heft. Berlin, 1898; 8°.

* **Mittheilungen** aus dem Jahrbuche der kön. ungar. geologischen Anstalt. General-Register der Bd. I-X. Budapest, 1898; 8°.

* **Mittheilungen** aus der medicinischen Facultät der Kaisr.-Japanischen Univ. Bd. IV, n. 1. Tōkio, Japan, 1898; 4°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LVIII, No. 8, 9 and Appendix to vol. LVIII. London, 1898; 8°.

* **Nachrichten** von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physik. Klasse, 1898, Heft 1-3; Geschäftliche Mittheilungen, 1898, Heft 2. Göttingen; 8°.

Neue Annalen der K. Sternwarte in München. Bd. III; München, 1898; 4°.

* **Nieuw Archief** voor Wiskunde. Tweede Reeks. Deel III. Vierde Stuck. Amsterdam, 1898; 8°.

* **Nova Acta** Academiae Caesareae Leopoldino-Carolinae Germanicae Naturae curiosorum. Tomus LXVIII, LXIX. Halle, 1897-98; 4°.

* **Nova Acta** Regiae Societatis Scientiarum Upsaliensis. Seriei tertiae, vol. XVII, fasc. 2°. 1898; 4°.

* **Ofversigt** af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar, XXXIX, 1896-1897. Helsingfors; 8°.

* **Ofversigt** of Kongl. Vetenskaps Akademiens Förhandlingar. Vol. 54, 1897. Stockholm, 1898; 8°.

Peabody Institute, of the city of Baltimore. Thirtieth Annual Report. June 1, 1898. Baltimore; 8°.

* **Prace** matematyczno-Fizyczne. T. IX. Warszawa, 1898; 8° (*dalla Società di scienze matematiche e fisiche*).

* **Proceedings** of the American Academy of Arts and Sciences. Vol. XXXIII, No. 9-17. Boston, 1898; 8°.

* **Proceedings** of the Boston Society of Natural history. Vol. XXVIII, No. 6, 7. Boston, 1897-98; 8°.

* **Proceedings** of the Asiatic Society of Bengal. No. IX-X, XI Extra No.: 1897; No. I-IV, 1898. Calcutta; 8°.

* **Proceedings** of the Cambridge philosophical Society; vol. IX, P. 8ª, 1898.

* **Proceedings** of the Royal Irish Academy. Third series, vol. IV, No. 5. Dublin, 1898; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society of Edinburgh. Vol. XXI, sess. 1895-96, sess. 1896-97; 8°.

Proceedings and Transactions of the Nova Scotian Institute of Science. Session of 1896-97, 2° series, vol. II, part 3ª. Halifax N. S., 1897; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LXIII, No. 399-401; LXIV, 402, 403. London, 1898; 8°.

* **Proceedings** of the Linnean Society of London. From November 1896 to June 1897. London, 1897; 8°.

* **Proceedings** of the Zoological Society of London for the year 1898. Part II, III. London; 8°.

Proceedings and Transactions of the Scientific Association Meriden, Conn., 1897-98; vol. VIII. Meriden, Conn., 1898; 8°.

* **Proceedings** of the Academy of Natural Science of Philadelphia. Part III, 1897; Part I, 1898. Philadelphia, 1898; 8°.

* **Proceedings** of the American Philosophical Society held at Philadelphia. Vol. XXXVI, No. 156. Philadelphia, 1898; 8°.

* **Proceedings** of the California Academy of Sciences. 2d Ser., vol. VI; 3. Ser., Botany vol. I, No. 2; Geology I, No. 8; Zoology I, No. 5. San Francisco, 1897; 8°.

* **Proceedings** of the Canadian Institute. New Series. Nos. 4, 5, vol. I. Toronto, 1898; 8°.

* **Procès-Verbaux** des Séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux. An. 1896-97. Paris, 1897; 8°.

Publicationen für die Internationale Erdmessung. Die astronomisch-geodätischen Arbeiten des k. und k. militär-geographischen Institutes in Wien. XII Bd. Astronomische Arbeiten. Wien, 1898; 4°.

* **Quarterly** Journal of Geological Society. Vol. LIV, Part 3, No. 215. London, 1898; 8°.

* **Rapport** annuel de la Commission de Géologie du Canadà (Nouvelle Série). Vol. VIII, 1895. Ottawa, 1897; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXXI, fasc. 13-16. Milano, 1898; 8°.

* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo. Tom. XII, fasc. V. Palermo, 1898; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3ª, vol. IV, fasc. 5°-7°. Napoli, 1898; 8°.

Report on the Natural history results of the Pamir Boundary Commission. Calcutta, 1898; 4° (*dall'Office of Superintendent of Gobernment Printing, India*).

Report for the Year 1897-98, presented by the Board of Managers of the Observatory of Yale Univers. to the President and Fellows. New-Hawen; 8°.

Report of the Superintendent of the U. S. Coast and Geodetic Survey showing the progress of the Work during the fiscal Year ending with June, 1896. Washington, 1897; 4°.

Résultats des Campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert I, Prince Souverain de Monaco; fasc. XII. Monaco, 1898; 4° (*dono di S. A. M.re il Principe Alberto I di Monaco*).

* **Sitzungsberichte** der Kön. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. XXIV-XXV (5 Mai)-XXXIX (28 Juli), 1898; 8°.

* **Sitzungsberichte** der mathematisch-physikalischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München, 1898, Heft III. München, 1898; 8°.

* **Sitzungsberichte** der K. Akademie der Wissenschaften. Mathem.-naturwissenschaftliche Classe. Jahrgang 1897, Abth. I, CVI Bd., I bis X Heft; 1898, Abth. I, CVII Bd., I-V Heft; 1897, Abth. II a, CVI Bd., I-X Heft; 1898, CVII Bd., I-II Heft; 1897, Abth. II b, CVI Bd., I-X Heft; 1898, Abth. II b, CVII Bd., I-III Heft; 1897, Abth. III, CVI Bd., I-X Heft. Register zu der Bänden 101-105 den Sitzungsb. Wien, 1897-98; 8°.

* **Sitzungsberichte** der Physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, 1897, n. 3-9; 8°.

* **Smithsonian Institution** 1846-1896:

The history of its First Half Century. Washington, 1897; 8°.

Smithsonian Miscellaneous Collections, 1084, 1087, 1090. Washington, 1897-98; 8°.

Report of the U. S. National Museum. Year ending June 30, 1895; 8°.

United State National Museum; Proceedings, vol. XIX.

Cockerell (*T. D. A.*). Directions for collecting and preserving scale insects (Coccidae). Washington, 1897; 8°.

* **Thätigkeit** der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in der Zeit vom 1 Februar 1896 bis 31 Januar 1898. Berlin, 1898; 4° (*dall'Istituto Fisico-Tecnico in Charlottenburg*).

* **Transactions** of the Royal Society of South Australia. Vol. XXII, Part I. Adelaide, 1898; 8°.

* **Transactions** of the Royal Society of Edinburgh. Vol. XXXVIII, part III, IV; vol. XXXIX, part I, 1895-96, 1896-97; 4°.

* **Transactions** of the Linnean Society of London. Botany, vol. V, p. 7, 8. — Zoology, vol. VII, 4. London, 1897-98; 4°.

* **Transactions** of the Zoological Society of London. Vol. XIV, part 7, 1898; 4°.

* **Transactions** of the Manchester Geological Society. Vol. XXV, Part xx, xxi. 1898; 8°.

* **Transactions** of the Wagner Free Institute of Science of Philadelphia. Vol. V, 1898; 8°.

* **Transactions** of the American Philosophical Society held at Philadelphia. Vol. XIX, N. S., Part II, 1898; 4°.

* **Transactions** of the Canadian Institute. Vol. V, p. 2. Suppl. 1o, No. 9, vol. 5, p. 1. Toronto, 1898; 8°.

Tufts College Studies, No. 5. Tufts College, Mass., 1898; 8°.

* **Verhandlungen** der Naturforschenden Gesellschaft in Basel. Bd. 12, Heft 1. Basel, 1898; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Sitzung. N. 9 u. 13, 1898. Wien; 8°.

* **Verhandlungen** Physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, 1897-98, N. F., XXXI. N. 8-11; 8°.

Veröffentlichung des K. preussischen geodätischen Institutes:
Die Pothöhe von Potsdam; I Heft. Berlin, 1898; 4°.
Bestimmungen von Azimuten im Harzgebiete Ausgeführt in den Jahren 1887 bis 1881. Berlin, 1898; 4° (*dal Socio Corrispondente* Helmert).

Veröffentlichung des K. preussischen geodätischen Institutes und Centralbureaus der internationalen Erdmessung: I. Beiträge zur Theorie des Reversionspendels von F. R. Helmert. II. Beiträge zur Berechnung von Lotabweichungssystemen von L. Krüger. Potsdam, 1898; 4°.

Wiskundige Opgaven met de Oplossingen, door de leden van het Wiskundig Genootschap, VII Deel. 5de Stuk. Amsterdam, 1898; 8°.

* **Wissenschaftliche** Meersuntersuchungen herausg. von der Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchungen der deutschen Meere in Kiel und der biologischen Anstalt auf Helgoland. N. F. Dritter Band. Abt. Kiel und Leipzig, 1898; 4°.

* **Журналъ** русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXX, n. 1-5. 1898; 8°.

* *Dall'Università di California:*

Adress of Regent J. B. Reinstein. At a Special Meeting of the Regents of the University of California: " For the purpose of suggesting and discussing matters necessary to the prosperity of the University ". January 15, 1898. San Francisco, 1898; 8°.

Annual Report of the Secretary to the Board of Regents of the University of California, for the Year ending June 30, 1896. Sacramento, 1896; 8°.

Bradley (C. B.). *Reference list to the published Writings John Muir. Berkeley, 1897; 8°.

Hayne (A. P.). Resistant Vines; their selection, adaptation, and grafting. Appendix to Viticultural Report, 1896. Sacramento, 1897; 8°.

Hilgard (E. W.). The Beet Sugar Industry and its Development in California. San Francisco Cal., 1897; 8°.

Holden (Ed.). Addendum to a Report made to the Joint Committee of the Regents on the Organization and Courses in the Department of Astronomy... Lick Observatory, 1895; 8°.

Kellogg (M.). Report submitted by the Academie Council to the Joint Committee of the Board of Regents on the subject of Instruction in Astronomy in the University. Berkeley, 1895; 8°.

Plehn (C. C.). The Growth of the University of the California. Berkeley, 1896; una carta in-4°.

Register of the University of California 1896-97. Berkeley, 1897; 8°.

Report of Committee on Ways and Means. San Francisco, 1896; 8°.

The northerly Winds of California. By Dr. J. H. Bonte; 8°.

University of California. Agricultural experiment Station. Bulletin No. 116-119. Berkeley, Cal., 1897; 8°.

University Chronicle an official record. Vol. I, No. 1. Berkeley, 1898; 8°.

* *Dall' Università di Erlangen:*

Baumann (F.). Ueber Keratokonus. Stuttgart, 1898; 8°.
Baur-Breitenfeld (K. von). Zur Kenntniss der Biazolone. Fürth, 1896; 8°.
Bender (F.). Beiträge zur Lehre von der Magenverdauung. Erlangen, 1898; 8°.
Benner (H.). Beiträge zur Geologie und Agronomie des Schwabachthales bei Erlangen. Lehesten, 1898; 8°.
Berg (O.). Beitrag zur Kenntniss der Entwickelung des Embryosackes der Angiospermen. Bamberg, 1898; 8°.
Bernhard (E.). Ueber eine neue Pflanzenfettsäure. Giessen, 1897; 8°.
Bohrisch (P.). Ueber Isotetrazolone. Erlangen, 1897; 8°.
Bonati (A.). Ueber Menthonpinakon etc..... Erlangen, 1897; 8°.
Bräutigam (J.). Beiträge zur anatomischen Charakteristik der Rosaceen-Bastarde. Dresden, 1897; 8°.
Delter (J.). Beitrag zur Kenntnis der Rosinduline und Isorosindone. Erlangen, 1898; 8°.
Deybeck (S.). Ueber die Paratolylsulfaminsäure etc..... München, 1898; 8°.
Dienst (A.). Ueber Divertikel der Harnblase. Erlangen, 1896; 8°.
Döderlein (L.). Cholecystitis phlegmonosa calculosa. Erlangen, 1897; 8°.
Enbergs (T.). Ueber die Weilsche Krankheit. Hemer i. Westf., 1897; 8°.
Enderlein (E.). Ueber zwei Fälle von Sarcoma uteri etc... Erlangen, 1897; 8°.
Escherich (F.). Ueber die Electrolyse von Estersalzen der Tricarballylsäure. München, 1898; 8°.
Finckh (L.). Beiträge zur Kenntniss der Gabbro- und Serpentingesteine von Nord-Syrien. Berlin, 1898; 8°.
Flörke (G.). Ueber den Einfluss der Kiefer u. Zähne etc... Bremen, 1898; 8°.
Friedmann (L.). Ueber den Nachweis von Blut etc... Erlangen, 1898; 8°.
Geisler (G.). Ueber einen Fall von hysterischem Stottern, etc. Görlitz, 1897; 8°.
Gross (L.). Hautaffektionen bei Diabetes mellitus. Erlangen, 1897; 8°.
Grünewald (R.). Vergleichende Anatomie der Martyniaceae und Pedaliaceae. Schotten, 1897; 8°.
Grüttner (A.). Ueber die Erzeugung kernloser Zellen etc... Erlangen, 1897; 8°.
Guthmann (H.). Ein Fall von Sclerodermie. Nürnberg, 1897; 8°.
Hagen (R.). Ueber einen Fall von Erkrankung des Conus terminalis medullae spinalis. Erlangen, 1897; 8°.
Harras (A.). Die hippokratische Augenheilkunde. Erlangen, 1897; 8°.
Hecht (G.). Beitrag zur Kenntniss des sterischen Hinderung chem. Reaktionen. Erlangen, 1897; 8°.
Heinz (R.). Ueber Jod und Jodverbindungen. München, 1898; 8°.
Hess (F.). Vergährung von Saccharose... etc. Nürnberg, 1897; 8°.
Hirschberg (P.). Die pathologische Bedeutung der Gallensteine. Dresden, 1898; 8°.
Höber (R.). Ueber experimentellen Shock durch Reizung der Serösen Häute. Leipzig, 1897; 8°.
Hoffmann (K.). Beitrag zur Kenntnis des Campherpinakons. Erlangen, 1897; 8°.

Hollederer (H.). Ueber bewegliche Nieren im Kindesalter. Erlangen, 1897; 8°.

Horst (G.). Zwei Fälle von spastischer Spinalparalyse. Erlangen, 1898; 8°.

Huber (K.). Zur Frage der Erweiterung der relativen Indikation der Sectio caesarea etc. Heildelberg, 1898; 8°.

Hübner (H.). Ein Fall von Hämatonephrose. Erlangen, 1897; 8°.

Jannotas (M.). Die Magenerweiterung etc... Erlangen, 1898; 8°.

Katz (G. J.). Verschiebung der Absorptionsstreifen etc... Erlangen, 1898; 8°.

Kiesewetter (M.). Beiträge zur Kenntnis des Methyl-oxal-essig-esters etc... Hamburg, 1897; 8°.

Klüber (J.). Ein Fall von Bronchialcarcinom und Lungencyste. Erlangen, 1898; 8°.

Korff (G.). Einfluss des Sauerstoffs auf Gärung, Garungsenergie und Vermehrungsvermögen verschiedener Ernährungsbedingungen. Jena, 1898; 8°.

Krieger (M.). Ueber die Aufenthaltsdauer von Flüssigkeiten im Magen. Erlangen, 1897; 8°.

Laubert (R.). Untersuchungen von pflanzlichen Zellmembranen etc. Göttingen, 1897; 8°.

Lauer (C.). Physiologisch-chemische Untersuchungen und Einiges über das in chlorophyllhaltigen Zellen vorkommende Oel. Wiesbaden, 1898; 8°.

Lehrmann (W.). Beitrag zur Kenntniss der sterischen Hinderung chemischer Reaktionen. Erlangen, 1897; 8°.

Lehnert (W.). Ueber die Anwendbarkeit der elektrischen Leitfähigkeit bei der Wasser-Untersuchung, etc... Erlangen, 1897; 8°.

Matthäus (J.). Ein Beitrag zur Lehre der renalen Albuminurie. Erlangen, 1897; 8°.

Mayrhofer (U.). Das Genu valgum. Erlangen, 1898; 8°.

Meints (F.). Ueber pathologisch-anatomische Kennzeichen von relativen Herzinsufficienzen. Würzburg, 1897; 8°.

Meissner (R.). Studien über den Einfluss der Essigsäure auf die Hefen etc... Berlin, 1898; 8°.

Meyer (G.). Beiträge zur Kenntnis des Topinamburs. Berlin, 1897; 8°.

Meyer (S.). Einwirkung von Phosgen auf die Amide etc... Erlangen, 1898; 8°.

Middelschulte (A.). Neue Aufschlüsse in der Kreideformation des nordöstlichen Ruhrkohlenbezirkes durch Tiefbauschächte. Unna, 1898; 8°.

Morenz (P.). Ueber die 3, 5, Methylpyrazolcarbonsäure etc. Erlangen, 1898; 8°.

Mund (E.). Poliomyetilis anterior acuta bei Erwachsenen. Erlangen, 1897; 8°.

Munk (W.). Ueber Pruritus vulvae. Stadtamhof, 1898; 8°.

Müller (E. E.). Ueber das Vorkommen von Sporen etc. Erlangen, 1898; 8°.

Müller (K. A.). Ueber multiple Knochen- und Gelenktuberkulose. Lucka, 1898; 8°.

Nagel (F.). Ein Fall von Myomotomie etc... Büdingen, 1897; 8°.

Nissel (A.). Darstellung neuer Trimethylenverbindungen etc... Berlin, 1898; 8°.

Noeldechen (F.). Ein Beitrag zur Kenntnis von Derivaten des Cyclopentadiens. Guben, 1898; 8°.

Ott (A.). Ueber die Säurebestimmung im Biere, etc... München, 1897; 8°.

Pauer (J.). Absorption ultravioletter Strahlen etc... Leipzig, 1897; 8°.

Pulzner (R.). Ueber " Neuritis puerperalis ". Erlangen, 1898; 8°.

Pütz (M.). Ueber Alveolarabcesse etc... Berlin, 1898; 8°.
Riedel (P.). Einiges über das pflanzliche Amyloïd, etc... Berlin, 1897; 8°.
Ronde (J.). Untersuchung des blauen Farbstoffes, etc... Berlin, 1898; 8°.
Rückle (E.). Ist die Melancholie ausschliesslich eine Psychose des Rückbildungsalters? Gmünd, 1898; 8°.
Rüping (H.). Beiträge zur Kenntnis der Ketomenthylsäure und Menthoximsäure. Erlangen, 1897; 8°.
Schmitz (J.). Zusammenstellung der in der Erlanger chirurg. Klinik zur Beobachtung und Behandlung gekommenen Luxationen. Erlangen, 1897; 8°.
Schulz (O.). Ueber den Verlauf der Jodausscheidung etc. Erlangen, 1897; 8°.
Soldan (C.). Die Gesamtarbeitsleistung der Hefen etc. Nürnberg, 1898; 8°.
Spindler (W.). Eine neue Reaktion des Phosgens. Berlin, 1898; 8°.
Steger (Fr.). Ueber Schussverletzungen. Erlangen, 1897; 8°.
Steudel (K.). Ueber einen Fall von Sehnenluxation des Glutaeus maximus. Erlangen, 1898; 8°.
Straaten (K.). Ueber die pneumonische oder pseudolobäre Form der akuten Lungentuberkulose. Goch, 1897; 8°.
Stummer (O.). Mal perforant du pied etc. Berlin, 1897; 8°.
Summa (E.). Speiseröhrenstrictur nach Laugenverätzung. Naumburg a. S., 1897; 8°.
Tamm (A.). Ueber einen Fall von Multiplem Melanosarcom. Lobenstein, 1896; 8°.
Tscherning (A.). Beitrag zur Kenntnis der Azoniumbasen. Erlangen, 1897; 8°.
Vogt (C.). Ueber Abhängigkeit des Laubblattes von seiner Assimilationsthätigkeit. Erlangen, 1898; 8°.
Wagner (Ph.). Beiträge zur Kenntnis der neueren Droguen etc... Erlangen, 1897; 8°.
Wehnelt (A.). Studien ueber den dunklen Kathodenraum. Leipzig, 1898; 8°.
Weinstock (A.). Zur Kenntnis der alkoholischen Polyneuritis. Ansbach, 1897; 8°.
Werbatus (G.). Ein Beitrag zur pericarditischen Pseudolebercirrhose. Erlangen, 1898; 8°.
Wiesenberg (P.). Statistische Zusammenstellung der in der Erlanger chirurgischen Klinik behandelten Frakturen. Erlangen, 1897; 8°.
Zahn (G.). Zwei Fälle von operativ geheilte Aneurysmen etc. München, 1897; 8°.
Zahn (O.). Ueber die Einwirkung von Alkyliodiden etc... Erlangen, 1897; 8°.
Zanzinger (F.). Lichteinfluss auf Keimung etc... München, 1898; 8°.

* ***Dall'Università di Giessen:***

Bachfeld (E.). Untersuchungen über die Beeinflussung des Wassergehalts von Sulfaten etc... Frankfurt a. M.; 8°.
Behr (E. von). Ueber die Löslichkeit des Silbernitrits etc. Giessen, 1898; 8°.
Behrendt de Cuvry (E.). Ueber die Ergebnisse der künstlichen Frühgeburt. Giessen, 1898; 8°.
Bertsch (G.). Zur Casuistik der inneren Darmincarcerationen. Giessen, 1897; 8°.

Boensel (K.). Die Lidbewegungen des Hundes. Giessen, 1897; 8°.
Brauch (A.). Ueber die Atresie der fötalen Harnröhre. Giessen, 1897; 8°.
Brettel (O.). Ueber das anatomische Verhalten zweiteiliger Aortenklappen. Giessen, 1897; 8°.
Clauser (R.). Zur Kenntnis des Semicarbazones etc... Wien, 1898; 8°.
Dietz (J.). Zur Casuistik der rudimentären Ovarialparasiten. Giessen, 1897; 8°.
Dressel (F.). Ueber die Fettgewebsnekrose des Pancreas. Giessen, 1897; 8°.
Eckert (W.). Ueber die intrauterinen Unterschenkelfracturen. Giessen, 1897; 8°.
Fischer (A.). Ueber das Haematom der Vulva. Giessen, 1898; 8°.
Frohwein (K.). Ueber ein Sarcom des Pancreas. Giessen, 1897; 8°.
Henckel (F.). Beiträge zur Entwickelungsgeschichte des menschlichen Auges. Wiesbaden, 1898; 8°.
Hirschland (L.). Beiträge zur ersten Entwickelung der Mammarorgane etc. Wiesbaden, 1898; 8°.
Kemmer (G.). Ueber die Verwandlung von Projektivitäten in Involutionen etc... Darmstadt, 1898; 8°.
Kick (C.). Ueber das Harnblasencarcinom der Pferde. Giessen, 1897; 8°.
Koeppe (H.). Vergleichende Untersuchungen über den Salzgehalt der Frauen- und Kuhmilch. Leipzig, 1898; 8°.
Kohl (W.). Zur Pathologie und Therapie des " ulcus corneae serpens ". Giessen, 1897; 8°.
Kopp (O.). Ueber die elektrolytische Reduktion einiger aromatischen Nitrokörper. Berlin, 1898; 8°.
Maennchen (Ph.). Die Transformation der trilinearen ternären Form etc. Leipzig, 1898; 8°.
Meyer (E.). Zur Casuistik der Erkrankungen des Auges etc. Giessen, 1898; 8°.
Meyer (F.). Zur Kenntnis des Hunsrücks. Stuttgart, 1898; 8°.
Moeser (L.). Zur Kenntnis der eisensäuren Salze. Giessen, 1897; 8°.
Müller (J. J.). Ueber die Behandlung grösserer Perforations-Verletzungen des Bulbus durch die Naht. Giessen, 1897; 8°.
Newmann (J. W.). Beitrag zur Kenntnis des Acetylentetrabromids. Giessen, 1898; 8°.
Reymann (G.). Zur Casuistik der Nebenkröpfe. Eine Aortenstruma. Giessen, 1898; 8°.
Rosenblatt (L.). Der congenitale Hydrocephalus etc... Wiesbaden, 1898; 8°.
Sander (W.). Ueber das Rhabdomyom der Niere. Giessen, 1897; 8°.
Schnitzler (F.). Die Lipome des Gehirns. Giessen, 1897; 8°.
Schottler (W.). Der Ettringer Bellerberg. Stuttgart, 1897; 8°.
Schröter (K.). Statistik die fieberhaften Puerperalprozesse etc... Giessen, 1898; 8°.
Schüz (E.). Wachsthum und Ertrag der Rothbuche etc. Giessen, 1897; 8°.
Tips (E. H.). Ueber Braunkohlenheizöl. Giessen, 1898; 8°.
Weitzel (C.). Ueber ein Teratom des Ovarium. Giessen, 1897; 8°.
Willerding (J.). Hamburger's Blutkörperchenmethode etc. Giessen, 1897; 8°.
Wittich (E.). Beiträge zur Kenntnis der Messeler Braunkohle etc. Darmstadt, 1898; 8°.
Zulauf (K.). Ueber Tripelsysteme von 13 Elementen. Darmstadt, 1897; 8°.

** Dall' Università di Jena:*

Bankwitz (R.). Beitrag zur Kenntniss der einseitigen Retinitis haemorrhagica. Leipzig, 1898; 8°.

Becker (Fr.). Ein Beitrag zur Aetiologie der exsudativen Pleuritis. Jena, 1898; 8°.

Behrendt (O.). Der Einfluss des Heilserums auf die Diphterie. Jena, 1897; 8°.

Berger (H.). Degenerationen der Vorderhornzellen des Rückenmarks bei Dementia paralytica. Berlin, 1897; 8°.

Blancke (C.). Ein Beitrag zur Frage der Posticuslähmung. Jena, 1898; 8°.

Bode (G.). Untersuchungen über das Chlorophyll. Kassel, 1898; 8°.

Boegehold (H.). Historisch-kritische Darstellung der Konstruktionen der Fläche 2. Ordnung aus 9. Punkten. Jena, 1898; 8°.

Caspari (W. A.). Ueber die isomeren 2. Acetylangelicalaktone. Jena, 1898; 8°.

Daudt (W.). Beiträge zur Kenntnis des Urogenitalapparates der Cetaceen. Jena, 1898; 8°.

Endlich (C.). Ueber die blutige Reposition der Luxatio iliaca et obturatoria. Berlin, 1898; 8°.

Eppler (A.). Beiträge zu den Beziehungen zwischen dem Krystall und seinem chemischen Bestande. Leipzig, 1898; 8°.

Fertig (E.). Ueber Benzoylessiganilid und α-Phenyl-γ-chinolon. Jena, 1897; 8°.

Fricke (F.). Ueber ebene Curven dritter Ordnung welche durch die imaginären Kreispunkte gehen. Götha, 1898; 8°.

Gallus (E.). Ueber einige Fälle von Orbital-Verletzung. Jena, 1897; 8°.

Giebler (Max). Ueber recidivierende Oculomotoriuslähmung. Dresden, 1897; 8°.

Goebel (J.). Beiträge zur Kenntnis der Pyrazolhomologen. Jena, 1898; 8°.

Goldstein (M.). Ein Fall von Huntingtonscher Chorea. Jena, 1897; 8°.

Habben (A.). Ein Beitrag zur Kenntnis der pathologischen Anatomie der Linsenluxationen. Jena, 1897; 8°.

Hedenström (H. von). Das metastatische Carcinom der Chorioidea. Jena, 1898; 8°.

Heip (F.). Ueber die Dihydrouvitincarbonsäure. Jena, 1896; 8°.

Hertel (E.). Ueber die Folgen der Sehnerven-Durchschneidung bei jungen Thieren. Leipzig, 1898; 8°.

Jungklaus (F.). Der Magen der Cetaceen. Jena, 1897; 8°.

Kayser (E.). Beiträge zur Kenntnis der Pyrazol-Carbonsäuren. Jena, 1898; 8°.

Kieschnick (O.). Kieselschwämme von Amboina. Jena, 1898; 8°.

Koppert (A.). Zur Kasuistik des Carcinoms des äusseren Genitalien des Weibes. Jena, 1898; 8°.

Kratzsch (I.). Ueber die Komplikation von Masern mit Diphtherie. Jena, 1898; 8°.

Kwietniewski (C. R.). Ein Beitrag zur Anatomie und Systematik der Actiniarien. Jena, 1897; 8°.

Lemmermann (O.). Beiträge zur Lösung der Frage inwieweit die Pflanzen- und Bodenanalyse imstande ist, über das Kalibedürfniss eines Bodens Aufschluss zu geben. Jena, 1897; 8°.

Limburg (G.). Ueber das Empyem der Stirnhöhle. Jena, 1898; 8°.

Lips (C.). Ueber chronischen Gelenkrheumatismus im Kindesalter. Jena, 1898; 8°.

Lucke (R.). Die Verletzungen und Stricturen der männlichen Harnröhre. Jena, 1898; 8°.

Lüstner (G.). Beiträge zur Biologie der Sporen. Wiesbaden, 1898; 8°.

Martin (A.). Ueber den Einfluss künstlich erhöhter Körpertemperatur auf die Art des Eiweisszerfalles. Leipzig, 1898; 8°.

Matthes (H.). Ueber Methylaethanolamin, Methyldiaethanolamin und 1-Methylmorpholin. Jena, 1898; 8°.

Menko (M. L. H. S.). Die mechanische Behandlung des Hydrops Anasarka. Amsterdam, 1897; 8°.

Meusser (A.). Ueber Appendicitis und Typhlitis mit cachiertem und ungewöhnlichem Verlauf. Jena, 1897; 8°.

Meyer (H.). Fremdkörper in den Luftwegen. Freiburg (Baden), 1897; 8°.

Müller (O.). Untersuchungen über die Veränderungen welche die Respirationsorgane der Säugetiere durch die Anpassung an das Leben im Wasser erlitten haben. Jena, 1897; 8°.

Müller (O.). Versuche über den Kohlensäuregehalt der Luft etc. Naumburg a. S., 1898; 8°.

Müller (W.). Zur normalen und zur pathologischen Anatomie des menschlichen Wurmfortsatzes. Jena, 1897; 8°.

Neubeck (C.). Ueber das 5-Phenylpyrazol. Jena, 1898; 8°.

Peck (E. L.). Ueber die isomeren Diacetbernsteinsäuremethylester. Jena, 1898; 8°.

Pemsel (H.). Ueber die Pyrazol-3 oder 5-Carbonsäure. Jena, 1898; 8°.

Plinke (H.). Ueber neue Isomere einiger Säureamide. Hannover, 1898; 8°.

Rabe (P.). Ueber die Constitution des 1-Phenyl-3-methyl-5-pyrazolons. Jena, 1897; 8°.

Reed (J. O.). Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Brechung und Dispersion einiger Gläser und Krystalle. Jena, 1897; 8°.

Riecke (W.). Beiträge zur Kenntnis der Pyrazolreihe. Jena, 1898; 8°.

Salomon (G.). Ueber Messung und Wägung von Schulkindern etc. Jena, 1898; 8°.

Schenke (H.). Ueber die Stirnhöhlen und ihre Erkrankungen. Jena, 1898; 8°.

Schimpff (W.). Ueber Kondensationsprodukte der Tetrosäure und Anhydrotetronsäure mit Aldehyden, Ketonen und Ketonsäuren. Jena, 1898; 8°.

Schmidt (W.). Ueber Alkoholbasen aus Aethylamin und über die Synthese des 1-Aethylmorpholins. Jena, 1898; 8°.

Schulz (Fr.). Der Eiweisskörper des Hämoglobins. Strassburg, 1898; 8°.

Soetbeer (F.). Ueber die Körperwärme der Poikilothermen wirbelthiere. Leipzig, 1897; 8°.

Stauch (H.). Ueber das 3(5)-Methyl-4-Aethyl-Pirazol. Jena, 1898; 8°.

Stephan (A. W. C.). Ein seltener Fall von embryonaler Missbildung. Jena, 1897; 8°.

Steuer (A.). Doggerstudien. Jena, 1897; 8°.

Trantom (W.). Ueber die isomeren Dibenzoylbernsteinsäuredimethylester. Jena, 1898; 8°.

Dalla ' Bibliothek der Grossh. Technischen Hochschule zu Karlsruhe '.

Heilbronner (M.). Ueber Jodoniumbasen aus o-Jodtoluol. Heidelberg, 1897; 8°.

Luggin (H.). Ueber die photoelektrischen Erscheinungen und den photographischen Prozess. Leipzig, 1897; 8°.

Luggin (H.). Ueber die photoelektrischen Erscheinungen. Stockholm, 1898; 8°.

Luria (S.). Ueber die Einwirkung von Bromwasserstoffsäure auf gebromte Nitrile. Karlsruhe, 1898; 8°.

Programm der Grossherzoglich Badischen Technischen Hochschule zu Karlsruhe für das Schuljahr 1898/99. Karlsruhe, 1898; 8°.

* *Dall'Università di Strassburg i. E.:*

Abramczyk (M.). Ueber die Wärme-Emission des Steinsalzes. Strassburg, 1897; 8°.

Asch (P.). Das Sarkom des Ohres. Strassburg, 1896; 8°.

Bach (C.). Ueber die günstige Beeinflussung bestehender Geisteskrankheiten durch Traumen. Strassburg, 1896; 8°.

Bamberger (S.). Beitrag zur Frage von dem Zusammenhange des Strabismus mit der Refraction des Auges. Strassburg, 1897; 8°.

Betz (P.). Beitrag zu der Lehre von den angeborenen Formfehlern des Ellenbogengelenks. Strassburg, 1897; 8°.

Blind (E.). Mitteilungen über eine Untersuchung der Schädelformen der elsässischen Bevölkerung in alter und neuer Zeit. Strassburg, 1897; 8°.

Brazis (L.). Ueber klinischen Verlauf und Behandlung der angeborenen Lymphangiome der Brustwandung. Tübingen, 1896; 8°.

Breul (L.). Ueber die Vertheilung des Hautpigments bei verschiedenen Menschenrassen. Jena, 1896; 8°.

Buchwald (E.). Ueber den Durchbruch von Uterusfibroiden durch die Bauchwand. Strassburg, 1896; 8°.

Carranza (E.). Ueber maligne Tumoren der Schilddrüse und ihre Behandlung. Strassburg, 1897; 8°.

Cohn (B.). Ueber die Gauss'sche Methode aus den Beobachtungen dreier gleichen Sternhöhen die Höhe, Zeit und Polhöhe zu finden und praktische Hilfsmittel zu ihrer Anwendung. Strassburg, 1897; 4°.

Cromback (J.). Ueber die operative Behandlung von difform geheilten Fracturen am Unterschenkel. Zabern i. E., 1897; 8°.

Delévièleuse (M. R.). Vier Fälle von primärem Vaginalcarcinom. Strassburg, 1897; 8°.

Druxes (J.). Ueber eine specielle Schaarschaar von Flächen zweiter Classe. Strassburg, 1896; 8°.

Ehlert (R.). Horizontalpendelbeobachtungen in Meridian zu Strassburg i. E. von April bis Winter 1895. Leipzig, 1896; 8°.

Eichenwald (A.). Absorption electrischer Wellen in Electrolyten. Strassburg, 1897; 8°.

Erlenbach (E.). Ueber die Isobutylatikonsäure, eine neue Isomere der Isobutylitakonsäure. Strassburg, 1896; 8°.

Feuchtwanger (J.). Ein Uterusmyom mit Knorpel- und Knochenneubildung. Strassburg, 1897; 8°.

Fittig (O.). Die Cysten des Hodens und ihre Entstehung. Strassburg, 1897; 8°.

Frank (J.). Ueber Tuberculose des Penis. Strassburg, 1897; 8°.

Frech (A.). Ueber einen Fall von Extraction eines Fremdkörpers aus der Retina. Strassburg, 1897; 8°.

Frese (O.). Die Convergenzbreite und die musculäre Asthenopie. Strassburg, 1896; 8°.

Fuchs (A.). Gonorrhœ und Wochenbett. Strassburg, 1897; 8°.

Fürst (M.). Heilung einer, durch weitgreifende gangrænöse Zerstörung des Uro-genital-Apparates hervorgerufenen, Incontinentia urinae durch Kolpokleisis. Strassburg, 1897; 8°.

Gasser (C.). Ueber Serumtherapie bei Syphilis. Strassburg, 1897; 8°.

Gerland (G.). Ueber Ziele und Erfolge der Polarforschung. Strassburg, 1897; 8°.

Ginglinger (J.). Ueber abnorme Lokalisationen der Ichthyosis. Strassburg, 1897; 8°.

Ginsberg (M.). Ueber eine merkwürdige Umlagerung im chemischen Molekul. Strassburg, 1897; 8°.

Glökler (F.). Ueber Plattfuss und atypische Plaftfussbeschwerden. Strassburg, 1896; 8°.

Graeupner (M.). Ueber Harnleiterverletzungen im Verlaufe gynäkologischer Operationen. Breslau, 1897; 8°.

Guradze (P.). Zur Casuistik der Gehirntumoren. Ein Fall von multiplen Carcinommetastasen im Gehirn nach Mammacarcinom. Strassburg, 1896; 8°.

Heide (C. C. v. der). Gelatinöse Lösungen und Verflussigungspunkt der Nährgelatine. München, 1897; 8°.

Hensay (J.). Untersuchungen des Central-Nervensystems bei Diabetes mellitus. Strassburg, 1897; 8°.

Jahn (F.). Ueber die Entwicklung der doppelt periodischen Funktionen in doppelt unendliche Fourier'sche Reihen. Strassburg, 1896; 8°.

Jungclaus (H.). Sechs Fälle von Melanosarkom des Auges aus der Strassburger Universitäts-Augenklinik. Strassburg, 1897; 8°.

Kæhlbrandt (F.). Ueber die Oxydation der Isobutyl-Itakonsäure-Citrakonsäure und -Mesakonsäure mit Kaliumpermanganat. Strassburg, 1897; 8°.

Kettner (A. H. E.). Ueber die Isomeren der Pyrocinchonsäure. Strassburg, 1897; 8°.

Kirmsse (E.). Beiträge zur chemischen und pharmakognostischen Kenntniss der Pasta Guarana. Strassburg, 1897; 8°.

Klink (W.). Ueber die Folgen des Eindringens von Urin in die Bauchhöhle. Jena, 1897; 8°.

Koch (J.). Ueber die Verletzungen des Auges durch Schiesspulver. Strassburg, 1896; 8°.

Laufer (O.). Casuistische Beiträge für die Behandlung der nach Abortus an Endometritis subacuta et chronica erkrankten Frauen mit der Curette. Strassburg, 1898; 8°.

Levy (L.). Ueber die Behandlung des Empyems der Brusthöhle bei Kindern. Leipzig, 1897; 8°.

Liman (H.). Komplikationen der Syringomyelie mit hysterischen, epileptischen und psychischen Anomalien. Strassburg, 1896; 8°.

Loewi (O.). Zur quantitativen Wirkung von Blausäure, Arsen und Phosphor auf das isolirte Froschherz. Leipzig, 1896; 8°.

Mayer (E.). Ueber die Oxydation der Hydrocinnamenylacrylsäure (Cinnamenylpropionsäure) und der Phenyl-α-β Pentensäure mit Kaliumpermanganat. Strassburg, 1896; 8°.

Meyerhof (M.). Zur Morphologie des Diphtheriebacillus. München, 1898; 8°.

Munch (F.). Ueber die Entwicklung des Knorpels des äusseren Ohres. Jena, 1897; 8°.

Neumann (M.). Ueber die Beziehungen zwischen Alkoholismus und Epilepsie. Strassburg, 1897; 8°.

Peck (H. A.). The Equinox and Obliquity of the Ecliptic for 1885.5 and the Constant of the lunar Equation. Lynn, Mass. U. S. A., 1897; 4°.

Peleger (J.). Die plötzlichen Todesfälle bei den Geisteskranken. Strassburg, 1897; 8°.

Petkow (N.). Ueber die Dimethylaticonsäure, eine neue Isomere der Teraconsäure. Strassburg, 1897; 8°.

Pfleger (I.). Die plötzlichen Todesfälle bei den Geisteskranken. Strassburg, 1897; 8°.

Reichel (J. W.). Ueber Cervicalgonorrhoe. Strassburg, 1897; 8°.

Reye (W.). Ueber Nachweis und Bestimmung des Fibrinogens. Strassburg, 1898; 8°.

Rose (U.). Ein Beitrag zur Lehre von der apoplektischen Pseudobulbärparalyse. Strassburg, 1897; 8°.

Rosenfeld (M.). Ein Beitrag zur Kenntnis des Salzsauren Hämins. Leipzig, 1897; 8°.

Sander (G.). Beitrag zur Kenntniss der Strychnosdrogen. Strassburg, 1896; 8°.

Schaak (M. F.). Ueber die α-Oxypentensäure und ihre Umlagerung in Lävulinsäure. Strassburg, 1897; 8°.

Scheffer (J. C. T.). Die Serumdiagnose des Typhus abdominalis. Strassburg, 1897; 8°.

Schmith (A.). Ueber Vulva -und Scheidenkrebs. Strassburg, 1897; 8°.

Schorong (A.). Myom mit Gravidität. Strassburg, 1896; 8°.

Schütz-Holzhausen (C. v.). Ueber Extraction eiserner Fremdkörper aus dem Innern des Auges mittelst des Electromagneten. Strassburg, 1896; 8°.

Seyfried (E. v.). Geognostische Beschreibung des Kreuzbergs in der Rhön. Berlin, 1897; 8°.

Simon (H.). Ein Beitrag zur Kenntniss der Militärpsychosen. Saargemünd, 1898; 4°.

Starcke (H.). Ueber einen künstlichen Abort bei einem infantilen rachitischen Zwergbecken. Strassburg, 1896; 8°.

Steckmetz (Fr.). Zur Kasuistik seltener Missbildungen und Erkrankungen des Penis. Tübingen, 1896; 8°.

Steidl (K.). Ueber den Keimgehalt des cervix uteri der gesunden Frau. Strassburg, 1896; 8°.

Stuber (E.). Ueber Hexylaticonsäure, eine neue Isomere der Hexylitaconsäure. Strassburg, 1897; 8°.

Tondeur (A.). Calcium permanganicum als Desinficiens bei Gonorrhoe, eine klinische und bakteriologische Studie. Strassburg, 1896; 8°.

Wertheimer (A.). Ueber die cystischen Fibromyome des Uterus. Strassburg, 1898; 8°.

Willgerodt (H.). Ueber das Verhalten des Peritoneum gegen den künstlich in die Bauchhöhle geleiteten Urin und über die experimentelle Erzeugung der Urämie. Strassburg, 1897; 8°.

Wolff (F. G. R.). Beiträge zur Lehre vom otitischen Hirnabscesse. Strassburg, 1897; 8°.

Zöllner (H.). Zur Therapie der Retroflexio uteri. Strassburg, 1897; 8°.

Belloc (L.). Notizie storiche sul R. Museo Industriale Italiano in Torino. Torino, 1898; 8° (*dall'A.*).

Cauchy (A.). Œuvres complètes, publiées sous la direction de l'Académie des Sciences et sous les auspices de M. le Ministre de l'Instruction Publique. 1° série, t. X. Paris, 1897; 4° (*dono del Governo francese*).

Crepas (E.). Sul Congresso promosso da Mathesis. Milano, 1898; 12° (*dall'A.*)

De Toni (G. B.). I manoscritti di Leonardo da Vinci della Reale Biblioteca di Windsor. Firenze, 1898; 8° (*Id.*).

Galilei (G.). Opere, vol. VIII. Firenze, 1898; 4° (*dono del Ministero dell'Istruzione Pubblica*).

Gegenbaur (C.). Vergleichende Anatomie der Virbelthiere mit Berücksichtigung der Wirbellosen. I Bd. Leipzig, 1898; 8° (*dall'A.*).

Gordon (A. de). Discurso leido el dia 19 de Mayo de 1897 en la sesion solemne conmemorativa de la function de la Real Academia de Ciencias Medicas, Fisicas y Naturales de la Habana. 8° (*Id.*).

— La inspeccion medical oficial en nuestras Escuelas. Habana, 1898; 8° (*Id.*).

Houzeau (J. C.) et **Lancaster** (C.). Bibliographie générale de l'Astronomie. Tome 1er, Ouvrages imprimés et manuscrits; 2me partie. Bruxelles, 1889; 8° (*dono dell'Observatoire Royal de Bruxelles*).

Klein (C.). Die Anwendung der Methode der Totalreflexion in der Petrographie. Berlin, 1898; 8° (*dall'A.*).

— Ueber einen ausgezeichneten Buntkupfererzkrystall vom Frossnitzgletscher, Gross-Venedigerstock, Tyrol. Berlin, 1898; 8° (*Id.*).

Kölliker (A. von). Ueber die Entwicklung der Graaf'schen Follikel. Würzburg, 1898; 8° (*Id.*).

— Ueber Corpora lutea atretica bei Säugetieren. Jena, 1898; 8° (*Id.*).

— Gegen die Annahme von Axencylindertropfen. Jena, 1898; 8° (*Id.*).

Laplace. Œuvres complètes, publiées sous les auspices de l'Académie des Sciences, par MM. les Secrétaires perpétuels. T. XIIme. Paris, 1898; 4°.

Lussana (S.). Sul calore specifico dei gas. Pisa, 1898; 8° (*dall'A.*).
— Breve commento ad appunto fattogli dal Dott. Campetti ad una sua nota. Firenze, 1898; 1 c. 8° (*Id.*).
Mosso (A.). Fisiologia dell'uomo sulle Alpi. Studii fatti sul Monte Rosa. Milano, 1898; 8° (*dall'A.*).
Noether (M.). Francesco Brioschi. Leipzig, 1898; 8° (*Id.*).
Olivella (D.). Mathematicae minima. Cosenza, 1898; 8° (*Id.*).
** **Ostwald** (W.). Lehrbuch der allgemeinen Chemie. II Bd., III Liefg. Leipzig, 1898; 8°.
Pàris (Vice Amiral E.). Souvenirs de Marine. Collection de plans ou dessins de navires et de bateaux anciens ou modernes existants ou disparus avec les éléments numériques nécessaires à leur construction. Paris, 1882-1892, 5 vol. in-f° (*dono dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Francia*).
Piccoli (G.). Un nuovo sterilizzatore a vapore portatile. Napoli, 1898; 8° (*dall'A.*).
— Nuovo processo conservatore per la cura della inversione cronica dell'utero. Napoli, 1898; 8° (*Id.*).
Pirotta (R.) e **Buscalioni** (L.). Sulla presenza di elementi vascolari multinucleati nelle Dioscoreacee. Roma, 1898; 4° (*dal Socio Prof. Pirotta*).
Raddi (A.). Lo stato attuale della spiaggia ligure di Chiavari ed i mezzi per la sua difesa. Chiavari, 1898; 8° (*dalla Società Economica di Chiavari*).
** **Reichenbach** (L.) et (H. G.). Icones florae Germanicae et Helveticae simul terrarum adjacentium ergo Mediae Europae. Tomo 23. Decas 11/12. Lipsiae, 1898; 4°.
Reinhold (A. F.). Nature versus Drugs a Challenge to the Drugging Fraternity. New York, London, 1898; 8° (*dall'A.*).
Righi (A.). Di una nuova forma data all'esperienza di Lecher. Bologna, 1898; 8° (*Id.*).
— Sulla sensibilità alle onde elettriche di certi tubi da scariche. Bologna, 1898; 8° (*Id.*).
Roiti (A.). Elementi di fisica. Vol. I, p. 1ª. Firenze, 1898; 8° (*Id.*).
Schwendener (S.). Gesammelte Botanische Mittheilungen. Berlin, 1898; 2 vol. 8° (*Id.*).
Stossich (M.). Saggio di una Fauna Elmintologica di Trieste e provincie contermini. Trieste, 1898; 8° (*Id.*).
Wiley (H. V.). Composition of Maize (Indian Corn), including the Grain, Meal, Stalks, Fodder and Cobs. Washington, 1898 (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 26 Giugno al 20 Novembre 1898.

* **Abhandlungen** der K. Gesellschaften zu Göttingen. Philologisch-historische Klasse. N. F., Bd. I, Nro. 3. Berlin, 1898; 4°.
* **Abhandlungen** der philologisch-historischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft. Bd. XVIII, No. II. Leipzig, 1898; 8°.
* **Abhandlungen** der historischen Classe der k. bayerischen Akademie der Wissenschaften. Bd. XXI, Abth. 3. München, 1898; 4°.
* **Academiei Române.** Etymologicum magnum Romanae. T. IV (Întroducerea). Bucuresci, 1898; 4°.
  Cimiliturile Românilor de Artur Gorovei (Edit. Acad. Române). Bucuresci, 1898; 8°.
* **Accessions-Katalog.** 10-12; Register 1886-1895. Stockholm, 1896-98; 8° (*dall'Accad. R. delle Scienze*).
* **Acta** et **Commentationes** Imp. Universitatis Jurievensis (olim Dorpatensis), vol. 6°, n. 1, 2. Juriew (Dorpat), 1898; 8°.

** **Allgemeine** Deutsche Biographie. Bd. XLIV, Lfg. 217 u. 218. Leipzig, 1898; 8°.

* **Almanach** der k. Akademie der Wissenschaften. 1897; 8°.
* **Analele** Academiei Romane. Seria II, Tomulu XVIII, 1896-1897. Memoriile Secțiuneĭ istorice. Ser. II, t. XX, 1897-98. Partea administrativă și desbaterile. Bucuresci, 1897-98; 4°.
* **Annales** de la Société d'Archéologie de Bruxelles. T. XII, liv. II. Bruxelles, 1898; 8°.
* **Annales** de l'Université de Lyon; Fasc. XXXVI. Paris, 1898; 8°.
* **Annales** du Musée Guimet.
  Tome XXVI°, 2me et 3me partie. Paris, 1897; 4°.
  Bibliothèque d'études. Tome 6me et 7me.
  Revue de l'Histoire des Religions. Tome XXXVI, n. 1-3; XXXVII, n. 1. Paris, 1897-98; 8°.

* **Annales** du Midi. Revue archéologique, historique et philologique de la France méridionale, n. 33-38 (Janvier 1897-Avril 1898), 8 fasc., 8° (*dall'Université de Toulouse*).

* **Annali** dell'Università di Perugia. Pubblicazioni periodiche della Facoltà di Giurisprudenza. N. S. Vol. VIII, fasc. 1°. Perugia, 1898; 8°.

Annuaire statistique de la ville de Buenos-Ayres. VII° année, 1898. Buenos-Ayres, 1898; 8° (*dalla Direzione Gen. di Statistica municipale*).

* **Annuario** della R. Univers. di Cagliari per l'anno scolastico 1897-98; 8°.

Annuario statistico italiano 1898. Roma, 1898; 8° (*dono del Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

* **Archiv** für österreichische Geschichte. Herausg. von der zur Pflege vaterländischer Geschichte aufgestellten Commission der k. Akad. der Wissenschaften. LXXXIV Bd., Register zu den LI-LXXX. Wien, 1897-98; 8°.

* **Atti** della R. Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti della Società Reale di Napoli; vol. XIX, 1897-98. Napoli, 1898; 4°.

Atti della R. Accademia di scienze, lettere e belle arti di Palermo. 3ª ser., vol. II (1892), vol. III (1894). Palermo, 1893-95; 4°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di Sc. mor., stor. e filol., vol. VI. Notizie degli Scavi: Aprile-Luglio 1898; 4°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V, Classe di Scienze morali, storiche e filologiche; vol. V. Memorie. Roma, 1898; 4°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Rendiconto dell'Adunanza solenne del 12 giugno 1898; 4°.

Atti del Consiglio Provinciale di Torino. Anno 1897. Torino, 1898; 8°.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LVI, disp. 8, 9. Venezia, 1897-98; 8°.

** **Beiträge** zur alten Geschichte und Geographie. Festschrift für Heinrich Kiepert. Berlin, 1898; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig (Philolog.-hist. Classe), 1898, II, III. Leipzig, 1898; 8°.

** **Bibliotheca** Philologica Classica. Vol. XXV, 1898. Trimestre secundum. Berlin, 1898; 8°.

* **Bibliotheca** Indica: A Collection of Oriental Works published by the Asiatic Society of Bengal. New series, No. 910-921. Calcutta, 1897-98; 8°, 4°.

* **Boletin** de la Real Academia de la historia; t. XXXII, cuad. VI; XXXIII, cuad. 1-4. Madrid, 1898; 8°.

Bollettino della Associazione italiana per l'incremento della scienza degli Attuari. N. 2-4. Milano, 1898; 8°.

* **Bollettino** della Società Umbra di Storia Patria. Anno IV, fasc. II, III. Perugia, 1898; 8°.

* **Bulletin** de la Société d'Études des Hautes-Alpes. Seizième année, II° série, Nos. 23-25. Gap, 1897-98; 8°.

* **Bulletin** et **Mémoires** de la Société Nationale des Antiquaires de France. VI° série, t. VI. Mémoires 1895. Paris, 1897; 8°.

* **Bulletin** de la Société Nation. des Antiquaires de France, 1896. Paris; 8°.

* **Bulletin** de la Société de Géographie. 7me sér., t. XIX, 1r trim. 1898. Paris; 8°.

Bulletin de la Société pour la conservation des monuments historiques d'Alsace. II sér., t. XIX, livr. 1r. Strassbourg, 1898; 8°.

* **Bulletin** de l'Université de Toulouse; fasc. 5. Toulouse, 1898; 8°.

Bullettino della Reale Accademia di scienze, lettere e belle arti di Palermo. Anno VIII, 4-6; IX, 4-6: X, 1-6. Palermo, 1892-94; 4°.

* **Catalogue** des Écrits académiques suisses 1897-98. Basel, 1898; 8°.

Città di Torino. Ufficio XII. Dazio. Rendiconto per l'esercizio 1897. Torino, 1898; 4°.

* **Comercio** exterior y movimiento de navegación de la República Oriental del Uruguay, etc. Montevideo, 1898; 8° (*dalla Dirección de Estadística General*).

* **Concorsi** a premio del R. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti. Venezia, 1898; 4°.

* **Cosmos**. Ser. II, vol. XII, 1894-96, fasc. VIII-X. Roma, 1898; 8°.

* **Denkschriften** der k. Akademie der Wissenschaften. Philosophisch-Historische Classe. XLV Bd. Wien, 1897; 4°.

* **Documents & Rapports** de la Société Paléontologique et Archéologique de l'Arrondissement judiciaire de Charleroi. T. XXI. Charleroi, 1897; 8°.

* **Eranos.** Acta philologica suecana. Edenda curavit Vilelmus Lundström. Vol. II, fasc. 2-4, 1897; vol. III, fasc. 1, 1898. Upsaliae; 8°.

* **Giornale** della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno XX, fasc. III. Genova, 1898; 8°.

Inventaire sommaire des Archives Communales antérieures à 1790. Ville de Saint-Pons. Montpellier, 1895; 4° (*dal Governo della Rep. Franc.*).

Inventaire sommaire des Archives Départementales antérieures à 1790.
Drôme. Archives Civiles, sér. E, t. 6me.
Eure-et-Loire. Archives Ecclésiastiques, sér. II, t. 8me.
Gironde. Série et Suppl., t. 1r.
Lot-et-Garonne. Sér. E, Suppl., t. 1r.
Hérauld. Archives Civiles, sér. C, t. 8me.
Oise. Archives Ecclésiastiques, sér. H, t. II.
Vosges. Archives Ecclésiastiques, sér. G, t. II.
Valence, Chartres, Bordeaux, Agen, Montpellier, Beauvois, Épinal, 1897-98; 7 vol. 4° (*Id.*).

Inventaire sommaire des Archives Hospitalières de Lille, antérieures à 1790. T. 2me. Lille, 1898; 4° (*Id.*).

Istituto di Scienze sociali " Cesare Alfieri " in Firenze. Anno XXIV, 1898-99. Firenze, 1898; 8°.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. History Literature. Vol. LXI, Part I, Extra No. 3; Vol. LXVI, Part I, No. 4; Vol. LXVII, Part I, No. 1. Calcutta, 1897-98; 8°.

* **Ljetopsis** jugoslavenske Akademije znanosti i umjetnosti za godinu 1897. Dvanaesti svezak. Zagrebu, 1898; 16°.

** **Litta** (P.). Famiglie celebri italiane. Fasc. 186-188. Milano, 1898; f°.

* **Mémoires** de l'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Savoie. 4° série, t. VI. Chambéry, 1897; 8°.

* **Mémoires** de l'Académie des sciences et lettres de Montpellier; Section des lettres. 2ème série, t. II, n. 1. Montpellier, 1897; 8°.

Mémoires publiés par les Membres de la Mission Archéologique française au Caire. T. XI, 1r fasc. Paris, 1897; 4° (*dal Ministero dell'Istruzione Pubblica e di Belle Arti di Francia*).

* **Memorie** del R. Istituto Lombardo di Scienze e lettere. Classe di lettere, scienze storiche e morali. Vol. XX, fasc. VII. Milano, 1898; 4°.

* **Monumenta** Historiae Patriae. Ser. II, t. XXII. Codex Diplomaticus Cremonae. Aug. Taurinorum, 1898; 8°.

Movimento commerciale del Regno d'Italia nell'anno 1897. Roma, 1898; 4° (*dal Ministero delle Finanze.*

Municipio di Torino. Relazione della Commissione dei Revisori del conto consuntivo dell'esercizio 1897. Torino, 1898; 4°.

* **Nachrichten** von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Philologisch-historische Klasse, 1898, Heft 2-3. Göttingen, 1898; 8°.

** **Petermanns** Mitteilungen aus Justus Perthes' Geographischer Anstalt. Ergänzungsheft N. 125, 126. Gotha, 1898; 8°.

** **Raccolta** ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia. 1898; Vol. I, pp. 1-1280; 8°.

* **Rad** jugoslavenske Akademije znanosti i umjetnosti. Knjiga CXXXIV. Razredi filologijsko-historijsky i filosofijsko-juridički. XLIX. Zagrebu, 1898; 8°.

* **Rendiconto** delle Tornate e dei Lavori dell'Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti della Società Reale di Napoli. N. S., Anno XII, marzo-maggio 1898. Napoli; 8°.

* **Report** of the R. Society of Literature, and List of Fellows 1898. London, 8°.

* **Rozprawy** Akademii Umiejętności wydziat Historyczno-Filozoficzny. S. II, t. XI. Krakowie, 1897; 8°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Classe der Akad. der Wissenschaften zu München. 1898, Heft II; 8°.

* **Sitzungsberichte** der k. Akademie der Wissenschaften. Philosophisch-historische Classe. CXXXVI, CXXXVII Bd., Jahr. 1897. Wien, 1897-98; 8°.

Statistica della Istruzione primaria e normale per l'anno scolastico 1895-96. Roma, 1898 (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

* **Transactions** of the Royal Society of Literature. 2. Series, vol. XIX, part III a. IV; XX, part I. London, 1898; 8°.

Vorlese-Ordnung an der k. k. Leopold-Franzens-Universität zu Innsbruck im Winter-Semester 1898-99; 8°.

Zbornik za narodni život i običaje južnih Slavena. Na svijet izdaje Jugoslav. Akad. znanosti i umjetnosti. Svezak III., Prva polovina. Zagrebu, 1898; 8°.

* ***Dalla Biblioteca Nazionale di Rio de Janeiro:***

Annaes da Bibliotheca Nacional do Rio de Janeiro, Vol. XVIII, XIX, 1896-97. Rio de Janeiro, 1897; 8°.

Annuario de Estatística demographo-sanitaria. Anno I, 1895. Rio de Janeiro, 1897; 8°.

Artigo extrahido do Relatorio apresentado ao Presidente da Republica dos Estados Unidos do Brazil pelo Dr. B. de Campos Ministro da Fazenda. Rio de Janeiro, 1897; 8°.

Circolare che richiama all'osservanza delle norme da seguirsi nella corrispondenza col Contenzioso del Debito Pubblico e col Direttore del Tesoro Federale dagli Uffizi da loro dipendenti. Rio de Janeiro, 1897; 8°.

Decreto N. 2418, de 29 de Dezembro de 1896. Modifica o regulamento sobre a venda de bilhetes da loterias etc. Rio de Janeiro, 1897; 8°.

Estatutos do Club de Engenharia approvados em 6 de Março 1897. Rio de Janeiro, 1897; 8°

Exposição da proposta da receita e despeza do exercicio de 1898 no anno de 1897 9° da Republica. Rio de Janeiro, 1897; 8°.

Leis N. 428 e 429 de 10 de Dezembro de 1896. Rio de Janeiro, 1896; 8°.

Registro Civil da Republica dos Estados Unidos do Brasil, 1894. Rio de Janeiro, 1897; 8°.

Regulamento para a cobrança do imposto do consumo de bebidas fabricadas no paiz. Rio de Janeiro, 1897; 8°.

Relatorio apresentado ao Presidente da Republica dos Estados Unidos do Brazil pelo Ministro de Estado dos Negocios da Industria, Viação e Obras Publicas em Maio de 1897. Rio de Janeiro, 1897; 8°.

Relatorio apresentado ao Presidente da Republica dos Estados Unidos do Brazil pelo Ministro de Estado da Justiça e Negocios interiores em Março de 1897. Rio de Janeiro, 1897; 8°.

Relatorio do Director da Biblioteca Nacional. Rio de Janeiro, 1897; 8°.

Resumo historico da Biblioteca Nacional. Rio de Janeiro, 1897; 8°.

Revista de Engenharia e Industria. III Serie, No. 1. Rio de Janeiro, 1897; 8°.

Rodrigues (J. B.). Vocabulario indigena com a orthographia correcta. Rio de Janeiro, 1893; 8°.

* *Dall' Università di Erlangen:*

Aberer (P.). Die Verjährung der durch Verbreitung von Druckschriften begangenen strafbaren Handlungen. Bonn, 1898; 8°.

Abrahamsohn (W.). Strafrechtliche Studien. Berlin, 1898; 8°.

Adelson (H. von). Beiträge zum Firmenrecht des Handelsgesetzbuches. Berlin, 1897; 8°.

Aebert (B.). Ueber individuelle und sociale Erziehung nach Schleiermacher. Breslau, 1898; 8°.

Arendt (K.). Die Rechte des Gläubigers, welchem die an Erfüllungsstatt gegebene Sache evinciert worden ist. Kiel, 1898; 8°.

Bartels (E.). Welche Unterschiede bestehen zwischen der Vertretung des Kaufmannes durch den Prokuristen, etc... Stade, 1897; 8°.

Baumann (A.). Kurfürst Max III. Josef von Bayern und das bayerische Handelswesen. Kaiserslautem, 1898; 8°.

Becher (B.). Die rechtliche Natur der internationalen Verträge Elsass-Lothringens. Berlin, 1897; 8°.

Becker (R.). Das Selbsteintrittsrecht des Kommissionärs in Kommissionsgeschäft auf Grundlage des Börsengesetzes. Andernach, 1897; 8°.

Belian (A.). Ist der Satz der L. 10 § 1 de compens. 16, 2 allgemein gültig oder nur unter besonderen Umständen richtig und welche Konsequenzen ergeben sich aus der Beantwortung dieser Frage für die Natur der condictio indebiti? Erlangen, 1898; 8°.

Bensche (P.). Die Grundsatze für das Verhältnis des bürgerlichen Gesetzbuches zum Reichs= und Landesrecht. Prenzlau, 1898; 8°.

Berg (A.). Wie ist in Preussen die Enthauptung zu vollstrecken? Frankfurt a. M., 1897; 8°.

Berlé (F.). Wechselforderungen zwischen Kontokorrentgenossen. Heidelberg, 1897; 8°.

Bicheroux (R.). Die Rechtliche Bedeutung eines Theaterbillets. Dusseldorf, 1897; 8°.

Bickel (F.). Welche rechtlichen Folgen ergeben sich aus der mangelhaften Beschaffenheit der an Erfüllungsstatt gegebenen Leistung gemäss den Vorschriften des römischen Rechtes? Wiesbaden, 1897; 8°.

Bigenwald (C.). Ueber die Begriffe " casus „ und " vis maior „ etc. Crefeld, 1897; 8°.

Bing (M.). Das Verhältnis des Auftrages zur Vollmacht etc... Köln, 1897; 8°.

Blatzheim (H.). Kann derjenige, welcher nicht selbst Besitzer, sondern nur Stellvertreter des dritten Besitzers einer Sache ist, durch constitutum possessorium den Besitz der Sache weiter übertragen? Bonn, 1898; 8°.

Blumensath (R.). Die Religion und ihr strafrechtlicher Schutz. Berlin, 1898; 8°.

Bogdanovitz (W.). Behandlung der Begünstigung nach §§ 50, 250b des serbischen St. G. B. Erlangen, 1898; 8°.

Bornstein (P.). Gottfried Ploucquets Erkenntnistheorie und Metaphysik. Potsdam, 1898; 8°.

Braem (A.). Der gothaische Schulmethodus. Berlin, 1897; 8°.

Brass (Fr.). Wird derjenige der in der Oeffentlichkeit einen Vertreter für einen Geschäftskreis bestellt, durch dessen Handlungen auch dann berechtigt resp. verpflichtet, wenn der Vertreter zwar innerhalb des Geschäftskreises, aber nicht im Namen des Vertretenen gehandelt hat? Bonn, 1898; 8°.

Breunung (A.). Ist die dem Käufer nach l. 13, § 20, Dig. de act. emt. et vend. obliegende Verpflichtung zur Verzinsung des rückständigen Kaufpreises durch den angegebenen Grund gerechfertigt? Bonn, 1897; 8°.

Brügel (C.). Die ansbacher Schneiderzunft. Ansbach, 1897; 8°.

Brühl (L.). Die Voraussetzungen der Klage aus der nützlichen Verwendung nach gemeinem und preussischem Recht. Berlin, 1898; 8°.

Buchholtz (J.). Quellenmässige Abhandlung über Begriff und Handhabung der Erudition in den Gymnasien der Jesuiten. Greifswald, 1898; 8°.

Buchmann (F.). Die Stellung des Adressaten im Frachtgeschäft etc. Regensburg, 1897; 8°.

Claus zu Egloffstein. Das Selbsteintrittsrecht des Commissionärs. Halle a. S., 1898; 8°.

Cohn (M.). Die rechtliche Natur des Erfinderrechts nach dem Reichspatentgesetz. Berlin, 1897; 8°.

Cremer (H.). Beschränkte Nichtigkeit. Euskirchen, 1897; 8°.

Daudert (W.). Ueber den Anspruch des Pfandgläubigers auf die Früchte der verpfändeten Sache. Erlangen, 1897; 8°.

Daumiller (H.). Die Tradition zur Erfüllung eines Kaufgeschäfts nach römischem Recht und die Tradition nach heutigem Handelsrecht. Stuttgart, 1897; 8°.

David (M.). Das Targum Scheni zum Buche Esther etc. Krakau, 1898; 8°.

Deit (A.). Ueber die Entstehung der Reichstandschaft der Städte. München, 1898; 8°.

Dietzschold (R.). Das durchstrichene Accept. Berlin, 1898; 8°.

Donath (A.). Ueber das Verhältnis der Verträge zu Gunsten dritter zu den Schuldübernahmearten nach gemeinem Recht und dem Rechte des bürgerlichen Gesetzbuchs. Köln, 1897; 8°.

Donle (F.). Der Phonograph und seine Stellung zum Rechte. Neuburg a. D., 1897; 8°.

Duske (G.). Die Formen und Voraussetzungen einer Verfassungsanderung im deutschen Reiche gegenüber einer solchen in Preussen. Berlin, 1897; 8°.

Dutoit (J.). Zur Festordnung der grossen Dionysien. Speier, 1898; 8°.

Eberhard (A.). Der Kauf des Lotterielooses nach gemeinem Rechte und nach bürgerlichem Gesetzbuche. München, 1898; 8°.

Eckardt (R.). Montesquieu und die preussische Verfassung. Hoerde; 8°.

Eheberg (K. Th.). Die industrielle Entwickelung Bayerns seit 1800. Erlangen, 1897; 4°.

Engelmann (E.). Beiträge zur Rechtsstellung der Organe der Armenpflege im Invaliditäts- und Altersversicherungsgesetze. Dresden, 1897; 8°.

Epenstein (H.). Das Mandat im Kommissionsgeschäft des deutschen Handelsgesetzbuches. Hirschberg Schl., 1897; 8°.

Ertel (P.). Der Automatenmissbrauch und seine Charakterisierung als Delikt nach dem Reichsstrafgesetzbuche. Berlin, 1898; 8°.

Eschenburg (B.). Anwendung der ädilicischen Rechtsmittel auf den Gattungskauf nach gemeinem Recht. Kiel, 1897; 8°.

Etzel (W.). Die Krankeversicherung der land- und forstwirtschaftlichen Arbeiter sowie der Dienstboten in Württemberg. Stuttgart, 1898; 8°.

Euler (J.). Das Universal-Fideikommiss des gemeinen Rechts etc. Düsseldorf, 1898; 8°.

Fliess (J.). Die Verplichtung der Handlungsgehilfen zur Wahrung von Geschäftsgeheimnissen. Berlin, 1898; 8°.

Floss (A.). De collegiis juvenum quaestiones epigraphicae. Bonnae, 1897; 8°.

Fränkel (P.). Ueber die Entstehung von Stiftungen nach gemeinem Recht und bürgerlichem Gesetzbuch. Berlin, 1898; 8°.

Freundlich (A.). Das Verfahren nach dem Reichsgesetz, betreffend die Gewerbegerichte vom 29. Juli 1890 etc. München, 1897; 8°.

Friedmann (J.). Aristoteles' Analytica bei den Syrern. Berlin, 1898; 8°.

Frieg (F.). Die rechtliche Construction der Postanweisung. Dortmund, 1897; 8°.

Gangloff (A.). Das gesetzliche Pfandrecht des Frachtführeres am Frachtgut. Barut (Mark), 1897; 8°.

Geiseler (W.). Das Pfandrecht an Forderungen nach gemeinem Civilrecht etc. Strassburg i. E., 1898; 8°.

Gessner (H.). Die Ministerverantwortlichkeit nach hessischem Staatsrecht. Erlangen, 1898; 8°.

Gietl (A.). Das Dienstverhältnis der nichtpragmatischen statusmässigen Beamten und Bediensteten. Bassau, 1897; 8°.

Gotthelf (W.). Ueber Kauf mit Vorbehalt des Umtausches. Berlin-Hannover, 1898; 8°.

Greven (L.). Können Schulden durch Zeitablauf erlöschen? Köln, 1898; 8°.

Greven (W.). Das negative Vertragsinteresse nach gemeinem Recht unter Berücksichtigung der Bestimmungen des bürgerlichen Gesetzbuches für das deutsche Reich. Köln, 1898; 8°.

Halfern (C. von). Die Rechte der unehelichen Kinder nach gemeinem Recht und bürgerlichem Gesetzbuch. Aachen, 1898; 8°.

Hammerschlag (E.). Geltung und Tragweite des Satzes: " *Universitas non delinquit* „ nach gemeinem Civilrecht. Halle a. S., 1898; 8°.

Hartmann (W.). Der Eintritt in ein gegenseitiges Schuldverhältnis nach dem bürgerlichen Gesetzbuch. Hückeswagen, 1898; 8°.

Haszlacher (J.). Die Haftung des Verkäufers für Fehler und Mängel nach gemeinem Recht etc. Köln, 1897; 8°.

Heberle (J.). Aus welchen Gründen ist der beendete Versuch stets geringer zu strafen als das vollendete Verbrechen? Biberach a/Riss., 1896; 8°.

Heerdegen (Th.). Das Merkantil-Friedens- und Schiedsgericht der Stadt Nürnberg und seine Geschichte. Nürnberg, 1897; 8°.

Heilbronner (J.). Der Begriff " Unterdruckung wahrer Thatsachen „ beim Betruge. München, 1898; 8°.

Heine (F.). Die relocatio tacita nach gemeinem und preussischem Rechte nebst einem Anhange über die einschlägigen Bestimmungen des bürgerlichen Gesetzbuches. Erlangen, 1898; 8°.

Hellenbreich (H.). Erfüllung der Verträge im Konkurse. M. Gladbach, 1897; 8°.

Heller (F.). Die Grundzüge des Gesellschaftsrechts nach dem bürgerlichen Gesetzbuch für das deutsche Reich. Berlin, 1898; 8°.

Herrmanns (E.). " Der Fall der lex 29 Dig. 10, 2 und die Concurrenz der beiden Rechtssätze: *Pignoris causa est indivisa* und *Nomina sunt ipso iure divisa* „. Köln, 1898; 8°.

Hertzberg (K. von). Die Aufrechung des bürgerlichen Gesetzbuches ein merum ius compensationis. Berlin, 1898; 8°.

Hertzer (W.). Verpflichtungen und Rechte des ausgeschiedenen oder ausgestossenen Socius gegen die offene Handelsgesellschaft. Strassburg i. E., 1898; 8°.

Heumann (G.). Das Verhältnis des Ewigen und des Historischen in der Religionsphilosophie Kants und Lotzes Erlangen, 1898; 8°.

Heurung (A.). Der Begriff des " Unternehmens „ im Strafrecht. München, 1897; 8°.

Hoeniger (F.). Bleibt der mit Unrecht absolvierte Schuldner naturaliter verpflichtet? Halle a. S., 1897; 8°.

Hoever (N.). Ueber das Verhältnis des pignus nominis zu der cessio in securitatem nach gemeinem Recht. Münstereifel, 1898; 8°.

Hoffmann (L.). Eine systematische Darstellung der nach dem Sprengstoffgesetze vom 9. Juni 1884 strafbaren Handlungen. Erlangen, 1897; 8°.

Hoffmann (W.). Die heredis institutio ex re certa bei Konkurrenz von gehörig eingesetzten Erben. Berlin, 1897; 8°.

Höhnen (L.). Die Lehre vom Niessbrauch an Forderungen nach gemeinem Recht. Breslau, 1897; 8°.

Horion (J.). Die juristische Natur der "*gemeinschaftlichen Mauer*", etc. Grevenbroich, 1897; 8°.

Jacobskötter (A.). Die Psychologie Dieterich Tiedemanns. Erlangen, 1898; 8°.

Jaeger (E.). Libertät und Vasallität etc. München, 1897; 8°.

Jaeger (F.). Die Umwandlungsklage im deutschen Haftrechte jetzt und nach 1900. Berlin, 1898; 8°.

Jarres (K.). Ueber die Art der Teilung des Miteigentums an gemeinschaftlichen Grenzmauern nach gemeinem Rechte etc. Berleburg, 1898; 8°.

Jeselsohn (M.). Zur Auslegung des Paragraphen 216 R.-St.-G. B. Mannheim, 1896; 8°.

Jonas (J.). Begriff u. Bedeutung der bona fides bei der Ersitzung und Klagenverjährung. Kiel, 1897; 8°.

Jonas (L.). Die eingetragenen Genossenschaften mit unbeschränkter Haftpflicht und mit unbeschrankter Nachschusspflicht in ihren Unterschieden beleuchtet. Sagan, 1898; 8°.

Junghann (O.). Bilden das mandatum tua gratia und die Empfehlung einen Verpflichtungsgrund? Berlin, 1898; 8°.

Karpinski (A.). Haftung des malae fidei possessor als dolo malo desinens possidere mit der rei vindicatio bei Veräusserung und seine Haftung bei culposem Untergang der mala fide besessenen Sache. Erlangen, 1898; 8°.

Kastner (L.). Der Begriff Selbstverwaltung im Sinne des Artikel 1 der diesseitigen bayerischen Gemeindeordnung vom 29 April 1869. München, 1897; 8°.

Katte (B. von). Der § 240 des Strafgesetzbuches. Berlin, 1898; 8°.

Katz (A.). Zur Lehre vom Vorkaufsrecht nach dem bürgerl. Gesetzbuch für das deutsche Reich. Erlangen, 1898; 8°.

Kentenich (F.). Die rechtliche Behandlung des Zufalls beim Werkvertrag nach dem deutschen bürgerlichen Gesetzbuch. Bonn, 1898; 8°.

Kettner (R.). Die actio de in rem verso utilis nach allgemeinem Landrecht unter Berücksichtigung des gemeinen Civilrechts. Bonn, 1897; 8°.

Kirchner (J.). Die Hauptweissagungen des Buches Daniel etc. Treuenbrietzen, 1898; 8°.

Kissler (O.). Haftet nach gemeinem Recht der ehmalige Besitzer einer fremden Sache, welcher sie gegen Entgelt veräussert hat, dem Eigenthümer derselben auf Herausgabe des Kaufpreisses? Herford, 1898; 8°.

Klein (F.). Welche Ansprüche entstehen aus dem Betruge bei dem Vertragsschlusse? Kiel, 1898; 8°.

Klepzig-Giebmans (G.). Die materiellrechtlichen Wirkungen des Prozessbeginns. Bonn, 1897; 8°.

Kley (J.). Welche Eingriffe können mit der actio negatoria abgewehrt werden? Köln, 1897; 8°.

Knuth (G.). Rechte und Pflichten des Pfarrers am Pfarrgut etc. Halle a. S., 1897; 8°.

Kögel (F.). Wie weit ist der Pächter, der gutgläubig von besitzenden Nichteigentümer ein fruchttragendes Grundstück gepachtet hat, dem Eigentümer desselben zum Fruchtersatz verpflichtet, unter Voraussetzung, dass der Pächter von der Geltendmachung einer nominatio auctoris absieht, nach gemeinem Recht unter Berücksichtigung der Vorschriften des bürgerlichen Gesetzbuches? Soest, 1898; 8°.

Kohlen (A.). Das Affektionsinteresse bei Obligationen. Krefeld, 1898; 8°.

Koref (L.). Die verschiedenen Arten von Depots an Wertpapieren juristisch charakterisiert etc. Erlangen, 1898; 8°.

Krautwig (J.). §§ 148, 151 des Reichsgesetzes, betr. die Invaliditäts- und Altersversicherung v. 22. Juni 1889. Bonn, 1898; 8°.

Langen (H.). Einfluss der Abrechnung auf die Bürgschaft. Crefeld, 1897; 8°.

Latz (R.). Das Blanket-Akzept, ein Beitrag zur Lehre vom Akzept. Berlin, 1897; 8°.

Lehning (M.). Das Wesen des Rechtes auf Gemeingebrauch öffentlicher Sachen nach heutigem gemeinem Recht und nach preussischem Landrecht. Elberfeld, 1898; 8°.

Lehwess (E. E.). Rechtsfragen bei der Verheiratung einer regierenden, insbesondere einer deutschen Fürstin mit einem auswärtigen, bezw. ausländischen Prinzen. Freiburg i. B., 1897; 8°.

Lenders (H.). Inwieweit kommen beim Commissionsgeschäfte des deutschen Handelsgesetzbuchs die Grundsätze vom Mandat zum Ausdruck? Köln, 1896; 8°.

Lewinsohn (E. R.). Das annuum Legatum im gemeinen und preussischen Recht. Berlin, 1897; 8°.

Liebling (K.). Ueber das Verhältnis zwischen Raub und Erpressung. Berlin, 1897; 8°.

Lilie (F.). Schadenseratz bei unwirksamen Verträgen nach dem bürgerlichen Gesetzbuch etc. Magdeburg, 1898; 8°.

Lind (P. von). Immanuel Kant und Alexander von Humboldt. Erlangen, 1897; 8°.

Löhe (C.). Die Rechtsstellung des Agenten einer Versicherungs-Gesellschaft auf Aktien. Köln, 1897; 8°.

Lohmann (A.). Das gewohnheitsmässige Verbrechen. Halberstadt, 1898; 8°.

Löwenstein (J.). Maimonide's Commentar zum Tractat Bekhoroth im arabischen Urtext etc. Berlin, 1897; 8°.

Lüdde (H.). Das Recht des Kommissionshandels nach dem neuen Handelsgesetzbuch und dem bürgerlichen Gesetzbuch. Marburg, 1897; 8°.

Lurz (G.). Ueber die Heimat Pseudoisidors. München, 1898, 8°.

Malweg (P.). Einwilligung und Genehmigung im bürgerlichen Gesetzbuch. Langendreer, 1898; 8°.

Mannesmann (F. F.). Das einseitige Versprechen als Verpflichtungsgrund im gemeinen Recht. St. Johann-Saarbrücken, 1897; 8°.

Matthaei (W.). Das Recht des debitor cessus, dem Cessionar gegenüber mit Forderungen gegen des Cedenten zu kompensieren. Erlangen, 1897; 8°.

Mauersberg (H.). Die Anfänge der asketischen Bewegung im Abendlande. Osnabrück, 1897; 8°.

Mengers (S.). Der Vergleich und der Irrtum beim Vergleich nach dem bürgerlichen Gesetzbuch. Berlin, 1898; 8°.

Mertz (G.). Ueber Stellung und Betrieb der Rhetorik in den Schulen der Jesuiten, etc. Heidelberg, 1898; 8°.

Mesnil (H. du). Beiträge zur Lehre von der Idealconcurrenz. Frankfurt a. Oder, 1898; 8°.

Meumann (E.). Der Verzug des Schuldners nach dem Recht des bürgerlichen Gesetzbuches für das deutsche Reich. Magdeburg, 1898; 8°.

Meyer (J.). Spicilegium emendationum et observationum in novissimam Athenaei editionem. Ratisbonae, 1898; 8°.

Meyer (S.). Eigentumserwerb an Wertpapieren. Bernburg, 1897; 8°.

Meyer (W.). Die Teilnahme an Fahrlässig begangenen Handlungen. Malstatt-Burbach, 1897; 8°.

Michelsen (H. C.). Die Klage des Verkaufers gegen den Käufer auf Abnahme der Ware nach gemeinem Zivilrecht und Handelsrecht. Handersleben, 1897; 8°.

Moll (E.). Die neuere Gewerkschaft etc. Bielefeld, 1898; 8°.

Moser (K.). Der minderjährige Kaufmann im gemeinen Recht unter Berücksichtigung des bürgerlichen Gesetzbuches für das deutsche Reich. München, 1897; 8°.

Mugler (K.). Ueber Ganerbschaften in den einst kurpfälzischen Landen. Landau, 1897; 8°.

Müller (H.). Die Bedeutung der Form in den vermögensrechtlichen Geschäften nach gemeinem Recht. Köln a. Rh., 1897; 8°.

Müller (W.). Die Klageverjährung im internationalen Privatrecht. Konitz Wpr., 1898; 8°.

Münzer (F.). Welche folgen hat ein Irrtum des Stellvertreters oder des Prinzipals bei einem von Ersterem abgeschlossenen Reichtsgeschäft? Berlin, 1897; 8°.

Nakatenus (A.). Plus est in re quam in existimatione und plus est in opinione quam in veritate. Köln, 1898; 8°.

Neumann (E.). Der rechtliche Charakter des Staatsdienstes in Preussen. Berlin, 1897; 8°.

Niggl (A.). Der Zoll im alten deutschen Recht und nach modernem Reichsrecht. Regensburg, 1897; 8°.

Noetzel (Th.). Die aussergerichtliche compensatio necessaria nach gemeinem Recht. Marburg a. L., 1898; 8°.

Oertel (H.). Ueber den Sprachgebrauch des Pomponius Mela. Erlangen, 1898; 8°.

Oesterreich (K.). Das Recht des Finders verlorener Sachen unter besonderer Berücksichtigung des B. G.-B. Bonn, 1898; 8°.

Oppenheimer (A.). Die Stellung der Gläubiger eines überschuldeten Nachlasses zu einer vom Verstorbenen zu Gunsten einer bestimmten Person abgeschlossenen Lebensversicherung. M. Gladbach, 1897; 8°.

Otte (W.). Die Voraussetzungen, Umfang und Endigung der Alimentationspflicht nacht gemeinem Recht etc. Erlangen, 1898; 8°.

Peisert (C.). Der rechtliche Inhalt einer Geldschuld mit besonderer Berücksichtigung von Währungsänderungen. Dusseldorf, 1897; 8°.

Petersen (L.). Ueber den Schadensersatz bei nichtigen Verträgen nach dem gemeinen Recht und nach dem bürgerl. Gesetzbuch für das deutsche Reich. Kiel, 1897; 8°.

Petsch (J.). Die Busse des Reichsstrafgesetzbuches in ihrem Verhältnis zum Schadensersatzanspruch des gemeinen Civilrechts. Berlin, 1898; 8°.

Pflaum (O.). Ueber Gesetzeskonkurrenz. München, 1898; 8°.

Pöhlmann (H.). Die Erkenntnistheorie Rud. Herm. Lotzes. Erlangen, 1897; 8°.

Probst (P.). Die rechtliche Behandlung des casus bei der locatio conductio operis etc. Erlangen, 1897; 8°.

Reinhardt (E.). Lotzes Stellung zur Offenbarung. Berlin, 1897; 8°.

Rhein (O. v.). Das Recht des Kaisers zu Initiativ-Anträgen im Vundesratlze. Cassel, 1897; 8°.

Ritthausen (H.). Ueber den Besitzerwerb des Klägers als wesentliche Voraussetzung der actio Publiciana; Königsberg i. Pr., 1898; 8°.

Roessler (W. von). Von welchem Moment datirt nach gemeinem Recht die Credithypothek? Limburg a. d. Lahn, 1897; 8°.

Rosenberg (H.). Die dingliche Wirkung des Vermächtnisses nach römischem Recht. Köln, 1897; 8°.

Rosenwald (C.). Die Revision bei Gründung von Aktiengesellschaften etc. München, 1898; 8°.

Saelmans (M.). Kann die Nichtgeltendmachung des beneficium competentiae gegenüber der Forderung aus einem Schenkungsversprechen als unentgeltliche Verfügung im Sinne des § 25 Abs. 1. der Konkursordnung angefochten werden? Crefeld, 1897; 8°.

Schalkhausser (G.). Aeneas von Gaza als Philosoph. Erlangen, 1898; 8°.

Scheurl (E. F. von). Die Annahme an Kindesstatt nach dem bürgerlichen Gesetzbuch. Nürnberg, 1897; 8°.

Schindlbeck (L.). Erbunwürdigkeit nach dem bürgerlichen Gesetzbuche unter Hinweis auf das bisher geltende Recht. Landshut, 1898; 8°.

Schlichting (A.). Ueber den Einfluss des Zwanges auf Testamente nach gemeinem Recht. Breslau, 1898; 8°.

Schmahl (G.). Die Rechtliche Behandlung des Zufalls beim Werkvertrag nach gemeinem Recht und dem bürgerlichen Gesetzbuch für das deutsche Reich. Trier, 1898; 8°.

Schramm (C.). Das Namenrecht. Weilheim, 1897; 8°.

Schraudner (L.). Die Versetzung nach katholischem Kirchenrecht. München, 1898; 8°.

Schreier (L.). Die Lehre des bürgerlichen Gesetzbuches etc. Köln, 1898; 8°.

Schulte (F.). Inwiefern unterscheidet sich der Satz: res succedit in locum pretii in der Erbschaftsklage und der Dotalklage? Bückeburg, 1897; 8°.

Schuster (M.). Ein Vorschlag zur Lösung der Agrarfrage. Tübingen, 1898; 8°.

Selbiger (L.). Das Recht des Theaterdirektors auf Zurückweisung ihm missliebiger Personen. Berlin, 1897; 8°.

Siebeneicher (F.). Die Rechtstellung desjenigen dem der Niekbraucher die Ausübung des Niekbrauches übertragen hat. Berlin, 1897; 8°.

Sieckmann (C.). Die rechtliche Natur der Klage auf die einzelne fällige Leistung aus der Reallast. Minden, 1898; 8°.

Sonnenthal (O.). Ist Besitz nothwendige Voraussetzung der actio Publiciana? Dessau, 1898; 8°.

Stadtländer (G.). Liegt in dem Pfandvorzugsverzicht eine Intercession? Herford, 1898; 8°.

Stargardt (O.). Anspruchsverjährung und Klageverjährung. Berlin, 1898; 8°.

Stassen (J.). Ansprüche des Besitzers wegen Verwendungen dem klagenden Eigentümer gegenüber. Bonn, 1898; 8°.

Stephany (W.). Die Bedeutung des Willens bei Rechtsgeschäften. Charlottenburg, 1897; 8°.

Strauss (A.). Ueber die Konventionalstrafe nach der neuen Reichsgesetzgebung. München, 1898; 8°.

Tentler (P.). Die juristische Konstruktion der Versteigerung etc. Berlin, 1897; 8°.

Tetens (F.). Cession und Einkassierungsvollmacht. Kiel, 1898; 8°.

Thiele (W.). Das Wesen des Gemeingebrauches an den res privatae, unter besonderer Berücksichtigung seines Verhältnisses zu den Servituten, nach gemeinem Recht. Berlin, 1898; 8°.

Uebersicht des Personal-Standes bei der kgl. bay. Friedrich-Alexanders-Universität Erlangen nebst dem Verzeichnisse der Studierenden im Winter-Semester 1897-98, u. Sommer-Semester 1898; 8°.

Ury (L.). Ueber die Gefahrstragung bei der locatio conductio operis nach gemeinem Rechte. Berlin, 1897; 8°.

Varnhagen (H.). De bello in Italia superiori A. D. 1522 gesto. Erlangen, 1897; 4°.

Vasold (J.). Ueber das Verhältnis der isokrateischen Rede zu Platons Apologia Socratis. München, 1898; 8°.

Verzeichniss der Vorlesungen, welche an der K. Bayerischen Friedrich-Alexanders-Universität Erlangen im Winter-Semester 1897-98; Sommer-Semester 1898; 8°.

Volmer (K.). Cessibilität der Konventionalstrafen. Berlin, 1898; 8°.

Vowinckell (E.). Beiträge zur Lehre von der Amortisation der Wertpapiere. Dusseldorf, 1898; 8°.

Wagner (P.). Beitrag zur Lehre von den Objekten des Verbrechens insbesondere zur Lehre von den Objekten der Vermögensdelikte. Darmstadt, 1897; 8°.

Walkhoff (O.). Beiträge zum feineren Bau des Schmelzes und zur Entwickelung des Zahnbeins. Leipzig, 1897; 8°.

Wäntig (G.). Kauf bricht nicht Miete. Hamburg, 1898; 8°.

Weber (M.). Unterschied zwischen Verjährung und Befristung. Erlangen, 1898; 8°.

Weichert (P.). Ueber den Begriff des Selbsteintrittsrechtes des Kommissionärs. Pirna, 1898; 8°.

Weinand (E.). Die Höhere Gewalt im neueren Reichsrecht. Köln, 1897; 8°.

Wertheimer (E.). Der Erbschaftskauf nach dem bürgerlichen Gesetzbuch. Kaiserslautern, 1898; 8°.

Westen (G.). Die actiones in rem scriptae im römischen Recht und die dinglich radicierten Obligationen im bürgerlichen Gesetzbuch für das deutsche Reich. Barmen, 1897; 8°.

Weyl (B.). Hat der Pfandgläubiger das Recht der Weiterverpfändung? Cleve, 1898; 8°.

Wilke (F.). Die Streitfrage nach dem rechtlichen Schicksal des von einem Unbefugten okkupierten Wildes. Berlin, 1898; 8°.

Wirsel (K.). Der Zufall beim Kauf nach gemeinem und preussischem Recht unter Berücksichtigung der Bestimmungen des bürgerlichen Gesetzbuches für das deutsche Reich. Bonn, 1898; 8°.

Wolf (B.). Die Geschichte des Propheten Jona. Berlin, 1897; 8°.

Wolff (F.). Der Staat und die öffentlich-rechtlichen Korporationen. Erlangen, 1897; 8°.

Wolff (J.). Der Begriff des Besitzes nach dem deutschen bürgerlichen Gesetzbuch. Neuss, 1898; 8°.

Wolters (C.). Die eingetragenen Genossenschaften mit Unbeschränkter Haftpflicht etc. Berlin, 1897; 8°.

Worobkiewicz (K.). Zur Handelsvertragspolitik. Erlangen, 1897; 8°.

Wulff (L.). Die Geschichte der grossstaatliche Rentenschulden und das Problem ihrer Tilgung in grossen Zügen. Leipzig-A., 1898; 8°.

Wussow (F.). Die Wirkung der Anerkennung eines nichtigen Testaments etc. Berlin, 1898; 8°.

Zadig (G.). Die Kriterien der Rückführbarkeit etc. München, 1898; 8°.

* ***Dall' Università di Giessen:***

Beermann (M.). Maimonide's Commentar zum Tractat Edujòth. Abschnitt I, 1-12. Berlin, 1897; 8°.

Emmrich (L.). Das Siegeslied (Exodus, cap. 15), eine Schrifterklärung des Samaritaners Marqah. Berlin, 1897; 8°.

Frank (R.). Studien zum Polizeistrafrechte. Giessen, 1897; 4°.

Grieb (R.). Das europäische Oedland, seine Bedeutung und Kultur. Giessen, 1898; 8°.

Hellwig (J.). Die Stellung des attributiven Adjectivs im Deutschen. Halle a. S., 1898; 8°.

Horn (W.). Beiträge zur deutschen Lautlehre. Leipzig, 1898; 8°.

Janssen (V. F.). Die Prosa in Shaksperes Dramen. Strassburg, 1897; 8°.

Michel (O.). Der strafbare Betrug im Civilprozess. Breslau, 1897; 8°.

Ostern (K. A.). Die Schlüsselgewalt der Frau nach dem Rechte des B. G. B. Worms a. Rh., 1898; 8°.

Pagenstecher (F. A.). Die Thronfolge im Grossherzogthum Hessen. Mainz, 1898; 8°.

Personal-Bestand der Grossherzoglich Hessischen Ludwigs-Universität zu Giessen. Winterhalbjahr 1897-98. Sommerhalbjahr, 1898; 8°.

Rausch (G.). Zur Geschichte des deutschen Genetivs seit der mittelhochdeutschen Zeit. Darmstadt, 1897; 8°.

Reitz (V.). Das Grundbuchsrecht in Rheinhessen. Mainz, 1898; 8°.

Sachs (H.). Die Partikeln der Mischna. Kirchhain, 1897; 8°.

Seebach (E.). Die Lehre von der bedingten Unsterblichkeit in ihrer Entstehung und geschichtlichen Entwickelung. Krefeld, 1898; 8°.

Vorlesungsverzeichniss der Grossherzoglich Hessischen Ludwigs-Universität zu Giessen. Sommerhalbjahr 1898; Winterhalbjahr 1898-99; 8°.

Warszawski (L.). Die Peschitta zu Jesaja (Kap. I-39), ihr Verhältnis zum massoretischen Texte, zur Septuaginta und zum Targum. Berlin, 1897; 8°.

Weinel (H.). משח und seine Derivate linguistisch-archäologische Studie. Leipzig, 1898; 8°.

* *Dall' Università di Jena:*

Ballauff (F.). Entstehung und Bedeutung des Gefühls im Leben der einheitlichen Seele mit besonderer Rücksicht auf die praktischen Ideeen Herbarts. Aurich, 1898; 4°.

Berg (E.). Ueber die Beziehungen der landwirtschaftlichen Bevölkerung nach Qualität und Quantität zur Intensität des landwirtschaftlichen Betriebes. Jena, 1898; 8°.

Dzialas (F.). Die Entwickelung und die Bedeutung der Schafhaltung in der deutschen Landwirtschaft während des 19. Jahrhunderts. Stargard i. Pomm., 1898; 8°.

Fechheimer (S. S.). Ueber die Bedeutung Ruskins für das Leben und die Erziehung in England. Jena, 1898; 8°.

Füsslein (W.). Hermann I Graf von Henneberg (1224-1290) und der Aufschwung der hennebergischen Politik. Jena, 1897; 8°.

L'Arronge (H.). Aristoteles als Menschenkenner. Jena, 1897; 8°.

Lemcke (E.). Testkritische Untersuchungen zu den Liedern Heinrichs von Morungen. Jena, 1897; 8°.

Mace (W. H.). Des älteren Pitt Beziehungen zur amerikanischen Revolution. Jena, 1897; 8°.

Manandian (A.). Beiträge zur albanischen Geschichte. Leipzig, 1897; 8°.

Meltzer (H.). Grundlagen für eine Umgestaltung des alttestamentlichen Religionsunterrichts. Dresden, 1897; 8°.

Nikoltschoff (W.). Das Problem des Bösen bei Fichte. Jena, 1898; 8°.

Okanowitsch (S. M.). Die serbische Volksepik im Dienste der Erziehung. Jena, 1897; 8°.

Schöler (H.). Augustins Verhältnis zu Plato in genetischer Entwicklung. Jena, 1897; 8°.

Traugott (F.). Darstellung und Kritik der Methode Gouin. Jena, 1898; 8°

Vorlesungen an der Grossherzogl. Herzogl. Sächsischen Gesammt. Universität Jena im Sommer vom 18. April bis 13. August 1898; im Winter vom 17. Oktober 1898 bis 18. März 1899. Jena, 1898; 8°.

* *Dall'Università di Strassburg i. E.:*

Ayer (Ch. C.). The tragic heroines of Pierre Corneille a Study in French literature of the seventeenth century. Strassburg, 1898; 8°.

Beyerlein (G.). Besitzerwerb durch Konnossement. Freiburg, 1896; 8°.

Buschmann (N.). Die Arbeitslosigkeit und die Berufsorganisationen. Strassburg, 1897; 8°.

Colvin (S. S.). Schopenhauer's doctrine of the thing-in-itself and his attempt to relate it to the world of phenomena. Providence, R. I., 1897; 8°.

Dock (A.). Der Souveränetätsbegriff von Bodin bis zu Friedrich dem Grossen. Strassburg, 1897; 8°.

Eimer (M.). Die politischen Verhältnisse und Bewegungen in Strassburg im Elsass im Jahre 1789. Strassburg, 1897; 8°.

Entholt (H.). Die Sprache der Leidener Williram-Handschrift. Bremen, 1897; 8°.

Esselborn (F. W.). Die philosophischen Voraussetzungen von Schleiermachers Determinismus. Ludwigshafen a. Rh., 1897; 8°.

Fürst (P.). Die Fortführung der Firma bei dem Erwerbe eines bestehenden Handelsgeschäftes. Strassburg, 1897; 8°.

Goedeckemeyer (A.). Epikurs Verhältnis zu Demokrit in der Naturphilosophie. Strassburg, 1897; 8°.

Goehrs (O.). Das " Mildeste Gesetz " im Sinn des § 2 Abs. 2 Reichsstrafgesetzbuchs. Strassburg, 1897; 8°.

Holtzmann (R.). Wilhelm von Nogaret Rat und Grossiegelbewahrer Philipps des Schönen von Frankreich. Freiburg i. B., 1898; 8°.

Kaiser (H.). Der collectarius perpetuarum formarum des Johann von Gelnhausen. Strassburg, 1898; 8°.

Keller (W.). Zur Litteratur und Sprache von Worcester im X. und XI. Jahrhundert. Strassburg, 1897; 8°.

Küster (A.). Von dem Spitâle von Jêrusalêm. Ein Gedicht verfasst von einem Angehörigen des Johanniter-Ordens. Wiesbaden, 1897; 8°.

Ludwig (F.). Untersuchungen über die Reise- und Marschgeschwindigkeit im XII. und XIII. Jahrhundert. Berlin, 1897; 8°.

Mitius (O.). Jonas in der altchristlichen Kunst. Freiburg, 1896; 8°.

Ohlmann (D.). De S. Augustini dialogis in Cassiciaco scriptis. Argentorati, 1897; 8°.

Pfersdorff (F.). Die " Einwilligung des Verletzten " als Strafausschliessungsgrund. Strassburg, 1897; 8°.

Reich (F.). De Compositione Epirrhematica. Argentorati, 1896; 8°.

Schaeffer (A.). Quaestiones Platonicae. Argentorati, 1898; 8°.

Steurer (H.). De Aristophanis carminibus lyricis. Strassburg, 1896; 8°.

Stiegler (M. A.). Dispensation und Dispensationswesen in ihrer geschichtlichen Entwickelung bis zum IX. Jahrhundert. Mainz, 1897; 8°.

Stuhlfauth (G.). Die Engel in der altchristlichen Kunst. Freiburg, 1896; 8°.

Tobler (R.). Die altprovenzalische Version der Disticha Catonis. Berlin, 1897; 8°.

Woods (J. H.). Thomas Brown's Causationstheorie und ihr Einfluss auf seine Psychologie. Leipzig, 1897; 8°.

Wüstendörfer (H.). § 278 des Bürgerlichen Gesetzbuches im Lichte des Römischen Rechts. Strassburg, 1897; 8°.

Billia (L. M.). Sulle dottrine psicofisiche di Platone. Modena, 1898; 4° (*dall'A.*).

Calzi (C.). Rosmini nella presente questione sociale. Torino, 1999; 8° (*Id.*).

Cocco Licciardello (F.). Sull'immacolato concepimento di Maria SS. Conferenze. Catania, 1898; 8° (*Id.*).

Colombo (G.). Un documento vercellese per la storia di Cuneo? Vercelli, 1898; 12° (*Id.*).

Crepas (E.). Visitando la camera di Giuseppe Galliano. Milano, 1898; 8° (*Id.*).

* **De Milloué** (L.). Petit guide illustré au Musée Guimet. Nouvelle récension. Paris, 1894; 16°.

Desimoni (C.). Le cambiali di S. Luigi per la prima Crociata, e la loro attinenza al mercato monetario di Genova. Genova, 1898; 8° (*dall'A.*).

Ebranci (R.). Commemorazione di Angelo Brofferio. Asti, 1898; 8° (*Id.*).

Fiorentino (V.). La vittoria delle carte d'Arborea (N. 11 appendici del giornale " L'Unione Sarda ", dal 4 al 14 agosto 1898) (*Id.*).

Jordan (D. S.). " Lest we Forget ". Palo Alto, California, 1898; 8° (*Id.*).

Manfroni (C.). Le relazioni fra Genova, l'impero Bizantino e i Turchi. Genova, 1898; 8° (*Id.*).

Nadaillac (de). Les agglomérations urbaines. Paris, 1898 (*Id.*).

— L'homme et le singe. Louvain, 1898; 8° (*Id.*).

— Ménélik II Négûs Négûsti roi des rois de l'Éthiopie. Paris, 1898; 8° (*Id.*).

Pais (E.). Storia di Roma. Vol. I, parte I. Torino, 1898; 8° (*dono dell'editore Carlo Clausen*).

Pavesio (P.). I Convitti Nazionali dal 1885 al 1898. Torino, 1898; 8° (*dall'A.*).

Pennisi Mauro (A.). Conoscenza e creazione. Acireale, 1898; 8° (*Id.*).

Perrero (D.). Asti ricuperata e la cittadella d'Alessandria liberata (1745-46). Torino, 1898; 8° (*Id.*).

** **Perrot** (G.) et **Chipiez** (C.). Histoire de l'art dans l'antiquité. T. VII. Paris, 1899; 8°.

* **Piekosinskiego** (Fr.). Rycerstwo Polskie wieków Srednich. Krakowie, 1896; 2 vol. 8° (*dall'Accademia delle Scienze di Cracovia*).

Poggi (V.). Postille alle memorie savonesi del Verzellino. Savona, 1898; 8° (*dall'A.*).

Ritter (E.). Genève et l'Italie. Genève, 1898; 8° (*Id.*).

Sciava (R.). Le Imprecazioni e la Lidia. Poemetti d'ignoto autore latino con traduzione e commento. Pesaro, 1898; 8° (*Id.*).

Volante (A.). La Legge nei rapporti della pubblica igiene e della patria agricoltura. Torino, 1898; 8° obl. (*Id.*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 13 al 27 Novembre 1898

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. Sächsischen Gesell-schaft der Wissenschaften. Bd. XXIV, n° V. Leipzig, 1898; 8°.

* **Abhandlungen** der naturhistorischen Gesellschaft zu Nürnberg. XI Bd., 1898; 8°.

American Microscopical Journal. Vol. VII, 1897, No. 3, 4, 6. New Serie. The Microscope, Vol. I, No. 1, 2, 5; IV, No. 8, 9; XIII, No. 8, 9; XVI, No. 11, 12. Washington; 8°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega III, IV, t. XLVI. Buenos Aires, 1898; 8°.

* **Annales** de la Société géologique de Belgique. T. XXV, 1re livraison. Liège, 1897-98; 8°.

* **Annales** de la Société belge de Microscopie. T. XXII, 2e fasc. Bruxelles, 1898; 8°.

Atti del Collegio degli ingegneri e degli architetti in Palermo. 1898, maggio-agosto. Palermo, 1898; 8°.

Australian Museum. Report of Trustees for the year 1897. Sydney, 1898; 4°.

Bollettino della Società tra i cultori delle scienze mediche e naturali in Cagliari. 1893-1896, 3 fasc.; 8°.

* **Bollettino** dei Musei di Zoologia ed Anatomia comparata della R. Università di Genova. N. 62-66. Genova, 1898; 8°.

Generalregister zu den Bänden 1-50 der Mathematischen Annalen. Leipzig, 1898; 8° (*dono dell'Editore sig. B. G. Teubner*).

Jahresbericht des Direktors des k. Geodätische Instituts für die Zeit von April 1897 bis April 1898. Potsdam, 1898; 8° (*dal sig. Dr. Helmert Direttore dell'Istituto*).

* **Kongliga-Svenska** Vetenskaps-Akademiens. Handlingar Ny Följd. Bd. 30. Stockholm, 1897-98; 4°.

* **List** of the Geological Society of London; November 1st, 1898; 8°.

* **Memorie** della Società italiana di Scienze naturali di Milano, t. VI, fasc. II. Milano, 1898; 4°.

* **Natuurkundig** Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië utigegeven door de k. Natuurkundige vereeniging in Nederl.-Indië. Deel LVII. Tiende serie Deel I. Batavia, 1898; 8°.

** **Palaeontographica.** Beiträge zur Naturgeschichte der Vorwelt. XXX. Bd., II. Abth. Stuttgart, 1898.

* **Philosophical** Transactions of the Royal Society of London, 1897. Ser. A, vol. 189, 190; ser. B, vol. 188, 189. London, 1897-98; 4°.

* **Proceedings** of the Cambridge philosophical Society; vol. IX, p. 9. 1898.
* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LXIV, No. 404. London, 1898; 8°.
* **Proceedings** and **Transactions** of the R. Society of Canada. Second Ser., vol. 3. Ottawa, 1897; 8°.

Pubblicazioni della Specola Vaticana. Vol. V. Torino, 1898; 4°.

* **Quarterly** Journal of Geological Society. Vol. LIV, Part. 4. No 216. London, 1898; 8°.

Relazione presentata dal Consiglio d'Amministrazione dell'Ospedale Oftalmico di Torino alla Esposizione Generale Italiana in Torino, 1898. Torino, 1898; 8° (*dono della Direzione dell'Ospedale*)

* **The Royal** Society. 30th. November 1897; 4° (Elenco dei Soci).
* **Transactions** of the Cambridge philosophical Society. Vol. XVII, p. 1. Cambridge, 1898; 8°.

Genocchi (A.). Differentialrechnung und Grundzüge der Integralrechnung herausg. von G. Peano. Autorisierte deutsche Uebersetzung von G. Bohlmann und Schepp. Erste Lief. Leipzig, 1898; 8° (*dono del Socio* Peano).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 20 Novembre al 4 Dicembre 1898.

* **Abhandlungen** der philologisch-historischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft. Bd. XVIII, No. 3. Leipzig, 1898; 8°.
* **Accademia** Reale delle Scienze di Amsterdam.
  Verhandelingen Afd. Letterkunde, N. S., Dl. II, No. 1, 2.
  Verslagen en Mededeelingen. Afd. Letterkunde. 4° Reeks. Dl. I, II.
  Jaarboek 1897. Prijsvers, Laus Mitiae. Accedunt quatuor poemata laudata. Amsterdam, 1897-98; 8°.
* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; t. LVI, disp. 10ª. Venezia, 1897-98; 8°.
* **Boletin** de la Real Academia de la Historia. T. XXXIII, cuad. 5. Madrid, 1898; 8°.
* **Bulletin** et **Mémoires** de la Société Nationale des Antiquaires de France. VIe série, t. VII. Mémoires 1896. Paris, 1898; 8°.
* **Bulletin** de la Société Nation. des Antiquaires de France, 1897. Paris; 8°.

Cataloghi dei Codici orientali di alcune Biblioteche d'Italia stampati a spese del Ministero della Pubblica Istruzione. Fasc. 6°. Biblioteca Casanatense di Roma. Codici ebraici. Firenze, 1897; 8° (*dono del Ministero della Pubblica Istruzione*).

* **Česká Akademie Císaře Františka Josefa** pro vědy, Slovesnost a Umění.
Almanach. Ročník VIII.
Archiv pro lexikografii a dialektologii. III Třída: Číslo II, 1897; 8°.
Historický Archiv. Číslo 10-12. 1897-98; 8°.
Rozpravy. Třída I (Pro vědy filosofické právní a historické). Ročník VI, 1897; 8°.
Rozpravy. Třída III (Filologická). Ročník VI, 1897; 8°.
Sbírka pramenův ku ponznání literárního života v Čechách, na Moravě a v Slezsku. Skupina I. Řada I. Číslo 1; Skupina III. Číslo 2. 1897; 8°.
Spisy Jana Amosa Komenského. Číslo 1-3.
Děje vysokých škol Pražských od secessí cizich národů po dobu bitvy bélohorské (1409-1622) sepsal Zikmund Winter.
Soustavný úvod ve studium nového řízení soudního. Díl. I. Část všcobecná. Podává Dr E. Ott.
Slovenská příslovi, pořekadla a úsloví sepsal Adolf Peter Záturecky. V Praze, 1896-98; 8°.

* **Göteborgs** Kungl. Vetenskaps- och Vilterhets- Samhälles. Handlingar. Fjärde följden I. Göteborgs, 1898; 8°.

* **Institut de France**:
Mémoires de l'Académie des Sciences morales et politiques, t. XXI.
Mémoires de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, t. XXXVI. Paris, 1898; 4°.

Progetto di bilancio preventivo per l'anno 1899 del Municipio di Torino. Torino, 1898; 4°.

* **Publications** de l'École des Lettres d'Alger. Bulletin de Correspondance Africaine. Fasc. I, II; XXI. Paris, 1898; 8°.

* **Sachregister** der Abhandlungen und Berichte der philolog.-historischen Classe der K. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. 1846-1895. Leipzig, 1898; 8°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Classe der k. b. Akademie der Wissens. zu München, 1898, Heft III; 8°.

* *Dall'Università di Heidelberg:*

Anzeige der Vorlesungen, welche in Sommer-Halbjahr 1898; Winter-Halbjahr 1898-99 aus der Grossh. Badischen Ruprecht-Karls-Universität zu Heidelberg gehalten werden sollen. 1898; 8°.

Baker (A. T.). Die versifizierte Uebersetzung der französischen Bibel in Handschrift Egerton 2710 des British Museum. Cambridge, 1897; 8°.

Baumstark (A.). Syrisch-arabische Biographieen des Aristoteles. Leipzig, 1898; 8°.

Bender (D.). Untersuchungen zu Nemesius von Emesa. Leipzig, 1898; 8°.

Boer (M. G. de). Die Friedensunterhandlungen zwischen Spanien und den Niederlanden in den Jahren 1632 und 1633. Groningen, 1898; 8°.

Bergius (W.). Die Fruchtmarktgesetzgebung in Kurpfalz im 18. Jahrhundert. Tübingen, 1898; 8°.

Buttenwieser (M.). Die hebräische Elias-Apokalypse. Leipzig, 1897; 8°.

Cron (L.). Der Zugang der Badener zu den badischen Universitäten und zur technischen Hochschule Karlsruhe etc. Heidelberg, 1897; 8°.

Fiedler (K.). Ueber Staatsanleihen. Heidelberg, 1897; 8°.

Frommel (O.). Die päpstliche Legatengewalt im deutschen Reiche während des zehnten, elften und zwölften Jahrhunderts. Heidelberg, 1898; 8°.

Gjerset (K.). Der Einfluss von James Thomson's " Jahreszeiten " auf die deutsche Literatur des achtzehnten Jahrhunderts. Heidelberg, 1898; 8°.

Hachmeister (C.). Der Meister des Amsterdamer Cabinets und sein Verhältnis zu Albrecht Dürer. Berlin, 1897; 8°.

Hirsch (F.). Hans Morinck. Berlin, 1897; 8°.

Jacobs (M.). Gerstenbergs Ugolino, ein Vorläufer des Geniedramas. Berlin; 8°

Kern (R.). Die Külsheimer Fehde 1463. Wertheim, 1897; 8°.

Kurth (J.). Die christliche Kunst unter Gregor dem Grossen. Halle a. S., 1897; 8°.

Leitzke (M.). Neue Beiträge zur Geschichte der preussischen Politik und Kriegführung im Jahre 1744. Berlin, 1898; 8°.

Lohmann (W.). Das Arbeitslohn-Gesetz. Göttingen, 1897; 8°.

Lüer (H.). Ueber japanische Stichblätter. Heidelberg, 1897; 8°.

Mayer-G'Schrey (R.). Parthenius Nicæensis quale in fabularum amatoriarum breviario dicendi genus secutus sit. Heidelberg, 1898; 8°.

Meyer (G.). Ueber die Entstehung und Ausbildung des allgemeinen Stimmrechts. Heidelberg, 1897; 4°.

Morrill (G. L.). Speculum Gy de Warewyke. Bungay, 1898; 8°.

Nimis (A.). Marsilius' von Padua republikanische Staatslehre. Mannheim, 1897; 8°.

Reus (A.). Ueber Kollisionen der Gesetze über den Erwerb und Verlust der Staatsangehörigkeit. Darmstadt, 1898; 8°.

Richardson (O. H.). The National movement in the Reign of Henry III. New York, 1897; 8°.

Ritzert (A.). Die Dehnung der mhd. kurzen Stammsilbenvocale in den Volksmundarten des hochdeutschen Sprachgebiets auf Grund der vorhandenen Dialektliteratur. Halle a. S., 1897; 8°.

Schmidt (B.). Der Staat. Leipzig, 1896; 8°.

Stiehler (A.). Die Verwendung der Rührmotive und die Erregung der Rührung durch den Aufbau der Handlung im Ifflandischen Rührstücke. Heidelberg, 1898; 8°.

Vossler (K.). Geschichte der Aufnahme des Madrigals in Deutschland bis auf Caspar Ziegler. Weimar, 1897; 8°.

Wagener (H.). Das Eindringen von Percys Reliques in Deutschland. Heidelberg, 1897; 8°.

Weber (S.). Die Entwickelung des Putto in der Plastik der Frührenaissance Heidelberg, 1898; 8°.

Bertana (E.). Studi Pariniani. " La materia e il fine " del " Giorno ". Spezia, 1893; 8° (*dall'A.*).
— Varietà. Gli sciolti " Sulla guerra " di G. Parini. Torino, 1896; 8° (*Id.*).
— Intorno al sonetto del Parini " Per la macchina aerostatica ". Torino, 1898; 8° (*Id.*).
— Il Parini tra i poeti giocosi del settecento. Torino, 1898; 8° (*Id.*).
In Memoria di G. B. **Bottero**: nel giorno anniversario della sua morte: 16 novembre 1898. Torino, 1898; 8° (*dono della Direzione della Gazzetta del Popolo*).
Lilla (V.). Abbozzo di un saggio della compenetrazione dell'etica coll'eudemonologia. Napoli, 1897; 16° (*dall'A.*).
— La genealogia delle idee secondo la mente di Tomaso Russo. 2ª ediz. Torino, 8° (*Id.*).
** **Sanuto** (M.). I Diarii. T. LII, fasc. 222, 223; LIII, 224, 225. Venezia, 1898.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 27 Novembre all'11 Dicembre 1898.

---

* **Accademia** Reale delle Scienze di Amsterdam.
Verhandeling Afd. Natuurkunde: 1° Sectic, Dl. VI, N° 1-5; 2° Sectic, Dl. VI, N° 1-2; Verslagen, Dl. VI. Amsterdam, 1897-98; 8°.
Beobachtungen des Tiflisser physikalischen Observatoriums im Jahre 1896. Tiflis, 1898; 4°.
Biblioteca dell'Università Reale di Norvegia in Christiania:
Forhandlinger i Videnskabs- Selskabet... Aar 1897; 8°.
Jahrbuch norwegischen meteorologischen Instituts für 1893-97; 5 fasc.; 4°.
Universitet-Program for 2det Semester 1896, 2det 1897; 2 vol.; 8°.
Fauna Norvegiae (Bd. I). Beskrivelse af de hidtil kjeudte Norske arter af underordnerne Phyllocarida og Phyllopoda ved. G. O. Sars. 4°. Christiana, 1895-96.
NorrØnaskaller. Crania antiqua in parte orientali Norvegia meridionalis inventa... of Justus Barth.
* **Česká Akademie Císaře Františka Josefa** pro vědy, slovesnost a Umění.
III. Bulletin international. Résumé des travaux présentés. Sciences mathématiques et naturelles, 1, 2; Médecine, 1897; 8°.
Rozpravy. Třída II (Mathematiko-Přírodnická). I, II, Ročník, VI (1897); 8°.
Věstník. Ročník VI. 1897; 8°.
Základové theoretické Astronomie (Díl první). Napsal G. Gruss, 1897; 8°. Praze.

** **Erläuterungen** zur geologischen Specialkarte von Preussen und Thüringischen Staaten. Lief. 63, 85, 88, 89. Berlin, 1898. Testo e Atl°.

Observations et Mesures de la Suède. I, II. Upsala, 1898; 4° (*dal Direttore dell'Osservatorio Meteorologico di Upsala*).

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXXI, fasc. XVII. Milano, 1898; 8°.

* **Sitzungsberichte** der mathematisch-physikalischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München. 1898, Heft III. München; 8°.

*** Dall'Università di Heidelberg:***

Allendorff (H.). Ueber Dibrommesitolbromid, etc. Cöthen, 1898; 8°.

Alway (F. J.). Ueber die elektrolytische Reduktion der Nitrobenzaldehyde. Heidelberg, 1897; 8°.

Amort (E.). Ueber die Einwirkung von Arsenwasserstoff auf Quecksilberchlorid etc... Bonn, 1898; 8°.

Beck (K.). Zur Kenntnis der aromatischen Sulfinsäuren. Heidelberg, 1898; 8°.

Bensing (F.). Der Einfluss der landwirtschaftlichen Maschinen etc. Breslau, 1897; 8°.

Berlet (F.). Der gegenwärtige Stand der schleich'schen Lokal-Anästhesie. Neustadt A. D. Hdt, 1898; 8°.

Bettmann (S.). Ueber den Einfluss des Arseniks auf das Blut etc. Heidelberg, 1897; 8°.

Bodé (K.). Ueber Jodosoverbindungen etc. Heidelberg, 1898; 8°.

Bottomley (J. F.). Ueber das Verhalten der Di- und Tri-halogensubstitutionsprodukte des Benzols etc. Heidelberg, 1897; 8°.

Brase (A.). Zur Kenntnis der Rentabilität etc... Heidelberg, 1897; 8°.

Buss (F.). Ueber die Bildung von Amidoazofarbstoffen. Darmstadt, 1898; 8°.

Büttner (G.). Ueber Bromierungsprodukte des Saligenins. Heidelberg, 1898; 8°.

Czerny (H.). Versuche über Indazol- und Indoxazenbildung. Heidelberg, 1897; 8°.

Dederichs (W.). Ueber p-Oxymethylbenzoësäure etc... Heidelberg, 1898; 8°.

Devin (G.). Quantitative Trennungen mit salzsäurem Hydroxylamin. Heidelberg, 1898; 8°.

Dienstbach (M.). Ueber Jodoso-, Jodo- und Jodonium-Verbindungen des m-Xylols. Karlsruhe, 1897; 8°.

Douglas (A.). Beiträge zur Friedel-Crafts'schen Reaktionen. Heidelberg, 1898; 8°.

Eckhardt (T.). Zur Kenntnis der Ischias scoliotica. Mannheim, 1898; 8°.

Eger (E.). Zur Kenntnis der aromatischen Sulfinsäuren. Heidelberg, 1897; 8°.

Engelhardt (G.). Ueber die Einwirkung der Temperaturen auf den Verlauf der Staphylomykose. Leipzig, 1898; 8°.

Ercklentz (H.). Ueber p-Xylo-p-oxybenzylalkohol etc... Heidelberg, 1898; 8°.

Fehr (O.). Ein Angiom der Conjunctiva bulbi. Leipzig, 1897; 8°.

Feith (H.). Ueber Esterbildung. Köln, 1897; 8°.

Feurstein (C. E.). I. Zur Kenntnis der aromatischen Sulfinsäuren. II. Zur Kenntnis der Friedel-Crafts'schen Reaction. Crefeld, 1897; 8°.

Fischer (A.). Ueber die isomeren Carvylamine. Heidelberg, 1897; 8°.

Fischer (C.). Ueber die hydroaromatische Natur des Isophorons. Heidelberg, 1897; 8°.

Frey (O.). Beiträge zur Aktinomykose. Tübingen, 1897; 8°.

Gernsheim (F.). Ueber den Fettgehalt der Kindermilch etc. Leipzig, 1897; 8°.

Gernsheimer (L.). Ueber die Bildung von Estern aromatischer Carbonsäuren etc. Heidelberg, 1898; 8°.

Giese (F.). Ueber aromatische Ketone etc. Heidelberg, 1898; 8°.

Grütteflen (W.). Zur Kenntnis der aromatischen Aldehyde. Heidelberg, 1898; 8°.

Gutmann (S.). Untersuchungen Baker's über die Nichtvereinigung von trocknem Chlorwasserstoff und Ammoniak etc. Leipzig, 1898; 8°.

Haenel (H.). Die psychischen Wirkungen des Trionals. Leipzig, 1897; 8°.

Hammer (C.). Zur Frage der peripheren degenerativen Neuritis etc. Leipzig, 1898; 8°.

Heimann (W.). Ueber Azofarbstoffe aus Methylphenylglycin. Heidelberg, 1898; 8°.

Herz (A.). Ueber Kondensationen von Zimmtaldehyd mit Acetessigester. Heidelberg, 1898; 8°.

Horn (F. R. van). Petrographische Untersuchungen über die noritschen Gesteine etc. Wien, 1897; 8°.

Jacob (R.). Ein Beitrag zur Kenntnis des Dibrompseudokumenolbroms. Heidelberg, 1897; 8°.

Jerdan (D. S.). Ueber die direkte Vereinigung des Kohlenstoffs mit Wasserstoff. Heidelberg, 1898; 8°.

Kahn (R.). Ueber Azofarbstoffe aus Methylphenylglycin etc. Heidelberg, 1898; 8°.

Kaschau (A.). Ueber Diphenylselenid etc. Heidelberg, 1897; 8°.

Kästle (K. A.). Ueber Encephalitis acuta, etc. Heidelberg, 1898; 8°.

Kaufmann (M.). Ueber Retropharyngealabscess. Frankenthal, 1898; 8°.

Kjellbom (C. H.). Zur Kenntnis der Friedel-Crafts'schen Reaktion. Heidelberg, 1897; 8°.

Knüttel (D.). Ueber die Einwirkung von Phenylsenföl auf Phenoläther. Heidelberg, 1898; 8°.

Koellitz (E.). Ueber Halogenbestimmungen. Heidelberg, 1898; 8°.

Kretzer (H.). Ueber die Constitution der Ortho-Jodosobenzoësäure. Wiesbaden, 1898; 8°.

Kreuder (W.). Zur Kenntnis der aromatischen Sulfin- und Sulfosäuren. Heidelberg, 1898; 8°.

Lauterborn (R.). Protozoën-Studien. Ludwigshafen a/R., 1898; 8°.

Loeb (A.). Zur Kenntnis der aromatischen Sulfon- und Sulfinsäuren. Köln, 1898; 8°.

Loeser (L.). Beitrag zur Lehre von der Hysterie, etc. Heidelberg, 1897; 8°.

Lossen (F.). Zur Kenntnis des p-Diäthylbenzols. Heidelberg, 1898; 8°.

Magnus (G.). Beiträge zur Anatomie der Tropaeolaceen. Heidelberg, 1898; 8°.

Magnus (R.). Ueber die Messung des Blutdrucks etc. München, 1898; 8°.

Marwedel (G.). Die morphologischen Veränderungen der Knochenmarkszellen. Naumburg; 8°.

Mautner (A.). Zur Kenntnis der perhalogenierten Terephtalsäuren. Heidelberg, 1897; 8°.

Mayer (F.). Zur Kenntnis alkylierter Bernsteinsäuren. Heidelberg, 1898; 8°.

Meyer (W.). Zur Kenntnis einiger Colloïdsubstanzen. Halberstadt, 1897; 8°.

Molz (W.). I. Ueber das " Mesitylen aus Aceton ". II. Ueber v. Durolcarbonsäure. Heidelberg, 1897; 8°.

Müller (F.). Die morphologischen Veränderungen der Blutkörperchen etc. Jena, 1898; 8°.

Netter (J.). Ueber Erweiterung der Speiseröhre etc. Berlin, 1898; 8°.

Nowizki (A.). Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Löslichkeit etc. Heidelberg, 1898; 8°.

Oberländer (E.). I. Zur Kenntnis der aromatischen Sulfinsäuren. II. Zur Kenntnis der Friedel-Craft'schen Reaktion. Kaiserslautern, 1897; 8°.

Paradeis (A.). Zur Kenntnis der Sulfin- und Sulfosäuren etc. Heidelberg, 1898; 8°.

Pemsel (W.). Ueber die Einwirkung von Halogen auf ungesättigte aliphatische Halogenverbindungen. Heidelberg, 1898; 8°.

Petersen (W.). Ueber Immunisirung und Serumtherapie etc. Tübingen, 1897; 8°.

Pfaff (A.). Ueber die elektrische Leitfähigkeit organischer Säuren. Kaiserslautern, 1897; 8°.

Phul (H.). Beiträge zur Constitutions-Bestimmung etc. Heidelberg, 1898; 8°.

Pistohlkors (H. v.). Das Wurzelsystem unserer Kulturpflanzen etc. Bonn, 1898; 8°.

Plauth (H.). Ueber eine interessante cystische Neubildung etc. Tübingen, 1897; 8°.

Rapp (F.). Ueber abnorme Nitroderivate von Phenolen. Heidelberg, 1898; 8°.

Röhrig (H.). Ueber einige neue Oxyazokörper etc. München, 1897; 8°.

Rolly (F.). Ueber einen Fall von Adenomyoma uteri etc. Berlin, 1897; 8°.

Rommel (W.). Anatomische Untersuchungen über die Gruppen der Piroleae etc. Heidelberg, 1898; 8°.

Rosiny (W.). Zur Kenntnis der hochmolekularen Säureanhydride. Heidelberg, 1898; 8°.

Ruschhaupt (W.). Ueber Abkömmlinge des m-Biscyclohexans etc. Bonn, 1897; 8°.

Saam (E.). Ueber die Einwirkung des Kaliumpermanganats auf Wasserstoff etc. Heidelberg, 1898; 8°.

Sachsse (H.). Ueber den synthetischen Aufbau von Brückenringen. Heidelberg, 1898; 8°.

Schaar-Rosenberg (F.). Zur Kenntnis der Jodosobenzoësäure etc. Heidelberg, 1898; 8°.

Scharwin (W.). Beiträge zur Isomerie von Ketoximen. Heidelberg, 1898; 8°.

Scherer (J.). Zwei Fälle von malignem Deciduom. Berlin, 1898; 8°.

Schmidt (W.). Ueber Esterbildung. Heidelberg, 1898; 8°.

Schneider (H.). Ueber Stillung von Leber- und Nierenblutungen, etc. Tübingen, 1898; 8°.

Schulze (H.). Zur Kenntnis der von den Sulfosäuren des α-Naphtols sich ableitenden Azofarbstoffe etc. Heidelberg, 1897; 8°.

Schumacher (T. H.). Ueber die Einwirkung primärer, secundärer und tertiärer Basen auf o-Xylylenbromid. Bonn, 1898; 8°.

Schwartz (R.). Synthese hydroaromatischer Verbindungen etc. Heidelberg, 1897; 8°.

Scriba (H.). Ueber die Einwirkung des alkoholischen Kalis auf Bibromide. Heidelberg, 1898; 8°.

Sehler (P.). Ueber Citrylidenacetessigester. Heidelberg, 1897; 8°.

Staehly (C.). Die wirtschaftliche Entwickelung der Moorkolonien etc. Merseburg, 1897; 8°.

Stötzner (W.). Ueber Kondensationen von Citral und Citronellaldehyd mit Acetessigester. Heidelberg, 1898; 8°.

Strübe (K.). Ueber Fibrome und Papillome der Ovarien. Heidelberg, 1898; 8°.

Strutz (A.). Zur Kenntnis der Vorbedingungen des Colloïdalzustandes. Heidelberg, 1898; 8°.

Vogler (M.). Ueber Uterus-Sarkom. Tübingen, 1898; 8°.

Wedemeyer (K.). Ueber Kondensationen mittelst organischer Basen etc. Heidelberg, 1897; 8°.

Wegner (M.). Ueber Derivate des Amidotetramethyl-m-phenylendiamins. Heidelberg, 1898; 8°.

Weil (H.). Zur Kenntnis der Mesitylen-Diketone. Greifswald, 1898; 8°.

Weltz (M.). Zur Anatomie der monandrischen Orchideen. Heidelberg, 1897; 8°.

Weng (W.). Ueber quantitative Metalltrennungen etc. Heidelberg, 1898; 8°.

Wilsing (W.). Die landwirtschaftlichen Verhältnisse des Eifelgebietes etc. Bonn, 1897; 8°.

Wollweber (O.). Ueber Condensationen mit Hilfe lactonartiger Verbindungen. Heidelberg, 1897; 8°.

Würst (O.). Ueber die elektrolytische Reduktion von aromatischen Nitrokörpern etc. Heidelberg, 1898; 8°.

Ziebert (K. A.). Ueber Kryptorchismus etc. Tübingen, 1898; 8°.

Cesàro (E.). Elementi di calcolo infinitesimale. Napoli, 1897; 8°.

Demichelis (A.). Le lampade elettriche ad incandescenza ed il costo della loro luce. Torino, 1898; 8° (*dall'A.*).

Hildebrandsson (H.) et **Teisserenc de Bort** (L.). Les bases de la météorologie dynamique-historique; état de nos connaissances. 1er livre. Paris, 1898; 8° (*dono del sig. Dr. H. Hildebrandsson, Direttore dell'Osservatorio meteorologico d'Upsala*).

Krupp. Replica alla protesta del signor Bashforth translated with notes F. Bashforth. Cambridge, 1898; 8° (*dall'A.*).

Stokes (G.). Report on the Madras Observatory for the year 1897-98 and on the Eclipse Expedition of January 1898. Madras, 1898; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 4 al 18 Dicembre 1898.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. Anno Accademico 1898-99, Suppl. al t. LVII. Venezia, 1898; 8°.

** **Bibliotheca** Philologica Classica. Vol. XXV, 1898. Trimestre tertium. Lipsiae; 8°.

* **Biblioteca** dell'Università Reale di Norvegia in Christiania:

Det k. norske Frederiks universitets aarsberetning for budgettermin 1894/95, 1895/96, 1896/97 samt universitets matricul for 1895, 1896, 1897; 3 fasc.; 8°.

Skrifter udgivne af Videnskabsselskabet i Christiania; II. Historisk-filosofisk Klasse, 1897; 8°.

Universitesprogram for 2det semester 1894, 1895, 1896; 8°. Christiania, 1896-1897; 3 vol.; 8°.

** **Minerva.** Jahrbuch der gelehrten Welt. Achter Jahrgang, 1898-1899. Strassburg, 1899; 16°.

** **Monumenta** Germaniae historica. Gestorum Pontificum romanorum. Vol. I. Berolini, 1898; 4°.

Uebersicht der Akademischen Behörden Professoren Privatdocenten, Lehrer Beamten etc. an der k. k. Leopold-Franzens-Universität zu Innsbruck für das Studienjahr 1898-99; 8°.

Angelitti (F.). Sull'anno della visione dantesca. Nuove considerazioni in replica ad una critica di Demetrio Marzi. Napoli, 1898; 8° (*dall'A.*).

Campagne del Principe Eugenio di Savoia. Vol. XI e Atl. Torino, 1897; 8° (*dono di* S. M. il Re d'Italia).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dall'11 Dicembre 1898 al 1° Gennaio 1899.

* **American** Chemical Journal. Vol. XIX, n. 4-10; XX, n. 1-7. Baltimore, 1897-98; 8° (*dall'Università John Hopkins di Baltimora*).

* **American** Journal of Mathem. Vol. XIX, n. 3-4; XX, n. 1-2. Baltimore, 1897-98; 4° (*Id.*).

* **Annales** de la Société Linnéenne de Lyon. Nouvelle sér., t. 44^e. Lyon, 1898; 8°.
* **Annals** of the New York Academy of Sciences. Vol. XI, Part I. New York, 1897; 8°.

** **Annuaire** pour l'an 1899, publié par le Bureau des Longitudes. Paris; 18°.

Annuario publicado pelo Observatorio do Rio de Janeiro para o anno de 1898. Rio de Janeiro, 1897; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Mathem.-Phys. Classe. 1898, V. Leipzig; 8°.
* **Bulletin** de la Société d'études scientifiques d'Angers. XXVII^e année, 1897. Angers, 1898; 8°.

Bulletin of the Buffalo Society of Natural Sciences. Vol. V, No. 1-5; VI, No. 1· Buffalo N. Y., 1886-1898; 8°.

* **Bulletin** de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark. Copenhague, 1898, n. 4, 5; 8°.
* **Bulletin** de la Société des Sciences naturelles de l'Ouest de la France. T. VIII, 2^e trimestre 1898. Nantes; 8°.
* **Bulletin** de la Société géologique de France. 3^e série, t. XXV, n. 9; XXVI, n. 2, 3. Paris, 1898; 8°.
* **Bulletin** du Muséum d'histoire naturelle. Année 1898, n. 4-5. Paris; 8°.

Geologic Atlas of the United States. Fol. 26-37. Washington, 1896-97, 12 fasc. in fol. (*dal Department U. S. Geological Survey*).

* **Johns Hopkins** Hospital: Reports. Vol. VII, No. 1-3. Baltimore, 1898; 8°.
* **Journal** of Morphology. Edited by C. O. Whitman, ...with the co-operation of Ed. Ph. Allis. Vol. XIV, part 2. Boston, 1898; 8°.
* **Memoirs** of the American Academy of Arts and Sciences. Vol. XII, n. IV. Cambridge, 1898; 4°.
* **Mémoires** de l'Académie des Sciences et des Lettres de Danemark. 5^e sér. Section des sciences, t. IV, n. 3. Copenhague, 1898; 4°.
* **Memorie** della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna. Serie V, tomo VII, 1898, fasc. 1° e 2°; 4°.
* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LIX, No. 1. London, 1898; 8°.
* **Nouvelles** Archives du Muséum d'histoire naturelle. 3^{me} série, tome IX^e, 2^e fasc. Paris, 1897; 4°.

Proceedings of the American Association for the advancement of Science for the forty-sixth Meeting held at Detroit, Mich. August, 1897. Vol. 46. Salem, 1898; 8°.

* **Proceedings** of the American Academy of Arts and Sciences. Vol. XXXIII, No. 18-27; XXXIV, No. 1. Boston, 1897-8; 8°.
* **Proceedings** of the Boston Society of Natural history. Vol. XXVIII, No. 8-12. Boston, 1898; 8°.
* **Proceedings** of the Royal Irish Academy. Third series, vol. V, No. 1. Dublin, 1898; 8°.
* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LXIV, No. 405. London, 1898; 8°.
* **Proceedings** of the American Philosophical Society held at Philadelphia. Vol. XXXVII, No. 157. 1898; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXXI, fasc. 18-19. Milano, 1898; 8°.

* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo. Tom. XII, fasc. VI. Palermo, 1898; 8°.

* **Rendiconto** delle Sessioni della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna. N. S., vol. II (1897-98), fasc. 3° e 4°. 1898; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3ª, vol. IV, fasc. 8°-11°. Napoli, 1898; 8°.

Report of the Secretary of Agriculture 1898. Washington; 8°.

* **Sitzungsberichte** der Physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, 1898, No. 1-3; 8°.

* **Smithsonian Institution.**

Smithsonian Contributions to Knowledge. 1126; 4°.

Smithsonian Miscellaneous Collections, 1125; vol. XL (1093). Washington, 1898; 8°.

Spelunca. Bulletin de la Société de Spéléologie. 4ᵉ année, T. IV, Nᵒˢ 13 et 14. Paris, 1898; 8°.

* **Transactions** of the Royal Scottish Society of Arts. Vol. XIV, part 4. Edinburgh, 1898; 8°.

* **Transactions** of the Zoological Society of London. Vol. XIV, part 8; XV, part 1; 1898; 4°.

* **Transactions** of the New York Academy of Sciences. Vol. XVI. 1896-97; 8°.

* **Verhandlungen** Physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, 1896, N. F., XXXII. Bd., No. 1-3; 8°.

Almansi (E.). Sull'integrazione dell'equazione differenziale $\Delta^{2n} = 0$. Milano, 1898; 4° (*dall'A.*).

Bertini (E.). Sui sistemi di ipersuperficie di Sr aventi le stesse prime polari. Roma, 1898; 8° (*Id.*).

Choffat (P.). Recueil d'études paléontologiques sur la Faune crétacique du Portugal. Lisbonne, 1898; 4° (*dalla Direzione dei lavori geologici del Portogallo*).

Cossa (A.). Il Conte Amedeo Avogadro di Quaregna. Milano, 1898; 4° (*dall'A.*).

Haeckel (E.). Storia della creazione naturale. Torino, 1892; 8°.

— Antropogenia o Storia dell'evoluzione umana. Torino, 1895; 8°.

— Systematische Phylogenie. Berlin, 1894-96, 3 vol.; 8°.

— Natürliche Schöpfungs-Geschichte. Berlin, 1898, 2 vol.; 8°.

— Ueber unsere gegenwärtige Kenntniss von Ursprung des Menschen. Bonn, 1898; 8° (*Inviati dall'A. per il concorso al premio Bressa*).

Janet (Ch.). Rapports des animaux myrmécophiles avec les fourmis. Limoges, 1897; 8° (*dall'A.*).

— Appareils pour l'observation des fourmis et des animaux myrmécophiles. Paris, 1897; 8° (*Id.*).

— Limites morphologiques des anneaux post-céphaliques et musculaire des anneaux post-thoraciques chez la Myrmica rubra. Lille, 1897; 8° (*Id.*).

Janet (Ch.). Sur l'emploi de désinences caractéristiques dans les dénominations des groupes établis pour les classifications zoologiques. Beauvais, 1898; 8° (*dall'A.*).

— Sur les limites morphologiques des anneaux du tégument et sur la situation des membranes articulaires chez les Hyménoptères arrivés à l'état d'imago. Paris, 1898; 4° (*Id.*).

— Sur une cavité du tégument servant, chez les Myrmicinae, à étaler, au contact de l'air, un produit de sécrétion. Paris, 1898; 4° (*Id.*).

— Notice sur les travaux scientifiques présentés à l'Académie des Sciences au Concours de 1896 pour le prix Thore. Lille; 8° (*Id.*).

Lussana (S.). Influenza della temperatura sul coefficiente di trasporto degli ioni. Venezia, 1898; 8° (*Id.*).

— A proposito di un metodo sensibile e comodo per la misura delle quantità di calore. Firenze, 1898; 8° (*Id.*).

Oltramare (G.). Calcul de généralisation. Paris, 1899; 8° (*Inviato dall'A. per il concorso al premio Bressa*).

Saint-Lager. Genre grammatical des noms génériques. Grandeur et décadence du Nord. Paris, 1897; 8° (*dall'A.*).

— Notice sur Alexis Jordan. Paris, 1898; 8° (*Id.*).

Sauvage (H. E.). Contributions à l'étude des poissons et des reptiles du jurassique et du crétacique. Lisbonne, 1897-98; 4° (*dalla Direzione dei lavori geologici del Portogallo*).

Vernon (H. M.). The effect of environment on the development of Echinoderm Larvæ. London, 1895; 4°.

— The relations between marine animal and vegetable life. Leipzig, London, 1898, 2 fasc.; 8°.

— The relations between the hybrid and parent forms of Echinoid Larvae. London, 1898; 4° (*Inviati dall'A. per il concorso al premio Bressa*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 18 Dicembre 1898 all'8 Gennaio 1899.

** **Allgemeine** Deutsche Biographie. Bd. XLIV, Lfg. 219, 220. Leipzig, 1898; 8°.

* **American** Journal of Philology. Vol. XVII, No. 4; XVIII, No. 1-4; XIX, No. 1. Baltimore, 1897-98; 8° (*dall'Università John Hopkins di Baltimora*).

** **Archivio** storico italiano. Firenze, 1898; 8°.

* **Archivio** storico lombardo. Milano, 1898; 8°.

* **Archivio** storico pugliese. Bari, 1898; 8°.

* **Ateneo** veneto. — Rivista mensile di scienze, lettere ed arti. Venezia, 1898; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig (Philolog.-hist. Classe), 1898, IV. 1898; 8°.
** **Berliner** philologische Wochenschrift. 1898; 8°.
** **Bibliothèque** de l'École des Chartes; Revue d'érudition consacrée spécialement à l'étude du moyen âge, etc. Paris, 1898; 8°.
** **Bibliothèque** universelle et Revue suisse. Lausanne, 1898; 8°.
* **Boletin** de la Real Academia de la historia; t. XXXIII, cuad. VI. Madrid, 1898; 8°.
** **Bollettino** ufficiale del Ministero dell'Istr. pubbl. Roma, 1898; 8°.
* **Bulletin** de la Société d'Études des Hautes-Alpes. IIe série, N. 26. 2e trimestre 1898. Gap; 8°.
* **Bullettino** di Archeologia e Storia dalmata. Spalato, 1897; 8°.
** **Bullettino** (Nuovo) di Archeologia Cristiana. Roma, 1898; 8°.
Calendario del Santuario di Pompei per l'anno 1899. Valle di Pompei; 16°.
** Ἐφεμερὶς ἀρχαιολογικὴ Ἐν Ἀθηναῖς. 1898; 4°.
** **Giornale di Erudizione**; Corrispondenza letteraria, ecc. Firenze, 1898.
* **Giornale** della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno XX, fasc. IV. Genova, 1898; 8°.
** **Giornale storico** della Letteratura italiana. Torino, 1898; 8°.
* **Heidelberger Jahrbücher** (Neue). Heidelberg, 1898; 8°.
* **Historische** Zeitschrift. München, 1898; 8°.
Inventaire sommaire des Archives Départementales antérieures à 1790.
Côte-D'Or. Archives civiles, sér. D et E.
Loire-Inférieure. Archives civiles, sér. C et D.
Dijon et Nantes, 1898; 4° (*dal Governo della Rep. Francese*).
* **Johns Hopkins University Studies** in Historical and Political Science. Fifteenth Ser., III-XI; Ser. XVI, Nos. 1-6. Baltimore, 1897-8; 8°.
** **Journal Asiatique,** ou Recueil de Mémoires, d'Extraits et de Notices relatifs à l'histoire, à la philosophie, aux langues et à la littérature des peuples orientaux. Paris, 1898; 8°.
** **Journal** des Savants. Paris, 1898; 8°.
* **Mémoires** de l'Académie des Sciences et des Lettres de Danemark. 6e sér. Section des lettres; t. IV, n. 5. Copenhague, 1898; 4°.
* **Mémoires** de l'Académie de Stanislas. 5me série, t. XV. Nancy, 1898; 8°.
Movimento della navigazione del 1897. Roma, 1898; 4° (*dal Ministero delle Finanze, Direzione generale delle Gabelle*).
** **Moyen (Le) Age**; Bulletin mensuel d'histoire et de philologie. Paris, 1898; 8°.
** **Nuova Antologia**; Rivista di Scienze, Lettere ed Arti. Roma, 1898.
** **Raccolta** ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia. 1898; 8°.
** **Revue** archéologique. Paris, 1898; 8°.
** **Revue** de Linguistique et de Philologie comparée. Paris, 1898; 8°.
* **Revue** de l'Université de Bruxelles. Bruxelles, 1898; 8°.
** **Revue** des deux Mondes. Paris, 1898; 8°.
* **Revue** géographique internationale. Paris, 1898; 4°.
** **Revue** numismatique. Paris, 1898; 8°.

** **Rivista** di filologia e d'istruzione classica. Torino, 1898; 8°.
* **Rivista** italiana di Sociologia. 1898. Roma; 8°.
* **Rivista** di Sociologia. Roma, 1898; 8°.
* **Rivista** internazionale di scienze sociali e discipline ausiliarie. Roma, 1898; 8°.
** **Rivista storica** italiana; pubblicazione bimestrale. Torino, 1898; 8°.
* **Rozprawy** Akademii Umiejętności wydziat Filologiczny. Ser. II, t. XI, XII; Historycano-Filozoficzny. Ser. II, t. X. Krakowie, 1898; 8°.
** **Séances** et **Travaux** de l'Académie des Sciences morales et politiques. Compte rendu. Paris, 1898; 8°.

Cognetti de Martiis (S.). Formazione, struttura e vita del commercio. Torino, 1898; 8° (*dall'A.*).
Gordon (A.). La legislacion del seguro de Vita ante la medicina forense. Habana, 1898; 8° (*Id.*).
Janet (Ch.). Les habitations à bon marché dans les villes de moyenne importance. Bruxelles, 1897; 8° (*Id.*).
Pergola (D.). L'ebraismo ossia il cinquantesimo anniversario dell'emancipazione israelitica. Torino, 1898; 8° (*Id.*).
** **Sanuto** (M.). I Diarii. T. LIII, 226, 227. Venezia, 1898.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

Dal 1° al 15 Gennaio 1899.

* **Abstract** of Proceedings of the R. Society of New South Vales, August 3-October 5, 1898; 8°.
* **Acta** mathematica. Zeitschrift herausg. von G. Mittag-Leffler. Stockholm, 1898; 4°.
* **American Journal** of Science. Editor Edward S. Dana. New-Haven, 1898; 8°.
* **Anales** de la Oficina Meteorológica Argentina. T. XII. Buenos Aires, 1898; 4°.
* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega V, T. XLVI. Buenos Aires, 1898; 8°.
** **Annalen** der Physik und Chemie. Leipzig, 1898; 8°.
** **Annales** de Chimie et de Physique. Paris, 1898.
* **Annales** des Mines. 9me série, t. XIV, livr. 8°, 9°, 1898. Paris; 8°.
** **Annals** of Mathematics. Charlottesville, 1897-98.
* **Annals** and Magazine of Natural History. London, 1898.
Annuario storico meteorologico italiano, redatto dal P. Giuseppe Boffito barnabita. Vol. I, 1898. Torino; 8°.

** **Archiv** für Entwickelungsmechanik der Organismen. Leipzig, 1898; 8°.
** **Archives** des Sciences physiques et naturelles, etc. Genève, 1898.
** **Archives** italiennes de Biologie... sous la direction de A. Mosso. Turin, 1898.
** **Archivio** per le Scienze mediche, diretto da G. Bizzozero. Torino, 1898.
** **Beiblätter** zu den Annalen der Physik und Chemie. Leipzig, 1898.
* **Bibliotheca mathematica**; Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausg. von G. Eneström. Stockholm, 1898; 8°.
* **Bollettino** delle sedute dell'Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania. 1898; fasc. LV; 8°.
Bollettino quindicinale della Società degli Agricoltori italiani. Anno III (1898), n. 13-24. Roma; 8°.
* **Bulletin** de la Société géologique de France. 3° série, t. XXVI, n. 1. Paris, 1898; 8°.
** **Bulletins** de la Société anatomique de Paris, etc. Paris, 1898.
* **Cimento** (Il nuovo). Pisa, 1898.
* **Communications** de la Société mathématique de Kharkow. 2° Sér., t. VI, n. 4. Kharkow, 1898; 8°.
* **Comptes-rendus** hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences. Paris, 1898.
* **Elettricista** (L'). Rivista mensile di elettrotecnica. Roma, 1898.
* **Gazzetta** chimica italiana. Roma, 1898.
Gazzetta delle Campagne, ecc. Direttore Enrico Barbero. Torino, 1898.
* **Giornale** del Genio civile. Roma, 1898.
* **Giornale** della R. Accademia di Medicina. A. LXI, n. 9-11. Torino, 1898; 8°.
Giornale scientifico di Palermo. Palermo, 1898; 4°.
* **Jornal** de sciencias Mathematicas e Astronomicas. Publicado pelo Dr. F. Gomes Teixeira. Coimbra, 1898; 8°.
* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1898, part 6. London, 1898; 8°.
** **Journal** für die reine u. angewandte Mathematik. Berlin, 1898.
* **Journal** of Comparative Neurology. Granville, Ohio, 1898; 8°.
* **Journal** of Physical Chemistry. Ithaca N. Y., 1897-98; 8°.
** **Journal** de Conchyliologie, comprenant l'étude des mollusques vivants et fossiles. Paris, 1898; 8°.
** **Journal** de Mathématiques pures et appliquées. Paris, 1898.
* **Monatshefte** für Mathematik und Physik. Wien, 1898.
Morphologisches Jahrbuch. Herausg. v. C. Gegenbaur. Leipzig, 1898.
** **Nature**, a Weekly illustrated Journal of Science. London, 1898; 8°.
** **Neues Jahrbuch** für Mineralogie, Geologie und Palaeontologie, etc. Stuttgart, 1898.
** **Philosophische Studien**. Leipzig, 1898.
* **Physical Review**; a journal of experimental and theoretical physics.... Published for Cornell University. New York, 1898; 8°.
* **Proceedings** of the Canadian Institute. New Series. No. 6, vol. I. Toronto, 1898; 8°.
** **Quarterly Journal** of pure and applied Mathematics. London, 1898.
* **Rendiconti** della R. Accademia dei Lincei — Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali. Roma, 1898; 8°.

* **Revue** sémestrielle des publications mathématiques. Amsterdam, 1898.
** **Revue** générale des sciences pures et appliquées. Paris, 1898.
* **Rivista** di Artiglieria e Genio. Roma, 1898; 8°.
* **Rivista** mensile del Club alpino italiano. Vol. XVII, n. 6-12. Torino, 1898; 8°.
Rivista di Topografia e Catasto pubblicata per cura di N. Jadanza. Torino, 1898 (*dono del socio Jadanza*).
* **Rozprawy** Akademii Umiejętności wydziat Matematyczno-Przyrodniczy. Ser. II, t. XIII. Krakowie, 1898; 8°.
* **Science Abstracts.** Physics and Electrical Engineering. London, 1898; 8°.
* **Settimana** (La) medica dello Sperimentale, organo dell'Accademia medico-fisica fiorentina. Firenze, 1898; 8°.
* **Sperimentale** (Lo). Archivio di Biologia. Firenze, 1898; 8°.
* **Vierteljahrsschrift** der Naturforschenden Gesellschaft in Zurich. 43 Bd., I-III Heft. Zurich, 1898; 8°.
* **Zeitschrift** für mathematischen und naturwissenschaftl. Unterricht, herausg. v. J. C. Hoffmann. Leipzig, 1898.
** **Zeitschrift** für physikalische Chemie. Leipzig, 1898; 8°.
** **Zoologischer Anzeiger,** herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig. 1898; 8°.

Farges (A.). La vita e l'evoluzione delle specie, con una tesi sull'evoluzione estesa al corpo dell'uomo; versione italiana sulla IV edizione francese del Teologo B. Elena. Torino, 1896; 8° (*dono del Traduttore*).
Mosso (A.). La Conferenza internazionale per il catalogo della letteratura scientifica. Roma, 1898; 8° (*dono del Socio Angelo Mosso*).
Romiti (G.). Il significato morfologico del processo marginale nell'osso zigomatico umano. Pisa, 1898; 8° (*dall'A.*).
Sars (G. O.). An account of the Crustacea of Norway. Isopoda. Part XI, XII. Bergen, 1898; 4° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dall'8 al 22 Gennaio 1899.

* **Annales** du Musée Guimet.
Tome XXVIII et XXIX. Paris, 1898; 4°.
Revue de l'Histoire des Religions. Tome XXXVII, Nos. 2 et 3; XXXVIII, n. 1. Paris, 1898; 8°.
* **Annali** dell'Università di Perugia. Pubblicazioni periodiche della Facoltà di Giurisprudenza. N. S. Vol. VIII, fasc. 2°. Perugia, 1898; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di Sc. mor., stor. e filol., ser. V, vol. V. Notizie degli Scavi: Agosto e Settembre 1898; 4°.

** **Bibliografia** italiana. Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa. Vol. 32. N. 12-24. Milano, 1898; 8°.

* **Bulletin** of the New York Publie Library Astor Lonox and Tilden Foundations. Vol. II, No 6-12, 1898; 8°.

* **Bulletin** de la Société de Géographie, etc.; 7e sér., t. XIX, 3e trim. 1898. Paris; 8°.

* **Bullettino** dell'Istituto di Diritto Romano. Anno IX, fasc. VI; X, fasc. I-IV; XI, fasc. I. Roma, 1898; 8°.

* **Camera dei Deputati.** Legislatura XX. 1a Sessione 1897-98. Raccolta degli Atti stampati per ordine della Camera. Vol. I e II (Documenti dall'I al XXXII). — Vol. I-II, IV-VI (dal N. 1 al 322). Roma, 1898; 7 vol. 4°.

* **Comptes-rendus** de l'Athénée Louisianais. 6me sér. Tom. 2me, livr. 5ème. Nouvelle-Orléans, 1898; 8°.

* **Gazzetta** Ufficiale del Regno. Roma, 1898; 4°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Classe der k. b. Akademie der Wissens. zu München. 1898, Heft I; 8°.

* **Stampa** (La). Gazzetta Piemontese. Torino, 1898; f°.

* *Dall'Università di Basilea:*

Bericht über das Gymnasium in Basel. Schuljahr 1897-98. Basel, 1898; 4°.

Brunn (A. H.). Herbarts Metaphysik in ihrem Verhältniss zu den Thatsachen der Erfahrung. Budapest, 1897; 8°.

Dollfus (R.). Ueber die Idee der einzigen Steuer. Basel, 1897; 8°.

Grueninger (A.). De Euripidis Oreste ab histrionibus retractata. Basileae, 1898; 8°.

Heer (O.). Beitrag zur Kenntniss der Rekrutierungsverhältnisse der landwirtschaftlichen und industriellen Bevölkerung der Schweiz. Schaffhausen, 1897; 8°.

Knapp (F.). Piero di Cosimo, sein Leben und seine Werke. Halle a. S., 1897; 4°.

Kriegel (F.). J. St. Mills Lehre vom Wert, Preis und der Bodenrente. Berlin, 1897; 8°.

Moosherr (Th.). Herbarts Metaphysik. Eine Einleitung in das Studium der theoretischen Philosophie Herbarts. Basel, 1898; 4°.

Müller-Mann (G.). Die auswärtige Politik Kaiser Ottos II. Lörrach, 1898; 8°.

Oeri (J.). Die euripideischen Verszahlensysteme. Basel, 1898; 4°.

Personal-Verzeichniss der Universität Basel für das Wintersemester 1897/98 u. Sommersemester 1898. Basel, 1897; 8°.

Petermann (K.). Die öffentlichen Arbeitsnachweis-Bureaux der Schweiz. Bern, 1897; 4°.

Schneebeli (H.). Die Konkursstatistik als Mittel zur Erkennung der Ursachen des Notstandes in der Landwirtschaft. Bern, 1897; 8°.

Schuppli (K. E.). Geschichte der Stadtverfassung von Solothurn. Basel, 1897; 8°.

Staehelin (F.). Geschichte der Kleinasiatischen Galater bis zur Errichtung der römischen Provinz Asia. Basel, 1897; 8°.

Verzeichnis der Vorlesungen an der Universität Basel im Sommer-Semester 1898, Winter-Semester 1898/99. Basel, 1898; 4°.

Wackernagel (J.). Vermischte Beiträge zur griechischen Sprachkunde. Basel, 1897; 4°.

Boghen-Conigliani (E.). Rose di Macchia. Modena, 1893; 8°.
— La " Divina Commedia ,. Scene e figure. Torino, 1894; 8°.
— Studi letterari. Rocca S. Casciano, 1897; 8°.
— La Donna nella vita e nelle opere di Giacomo Leopardi. Firenze, 1898; 8° (*Per i premii di Fondazione Gautieri*).

Bonanni (G.). Amministrazione municipale della città di Ortona-Mare. Secoli XVI-XVII-XVIII. Lanciano, 1899; 8° (*dall'A.*).

Costa (E.). Papiniano. Studio di storia interna del Diritto romano. Bologna, 1899; 8° (*Id.*).
— Le orazioni di Diritto privato di M. Tullio Cicerone. Bologna, 1899; 8° (*Id.*).

Ferrero (E.). Constantius II. Roma, 1898; 8° (*Id.*).

Lando (L.). Lex Pompeia de parricidiis. Modena, 1898; 8° (*Id.*).
— Aliuta. Ricerche d'antichità giuridiche romane. Padova, 1898; 8° (*Id.*).

Marzi (D.). Notizie storiche di Monsummano e Montevettolini da documenti dell'archivio comunale. Firenze, 1894; 8° (*Id.*).
— Una questione libraria fra i Giunti e Aldo Manuzio il vecchio. Firenze, 1896; 8° (*Id.*).
— Giovanni Maria Tolosani, Alessandro Piccolomini e Luigi Giglio. Castelfiorentino, 1897; 8° (*Id.*).
— Notizie storiche intorno ai documenti ed agli archivi più antichi della repubblica fiorentina (sec. XII-XIV). Firenze, 1897; 8° (*Id.*).

Peragallo (L. C.). Pietro Toselli e la battaglia dell'Amba-Alagi. Genova, 1897; 8°.
— Zola. Polimetro. Sestri Ponente, 1898; 8°.
— Cristobal Colon. Odi. Genova, 1898; 8° (*Per il premio di Fondazione Gautieri*).

Sforza (G.). I giornali fiorentini degli anni 1847-49. Torino, 1898; 2 fasc. 8° (*dall'A.*).
— Lettere inedite dell'avv. Luigi Fornaciari al marchese Antonio Mazzarosa. Firenze, 1898; 8° (*Id.*).
— Fabrizio Maramaldo governatore di Pontremoli. Parma, 1898; 8° (*Id.*).
— Miscellanea Napoleonica. Il testamento di Paolina Bonaparte. Roma, 1898; 8° (*Id.*).
— Baltromeo Calzolaro. Commedia in dialetto Massese di Paolo Ferrari, edita ed illustrata ecc. Firenze, 1899; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 15 al 29 Gennaio 1899.

** **Abhandlungen** der k. Preussischen geologischen Landesanstalt. N. F., Heft 25 u. Atlas. Berlin, 1898; 8°, 4°.

* **Annual** Report of the Curator of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College,... for 1897-98. Cambridge, 1898; 8°.

* **Atti** dell'Accademia Pontaniana. Vol. XXVIII. Napoli, 1898; 8°.

* **Bollettino** medico statistico dell'Ufficio d'igiene della città di Torino. An. XXVII, N. 15-36 e Rendiconto dei mesi di giugno a dicembre 1898.

Bollettino di Bibliografia e storia delle matematiche pubblicato per cura di Gino Loria. Anno I, 1898: 8° (*Omaggio dell'Editore*).

* **Comptes-rendus** de l'Académie des Sciences de Cracovie, juillet-décembre 1898; 8°.

Comunicaciones del Museo Nacional de Buenos Aires. Tomo I, n. 2. Buenos Aires, 1898, 8° (*dal Direttore del Museo Dr. Prof.* C. Berg).

** **Fortschritte** der Physik im Jahre 1897, Bd. LIII. 2, 3 Abt. Braunschweig, 1898; 8°.

* **Jahrbuch** der k. k. geologischen Reichsanstalt zu Wien. Jahr. 1898. XLVIII, 2 Heft. Wien, 1898; 8°.

* **Memorias** y Revista de la Sociedad Científica " Antonio Alzate ". T. XI (1897-98), N. 9-12. Mexico, 1898; 8°.

* **Memorie** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Classe di scienze matematiche e naturali. XVIII, fasc. VI. Milano, 1898; 4°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LIX, No. 2. London, 1898; 8°.

** **Morphologische** Arbeiten. Herausg. von Dr G. Schwalbe. 8 Bd., 2 Heft. Jena, 1898; 8°.

* **Pubblicazioni** della Specola Vaticana. Fasc. I-III. Roma, 1891-93; 4°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3a, vol. IV, fasc. 12°. Napoli, 1898; 8°.

Travaux et Mémoires des Facultés de Lille. T. IV, No. 16: V, 19; VI, 21. Lille, 1895-98; 8°. — Atl. N. 1. F. Tourneux: Album d'embryologie. Développement des organes génito-urinaires chez l'homme. Lille, 1892; 4°.

** **Verhandlungen** der physikalischen Gesellschaft zu Berlin. Jahrg. 17, Nr 7-12. 1898; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Bericht N. 14, 15. 1898. Wien; 8°.

Wiskundige Opgaven met de Oplossingen, door de leden van het Wiskundig Genootschap, VII Deel. 6de Stuk. Amsterdam, 1899; 8°.

* **Журналъ** русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXX, n. 6, 7. 1898; 8°.

** Dall' Università di Basilea:*

Andreas (E.). Ueber den specifischen Grenzmagnetismus etc. Berlin, 1897; 4°.
Arndt (K.). Tension und Molekulardispersion etc. Zell im Wiesenthal, 1897; 8°.
Barth (T.). Diphenylaminderivate und Azine. Basel, 1898; 8°.
Bauer (A.). Ueber die Phenyl-$\gamma\delta$-Pentensäure. Basel, 1898; 8°.
Baumann (E.). Ueber Geburtsverlauf nach Vaginofixation. Basel, 1898; 8°.
Bernard (R.). Ueber die Oxydation des Dimethyl-respective Diæthylhydrotoluchinons etc. Basel, 1897; 8°.
Blumenthal (F.). Ueber Dichinoyltrioxim und Tetranitrophenol. Wiesbaden, 1897; 8°.
Böeseken (J.). Ueber die Einwirkungsprodukte der primären Amine auf die Dinitrosacyle. Groningen, 1897; 8°.
Burckhardt (E.). Ueber Phenolphtalein. Basel, 1897; 8°.
Büsdorf (H.). Ueber Nitrosobenzol. Köln, 1896; 8°.
Christen (T.). Beiträge zur Verwendung des freien Integrationsweges. Greifswald, 1897; 8°.
Dreyfus (J.). Ueber Mittelohrtuberkulose etc. Basel, 1898; 8°.
Eggert (A.). Ueber die α-Aethylidenglutarsäure. Basel, 1898; 8°.
Fambach (R.). Die Ringbildung an den Hörnern der Cavicornier. Jena, 1898; 8°.
Frank (F.). Abbau des Theobromins. Berlin, 1897; 8°.
Friedmann (E.). Zur Zahnentwicklung der Knochenfische. Jena, 1897; 8°.
Garnier (R.). Kondensationen von o-Oxymethylbenzaldehyd etc. Karlsruhe, 1898; 8°.
Gisler (G.). Behandlung der Tuberkulose etc. Basel, 1897; 4°.
Goose (F.). Die Beziehungen der Benzolderivate zu den Verbindungen der Fettreihe. Stuttgart, 1897; 8°.
Götz (H.). Zur Systematik der Gattung Vauch. DC. München, 1897; 8°.
Grawehr (K.). Zur Behandlung der Keratitis parenchymatosa. Basel, 1897; 8°.
Grünbaum (A.). Neue Synthese von Chinazolinderivaten. Erlangen; 8°.
Gully (E.). Ueber die ε-Oxy-αAethyladipinsäure etc. Basel, 1897; 8°.
Hagenbach (H.). Die Reduktion des Pikramids. Basel, 1897; 8°.
Hamburger (J.). Ueber Abkömmlinge des Aethyliden-Anilins. Nördlingen, 1898; 8°.
Hartmann (E.). Ueber die knöcherne Fixation des Steigbügels etc. Wiesbaden, 1898; 8°.
Jelensperger (P.). Nouvelles conditions de la décomposition des Diazos etc. Bâle, 1898; 8°.
Kann (A.). Ueber einige Derivate des Dimethyl-ortho-toluidins. Wien, 1898; 8°.
Karcher (J.). Ueber die Fragmentation des Herzmuskels. Naumburg a. S., 1897; 8°.
Knapp (T.). Studien aus der Naphtalinreihe. Basel, 1898; 8°.
Koch (E.). Beiträge zur Einführung der Nitrogruppe mittels salpetriger Säure. Berlin, 1897; 8°.

Langguth (W.). Ueber das Verhalten des Goldes im Chlorstrom etc. Freiburg i. Br., 1897; 8°.
Leyh (F.). Beiträge zur Kenntniss des Paläozoicum etc. Berlin, 1897; 8°.
Löwy (R.). Ueber Flavon-Derivate. Wien, 1897; 8°.
Maehly (P.). Zur Kenntnis der Diphenylaether etc. Basel, 1898; 8°.
Majewski (K. von). Zur Kenntniss der Diazoimidobenzolderivate. Basel, 1898; 8°.
Mayer (B.). Ueber stereoisomere Phenylglycerinsäuren. München, 1898; 8°.
Meyer (H.). Untersuchungen über einige Flagellaten. Genève, 1897; 8°.
Minich (A.). Ueber Periderivate der Naphthalinreihe. Wien, 1898; 8°.
Müller (E.). Ueber pyrogene Zersetzung von Gasöl, Phenol und Kreosot etc. München, 1897; 8°.
Oesch (A.). Was können wir ohne Schnecke hören? Basel, 1898; 4°.
Oswald (A.). Beiträge zur Schilddrüsenfrage. Strassburg, 1897; 8°.
Pfyffer (H.). Zur Lehre von den Erkrankungen des Wurmfortsatzes. Aarau, 1897; 8°.
Raillard (A.). Ueber Azammoniumverbindungen. Basel, 1897; 8°.
Riggenbach (H.). Ueber den Keimgehalt accidenteller Wunden. Leipzig, 1897; 8°.
Rohrmann (E.). Ueber as. p-Toluylhydrazinoessigester etc. Berlin, 1897; 8°.
Roth (A.). Ueber einige neue Derivate der Krokon- und Leuconsäure. Wiesbaden, 1898; 8°.
Schaffner (G.). Ueber den Lobus inferior accessorius der menschlichen Lunge. Berlin, 1898; 8°.
Schlub (H.). Fibrombildung am Limbus der Cornea etc. Wiesbaden, 1897; 8°.
Schnitter (H.). Unguis incarnatus etc. Basel, 1898; 8°.
Seelos (H.). Ueber die Reinigung der Stärkefabrikabwässer. Basel, 1898; 8°.
Siegenthaler (E.). Beitrag zu den Puerperalpsychosen. Wien, 1898; 8°.
Staehelin (A.). Ueber den Einfluss der Muskelarbeit auf die Herzthätigkeit etc. Naumburg a. S., 1897; 8°.
Ullmann (G.). Ueber Flavonderivate der Naphtalinreihe. Znaim, 1897; 8°.
Veillon (E.). Der neue Fleischl-Miescher'sche Haemometer etc. Leipzig, 1897; 8°.
Villiger (E.). Beitrag zur Aetiologie der Melancholie. Basel, 1898; 8°.
Welsch (J.). Ueber die Einwirkung von wasserfreier Ameisensäure etc. München, 1898; 8°.
Werner (C.). Die Bedingungen der Konidienbildung etc. Frankfurt a. M., 1898: 8°.
Wille (W.). Die Psychosen des Pubertätsalters. Leipzig u. Wien, 1897; 8°.
Wyman (H.). Zur Kenntnis und Beurteilung der Verletzungsfolgen. Zurich-Oberstrass, 1897; 8°.
Zehnder (J.). Ueber Anwendung subconjunctivaler Kochsalz-Injectionen etc. Basel, 1897; 8°.
Zuckmayer (F.). Ueber einige Derivate der Naphtalsäure etc. Mainz, 1898; 8°.

Arnò de Villafranca (P.). La Ciencia del Siglo XX. Año de 189... Madrid; 8°.
— Las nuevas teorias sobre la Luna. — Introducción; 8° (*Inviati dall'A. per il premio Bressa*).
Bertoldo (G.). Compendio di termodinamica applicata. Torino, 1896-97; 2 vol.; 8° (*Id.*).
Daniele (E.). Sull'equilibrio delle reti. Palermo, 1899; 8° (*dall'A.*).
Escary (J.). Mémoire sur le problème des trois corps. 2^me^ édit. Foix, 1893; 8°.
— Mémoire sur la théorie générale des planètes autour du soleil. Foix, 1895; 8° (*Inviati dall'A. per il premio Bressa*).
Rogers (H. R.). Electricity — The universal Force. Buffalo N. Y.; 8° (*Id.*).
Schaffers (S. J.). L'excitation spontanée dans les machines électrostatiques. Bruxelles, 1897; 8° (*Id.*).
Stone Wiggins (E.). To Square the Circle Geometrically or to Find a Square equal to a given Circle. Ottava, 1898; 4° (*Id.*).
Suchetet (A.). Des hybrides à l'état sauvage. Tome 1^er^, Classe des Oiseaux. Paris, 1897; 8° (*Id.*).
Trowbridge (J.). The Energy conditions necessary to produce the Röntgen rays. Cambridge, 1897; 8° (*Id.*).
— An inquiry into the nature of electrical discharges in air and gases. Cambridge, 1898; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 22 Gennaio al 5 Febbraio 1899.

* **Annuario** della Società Reale di Napoli, 1899; 8°.
* **Biblioteca** (La) comunale e gli antichi archivi di Verona nell'anno 1897; 4°.
* **Boletin** de la Real Academia de la Historia. T. XXXIV, cuad. 1. Madrid, 1899; 8°.
* **Calendar** 2557-58 (1897-98). Imperial University of Japan. Tōkyō, 2558 (1898); 8°.

Camera dei Deputati. Raccolta degli Atti parlamentari della 1ª Sessione della XX Legislatura 1897-98. Discussioni, vol. 1-7 (Indice); 4°. Disegni di legge e Relazioni, vol. 8°; 4°. Roma, 1897-98.
** **Monumenta Germaniae historica.** Epistolarum tomi V, pars prior Karolini ævi III. Berolini, 1898; 4°.
Popolazione. Movimento dello Stato civile. Anno 1897. Roma, 1898; 8° (*dal Ministero di Agric., Ind. e Comm.*).
Relazione sull'Amministrazione delle Gabelle per l'esercizio 1897-98. Roma, 1899; 4° (*dal Ministero delle Finanze*).

* **Studi** e Documenti di storia e diritto. Anno XIX, fasc. 3°, 4°. Roma, 1898; 4° (*dall'Accademia di Conferenze storico-giuridiche*).
* **Tijdschrift** voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen etc.; Deel XL, Aflev. 5-6. Batavia, 1898; 8°.
* **Travaux et Mémoires** des Facultés de Lille. Tome IV, N.

Caldi-Scalcini (A. C.). La poesia civile nella Commedia di Dante. Torino, 1897; 8° (*Inviato per i premii di Fondazione Gautieri*).
Carraroli (D.). La leggenda di Alessandro Magno. Torino, 1892; 8° (*Id.*).
Chiappelli (A.). I papiri di Oxyrhynchus. Napoli, 1899; 8° (*dall'A.*).
Colucci (G.). Un nuovo poema latino dello XI secolo. Roma, 1896; 8° (*Inviato per i premii di Fondazione Gautieri*).
Foà (A.). Studii di letteratura tedesca. Firenze, 1895; 8° (*Id.*).
Ridolfi-Bolognesi (P.). Lo spostato. Poema sociale. Marseille, 1896; 8° (*Id.*).
Scrocca (A.). Il sistema Dantesco dei Cicli e delle loro influenze. Napoli, 1895; 8° (*Id.*).
Taramelli (A.). Cretan expedition, VIII The prehistorie Grotto at Miamiŭ. Norwood Mass., 1897; 8° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 29 Gennaio al 12 Febbraio 1899.

---

* **Abhandlungen** herausg. von der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft. Bd. XXI, 2; XXIV, 3. Frankfurt a. M., 1898; 4°.
* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entr. 6ª, t. XLVI; 1ª, t. XLVII. Buenos Aires, 1898-99; 8°.
* **Anales** del Museo Nacional de Montevideo, t. III, fasc. 10. 1898; 4°.
* **Annales** des Mines. 9ᵐᵉ série, t. XIV, 10ᵉ, 11ᵉ livr. Paris, 1898; 8°.
* **Annales** de l'Observatoire Météorologique du Mont-Blanc. T. III. Paris, 1898; 4° (*dal Direttore Mʳ J. Vallot*).

Annuario della R. Stazione agraria sperimentale di Torino. Anni 1895-97. Torino, 1898; 8°.

* **Atti** della Società Italiana di scienze naturali, vol. XXXVII, fasc. 4°. Milano, 1899; 8°.
* **Atti** e **Memorie** della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova. Anno CCXCIX, 1897-98, N. S., vol. XIV. Padova, 1898; 8°.

* **Bericht** über die Senckenbergische naturforschende Gesellschaft in Frankfurt am Mein, 1898; 8°.

Bollettino statistico mensile della Città di Milano. Anno XIV, maggio-dicembre 1898 e Notizie riassuntive dell'anno 1898; 4°.

Bollettino dei Musei di Zoologia e Anatomia comparata della R. Università di Torino. Vol. XIII, 1898, Torino; 8°.

Bollettino dell'Associazione " Mathesis " fra gl'Insegnanti di matematica, delle scuole medie. Anno II, n. 6; III, n. 1-2. Torino, 1898-99; 8°.

* **Bulletin** of the Johns Hopkins Hospital, vol. IX, No. 87-92. Baltimore, 1898; 4°.

* **Johns Hopkins** University Circulars. Vol. XVII, No. 136; XVIII, Nos. 137, 138. Baltimore, 1898; 4°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXVII, disp. 6-10. Roma, 1898; 4°.

* **Proceedings** of the Cambridge philosophical Society; vol. X, P. 1ª, 1899.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LXIV, No. 406. London, 1899; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXXI, fasc. 20; XXXII, fasc. 1, 2. Milano, 1899; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche (Sez. della Società Reale di Napoli). Serie 3ª, vol. V, fasc. 1°. Napoli, 1899; 8°.

Report of the Superintendent of the U. S. Naval Observatory for the ending June 30, 1898. Washington, 1898; 8°.

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXXI, fasc. 3-6. Modena, 1898; 8°.

* **Transactions** of the Cambridge philosophical Society. Vol. XVII, p. 2ª. Cambridge, 1899; 8°.

* **Журналъ** русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXX, n. 8. 1898; 8°.

* *Dalla Biblioteca dell'Università di Upsala:*

Årsskrift, Upsala Universitets. 1897. Upsala [1897-98]; 8°.

Andersson (A. E. O.). Om en kvantitativ bestämning af värmevariationerna vid metalltrådars dilatation och kompression. Upsala, 1898; 8°.

Barr (K. A.). Olof Broman, författaren till vår första roman. Upsala, 1898; 8°.

Brundin (J. A. Z.). Bidrag till kännedomen om de svenska fanerogama örternas skottutveckling och öfvervintring. Upsala, 1898; 8°.

Brusiin (A.). Studier öfver några funktionalekvationer i form af additionsteorem. Stockholm, 1897; 4°.

Cleve (A.). Studier öfver några svenska växters groningstid och förstärkningsstadium. Upsala, 1898; 8°.

Ekström (A.). Om teorien för elektriska svängningar i metalltrådar, framkallade af en Hertz' oskillator. Stockholm, 1897; 4°.

Floderus (B. G. O.). Om den s. k. prostatahypertrofiens behandling. Upsala, 1897; 8°.

Fredholm (I.). Sur les équations de l'équilibre d'un corps solide élastique. Stockholm, 1898; 8°.

Grönwall (H.). Om system af linjära totala differentialekvationer, särskildt sådana med 2 n-periodiska koefficienter. Upsala, 1898; 4°.

Holmgren (E.). Om differentalekvationen

$$\sum_{ik} A_{ik}(x, y) \frac{\partial^{i+k} z}{\partial x^i \partial y^k} = 0$$

$$\left(\begin{matrix} i = 0, 1 \dots p \\ k = 0, 1 \dots q \end{matrix}, \; p + q = n, \; pq \neq 0, \; A_{pq} = 1\right).$$

Upsala, 1898; 8°.

Jäderholm (E.). Anatomiska studier öfver sydamerikanska peperomier. Upsala, 1898; 8°.

Schuldheis (G.). Om sinnessjuka fångar i Sverige under åren 1865-1894. Rättsmedicinska och kliniska studier. Inledning och del 1. Upsala, 1898; 8°.

Vestberg (A. E.). Om dissekerande hjärtanevrismer. Stockholm, 1897; 8°.

Günther (S.). Handbuch der Geophysik. Stuttgart, 1897-99, 2 vol. 8° (*Inviato pel premio Bressa*).

Righi (A.). Di un nuovo metodo sperimentale per lo studio dell'assorbimento della luce nel campo magnetico. Roma, 1898; 8° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 5 al 19 Febbraio 1899.

---

* **Annales** de l'Université de Lyon. Fasc. XXXVII, XXXVIII, XL. Paris, 1898; 8°.

Annuario della R. Università degli studi di Torino per l'anno accademico 1898-99. Torino, 1899; 8°.

* **Atti** della R. Accademia della Crusca. Adunanza pubblica del dì 8 gennaio 1899. Firenze, 1899; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Classe di Scienze morali, storiche e filolog.; serie V, vol. VI. Notizie degli Scavi: ottobre 1898. Roma; 4°.

* **Bibliotheca** Indica: A Collection of Oriental Works published by the Asiatic Society of Bengal. New series, Nos. 922-930. Calcutta, 1898; 8°.

* **Bulletin** d'Histoire ecclésiastique et d'Archéologie religieuse des Diocèses de Valence, Gap, Grenoble et Viviers. XVIII° année, 1898. Romans; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie; Nos. 6-8. 1898. Paris; 8°.

* **Consiglio** Comunale di Torino; Sessione ordinaria; sedute 11 luglio-30 dicembre 1898, n[i] XXX-XL. Sessione straordinaria; sedute 4-25 gennaio 1899, N. I-V; 4°.

Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Anno XV, quad. 7-12. Valle di Pompei, 1898; 8°.

Sanskrit Critical Journal of the Oriental Nobility Institute; Vol. XXVII, No. 6-12, 1898; Woking, England; 8°.

Valle di Pompei; Anno VIII. Ottobre 1898; 8°.

Dalla Biblioteca dell'Università di Upsala:

Föreläsningar och öfningar vid Kongl. Universetet i Upsala höst-terminen 1897. Upsala, 1897; 8°.

— vår-terminen 1898. Upsala, 1898; 8°.

Programmata. Fries (Th. Magnus). Bidragg till en lefnadsteckning öfver Carl von Linné. 7. Upsala, 1898; 8°.

Afzelius (H.). Erik Benzelius d. ä. (1632-1687). Stockholm, 1897; 8°.

Alméu (T.). Om auktion såsom medel att åvägabringa aftal. 1. Upsala, 1897; 8°.

Arfvidsson (H. D.). Den praktiska teologiens begrepp, indelning och betydelse. Göteborg, 1897; 8°.

Berggren (Per G.). Lars Grubbe, hans lif och verksamhet. Karlstad, 1898; 8°.

Bergman (E.). Studier till Luthers lära om Kristi person. Göteborg, 1897; 8°.

Bergman (J.). Aurelii Prudentii Clementis Psychomachia rerum et verborum copia explicata codicibus Casinensi 374 et Vaticano Reginensi 2078 in lucem prolatis, illustrata. Upsala, 1897; 8°.

Björkander (A.). Till Visby stads äldsta historia. Ett kritiskt bidrag. Upsala, 1898; 8°.

Dahlman (A.). Studia critica in M. Tullii Ciceronis ad Atticum epistulas. Karlstad, 1898; 8°.

Friesen (O. von). Om de germanska mediageminatorna med särskild hänsyn till de nordiska språken. Upsala, 1897; 8°.

Göransson (G.). De usu particularum temporalium cum, postquam, ubi, ut, simul, simulac apud Vergilium, Lucanum, Valerium Flaccum, Silium Italicum. Stockholm, 1897; 8°.

Hahr (A.). Per Krafft d. ä. och hans verksamhet i Sverge. Stockholm, 1898; 8°.

Hammargren (J. A.). Om den liturgiska striden under konung Johan III. Upsala, 1898; 8°.

Herlenius (E.). Erik-Jansismen i Sverige. Bidrag till svenska sektväsendets historia. Upsala, 1897; 8°.

Hildebrand (K.). Johan III och Europas katolska makter 1568-1580. Studier i 1500-talets politiska historia. Upsala, 1898; 8°.

Himmelstrand (H.). Olof Bergklints kritiska verksamhet. Ett bidrag till den literära granskningens historia i Sverige. Upsala, 1898; 8°.

Hjelm (A.). Den helige Bernhard och Abälard. En dogmhistorisk studie. 1. Lund, 1898; 8°.

Lagercrantz (O.). Zur griechischen Lautgeschichte. Upsala, 1898; 8°.

Linder (A.). Plainte de la Vierge en vieux vénitien. Texte critique précédé d'une introduction linguistique et littéraire. Upsala, 1898; 8°.

Lindberg (L.). Les locutions verbales figées dans la langue française. Upsala, 1898; 8°.

Lindqvist (G.). Quelques observations sur le développement des désinences du présent de l'indicatif de la première conjugaison latine dans les langues romanes. Upsala, 1898; 8°.

Lindström (A.). L'analogie dans la déclinaison des substantifs latins en Gaule. 2° partie. Upsala, 1898; 8°.

Lögdberg (L. E.). Animadversiones de actione ΠΑΡΑΝΟΜΩΝ. Upsala, 1898; 8°.

Lundgren (C. O.). Studia in Valerium Maximum. Stockholm, 1898; 8°.

Lundqvist (K. V.). Bidrag till kännedomen om de svenska domkapitlen under medeltiden jämförda med motsvarande institutioner i utlandet. Stockholm, 1897; 8°.

Öhlander (C.). Bidrag till kännedom om Ingermanlands historia och förvaltning. 1. 1617-1645. Upsala, 1898; 8°.

Olmer (E.). Konflikten mellan Danmark och Holstein-Gottorp 1695 1700 med särskildt afseende fäst vid Sveriges förhållande till densamma. 1. Mars 1695-April 1697. Göteborg, 1898; 8°.

Pira (K.). Satser till kritisk belysning af R. Sohms Kyrkorätt. Stockholm, 1897; 8°.

— Framställning och kritik af J. St. Mills, Lotzes och Sigwarts läror om begreppsbildningen i logiken. Stockholm, 1897; 8°.

Rönnblad (E.). Formerna för grundlagsfrågors behandling i svenska riksdagen 1809-1866. Upsala, 1898; 8°.

Sandell (R.). De Polybii structuris quibusdam finalibus. Upsala, 1898; 8°.

Seth (P. von). Om subjektiva vilkor för rätt att idka handel enligt svensk rätt. 1 och 2. Inlelande spörsmål. Subjektiva vilkor för svenska undersåtar för vinnande af handelsrättighet. Jönköping, 1897; 8°.

Södérqvist (O.). Johan III och hertig Karl 1568-1575. Upsala, 1898; 8°.

Steffen (R.). Enstrofig nordisk folklyrik i jämförande framställning. Stockholm, 1898; 8°.

Svedelius (C.). L'analyse du langage appliquée à la langue française. Upsala, 1897; 8°.

Vallquist (K.). De infinitivi usu apud Terentium. Nyköping, 1897; 4°.

Beyssac (J.). Notes pour servir à l'histoire de l'Église de Lyon. Georges de Challant etc..... Lyon, 1899; 8° (*dall'A.*).

Chevalier (U.). Gallia christiana novissima. Valence, 1899; 4° (*Id.*).

Colombo (N.). Alla ricerca delle origini del nome di *Vigevano*. Novara, 1899; 8° (*Id.*).

Pais (E.). Storia di Roma. Vol. I, parte 2ª. Torino, 1899; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 12 al 26 Febbraio 1899.

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften, Bd. XXIV, N. VI. Leipzig, 1899; 8°.

* **Annales** de l'Université de Lyon; Fasc. XXXIII, XXXIX. Paris, 1898; 8°.

* **Annali** della Facoltà di Medicina dell'Università di Perugia e Memorie dell'Accademia medico-chirurgica di Perugia. Vol. X, fasc. 2°. Perugia, 1898; 8°.

* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles. Sér. II, t. II, 2e et 3e livr. La Haye, 1899; 8°.

Atti del Collegio degli ingegneri e degli architetti in Palermo. 1898, settembre-dicembre. Palermo, 1898; 8°.

* **Atti** della Società toscana di scienze naturali residente in Pisa. Memorie, vol. XVI. Processi verbali, vol. XI, 3 luglio 1898; 8°.

* **Atti** dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Anno LII, sessione 1a 1898. Roma, 1899; 4°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Mathem.-Physische Classe, 1898, Fünfzigster Band. Leipzig, 1898; 8°.

* **Bollettino** della Società dei naturalisti in Napoli. Ser. I, vol. XII, 1898. Napoli, 1899; 8°.

* **Communicações** da Direcção dos trabalhos geologicos de Portugal. T. III, fasc. 2°. Lisboa, 1896-98; 8°.

* **Földtani** Közlöny kiadja a Magyarhoni Földtani Társulat. Vol. XXVIII, n. 7-12. Budapest, 1898; 8°.

In memoria di Teodoro Caruel. Firenze, 1899; 4° (*dalla Società Botanica italiana*).

Manual of the Geology of India. Part I. Corundum. By T. H. Holland. Calcutta, 1898; 8° (*dal Geological Survey of India*).

* **Memoirs** of Geological Survey of India. Palaeontologica Indica, Ser. XV, vol. I, Part 3. Calcutta, 1897; 4°.

* **Mittheilungen** aus der medicinischen Facultät der Kaisr.-Japanischen Univ. Bd. IV, n. II, III. Tōkio, Japan, 1898; 4°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LIX, No. 3. London, 1899; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LXIV, No. 407. London, 1899; 8°.

* **Quarterly** Journal of Geological Society. Vol. LV, Part 1, No. 217. London, 1899; 8°.

Relative Schwerebestimmungen durch Pendelbeobachtungen (Gruppe III), II Heft. Pola, 1898; 4° (*dal Ministero di Guerra e Marina austriaco*).

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXXII, fasc. 3. Milano, 1899; 8°.

* **Sitzungsberichte** der mathematisch-physikalischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München, 1898, Heft IV; 8°.

* **Sitzungsberichte** der k. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. XL-LIV (20 October-22 December 1898). Berlin, 1898; 8°.

* **Transactions** of the Royal Society of South Australia. Vol. XXII, Part II. Adelaide, 1898; 8°.

Tre conferenze agrarie. Roma, 1899; 8° (*dalla Società degli agricoltori italiani*).

* **Verhandlungen** des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. N. F. VI Bd., I Heft. 1898; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. N. 16-18, 1899. Wien; 8°.

Ardu-Onnis (E.). Il metodo zoologico in Antropologia. Roma, 1896; 8° (*dall'A.*).

— La Sardegna preistorica. Note di Paletnologia. Cagliari, 1898 8° (*Id.*).

Pirotta (R.) e **Longo** (B.). Sulla presenza e sulla forma degli stomi nel *Cynomorium coccineum*. Roma, 1899; 8° (*dal Socio corrispondente Prof. Pirotta*).

Ruffini (P.). Ricerche intorno ai momenti d'inerzia di un sistema di punti privo di baricentro. Bologna, 1899; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 19 Febbraio al 5 Marzo 1899.

* **Atti** della Società Ligure di Storia patria. Vol. XXVIII, fasc. III; XXIX, fasc. II. Genova, 1898; 8°.

Atti del III Congresso Nazionale delle Società Economiche tenutosi in Torino, Settembre 1898. Torino; 8° (*dalla Società Promotrice dell'Industria Nazionale*).

* **Boletin** de la Real Academia de la Historia. T. XXXIV, cuad. II. Madrid, 1899; 8°.

* **Bulletin** de la Société de Géographie. 7^{me} série, 4^{me} trimestre 1898. Paris; 8°.

Catalogus dissertationum philologicarum classicarum. Leipzig, 1894; 8° (*dono dell'editore Gustavo Fock*).

* **Commentari** dell'Ateneo di Brescia per l'anno 1898. Brescia; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie; N. 9. Paris, 1898; 8°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Classe der k. b. Akademie der Wissens. zu München, 1898, Bd. Heft II. München, 1899; 8°.

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione, dal 1° giugno al 31 dicembre 1898. Roma, 1898-99; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

* **Vjesnik** hrvatskoga Arheološkoga Društva. N. S. sveska III, 1898. Zagrebu, 1898-99; 8° (*dalla Società Archeologica Croata*).

Morozzo della Rocca (T.). Le storie dell'antica città del Monteregale ora Mondovì in Piemonte. Mondovì, 1894-99; 2 vol. 8° (*dall'A.*).

Solerti (A.) e **Campori** (G.). Luigi, Lucrezia e Leonora d'Este. Torino, 1888; 8°.

Solerti (A.). Ferrara e la Corte estense nella seconda metà del sec. XVI. I Discorsi di Annibale Romei. Città di Castello, 1891; 8°.

— * Appendice alle Opere in prosa di Torquato Tasso. Firenze, 1892; 8°.

— La vita di Torquato Tasso. Torino, 1895; 3 vol. 8°.

— Opere minori in versi di Torquato Tasso. Bologna, 1891-95; 3 vol. 8°.

— Gerusalemme Liberata, poema eroico di Torquato Tasso. Edizione critica sui manoscritti e le prime stampe con argomenti, allegorie e annotazioni di varii autori. Firenze, 1895-96; 3 vol. 16°.

— Le Rime di Torquato Tasso. Edizione critica sui manoscritti e le antiche stampe. Bologna, 1898; 3 vol. 8° (*Inviati dal sig. Dott. Solerti per i Premii di Fondazione Gautieri*).

Torti (E.). Relazione statistica sulla Amministrazione della Giustizia nel distretto della Corte d'Appello di Torino nell'anno 1898. Torino, 1899; 8° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 26 Febbraio al 12 Marzo 1899.

* **Annali** della Facoltà di Medicina dell'Università di Perugia e Memorie dell'Accademia medico-chirurgica di Perugia. Vol. X, fasc. 3°-4°. Perugia, 1898; 8°.

* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles, publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem. Sér. II, t. II, 4° livr. Harlem, 1899; 8°.

* **Atti** della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze, 4ª serie, vol. XXI, disp. 3ª-4ª, 1899; 8°.

* **Atti** della Società dei Naturalisti di Modena. Serie III, vol. XV, fasc. 2°; XVI, fasc. 2°. Modena, 1898; 8°.

* **Atti** del Reale Istituto d'Incoragg. di Napoli. 4ª serie, vol. XI. 1898; 4°.

* **Bergens** Museum Aarbog for 1898. Bergen, 1899; 4°.

* **Giornale** della R. Accademia di Medicina. A. LXI, 12; LXII, 1. Torino, 1898-99; 8°.

* **Informe** del primer semestre de 1898 à 1899 del Museo Nacional de Costa Rica. Director J. F. Ferraz. San José, 1898; 8° (*dal Governo della Rep.*).

* **Journal** of Morphology. Edited by C. O. Whitman, ...with the co-operation of Ed. Ph. Allis. Vol. XV, No. 1. Boston, 1898; 8°.

* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1899, part 1. London, 1898; 8°.

* **Journal** of the College of Science Imperial University of Tōkyō, Japan. Vol. IX, p. 3ª; X, p. 3ª; XI, p. 1ª; XII, p. 1ª-3ª. Tōkiō, 1898; 4°.

* **Memorie** dell'Accademia di Verona. Vol. LXXIV, serie III, fasc. I-II. Verona, 1898; 8°.

* **Mittheilungen** aus der medicinischen Facultät der Kaisr.-Japanischen Univ. Bd. IV, No. IV. Tōkiō, Japan, 1898; 4°.

* **Nachrichten** von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physik. Klasse, 1898, Heft 4. Göttingen; 8°.

* **Nieuw Archief** voor Wiskunde. Tweede Reeks. Deel IV. Eerste Stuck. Amsterdam, 1899; 8°.

Osservazioni meteorologiche eseguite nell'anno 1898, col riassunto composto sulle medesime da E. Pini. Milano, 1898; 4° (*dal R. Osserv. Astronomico di Brera*).

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LXIV, No. 408. London, 1899; 8°.

Publicationen für die Internationale Erdmessung. Astronomische Arbeiten des k. k. Gradmessungs-Bureau. X Bd., Längenbestimmungen. Wien, 1896; 4°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXXII, fasc. 4. Milano, 1899; 8°.

* **Журналъ** русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXX, n. 9. 1899; 8°.

Socolow (S.). Corrélations régulières du système planétaire avec l'indication des orbites des planètes inconnues jusqu'ici. Moscou, 1899; 8° (*dall'A.*).

** **Vinci** (Leonardo da). Il Codice Atlantico; fasc. XV. Milano, 1899; 8°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 5 al 19 Marzo 1899.

* **Annuario** della R. Accademia dei Lincei, 1899. Roma; 16°.
* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Classe di Scienze morali, storiche e filolog.; serie V, vol. VI. Notizie degli Scavi: novembre 1898. Roma; 4°.
* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig (Philolog.-hist. Classe), 1898, V. Leipzig, 1898; 8°.
* **Boletin** de la Real Academia de la historia; t. XXXIV, cuad. III. Madrid, 1899; 8°.

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno XV, 1898. Roma; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

* **Nachrichten** von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Philologisch-historische Klasse, 1898, Heft 4. Göttingen; 8°.

Statistica giudiziaria penale per l'anno 1896. Roma, 1898; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio, Direz. gen. della Statistica*).

Tabella indicante i valori delle merci nell'anno 1898 per le statistiche commerciali. Roma, 1899; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

* **Transactions** of the Royal Society of Literature. Second series, vol. XX, part II. London, 1899; 8°.

Basile (M.). Pensieri di diversa cultura letteraria in relazione al vivere civile. Palermo, 1899 (*dall'A.*).

Jordan (D. S.). Lest we forget. Palo Alto, Calif., 1898; 8° (*Id.*).

Mancini (C.). La regina delle epigrafi Osche sanata dalle sofferte deturpazioni e restituita alla sua normale intelligenza. Napoli, 1899; 4° (*Id.*).

Siragusa (F. P. C.). Discorsi su la natura e sul governo dei popoli. Palermo, 1899; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 12 al 26 Marzo 1899.

* **Abhandlungen** herausg. von der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft. Bd. XXI, Heft III; XXIV, IV. Frankfurt a. M., 1898; 4°.
* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega II, t. XLVII. Buenos Aires, 1899; 8°.

* **Annales** de la Société royale Malacologique de Belgique. Mémoires, T. XXX, 1895. Bruxelles, 1898; 8°.

* **Annales** des Mines. 9me série, t. XV, 1e livr. 1899. Paris, 8°.

* **Annals** of the New York Academy of Sciences late Lyceum of Natural history. X, Nos 1-12; XI, part II. New York, 1898; 8°.

* **Archives** du Musée Teyler, série II, vol. VI, 2e partie. Haarlem, 1898; 8°.

* **Atti** della Società Veneto-Trentina di scienze naturali. Ser. II, vol. III, fasc. 2°. Padova, 1899; 8°.

* **Bollettino** del R. Orto Botanico di Palermo. Anno II, fasc. I-II, 1898; 8°.

* **Bulletin** de la Société Belge de Microscopie. XXIVe an., 1897-98. Bruxelles; 8°.

* **Bulletin** de la Société impériale des Naturalistes de Moscou. Ann. 1897, n. 3-4. Moscou, 1898: 8°.

Bulletin de la Société Philomatique de Paris. 8e série, t. X, n. 1, 1897-98. Paris; 8°.

* **Bulletin** de l'Académie Imp. des Sciences de St-Pétersbourg. Ve sér., T. VII, n. 3-5; VIII, 1-5. St-Pétersbourg, 1897-98; 8°.

Bulletin No. 9-11. U. S. Department of Agriculture, Division of Biological Survey. Washington, 1898; 8°.

* **Bulletins** du Comité géologique de St-Pétersbourg, 1896; t. XVI, n. 3-9 et supplément; XVII, n. 1-3. St-Pétersbourg, 1897-98; 8°.

* **Documents & Rapports** de la Société Paléontologique et Archéologique de l'Arrondissement judiciaire de Charleroi. T. XXII. Charleroi, 1898; 8°.

* **Field Columbian** Museum. Anthropological Series, vol. II, No. 1. Chicago, 1898; 8°.

* **Glasnik** hrvatskoga naravoslovnoga Družtva. Godina VIII, IX. Zagreb, 1895-96; 8° (*Società historico-naturalis Croatica*).

* **Jahrbuch** über die Fortschritte der Mathematik. Bd. XXVII, Heft 3. Berlin, 1899; 8°.

* **Jenaische** Zeitschrift für Naturwissenschaft herausg. von der medizinisch-naturw. Gesellschaft zu Jena. N. F. Bd. XXV, Heft 3 u. 4; XXVI, 1. Jena, 1898-99; 8°.

* **Kansas** University Quarterly. Ser. A: science and mathematics. Vol. VI, No. 2-4; VII, 1-3. Lawcance, 1897-98.

* **Mémoires** de l'Académie Imp. des Sciences de St-Pétersbourg. Classe physico-mathématique. VIIIe série, vol. V, n. 6-13; VI, 1-10. St-Pétersbourg, 1897-98; 4°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LIX, No. 4, 5. London, 1899; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LXIV, No. 409. London, 1899; 8°.

* **Proceedings** of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia. Part II, 1898. Philadelphia, 1898; 8°.

* **Procès Verbaux** des Séances de la Société R. Malacologique de Belgique; t. XXVI, XXVII, 1897-98. Bruxelles; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXXII, fasc. 5. Milano, 1899; 8°.

Report of the Sixty-Eighth Meeting of the British Association for the advancement of Science, held at Bristol in September 1898. London, 1899; 8°.

* **Transactions** of the American Philosophical Society held at Philadelphia. Vol. XIX, N. S., Part III, 1898; 4°.

* **Transactions** of the Academy of Science of St-Louis. Vol. VII, n. 17-20; VIII, 1-7. 1897-98; 8°.

Bombicci (L.). Le interessanti anomalie (dissimetrie e spostamenti) dei mirabili cristalli di solfo nativo, della miniera di Cà-Bernardi. Confronto colle anomalie e contorsioni elicoidi del quarzo di Porretta. La ipotesi del prof. G. Tschermak sulle curvature delle lastre paraboloidi. Obiezioni a questa ipotesi. Diversa spiegazione proposta per le suddette curvature. Bologna, 1898; 4° (*dall'A.*).

** **Forel** (F. A.). Le Léman, monographie limnologique. Lausanne, 1892-95; 2 vol. 8°.

Gordon (A.). Indicaciones terapeuticas de la Musica. Habana, 1899; 8° (*Id.*).

Haeckel (E.). Kunst-Formen der Natur. I Liefr. Leipzig u. Wien, 1899 (*Id.*).

Piette (E.) et **De Laporterie** (J.). Études d'Ethnographie préistorique. V. Fouilles à Brassempouy en 1897. Paris, 1898; 8° (*dono del sig. E. Piette*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 19 Marzo al 9 Aprile 1899.

* **Analecta** Bollandiana. T. XVII, fasc. III. Bruxelles, 1898; 8°.

* **Annales** de la Société d'Archéologie de Bruxelles. T. XII, livs. III et IV. Bruxelles, 1898; 8°.

* **Annuario** della R. Università di Pisa per l'anno accademico 1898-99. Pisa, 1899; 8°.

* **Anuario** demografico de la República Oriental del Uruguay, Año 1897. Montevideo, 1898; 8°.

* **Bollettino** della Società Umbra di Storia Patria. Anno V, fasc. I. Perugia, 1899; 8°.

** **Calendario** generale del Regno d'Italia pel 1899. Roma; 8°.

Corriere (Il) di Novara. XXIII marzo 1849-XXIII marzo 1899; in-f°.

** **Guida** Commerciale ed Amministrativa di Torino. Anno 1899. Torino; 8°.

** **Inventarii** dei manoscritti delle Biblioteche d'Italia, vol. VIII. Forlì, 1898; 8°.

* **Jugoslavenska Akademija** Znanosti i Umjetnosti. Monumenta historico-juridica Slavorum meridionalium. Vol. VI; Rad, Knjiga CXXXVI; Rječnik hrvatskoga ili srpskoga jezika..... Svezak 18. Starine..... Knjiga XXIX. Zagrebu, 1898; 8°.

* **Kansas** University Quaterly. Ser. B. Philology and history. Vol. VI; VII. Nos 1-3. Lawrance, Kans. 1897-98; 8°.

* **Memorie** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Classe di lettere, scienze storiche e morali. Vol. XX, fasc. VIII. Milano, 1899; 4°.

** **Petermanns** Mitteilungen aus Justus Perthes' Geographischer Anstalt. Ergänzungsheft N. 127. Gotha, 1899; 8°.

Vorlese-Ordnung an der k. k. Leopold-Franzens-Universität zu Innsbruck im Sommer-Semester 1899; 8° (*dall'Università di Innsbruck*).

Chilovi (D.). Il Catalogo della letteratura scientifica. Roma, 1899; 8° (*dall'A.*).

Cisotti (G.). La Giustizia negli Abruzzi nell'anno 1898. Discorso. Aquila, 1899; 8° (*Id.*).

Rua (G.). Tra antiche fiabe e novelle. Le " Piacevoli notti " di Messer Gian Francesco Straparola. Ricerche. Torino, 1898; 8°.

— Le piacevoli notti di M. Giovanfrancesco Straparola da Caravaggio riprodotte sulle antiche stampe. Torino, 1898; 8°.

— Antiche novelle in versi di tradizioni popolari. Palermo, 1893; 8°.

— Intorno al " Libro della origine delli volgari proverbi " di Aloise Cinzio dei Fabrizii. Torino, 1891; 8°.

— Di alcune fonti italiane di un vecchio libro francese. Verona, 1892; 16°.

— Recensioni. Torino, 1892-97; 8°.

— Alessandro Tassoni e Carlo Emanuele I di Savoia. Le prime relazioni ecc. Torino, 1898; 8°.

— Fulvio Testi e i Principi di Savoia. Note sparse raccolte da documenti degli Archivi torinesi. Bergamo, 1894; 8°.

— Sonetti politici del cav. Marino a Carlo Emanuele I. Torino; 8°.

— La intercessione del card. Aldobrandini presso Carlo Emanuele I per la scarcerazione del cav. Marino. Torino; 8°.

— L'Epopea Savoina alla Corte di Carlo Emanuele I. La Savoysiade di Onorato d'Urfè. Torino, 1893; 8°.

— L' " Amedeide " di Gabriello Chiabrera nella sua genesi. Torino; 8°.

— L'Epopea di Carlo Emanuele I. Torino; 8°.

— Un episodio letterario alla Corte di Carlo Emanuele I. 8°.

— Poesie contro gli Spagnuoli e in loro favore (1610-1625). Bergamo; 8°.

— Ragion di Stato, Discorso. Risposta al " discorso " del Soccino. Torino, 1895; 8°.

— La genesi di due drammi pastorali alla Corte di Carlo Emanuele I. Alba, 1897; 8°.

— Carlo Emanuele I e la poesia nazionale italiana. Torino, 1892; 8°.

— Poeti della Corte di Carlo Emanuele I di Savoia. Torino, 1899; 8° (*inviati dall'Autore per il premio di Fondazione Gautieri*).

Dal 26 Marzo al 16 Aprile 1899.

* **Annali** della Facoltà di Medicina dell'Università di Perugia e Memorie dell'Accademia medico-chirurgica di Perugia. Vol. XI, fasc. 1°. Perugia, 1899; 8°.

Annuario del Ministero della Pubblica Istruzione. Roma, 1899; 8°.

Assemblea Generale ordinaria della Società Anonima Canavese per la strada ferrata Torino-Ciriè-Lanzo. Torino, 1899; 8°.

* **Atti** della fondazione scientifica Cagnola dalla sua istituzione in poi. Vol. 15°, 16°. Milano, 1898; 8° (*dal R. Istituto Lombardo*).

* **Atti** della R. Accademia medico-chirurgica di Napoli. Anno LII; n. 3. Napoli, 1899; 8°.

* **Atti** dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Anno LII, sess. II^{a}, 1899. Roma; 4°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Mathem.-Phys. Classe. 1899, I. Leipzig; 8°.

Boletín mensual demográfico de Montevideo. Año VI, n. 65-72. Montevideo, 1897-98.

* **Bollettino** del R. Comitato Geolog. d'Italia. Anno 1898, n. 3. Roma; 8°.

Bulletin mensuel de Statistique Municipale de la ville de Buenos-Ayres. XII^{e} année (1898), n. 5-12; 4°.

* **Forhandlinger** i Videnskabs-selskabet i Christiania Aar 1898, No. 6. Christiania, 1899; 8°.

* **Matériaux** pour la Carte géologique de la Suisse. 28^{me} livr.; Nouv. série, VIII^{e} livr. Berne, 1898; 4° (*dalla Commissione geolog. della Società elvetica di scienze naturali*).

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXVII, disp. 11-12 (1898). Roma, 1899; 4°.

* **Minnesota** Botanical Studies. Second Series, Part II, Febr. 22, 1899. Minneapolis, Minn., 1898; 8° (*dal Geological and Natural History Survey of Minnesota*).

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LXIV, No. 410. London, 1899; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXXII, fasc. 6. Milano, 1899; 8°.

* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo. Tom. XIII, fasc. I-II. Palermo, 1899; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3^{a}, vol. V, fasc. 2° e 3°. Napoli, 1899; 8°.

* **Skrifter** udgivne af Videnskabsselskabet i Christiania 1898, No 11, 12. I Mathematisk naturvidenskabelig Klasse. Kristiania, 1899; 8°.

Berthelot (M.). Chaleur animale. Vol. I. Principes chimiques généraux; II. Données numériques. Paris, 1899; 2 vol. 8° (*dall'A.*).

Harlé (Ed.): Catalogue de paléontologie quaternaire des collections de Toulouse. Toulouse, 1899; 8° (*Id.*).

** **Ostwald** (W.). Lehrbuch der allgemeinen Chemie. II Bd., IV Liefg. Leipzig, 1899; 8°.

Rogers (H. R.). Metius, the Hollander inventor and discoverer. Buffalo, 1899; 8° (*dall'A.*).

Dal 9 al 23 Aprile 1899.

---

* **Annuario** della R. Università degli studî di Padova per l'anno accademico 1898-99; 8°.

Annuario Accademico della R. Università degli studî di Siena per l'anno 1898-99; 8°.

Atti del Consiglio Provinciale di Torino. Anno 1898. Torino, 1899; 8°.

Atti del primo Congresso Nazionale delle rappresentanze provinciali in Torino 20-24 ottobre 1898, pubblicati dalla provincia di Torino. Torino, 1899; 8° (*dono del Consiglio Provinciale*).

** **Bibliotheca** Philologica Classica. Vol. XXV, 1898. Trimestre quartum. Berlin, 1898; 8°.

Bilanci comunali per l'anno 1897 e situazioni patrimoniali dei Comuni al 1° gennaio 1897. Roma, 1899; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

* **Boletin** de la Real Academia de la Historia. T. XXXIV, cuad. IV. Madrid, 1899; 8°.

* **Bulletin** de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark. 1898, n. 9. Copenhague; 8°.

* **Giornale** della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno XXI, fasc. I. Genova, 1899; 8°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Classe der k. b. Akademie der Wissens. zu München. 1898, Bd. II, Heft III. München, 1899; 8°.

* **Verhandelingen** rakende den Natuurlijken en Geopentaarden Godsdienst, uitgegeven door Teylers godgeleerd Genootschap. N. S. 16° Deel. Haarlem, 1898; 8°.

Pieri (S.). Fonetica del dialetto lucchese. Milano; 8°.
— Fonetica del dialetto pisano. Milano; 8°.
— Appunti morfologici, concernenti il dialetto lucchese e il pisano. Milano; 8°.
— Toponomastica delle valli del Serchio e della Lima. Milano, 1898; 8°.
— A proposito d'uno spoglio di nomi locali. Milano; 8° (*Inviati dall'A. per la Commissione dei premii di Fondazione Gautieri*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

Dal 16 al 30 Aprile 1899.

---

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XXV, N. 1, 2. Leipzig, 1899; 8°.
* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega III, T. XLVII. Buenos Aires, 1899; 8°.
* **Atti** della R. Accademia Peloritana. Anno XIII, 1898-99. Messina, 1899; 8°
* **British-Museum** (Natural History):
Catalogue of the Birds in the British Museum, vol. XXVI (1898).
Catalogue of the African Plants collected by Dr. Fried. Welwitsch in 1853-61, 2 vol. 8° (1898).
List of the Types and Figured specimens of Fossil Cephalopoda in the British Museum (1898).
Catalogue of the Lepidoptera Phalaenae in the British Museum. Vol. I. Text and Plates, 2 vol. (1898). London, 6 vol.; 8°.
* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXXII, No. 9. Cambridge, Mass., 1899; 8°.
* **Bulletin** de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark Copenhague, 1898, n. 6; 8°.
Bulletin de la Société Philomatique de Paris, 1897-1898, N. 2-4; (1899); 8°.
* **Bulletin** de la Société Mathématique de France. T. XXVI. Paris, 1898; 8°.
* **Erläuterungen** zur geologischen Specialkarte der Länder der Ung. Krone (Herausg. von der Kgl. Ung. Geologischen Anstalt). Budapest, 1898; 8°.
* **Giornale** della R. Accademia di Medicina. A. LXII, n. 2-3. Torino, 1899; 8°.
* **Jahresbericht** der Kgl. Ung. geologischen Anstalt für 1897. Budapest, 1899; 8°.
* **Leopoldina.** Amtliches Organ der k. Leopoldino-Carolinischen Deutschen Akad. der Naturforscher. XXXIV Heft, 1898. Halle; 4°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LIX, No. 6. London, 1899; 8°.

* **Nova Acta** Academiae Caesareae Leopoldino-Carolinae Germanicae Naturae curiosorum. Tomus LXX, LXXI. Halle, 1898; 4°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LXIV, No. 411. London, 1899; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXXII, fasc. 7. Milano, 1899; 8°.

* **Sitzungsberichte** der Physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, 1898, No. 4-8; 1899; 8°.

Transactions of the Manchester Geological Society. Vol. XXVI, Part I-III, 1898-99; 8°.

* **Verhandlungen** Physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, 1896, N. F., XXXII. Bd., No. 4-5; 8°.

Albrecht (Th.). Bericht über den Stand der Erforschung der Breitenvariation am Schlusse des Jahres 1898. Berlin, 1898; 4° (*dall'A.*).

Bassani (Fr.). La Ittiofauna del calcare eocenico di Gassino in Piemonte. Napoli, 1899; 4° (*Id.*).

— Di una piccola bocca apertasi nel fondo della Solfatara. Napoli, 1899; 8° (*Id.*).

Battermann (H.). Resultate aus den Polhöhen bestimmungen in Berlin ausgeführt in den Jahren 1891 u. 1892 am Universal-Transit der k. Sternwarte. Berlin, 1899; 4° (*Id.*).

* **Böckh** (J.) u. **Gesell** (A.). Die in Betrieb stehenden und im Auschlusse begriffenen von Lagerstätten Edelmetallen, Erzen, Eisensteinen, Mineralkohlen, Steinsalz und anderen nutzbaren Mineralien aus dem Territorium der Länder der Ungarischen Krone. Budapest, 1898; 8° (*Publicationen d. k. Ungar. geol. Anstalt*).

De Agostini (G.). Sullo stato attuale degli studi batometrici dei laghi italiani, coll'aggiunta di un saggio per una bibliografia limnologica italiana. Firenze, 1899; 8° (*dall'A.*).

— Il lago del Matese (Prov. di Caserta). Roma, 1899; 8° (*Id.*).

— Il lago di Canterno (Sub-Apennino romano). Roma, 1899; 8° (*Id.*).

Feroci (A.). Alcune riflessioni sulle febbri catarrali epidemiche o insolite (Influenza) con brevi notizie riguardanti il loro dominio in Pisa. Pisa, 1898; 8° (*Id.*).

Gambera (P.). Sul significato scientifico di alcuni versi della " Divina Commedia „. Torre Annunziata, 1899; 8° (*Id.*).

Pecile (D.). Sulle carte agronomiche in Friuli. Udine, 1899; 8° (*Id.*).

Rosenbusch (H.). Ueber Euktolith, ein neues Glied der theralithischen Effusiomagmen. Berlin, 1899; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 23 Aprile al 7 Maggio 1899.

---

* **Analecta** Bollandiana. T. XVII, fasc. 4. Bruxelles, 1898; 8°.
* **Annales** de la Société d'Archéologie de Bruxelles. T. XIII, liv. I. Bruxelles, 1899; 8°.
* **Annales** du Midi. Revue de la France méridionale. Dixième année, N.os 39-40. Toulouse, 1898 (*dall'Université de Toulouse*).
* **Atti** e **Rendiconti** dell'Accademia di scienze, lettere e arti dei Zelanti di Acireale. Nuova serie, vol. IX, 1897-98. Memorie della Classe di lettere. Acireale, 1899; 8°.
* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Classe di Scienze morali, storiche e filolog.; serie V, vol. VI. Notizie degli Scavi: Dicembre e Indice topografico per l'anno 1898. Roma; 4°.
* **Bulletin** de la Société d'Études des Hautes-Alpes. IIe série, N. 28. Gap, 1898; 8°.
* **Bulletin** de la Société de Géographie. 7me série, t. XX, 1er trimestre 1899. Paris; 8°.
* **Bulletin** de l'Université de Toulouse. Fasc. 6. 1898.

Inventaire sommaire des Archives Départementales antérieures à 1790. *Vendée.* Archives civiles, série A, B, C. La Roche-sur-Yon, 1898; 4°.

— — postérieures à 1789. *Sarthe.* Série L. Documents de la période révolutionnaire (1789, an VIII). Le Mans, 1898; 4° (*dal Governo della Rep. Francese*).

Inventaire sommaire des Archives historiques de la Ville de Vichy (Ville et Hospice). Vichy, 1898; 4° (*Id.*).

Relazione delle pratiche fra il Governo ed il Comune per la Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze. 1899; 8°.

Statistica delle cause di morte nell'anno 1897. Roma, 1899; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio, Direzione Generale della Statistica*).

Statistica dell'Emigrazione italiana avvenuta nell'anno 1897. Roma, 1899; 8° (*Id.*).

Statistica degli Scioperi avvenuti nell'Industria e nell'Agricoltura durante l'anno 1897. Roma, 1899; 8° (*Id.*).

Transactions and **Proceedings** of the American Philological Association. 1898. Vol. XXIX. Boston, Mass.

* **Université** catholique de Louvain:
Annuaire: 1899.
Thèses de la Faculté de Théologie: 719-734.
Programme des cours de l'année académique 1898-99.
Étude sur le Cénobitisme Pakhomien pendant le IVe siècle et la première moitié du Ve. Louvain, 1898; 8°.

**** Dal Governo***
della Repubblica degli Stati Uniti del Brasile.

A Lavoura. Boletim da Sociedad Nacional de Agricultura Brazileira. 2° anno, 1898. Rio de Janeiro; 4°.

Analyse das Rendas aduaneiras e internas do 1° semestre do triennio de 1896-98 etc. Rio de Janeiro, 1898; 8°.

Decreto N. 2. 807, de 31 de Janeiro de 1898. Reorganiza as Repartições de Fazenda. Rio de Janeiro, 1898; 8°.

Exposição de uvas européas cultivadas em S. Paulo. Conferencia etc. pelo Dr Campos da Paz. 1897; 8°.

Instrucções para a arrecadação das rendas Federaes pelas Collectorias do Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1897; 8°.

Mensagem apresentada ao Congresso Nacional na abertura da segunda sessão da Terceira Legislatura pelo Presidente da Republica Prudente J. de Moraes Barros. Rio de Janeiro, 1898; 4°.

Noticia historica dos Serviços instituições e estabelecimentos pertencentes a esta repartição, elaborada por ordem do respectivo ministro Dr. A. Cavalcanti. Rio de Janeiro, 1898; 8° (*Ministerio da Justiça e Negocios interiores*).

Recenseamento de 1890. Rio de Janeiro, 1898, 2 fasc. in-4°.

Regulamento do imposto de transmissão de propriedade. Rio de Janeiro, 1898; 8°.

Relatorio apresentado ao Presidente da Republica dos Estados Unidos do Brazil pelo Dr. A. Cavalcanti Ministro de Estado da Justiça e Negocios interiores em Abril de 1898. Rio de Janeiro, 1898; 8° (*Ministerio da Justiça e Negocios Interiores*).

Relatorio apresentado ao Presidente da Republica dos Estados Unidos do Brazil pelo Ministro de Estado do Negocios da Fazenda B. de Campos no anno de 1898 (10° da Republica). Rio de Janeiro, 1898; 8°. *Annexos ao Relatorio* etc. Rio de Janeiro, 1898; 3 vol. 8° (*Ministerio da Fazenda*).

Relatorio apresentado ao Presidente da Republica dos Estados Unidos do Brazil pelo Ministro de Estado das Relações Exteriores General de Brigada D. E. de Castro Cerqueira em 12 de Julho de 1898. Rio de Janeiro, 1898, 2 vol. 8°.

Relatorio apresentado ao Ministro da Industria, Viação e Obras Publicas pelo Director Geral de Estatistica, 1897. Rio de Janeiro, 1898; 8°.

Relatorio apresentado ao Governo de Minas Geraes pelo Dr. Campos da Paz..... Rio de Janeiro, 1898; 8°.

Relatorio do Tribunal de Contas. Exercicio de 1898. Rio de Janeiro, 1898; 8°.

Villalba (E.). A revolução federalista no Rio Grande do Sul. Rio de Janeiro, 1897; 8°.

Morelli conte d'Aramengo (Fr.). Poesie edite e inedite raccolte e pubblicate con cenni intorno alla vita ed alle opere dell'autore da Niccola Gabiani. Vol. II, III. Asti, 1899; 8° (*dono del sig. N. Gabiani*).

Pieri (S.). Il dialetto Gallo-Romano di Sillano. Milano; 8°.

— Il dialetto Gallo-Romano di Gombitelli nella provincia di Lucca. Milano; 8° (*Inviati dall'A. per i premii di Fondazione Gautieri*).

Pizzi (I.). Le sentenze di Bhartrihari tradotte dal sanscrito. Torino, 1899; 8° (*dono del Socio* I. Pizzi).

Squillace (F.). Le tendenze presenti della letteratura italiana. Torino, 1899; 8° (*Inviato dall'A. per i premii di Fondazione Gautieri*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 30 Aprile al 14 Maggio 1899.

---

* **Annales** des Mines. 9me série, t. XIV, livr. 12me (1898); XV, livr. 2me (1899). Paris; 8°.

* **Annales** de l'Observatoire Physique Central. Année 1897. Ie et IIe partie. St-Pétersbourg, 1898; 4°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di Scienze fisiche, matem. e naturali; vol. II. Memorie. Roma, 1898; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Fisiocritici in Siena. Serie IV, vol. X, n. 1-5 (1898); XI, n. 1-3 (1899). Siena; 8°.

* **Atti** della Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino. A. XXXII, 1898. Torino; 4°.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; t. LVII, disp. 7a, 1898; serie 8a, t. LVIII, disp. 1a, 1898-99. Venezia; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Mathem.-Physische Classe, 1899, II. Leipzig, 1899; 8°.

* **Bulletin** du Muséum d'histoire naturelle. Année 1898, N. 6. Paris, 1898; 8°.

* **Bulletin** de la Société géologique de France. 3e série, t. XXVI, n. 5. Paris, 1899; 8°.

* **Bulletin** mensuel de l'Observatoire météorologique de l'Université d'Upsal. Vol. XXX, année 1898. Upsal, 1898-99; 4°.

** **Carte** géologique internationale de l'Europe. 49 feuilles à l'échelle de 1 : 1500000. Livr. III. Berlin, 1898; f°.

Conservazione (La) degli Uccelli in rapporto all'aumento dei prodotti alimentari dell'agricoltura. Torino, 1899; 8° (*dalla Società torinese protettrice degli animali*).

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXVII, Part III, No 2, 1898. Anthropology and Cognate Subjects. Calcutta, 1898; 8°.

* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1899, part. 2. London; 8°.

* **Journal** de l'École Polytechnique: II° série, quatrième cahier. Paris, 1898; 4°.

* **Kansas** (The) University Quarterly. Vol. I (1892), N. 1, 3, 4; vol. II (1893); vol. V, N. 1-2 (1896); vol. VII, N. 4, ser. A: Science and mathem.; 1898.

* **Mémoires** de la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux. 5° série, t. IV et Observations pluviométriques et thermométriques faites dans le département de la Gironde, juin 1897-mai 1898. Bordeaux, 1898; 8°.

* **Observations** faites à l'Observatoire météorologique de l'Université Impériale de Moscou. Juillet-décemb. 1896; 8°.

* **Proceedings** of the Asiatic Society of Bengal. Nos. IX-XI (1898). No. I, II (1899). Calcutta; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LXIV, No. 412. London, 1899; 8°.

* **Proceedings** of the Zoological Society of London for the year 1898. Part IV. London, 1899; 8°.

* **Procès-Verbaux** des Séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux. An. 1897-98. Bordeaux; 8°.

* **Procès Verbaux** des Séances de la Société R. Malacologique de Belgique; 6 août-3 décembre 1898. Bruxelles; 8°.

Relatorio da Repartição Geral dos Telegraphos dos Annos de 1895 e 1896 apresentado ao Ministro da Industria, Viaçao e Obras Publicas etc. Rio de Janeiro, 1897 (*dal Governo degli Estados Unidos do Brazil*).

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXXII, fasc. 8. Milano, 1899; 8°.

* **Schriften** der Physikalisch-Oekonomischen Gesellschaft zu Königsberg in Pr., XXXIX Jahrg., 1898. Königsberg; 4°.

* **Transactions** of the Wisconsin Academy of sciences, arts, and lettres. Vol. XI (1896-1897). Madison, Wisc., 1898; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Sitzung. N. 1 u. 4, 1899. Wien; 8°.

Wisconsin Geological and Natural history Survey. Bulletin No. 1. Economic Series No. 1; Bull. No. 2. Scientific Ser. No. 1. Madison, 1898; 8°.

* **Журналъ** русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ. Т. XXX, n. 1, 2. 1899; 8°.

Boffito (G.). Un poeta della Meteorologia. Gioviano Pontano. Napoli, 1899; 8° (*dall'A.*).

Caracciolo (R.). La Valenza e i suoi limiti. Roma, 1899; 8° (*Id.*).

Gordon y de Acosta (A. de). La tubercolosis en la Habana. Habana, 1899; 8° (*Id.*).

Klein (C.). Optische Studien. I. Berlin, 1899; 8° (*Id.*).

Poincaré (H.). La théorie de Maxwell et les oscillations Hertziennes. Paris, 1899; 8° (*Id.*).

Rodrigues (J. Barbosa). Palmae Mattogrossenses novae vel minus cognitae quas collegit, descripsit et iconibus illustravit. Rio de Janeiro, 1898; 4° (*dal Governo degli Estados Unidos do Brazil*).

— Plantae Mattogrossenses ou Relação de plantas novas. Rio de Janeiro, 1898; 4° (*Id.*).

Rogers (H. R.). The Universe, or the secrets of the Sund and Stars. Buffalo N. Y., 1898 (*dall'A.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 7 al 21 Maggio 1899.

** **Allgemeine** Deutsche Biographie. Bd. XLV, Lfg. 221. Leipzig, 1899; 8°.

* **Annali** della R. Scuola Normale superiore di Pisa. Filosofia e Filologia, vol. X, XI. Pisa, 1894, 1896; 8°.

** **Jahresberichte** der Geschichtswissenschaft. XX Jahrg. 1897. Berlin, 1899; 8°.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. History, Literature etc. Vol. LXVII, Part I, No. 4. 1898. Calcutta, 1899; 8°.

** **Mittheilungen** der k. k. geographischen Gesellschaft in Wien. 1898. XLI Bd.; 8°.

** **Monumenta** Germaniae historica etc. Poetarum latinorum Medii evi. Tomi IV, pars prior. Berolini, 1899; 4°.

* **Transactions** of the R. Society of Literat. Vol. XX, P. III. London, 1899; 8°.

Del Giudice (P.). I Consigli ducali e il Senato di Milano. Milano, 1899; 8° (*dall'A.*).

Īçvara-Kaula. The Kaçmīraçabdāmṛta a Kāçmīrī Grammar written in the Sanskrit language by Īcvara-Kaula. With notes and additions by G. A. Grierson. Part II. Conjucation. Calcutta, 1898; 8° (*dalla Società asiatica del Bengala*).

Moreno (C. C.). Speech of the honorable Celso Cesare Moreno on the Question of the Crown-lands in the Hawaiian Island and Territorial Expansion etc. Washington, 1899; 4° (*dall'A.*).

Poggi (V.). La battaglia navale di Malaga (24 agosto 1704) narrata da un testimonio oculare. Torino, 1899; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 14 al 28 Maggio 1899.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entr. 4ª, t. XLVII. Buenos Aires, 1899; 8°.
* **Atti** dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Anno LII, sess. III, IV, 1899. Roma, 1899; 4°.
* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles, publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem. Sér. II, t. II, 5e livr. Harlem, 1899; 8°.
* **Geological** Literature added to the Geological Society's Library during the Year ended December 31st. 1898. London, 1899; 8°.
* **Journal** of the College of Science Imperial University Japan. Vol. XI, part II. Tokio, 1899; 4°.
* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LIX, No. 7. London, 1899; 8°.
* **Mittheilungen** aus der zoologischen Station zu Neapel. 13 Bd., 4 Heft. Berlin. 1899; 8°.

Osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte. 1897, 1898 [Napoli, 1899]; 8° (*dalla Direz. del R. Osservatorio*).

* **Proceedings** of the Royal Society. LXV. No. 413, 414. London, 1899; 8°.
* **Proceedings** of the R. Physical Society. Session 1897-98. Edinburg, 1899; 8°.
* **Proceedings** of the Canadian Institute. New Series. No. 7, vol. II. Toronto, 1899; 8°.
* **Quarterly** Journal of Geological Society. Vol. LV, Part. 3. No 218. London, 1899; 8°.
* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXXII, fasc. 9. Milano, 1899; 8°.
* **Sitzungsberichte** der k. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. I-XXII (12 Januar-27 April 1899). Berlin, 1899; 8°.
* **Transactions** of the Texas Academy of Science. Vol. II, No. 2, 1899. Austin; 8°.
* **Журналъ** русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ. Т. XXXI, n. 3. 1899; 8°.

Albert Ier (Prince de Monaco). Exploration océanographique aux régions polaires. Paris, 1899; 8° (*dall'A.*).

— La première campagne scientifique de la " Princesse-Alice IIe ". Paris, 1899; 4° (*Id.*).

Alberti (V.). Riassunti decadici e mensili delle osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte negli anni 1896, 1897 e 1898. Napoli, 1899; 8° (*dall'A.*).

Almansi (E.). Sulla ricerca delle funzioni poli-armoniche in un'area piana semplicemente connessa per date condizioni al contorno. Palermo, 1899; 8° (*Id.*).

Angelitti (F.). Formole e teoremi relativi all'ellissoide terrestre e calcolo dell'ellissoide di Bessel di alcuni elementi per la latitudine di Capodimonte. Napoli, 1898; 8° (*Id.*)

Bellucci (G.). Amuleti italiani contemporanei. Catalogo descrittivo della collezione inviata all'Esposizione Nazionale di Torino. Perugia, 1898; 8° (*Id.*).

Camerano (L.). Lazzaro Spallanzani e Carlo Darwin; 8° (*Id.*).

Ciscato (G.). Determinazioni di latitudine e di azimut fatte alla Specola di Bologna nei mesi di giugno e luglio 1897. Venezia, 1899; 4° (*dalla Direz. del R. Osservatorio astronomico di Padova*).

Contarino (F.). Determinazioni assolute della inclinazione magnetica nel R. Osservatorio di Capodimonte eseguite negli anni 1896 e 1897. Napoli, 1898; 8° (*dall'A.*).

— Determinazioni assolute della componente orizzontale della forza magnetica terrestre fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte negli anni 1893-1897. Napoli, 1898; 8° (*Id.*).

Genocchi (A.). Differentialrechnung und Grundzüge der Integralrechnung herausg. von G. Peano. Autoris. deutsche Uebersetzung von G. Bohlmann und A. Schepp. Zweite Liefg. Leipzig, 1899; 8° (*dal Socio* Peano).

Haasemann (L.). Bestimmung der Intesität der Schwerkraft auf 55 Stationen von Hadersleben bis Koburg und in der Umgebung von Göttingen. Berlin, 1899; 8° (*dal Socio corrispondente sig. Dott.* Helmert, *Direttore del R. Istituto Geodetico di Prussia*).

Lorenzoni (G.). L'effetto della flessione del pendolo sul tempo della sua oscillazione. Venezia, 1897; 8° (*dall'A.*).

Nobile (A.). Appunti sul moto del Sole fra le altre stelle. Napoli, 1897; 8° (*Id.*).

Peano (G.). Entwicklung der Grundbegriffe des geometrischen Calculs. Autoris. deutsche Uebersetzung von Dr. A. Launer. Salzburg, 1898; 8° (*Id.*).

— Zarys Rachunku geometrycnego Przetożyt za upoważnieniem autora S. Dickstein. Warszawa, 1897; 8° (*Id.*).

Struever (G.). I giacimenti minerali di Saulera e della Rocca Nera alla Mussa in Val d'Ala. Roma, 1899; 8° (*Id.*).

Tedeschi (V.). Variazioni della declinazione magnetica osservate nella R. Specola di Capodimonte negli anni 1893-97. Napoli, 1898; 8° (*Id.*).

Tessari (D.). Ricerche cinematiche sopra alcuni meccanismi. Torino, 1898; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 21 Maggio all'11 Giugno 1899.

* **Abhandlungen** der philologisch-historischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft. Bd. XVIII, N. 4. Leipzig, 1899; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V, Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, vol. VI. Memorie. Roma, 1899; 4°.

** **Bibliotheca** Philologica Classica. Vol. XXVI, 1899. Trimestre primum. Berlin, 1899; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la Historia. T. XXXIV, cuad. 5. Madrid, 1899; 8°.

* **Catalogue** or alphabetical index of the Astor Library. Authors and Books. New York, Cambridge, 1857-1888, 8 vol.; 8°.

Inventario del R. Archivio di Stato in Siena. Parte I (Diplomatico-Statuti-Capitoli) (*dono del Ministero dell'Interno*).

John Crerar Library (The). Fourth annual Report for the Year 1898. Chicago, 1899; 8°.

** **Petermanns** Mitteilungen aus Justus Perthe's Geographischer Anstalt. Ergänzungsheft Nr. 128. Gotha, 1899; 8°.

** **Raccolta** ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia. Compimento, 1898; 8°.

* **Rendiconto** delle Tornate e dei Lavori dell'Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti della Società Reale di Napoli. N. S., Anno XII, giugno-dicembre 1898. Napoli; 8°.

* **Vjestnik** kr. Hrvatsko-Slavonsko-Dalmatinskog Zemaljskog Arkiva. Godina I. Svezak 1, 2. Zagreb, 1899; 8°.

Cipolla (C.). Documenti statutari veronesi dei secoli XIII e XIV riguardanti la Saltaria. Roma, 1899; 8° (*dall'A.*).

** **Fogazzaro** (A.). Per un recente raffronto delle teorie di S. Agostino e di Darwin circa la creazione. Sesta edizione. Milano, 1892; 16°.

— Per la bellezza d'un'idea. Conferenza. Milano, 1893; 16°.

— L'origine dell'uomo e il sentimento religioso. Discorso. Milano, 1893; 16°.

— Piccolo mondo antico. Romanzo. 30ª ediz. Milano, 1897; 16°.

— Discorsi. Milano, 1898; 8°.

Manducia (F.). Diritto penale e pubblica sicurezza. Nocera Infer. 1899; 8° (*dall'A.*).

Pullé (F. L.). India Exploration Fund. Firenze, 1899; 8° (*Id.*).

Pennisi Mauro (A.). L'Universale. Organo filosofico della dimostrazione dell'Ente, principio creativo ed ordinatore del mondo ecc. Anno I, N. 1. Acireale, 1899; 8° (*Id.*).

Rossi (V.). Storia letteraria d'Italia scritta da una Società di professori. Milano, 8° (*dono dell'Editore*).

** **Sanuto** (M.). I Diarii. T. LIII, 228, 229. Venezia, 1899.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 28 Maggio al 18 Giugno 1899.

---

* **Abhandlungen** der k. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1898; 4°.
* **Analele** Institutului Meteorologic al României. T. XIII, 1897. Bucuresci, 1899; 4°.
* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega V, t. XLVII. Buenos Aires, 1899; 8°.
* **Annales** de la Faculté des Sciences de Marseille. T. IX. Paris, 1899; 4°.
* **Annales** des Mines. 9me série, t. XV, 3e livr. 1899. Paris, 8°.
* **Annali** del Museo Civico di Genova. Serie 2a, vol. XIX, 1898-99; 8°.
* **Annual** Report of the Board of Regents of the Smithsonian Institution... July 1896, 1897. Washington, 1898; 8°.
* **Atti** della Società Italiana di scienze naturali, vol. XXXVIII, fasc. 1° e 2°. Milano, 1899; 8°.
* **Atti** della Reale Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie II, vol. IX. Napoli, 1899; 4°.
* **Atti** della Società Toscana di Scienze naturali. Processi verbali. Vol. XI, adunanza del dì 20 novembre 1898-7 maggio 1899. Pisa, 1899; 8°.
* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LVIII, disp. 2a. Venezia, 1899; 8°.
* **Bergens Museum.** Report on Norwegian Marine Investigations 1895-97, by Dr. J. Hjort, O. Nordgaard and H. H. Gran. Bergen, 1899; 4°.
* **Berichte** der Naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg I. B., XI Bd., Heft I. 1899; 8°.
* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Mathem.-Physische Classe, 1899, III. Leipzig, 1899; 8°.
* **Boletin** del Istituto Geológico de México. N. 11. México, 1898; 4°.

Boletín mensual del Observatorio Meteorológico Central de Mexico; febrero-diciembre 1898; enero-febrero 1899. Mexico, 1898-99; 4°.

Boletín mensual demográfico de Montevideo. Año VII, n. 73. Montevideo, 1899.

Boletin del Observatorio Astronómico Nacional de Tacubaya. Tom. II, n. 4. Mexico, 1898; 4°.

* **Bollettino** delle sedute dell'Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania; fasc. LV (1898); LVII-LIX (1899); 8°.

* **Bollettino** dei Musei di Zoologia ed Anatomia comparata della R. Università di Genova. N. 56-68. Genova, 1898; 8°.

Bollettino statistico mensile della Città di Milano. Anno XV, marzo-maggio 1899; 4°.

Bollettino quindicinale della Società degli Agricoltori italiani. Anno IV (1899), n. 1-7, 9, 13. Roma; 8°.

Bollettino dei Musei di Zoologia e Anatomia comparata della R. Università di Torino. Vol. XIV, 1899, n. 335-353. Torino; 8°.

Bollettino della Associazione " *Mathesis* " fra gl'Insegnanti di Matematica delle Scuole Medie. Anno X; III, n. 4, 5. Torino, 1898-99; 8°.

* **Bollettino** demografico della Città di Torino. Anno XXVIII, n. 1-15, 1899; 4°.

* **Bollettino** mensuale della Società meteorologica italiana. Serie 2ª, v. XVIII, n. 5-11; XIX, n. 1-5. Torino, 1898-99.

* **Buletinul** Observaţiunilor Meteorologice din România. An. VI, 1898. Bucureşci, 1899; 4°.

Bulletin mensuel de Statistique Municipale de la ville de Buenos-Ayres. XIIIe année (1899), 1-5, 4°.

* **Bulletin** of the Scientific Laboratories of Denison University. Vol. X (Memorial volume illustrated), XI, 1-3. Granville, Ohio, 1897-98; 8°.

* **Bulletin** de la Société Physico-Mathématique de Kasan. 2me série, t. VIII, n. 2-3. 1898; 8°.

* **Bulletin** de la Société impériale des Naturalistes de Moscou. Ann. 1898, n. 1. Moscou, 1898; 8°.

* **Bulletin** de la Société des sciences naturelles de Neuchâtel. T. XXI-XXV. Neuchâtel, 1893-1897. 5 vol.; 8°.

* **Bulletin** de l'Académie Imp. des Sciences de St-Pétersbourg. N. S., III (XXXV), N. 4; 4°.

* **Bulletin** of the Illinois State Laboratory of Natural history. Vol. V. Urbana, Illn., 1897-1899; 8°.

* **Bulletins** du Comité géologique de St-Pétersbourg, 1898. T. XVI, 4-5. St-Pétersbourg, 1898; 8°.

* **Comptes-rendus** de l'Académie des Sciences de Cracovie. Janvier-Mai. Cracovie 1899; 8°.

** **Erläuterungen** zur geologischen Specialkarte von Preussen und den Thuringischen Staaten. Lief. 77. Berlin, 1899. Testo in-8° e Atl. in-f°.

* **Forhandlinger** i Videnskabs-selskabet i Christiania Aar 1898, No. 5. Christiania, 1899; 8°.

* **Giornale** della R. Accademia di Medicina. A. LXII, n. 4, 5. Torino, 1899; 8°.

Istruzioni popolari per la prevenzione della tisi polmonare e delle altre malattie tubercolari. Torino, 1899; 12° (*dalla Società piemontese d'Igiene*).

* **Jenaische** Zeitschrift für Naturwissenschaft herausg. von der medizinisch-naturwiss. Gesellschaft zu Jena. N. F., XXVI Bd., Heft 2. Jena, 1899; 8°.

* **John Hopkins** University Circulars. Vol. XVIII, No. 140. Baltimore, 1899; 4°.
* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1899, part 3. London, 1899; 8°.
* **Mémoires** du Comité géologique de Russie. T. XVI, n. 1. St-Pétersbourg, 1898; 4°.
* **Memorie** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Classe di scienze matematiche e naturali. XVIII, fasc. VII. Milano, 1899; 4°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXVIII, disp. 1-3 (1899). Roma, 1899; 4°.

* **Memorie** del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed Arti. Vol. XXVI, N. 3, 4. Venezia, 1899; 4°.
* **Mittheilungen** aus der medicinischen Facultät der k. japanischen Universität zu Tokio. Bd. IV, No. V. Tokio, 1899; 4°.
* **Monthly Notice** of the R. Astronomical Society. Vol. LIX. No. 8. London, 1899; 8°.
* **Nachrichten** von der k. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physik. Klasse. 1899. Heft I, Göttingen, 1899; 8°.

North American Fauna. N° 13. Natural history of the Tres Marias Island, Mexico. Washington, 1899; 8° (*dall'U. S. Department of Agriculture, Divis. of Biological Survey*).

* **Observations** made at the magnetical and meteorological Observatory at Batavia. Vol. XX, 1897. Batavia, 1898; f°.
* **Observations** météorologiques suédoises publiées par l'Acad. R. des Sciences de Suède. Vol. 35 (1893). Stockholm, 1898; 4°.
* **Ofversigt** of Kongl. Vetenskaps Akademiens Förhandlingar. Vol. 55, 1898. Stockholm, 1899; 8°.
* **Proceedings** of the American Academy of Arts and Sciences. Vol. XXXIV, No. 2-7. Boston, 1898; 8°.
* **Proceedings** of the Cambridge philosophical Society; vol. X, P. 2ª, 1899.
* **Proceedings** of the Royal Irish Academy. Third series, vol. V, No. 2. Dublin, 1899; 8°.
* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LXIV, No. 415. London, 1899; 8°.
* **Proceedings** of the Zoological Society of London for the year 1899. Part I. London, 1899; 8°.

Proceedings of the American Association for the advancement of Science for the forty-seventh Meeting and fiftieh Anniversary held at Boston, Mss. August, 1898. Vol. 47. Salem, 1898; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXXII, fasc. 10, 14. Milano, 1899; 8°.
* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo. Tom. XIII, fasc. 3, 4. Palermo, 1899; 8°.
* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche (Sez. della Società Reale di Napoli). Serie 3ª, vol. V, fasc. 4°, 5°. Napoli, 1899; 8°.

Rendiconto dell'Ufficio d'Igiene della Città di Torino per l'anno 1898 e Nⁱ 2-5, febbraio e marzo 1899 (anno XVIII). 1898; 4°.

* **Rivista** mensile del Club Alpino italiano. Vol. XVIII, n. 1-6. Torino, 1899; 8°.

Scientific Proceedings of the R. Dublin Society. Vol. VIII (N. S.). November, 1898. Part 6ª. Dublin, 1898; 8°.

Scientific Transaction of the R. Dublin Society. Vol. VI (Ser. II), Nos. 14-16; VII (Ser. II), No. 1. Dublin, 1898; 4°.

* **Sitzungsberichte** der physikalisch-medicinischen Societät in Erlangen. 30 Heft, 1898. Erlangen, 1899; 8°.

* **Sitzungsberichte** der mathematisch-physikalischen Klasse der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München. 1899. Heft I. München; 8°.

* **Sitzungsberichte** der Physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg. 1899, No. 1-5, 1899; 8°.

* **Skrifter** udgivne af Videnskabsselskabet i Christiania 1898, No. 1-10. I Mathematisk naturvidenskabelig Klasse. Kristiania, 1898; 8°.

Studi e **Ricerche** istituite nel Laboratorio di chimica agraria della R. Università di Pisa. Fasc. 14-15. Anno 1897 e 1898; 8° (*dono del Direttore del Laboratorio*).

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXXII, fasc. 1, 2. Modena, 1899; 8°.

* **Transactions** of the Cambridge philosophical Society. Vol. XVII, p. 3ª. Cambridge, 1899; 8°.

** **Verhandlungen** der Physikalischen Gesellschaft zu Berlin. Jahrg. 1, Nr. 1-7. 1899; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Sitzung. N. 5-8. 1899. Wien; 8°.

* **Verhandlungen** Physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg. N. F., XXXII, Nr. 6; XXXIII, Nr. 1. Würzburg, 1899; 8°.

Voto al Governo per l'impianto dei giardini sperimentali di colture tropicali nell'Eritrea; 8° (*dalla Società africana d'Italia in Napoli*).

Yearbook of the United States. Department of Agriculture. 1898. Washington, 1899; 8° (*dal Governo degli S. U. d'America*).

Berthelot (M.). Chimie végétale et agricole. Paris, 1899; 4 vol. in-8°.

Cantor (M.). Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Zweiter Bd., Erster Halbband. Leipzig, 1899; 8°.

Bardelli (G.). Sui momenti d'inerzia dei solidi di rotazione. Milano, 1899; 8° (*dall'A.*).

Devincenzi (G.). Della coltivazione dei due poderi della Sulla e dei Sovesci e dell'applicazione delle forze idrauliche all'agricoltura. Roma, 1899; 8° (*Id.*).

Fiorini (M.). Sfere terrestri e celesti di autore italiano, oppure in Italia fatte o conservate. Firenze, 1899; 8° (*Id.*).

Folgheraiter (G.). Frammenti concernenti la geofisica dei pressi di Roma. N. 8. Roma, 1899; 8° (*Id.*).

Guidi (C.). Lezioni sulla scienza delle costruzioni date nella R. Scuola d'Applicazione per gl'ingegneri in Torino. Torino, 1896-99; 8° (*Id.*).

Günther (S.). Handbuch der Geophysik. Zwei Bd. 11 Liefg. Stuttgart, 1899 (*dall'A. per il premio Bressa*).

Haeckel (E.). Kunst-Formen der Natur. Lfg. 2. Leipzig u. Wien, 1899; 4° (*dall'A.*).
— Intorno allo stato attuale delle nostre conoscenze sull'origine dell'uomo. Milano, 1899; 8° (*Id.*).
Philippi (R. A.). Lo fósiles secundarios de Chile. Santiago de Chile, 1899; 4°.
Tommasina (T.). Sur un curieux phénomène d'adhérence des limailles métalliques sous l'action du courant électrique. Paris, 1899.
— Sur un cohéreur très sensible, obtenu pour le simple contact de deux charbons; et sur la constatation d'extra-courants, induits dans le corps humain par les ondes électriques. Paris, 1899.
— Sur la production de chaînes de dépôts électrolytiques; et la formation probable de chaînes conductrices invisibles, etc. Paris, 1899.
— Sur la substitution de l'action magnétique à l'action mécanique de trambleur, pour rompre directement les chaînes de la limaille dans les cohéreurs. Paris, 1899, 1 fasc. in-4°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dall'11 al 25 Giugno 1899.

* **Abhandlungen** der K. Gesellschaften zu Göttingen. Philologisch-historische Klasse. N. F., Bd. II, No. 3. Berlin, 1899; 4°.
* **Annali** della R. Scuola Normale superiore di Pisa. Filosofia e Filologia. Vol. XIII. Pisa, 1899; 8°.
Anuario Estadístico de la provincia de Buenos Aires, año 1896. La Plata, 1898; 8° (*dalla Direccion General de Estadística de la Prov. de Buenos Aires*).
* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Classe di Scienze morali, storiche e filolog.; serie V, vol. VI. Notizie degli Scavi: gennaio 1899. Roma; 4°.
** **Bibliografia** italiana. Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa. Vol. 33. N. 1-13. Milano, 1899; 8°.
* **Boletín** de la Real Academia de la historia; t. XXIV, cuad. VI. Madrid, 1899; 8°.
Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno XVI, gennaio-marzo 1899. Roma; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).
* **Bulletin** of the New York Public Library Astor Lonox and Tilden Foundations. Vol. III. No. 1-6, 1899; 8°.
Bulletin mensuel du Comité international pour la célébration du centenaire de Marengo. N. 1, 2. Roma, 1899; 8°.
* **Comptes-rendus** de l'Athénée Louisianais. 6^{me} série. Tome III, livr. 1^{r}. Nouvelle-Orléans, 1899; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie. Nos. 1-4, 1899. Paris; 8°.

* **Consiglio** Comunale di Torino. Sessione straordinaria: sedute 22 febbraio-1° marzo 1899, N. VI-IX; ordinaria di primavera: 21 aprile-31 maggio 1899, N. X-XIII, XVI-XVIII; Sessione straordinaria 3-5 luglio; N. XIX, XX; 4°.

* **Cosmos.** Ser. II, vol. XII, 1894-96, fasc. XI-XII. Roma, 1899; 8°.

* **Giornale** della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno XXI, fasc. II. Genova, 1899; 8°.

Lavori preparatori del Codice civile del Regno d'Italia (Vol. VIII della raccolta). Roma, 1899; 4° (*dal Ministero di Grazia e Giustizia e dei Culti*).

** **Monumenta Germaniae historica.** Epistolarum tomi II, pars III. Berolini, 1899; 4°.

* **Nachrichten** von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Philologisch-historische Klasse. 1899, Heft 1. Geschäftliche Mittheilungen, 1898, Heft 2. Göttingen, 1899; 8°.

Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Anno XVI, quad. 1-5. Valle di Pompei, 1899; 8°.

Sanskrit Critical Journal of the Oriental Nobility Institute; Vol. XXVIII, No. 1, 2, 1899. Woking, England; 8°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Klasse der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München 1899. Heft I. München, 1899; 8°.

Statistica della Istruzione per l'anno scolastico 1880-81. Roma, 1883; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio. Direzione Generale della Statistica*).

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione, dal 1° gennaio al 31 maggio 1899. Roma, 1899; 8° (*dal Min. delle Finanze*).

Statistica giudiziaria civile e commerciale per l'anno 1896. Roma, 1899; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

* **Studi** e Documenti di storia e diritto. Anno XX, fasc. 1°-2°. Roma, 1899; 4° (*dall'Accademia di Conferenze storico-giuridiche*).

* **Vocabolario** degli Accademici della Crusca. 5ª impressione. Vol. VIII, fasc. 5°. Firenze, 1899; 4°.

* *Dall'Archivio della Badia di Montecassino:*

Il codice cassinense della Divina Commedia per la prima volta letteralmente messo a stampa per cura dei Monaci Benedettini della Badia di Montecassino. Montecassino, 1865; 4°.

Tabularium Casinense. Codex diplomaticus Cajetanus. Montis Casini. 1888-1891. 2 T. in-4°.

Bernardi I Abbatis Casinensis in regulam S. Benedicti expositio ex Tabulario Casinensi nunc primum edita cura et studio D. Anselmi Mariae Caplet monaci Casinatis etc. Montis Casini, 1894; 8°.

Spicilegium Casinense complectens Analecta sacra et profana. Tomus primus; Tomus tertius, Patristica, Pars prior: Tomus quartus, Pars prior, Philologica. Montis Casini, 1893-1897, 3 vol. in-4°.

Miniature della Enciclopedia medioevale di Rabano Mauro (Codice di Montecassino, N. 132 dell'anno 1023). Montecassino, 1896; 4°.

Miscellanea Cassinense ossia nuovi contributi alla storia, alle scienze e arti religiose raccolti ed illustrati per cura dei PP. Benedettini di Montecassino. Anno I, parte I, fasc. 1°, Memorie e Notizie; Parte II, fasc. 1°, Documenti. Montecassino, 1897; 8°.

Beyssac (J.). Les ducs de Savoie chanoines d'honneur de l'Église de Lyon. Lyon, 1899; 8° (*dall'A.*).

Boselli (P.). Sul bilancio d'assestamento 1898-99; Discorso pronunziato al Senato del Regno nella tornata dell'8 giugno 1899. Roma, 1899; 8° (*Id.*).

Carretto (G.). Una infezione morale fra piccoli delinquenti. Roma, 1898; 8° (*Id.*).

Fogazzaro (A.). Racconti brevi. Roma; 16°.

— Miranda. 10ª ediz. Milano, 1896; 8°.

— Il Mistero del poeta. 19ª ediz. Milano, 1896; 8°.

— Fedele, ed altri racconti. 8ª ediz. Milano, 1896; 8°.

— Piccolo mondo antico. 30ª ediz. Milano, 1897; 8°.

— Daniele Cortis. Romanzo. 18ª ediz. Milano, 1897; 8°.

— Poesie scelte. 3ª ediz. Milano, 1898; 16°.

— Valsolda. Poesia dispersa. 4ª ediz. Milano, 1898; 8°.

— Malombra. 17ª ediz. Milano, 1898; 8°.

— Discorsi. Milano, 1898; 8°.

— Ascensioni umane. 4ª ediz. Milano, 1899; 8°.

— Sonatine bizzarre. Prose disperse. Catania, 1899; 16° (*dall'A.*).

Giambelli (C.). Il " Licini Forum „ e gli " Orumbovii „ (Orobii). Milano, 1897; 8° (*Id.*).

Lilla (V.). La dottrina della mente sovrana del mondo di Tommaso Russo. Napoli, 1898; 8° (*Id.*).

— Medesimezza nelle dottrine più fondamentali di G. B. Vico e T. Russo. Napoli, 1898; 8° (*Id.*).

INDICE

DEL VOLUME XXXIV

TORINO — VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.